第4章 正弦稳态电路的分析

复数

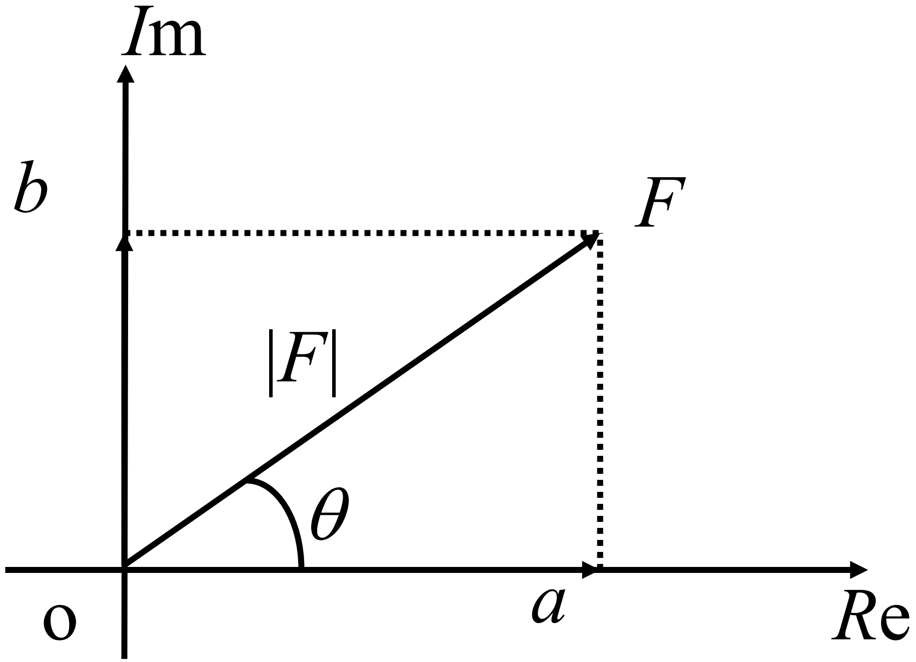
1. 复数的表示形式

$F = a + \mathrm{j}b$

代数式

$|F| = a^2 + b^2$ $\theta = arctg\dfrac{b}{a}$

$a = |F|\cos\theta$ $b = |F|\sin\theta$



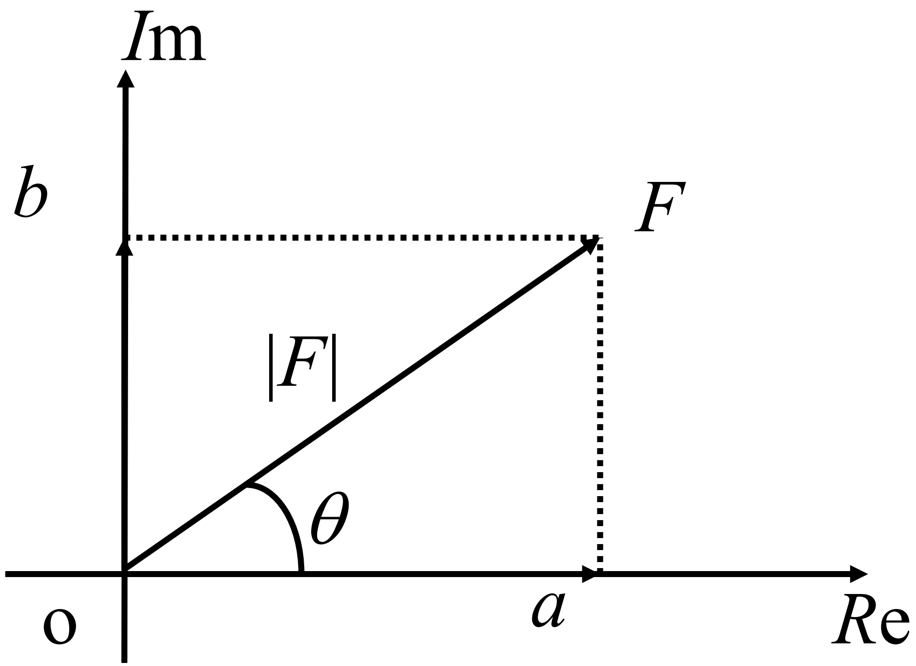
1. 复数的表示形式

$$F = a + \mathrm{j}b$$

代数式

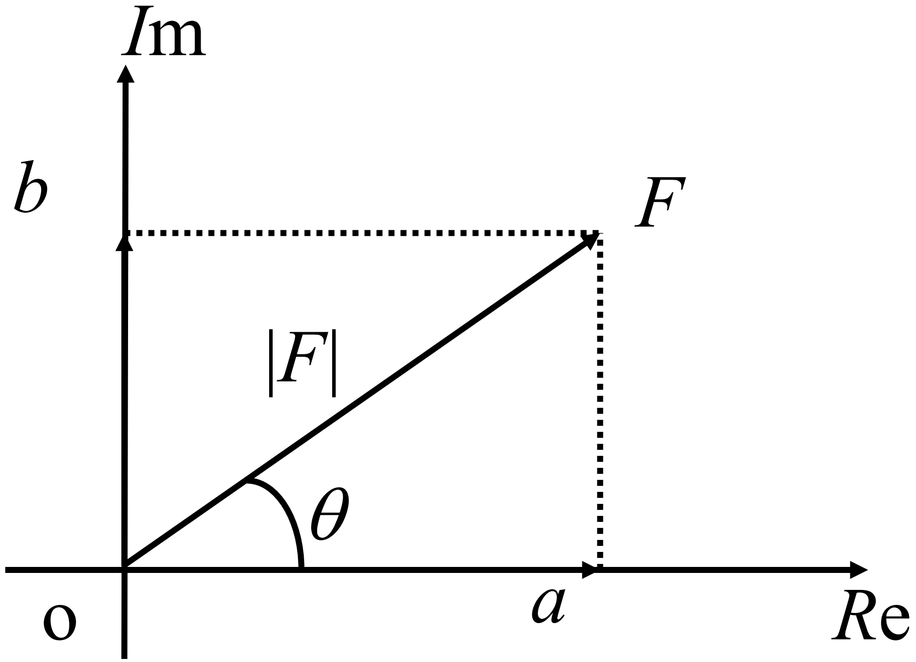
$$F = |F|\cos\theta + j\,|F|\sin\theta$$

三角函数式



$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \qquad \sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

1. 复数的表示形式



$F = a + \mathrm{j}b$ 代数式

$F = |F|\cos\theta + j\,|F|\sin\theta$ 三角函数式

$F = |F|e^{\mathrm{j}\theta}$ 指数式

$F = |F|e^{\mathrm{j}\theta} = |F|\angle\theta$ 极坐标式

共轭复数： $F^{*} = |F|\angle -\theta = a - \mathrm{j}b$

$F_1=1+\mathrm{j}$ $F_2=3+\mathrm{j}4$ $F_3=4+\mathrm{j}3$ $F_4=1\angle 30°$

$F_5=1\angle 60°$ $F_6=-3+\mathrm{j}4$ $F_7=-5-\mathrm{j}5$ $F_8=1\angle 90°$

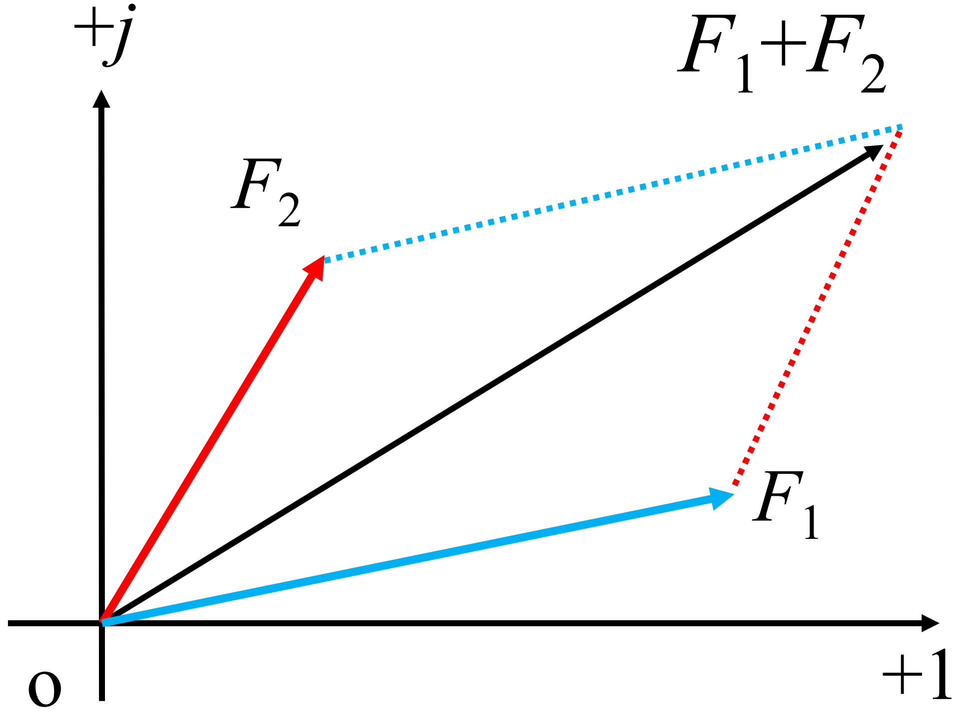
$F_9=-1$ $F_{10}=-\mathrm{j}$ $F_{11}=-5\angle 37°$ $F_{12}=1\angle -90°$

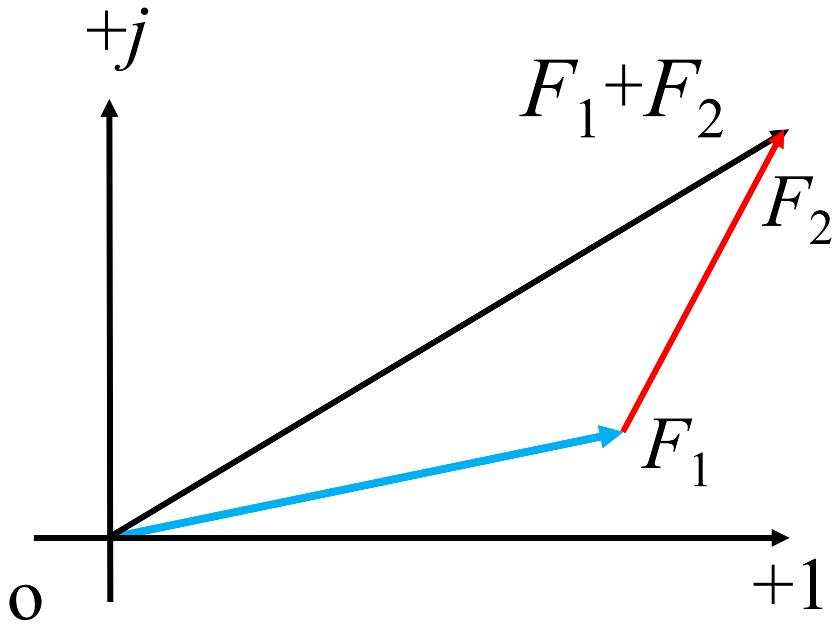
2. 复数运算

①加减运算

若 $F_1=a_1+\mathrm{j}b_1$， $F_2=a_2+\mathrm{j}b_2$

则 $F_1 \pm F_2=(a_1 \pm a_2)+\mathrm{j}(b_1 \pm b_2)$





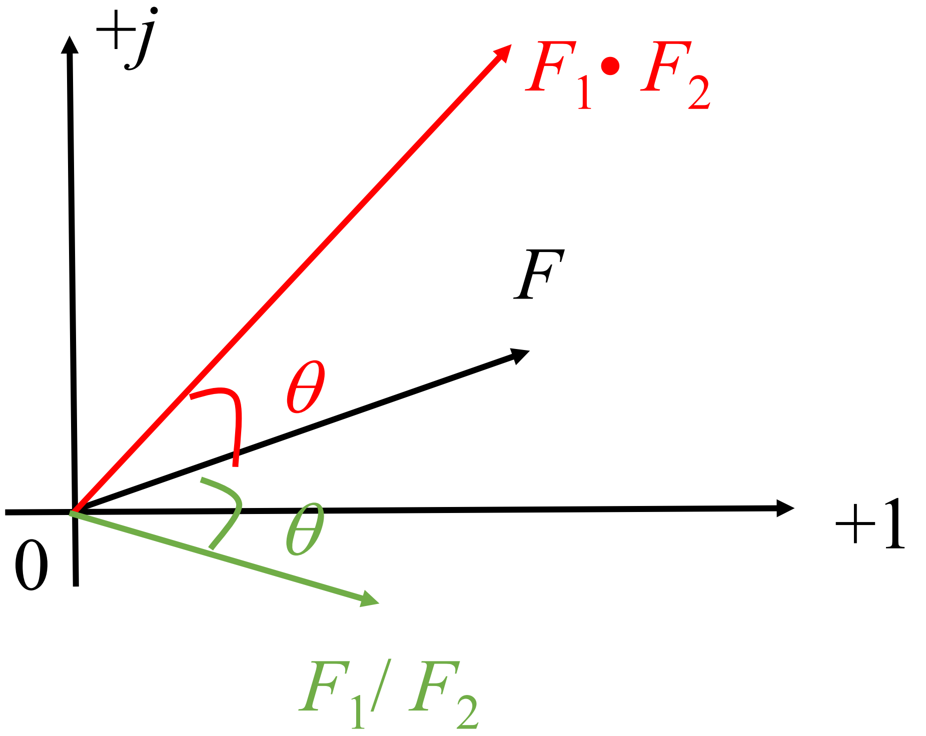
②乘除运算 —— 采用极坐标式

若 $F_1=|F_1|\ \ \theta_1$ ， $F_2=|F_2|\ \ \theta_2$

则:

$$F_1\cdot F_2=|F_1|e^{j\theta_1}\cdot|F_2|e^{j\theta_2}=|F_1||F_2|e^{j(\theta_1+\theta_2)}$$
$$=|F_1||F_2|\angle\theta_1+\theta_2$$

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{|F_1|\angle\theta_1}{|F_2|\angle\theta_2}=\frac{|F_1|e^{j\theta_1}}{|F_2|e^{j\theta 2}}=\frac{|F_1|}{|F_2|}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$$
$$=\frac{|F_1|}{|F_2|}\angle\theta_1-\theta_2$$



$$F_1 = 3\angle -60° + 4\angle 30°$$

$$F_2 = 8\angle 150° + 8\angle 30°$$

$$F_3 = 220\angle 0° - 220\angle -120°$$

$$F_4 = \mathrm{j} \cdot 36\angle 26°$$

$$F_5 = -\mathrm{j} \cdot 70\angle 53°$$

例1 $3 - j4 + 10\angle -135° = ?$

$$= 3 - j4 + 7.07 - \mathrm{j}7.07 \quad = -4.07 + j3.07 = 5.1\angle 143°$$

例2 $220\angle 35° + \dfrac{(17+\mathrm{j}9)\,(4+\mathrm{j}6)}{20+\mathrm{j}5} = ?$

$$= 180.2 + \mathrm{j}126.2 + 6.728\angle 70.16°$$

$$= 180.2 + \mathrm{j}126.2 + 2.238 + \mathrm{j}6.329$$

$$= 182.5 + \mathrm{j}132.5 = 225.5\angle 36°$$

③旋转因子

复数 $1\angle\theta=e^{j\theta}$

$F\bullet e^{j\theta}$

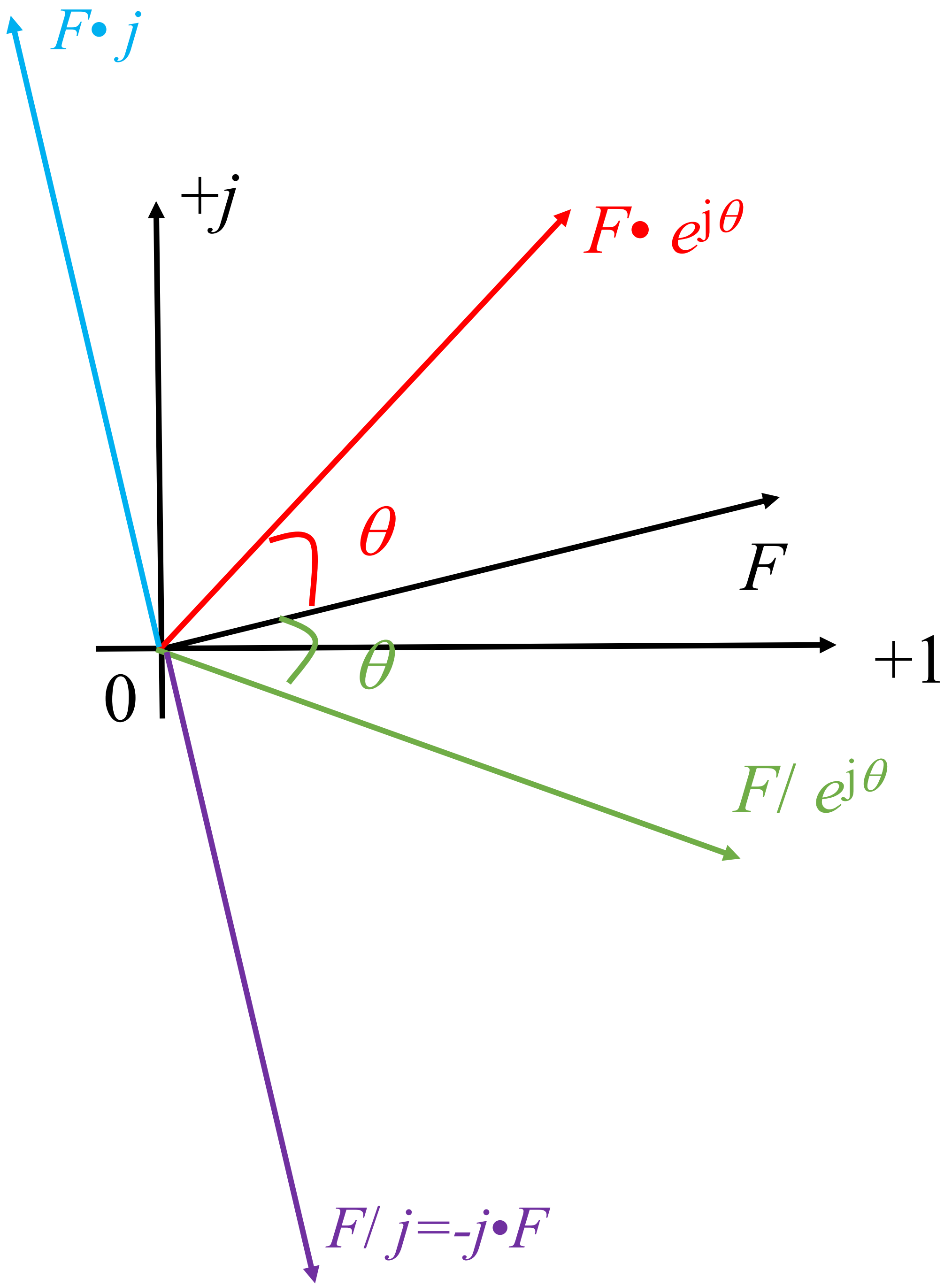
$j=1\angle 90^\circ=e^{j90}$

$F\bullet j$

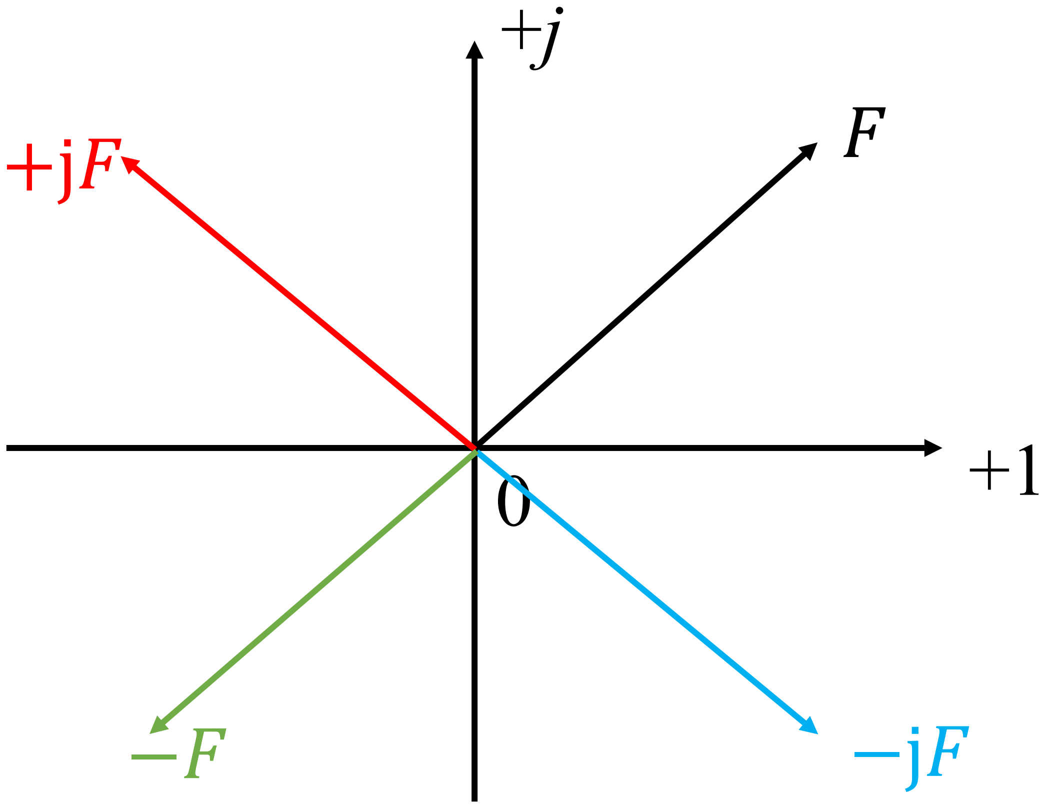
$F/e^{j\theta}$

$\frac{1}{j}=-j=1\angle -90^\circ=e^{-j90}$

$F/j=F\bullet(-j)$



$+\mathrm{j}, -\mathrm{j}, -1$ **都可以看成旋转因子。**



正弦量

交流信号:

正弦交流信号:

非正弦周期信号:

非周期信号:

正弦电流电路

激励和响应均为同频率的正弦交流信号的线性电路（正弦稳态电路）称为正弦电路或交流电路。

直流电
①低压传输时，电流大，线路上电压损耗、功率损耗大
②直流电不能变压
③高压传输时，电流小，传输时没有分布电容（C直流相当于断开），没有电容电流，电压波动小
④直流输电线减少电磁干扰
⑤电气设备为直流负载

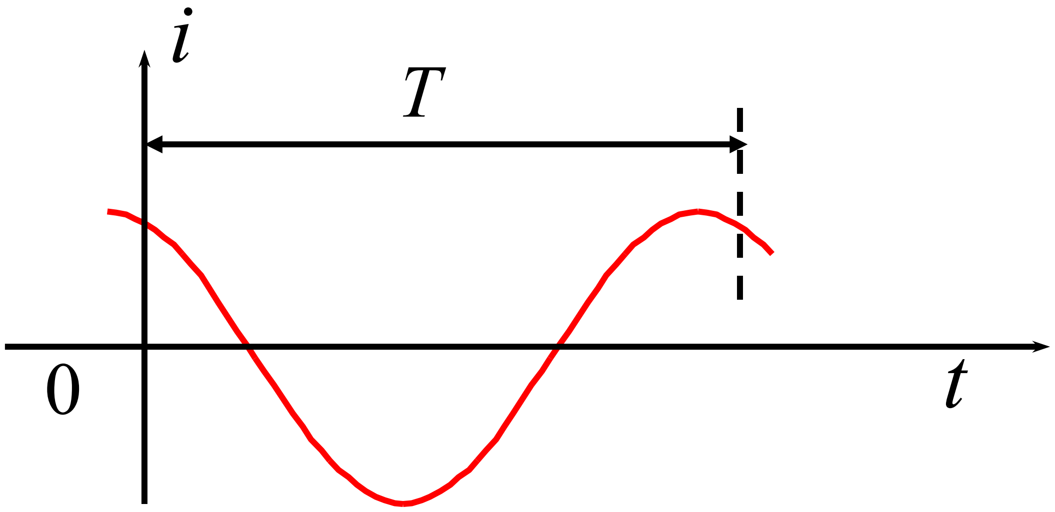
交流电
①易于变压，便于电力传输
②在发电量相同条件下，交流电的发电设备比直流发电设备要简单
③存在电磁干扰

法拉第　　皮克西　　特斯拉

1. 正弦量

●瞬时值表达式

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$



$$\sin\psi=\cos(\psi-\pi/2)$$

$$\cos\psi=\sin(\psi+\pi/2)$$

●研究正弦电路的意义

1. 正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。

①正弦函数是周期函数，其加、减、求导、积分运算后仍是同频率的正弦函数；

②正弦信号容易产生、传送和使用。

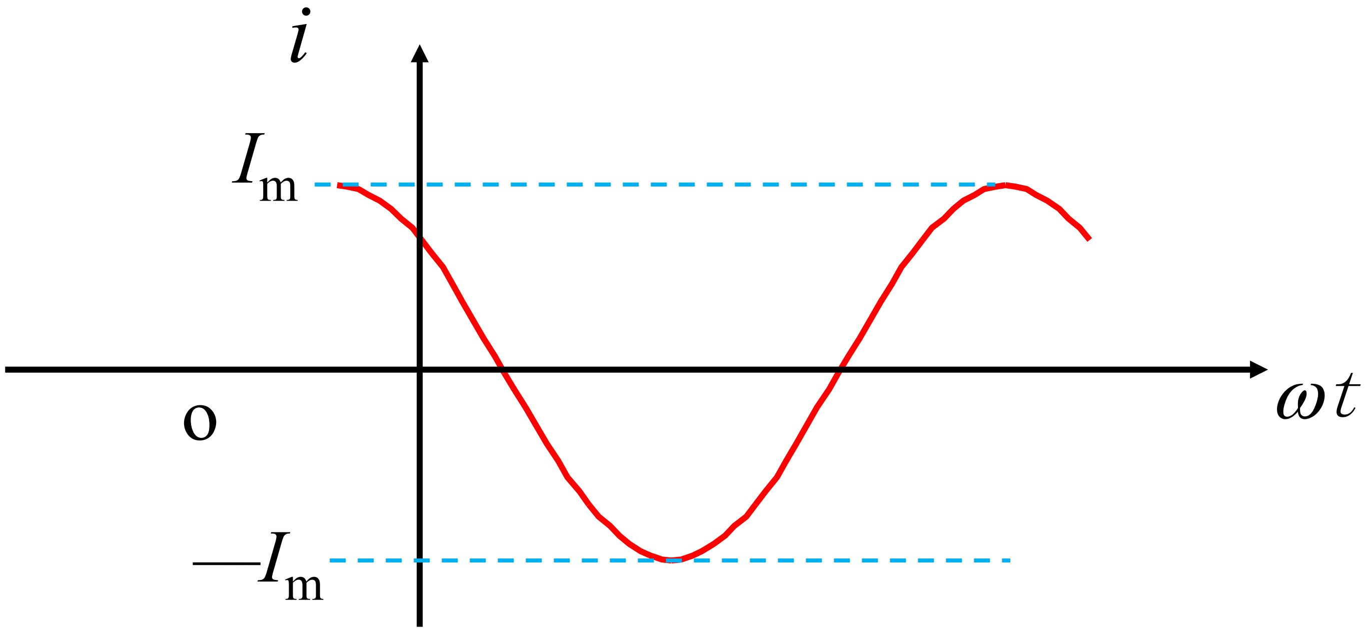
2. 正弦信号是一种基本信号，任何非正弦周期信号可以分解为按正弦规律变化的分量。

$$f(t)=\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{n}} A_{\mathrm{k}} \cos(k\omega t+\theta_{\mathrm{k}})$$

2. 正弦量的三要素

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$

(1) 幅值 (振幅、最大值)I_m 反映正弦量变化幅度的大小。



峰峰值$\boldsymbol{I_{pp}=2I_m}$

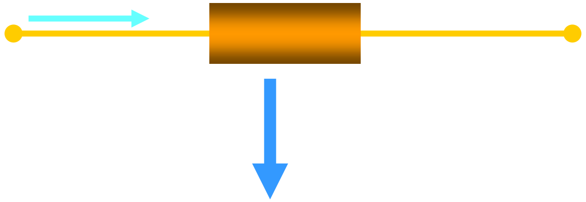
峰峰值$\boldsymbol{U_{pp}}$

有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

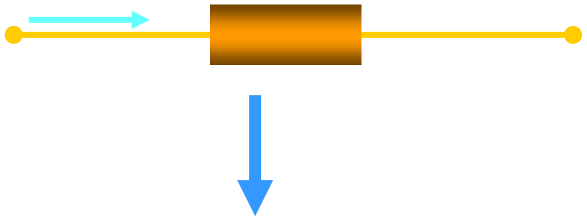
周期电流、电压有效值定义

直流I R



$$W = RI^2T$$

交流 i R



$$W = \int_0^T R\, i^2(t)\mathrm{d}t$$

$$I \overset{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\mathrm{d}t}$$

均方根值

I_{rms}

有效值与幅值

设 $i(t)=I_m\cos(\omega t+\Psi)$

$$\because \int_0^T \cos^2(\omega t+\Psi)\,\mathrm{d}t=\int_0^T \frac{1+\cos 2(\omega t+\Psi)}{2}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{2}t\Big|_0^T=\frac{1}{2}T$$

$$\therefore \quad I=\sqrt{\frac{1}{T}I_m^2\cdot\frac{T}{2}}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0.707I_m$$

$$I_m=\sqrt{2}I$$

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\Psi)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\Psi)$$

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = 0.707U_{\mathrm{m}} \qquad U_{\mathrm{m}} = \sqrt{2}U$$

若交流电压有效值为 U=220V ，其最大值为 Um≈311V

U=380V U_{m}≈537V

① 工程上说的正弦电压、电流一般指有效值，如设备铭牌额定值、电网的电压等级等。但绝缘水平、耐压值指的是最大值。因此，在考虑电器设备的耐压水平时应按最大值考虑。

②测量中，交流测量仪表指示的电压、电流读数一般为有效值。

③区分电压、电流的瞬时值、最大值、有效值的符号。

$$i,\ I_{\mathrm{m}},\ I, \qquad u,\ U_{\mathrm{m}},\ U$$

2. 正弦量的三要素

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$

(2) 角频率 ω　　相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

$\omega t+\psi$ ——相位

$$\frac{d(\omega t+\psi)}{dt}=\omega$$

单位：rad/s，弧度/秒

$$\omega=2\pi f={}^{2\pi}/_{T}$$

工频：50、60Hz

音频信号：20~20kHz

无线通信范围：30k~300G，受限制，需要执照

低频，带宽小，传播性好　　高频，带宽大，传播性差

免费波段：2.4GHz

红外线：距离短，安全性好

声波：距离远，速度慢

高频炉：200k~300kHz　　中频炉：500~8000Hz

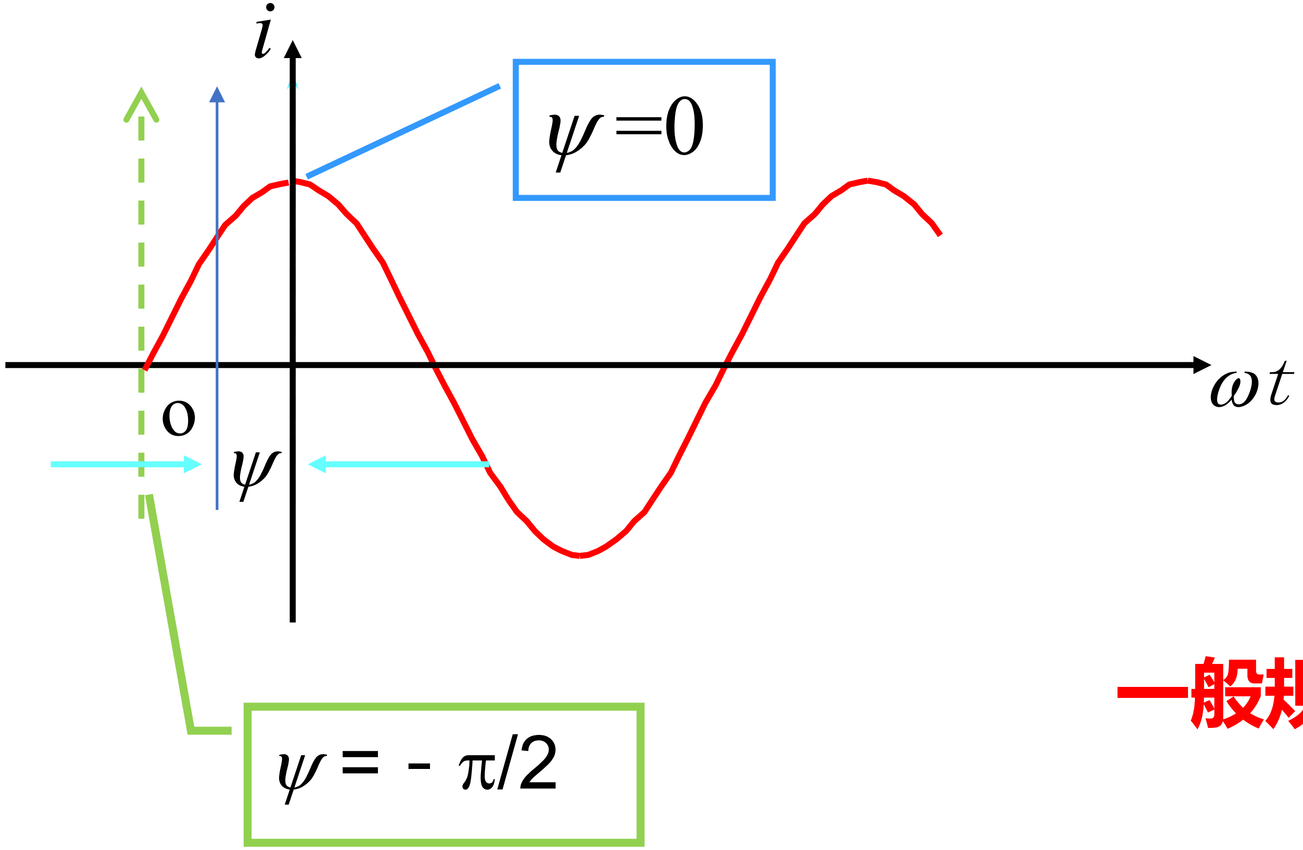
调幅广播：500-1300kHz　　调频广播：86~108MHz

2. 正弦量的三要素

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$

(3) 初相位 ψ 反映正弦量的计时起点，常用角度表示。

同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



一般规定： $|\psi|\le\pi$ 。

同频率正弦量的相位差

设 $u(t)=U_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\psi_i)$

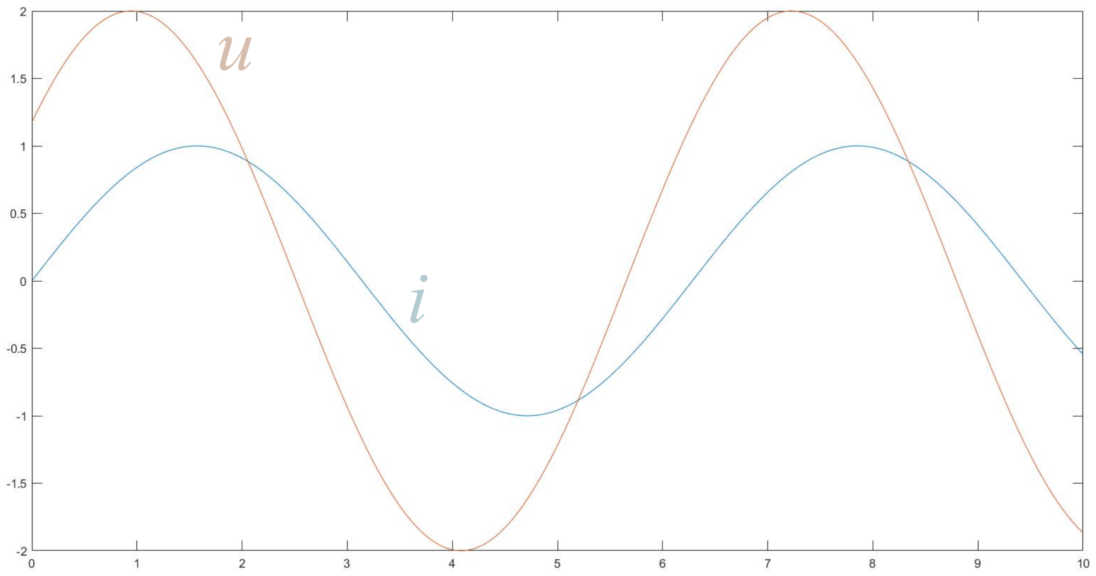
相位差：$\varphi=(\omega t+\psi_u)-(\omega t+\psi_i)=\psi_u-\psi_i$

等于初相位之差

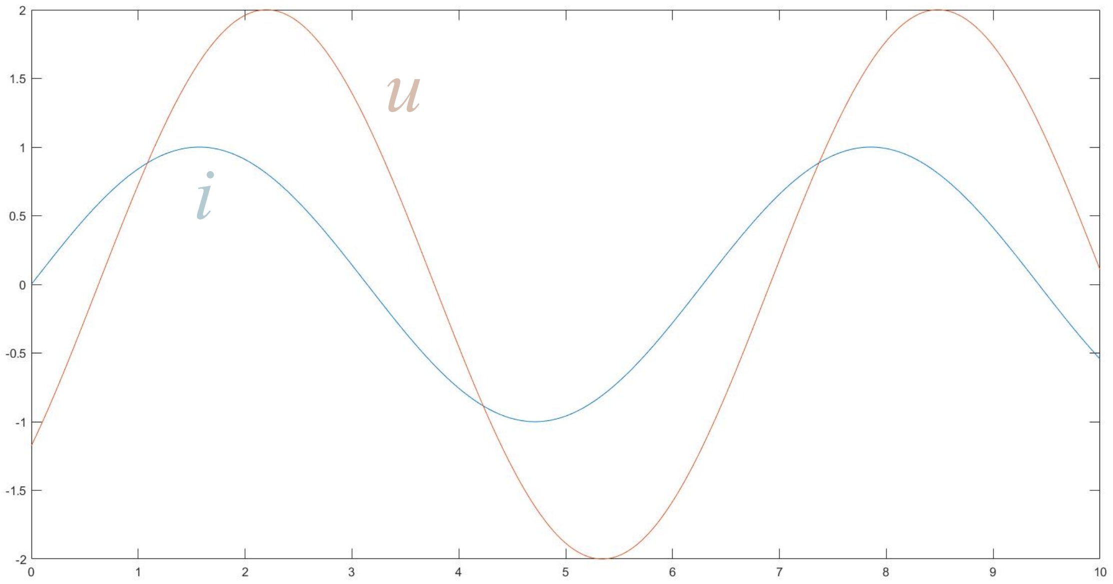
规定：$|\varphi|\leq\pi$ (180°)

若$\varphi = \psi_u - \psi_i$

- $\varphi > 0$， u超前i φ角，或i 滞后 u φ角；
- $\varphi < 0$， i 超前 u φ角，或u 滞后 i φ角。



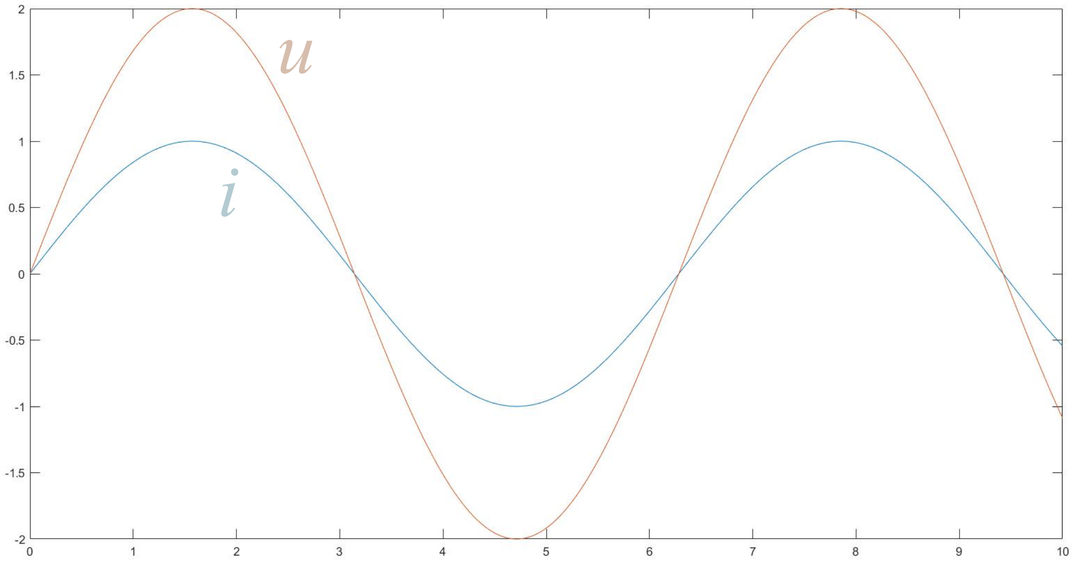
u超前i，i滞后u



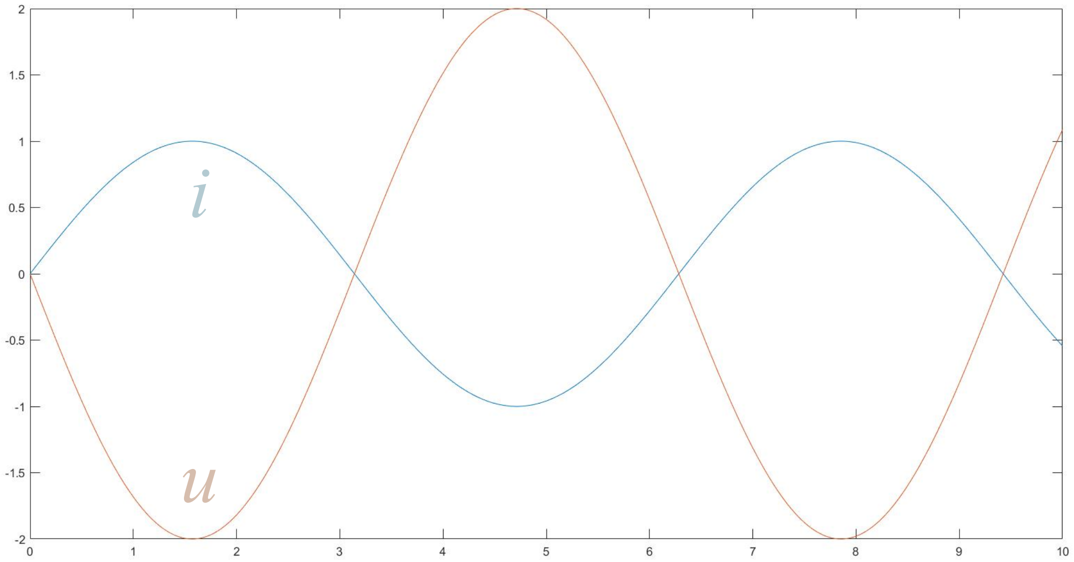
u滞后i，i超前u

特殊相位关系

- $\varphi = 0$， 同相
- $\varphi = \pm\pi/2$， 正交
- $\varphi = \pm\pi$ $(\pm 180^{o})$，反相



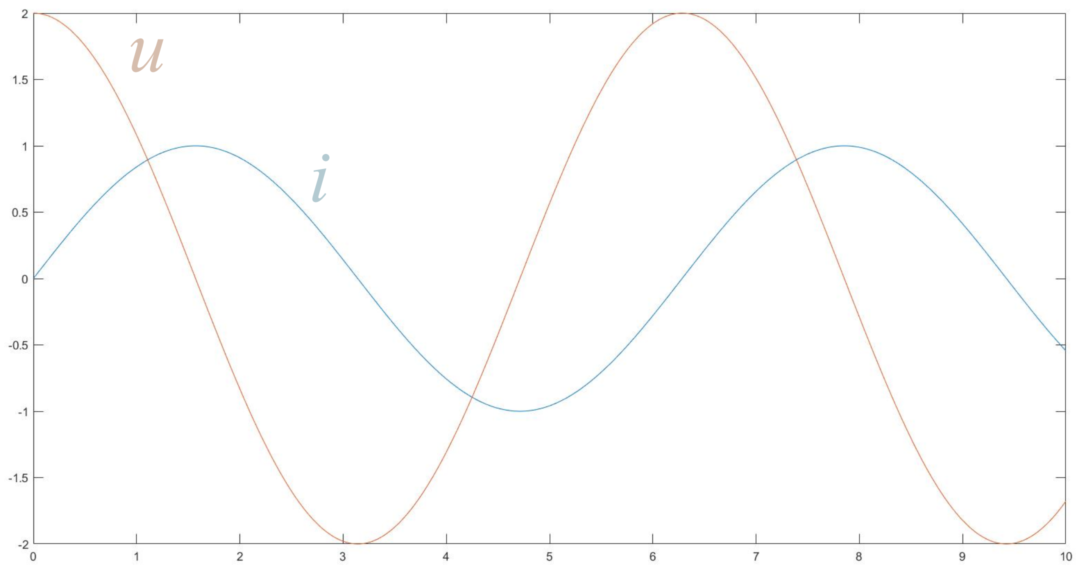
u、i同相



u、i反相

特殊相位关系

- $\varphi = 0$， 同相
- $\varphi = \pm\pi$ （$\pm 180^{o}$），反相
- $\varphi = \pm\pi/2$， 正交



u、i正交

例 指出以下正弦量的三要素。

(1) $i_1(t) = 10\cos(100\pi t + 3\pi/4)$

$i_2(t) = 10\cos(100\pi t - \pi/2)$

(2) $i_1(t) = 10\cos(100\pi t + 30^0)$

$i_2(t) = 10\sin(100\pi t - 15^0)$ $i_2(t) = 3\cos(100\pi t - 105^0)$

(3) $u_1(t) = 10\cos(100\pi t + 30^0)$

$u_2(t) = 10\cos(200\pi t + 45^0)$

(4) $i_1(t) = 5\cos(100\pi t - 30^0)$

$i_2(t) = -3\cos(100\pi t + 30^0)$ $i_2(t) = 3\cos(100\pi t - 150^0)$

例 计算下列两正弦量的相位差。

(1) $i_1(t) = 10\cos(100\pi t + 3\pi/4)$

$i_2(t) = 10\cos(100\pi t - \pi/2)$

$\phi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4$ $\rightarrow$ $\phi = 5\pi/4 - \pi = -3/4\pi$

(2) $i_1(t) = 10\cos(100\pi t - 30^0)$

$i_2(t) = 10\sin(100\pi t - 15^0)$ $\qquad i_2(t) = 3\cos(100\pi t - 105^0)$

$\rightarrow$ $\phi = -30^0 - (-105^0) = 75^0$

(3) $u_1(t) = 10\cos(100\pi t + 30^0)$ $\qquad \omega_1 \neq \omega_2$

$u_2(t) = 10\cos(200\pi t + 45^0)$

不能比较相位差

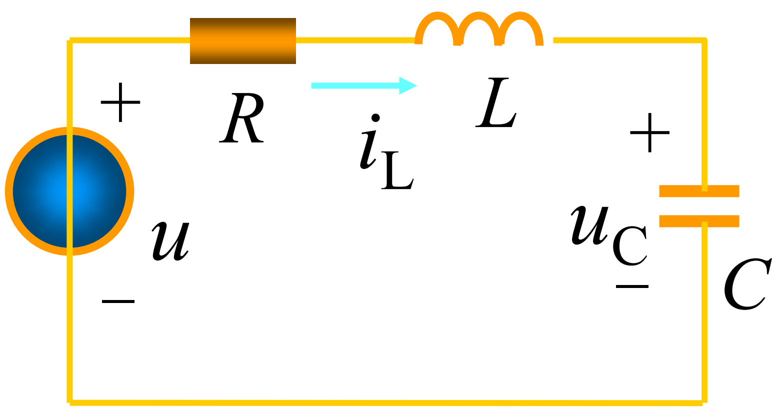
(4) $i_1(t) = 5\cos(100\pi t - 30^0)$ $\qquad i_2(t) = 3\cos(100\pi t - 150^0)$

$i_2(t) = -3\cos(100\pi t + 30^0)$

$\rightarrow$ $\phi = -30^0 - (-150^0) = 120^0$

8.3 相量法的基础

1. 问题的提出



$$u_R + u_L + u_C = u(t)$$

如果电压都是正弦量，则KCL、KVL方程运算为正弦量的相加

$$u_R = \sqrt{2}U_1 \cos(\omega t + \psi_1)$$

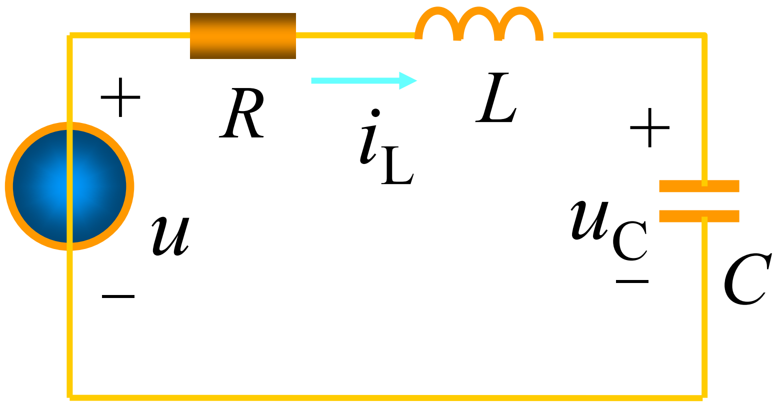
$$u_L = \sqrt{2}U_2 \cos(\omega t + \psi_2)$$

$$u_c = \sqrt{2}U_3 \cos(\omega t + \psi_3)$$

+

相量法的基础

1. 问题的提出



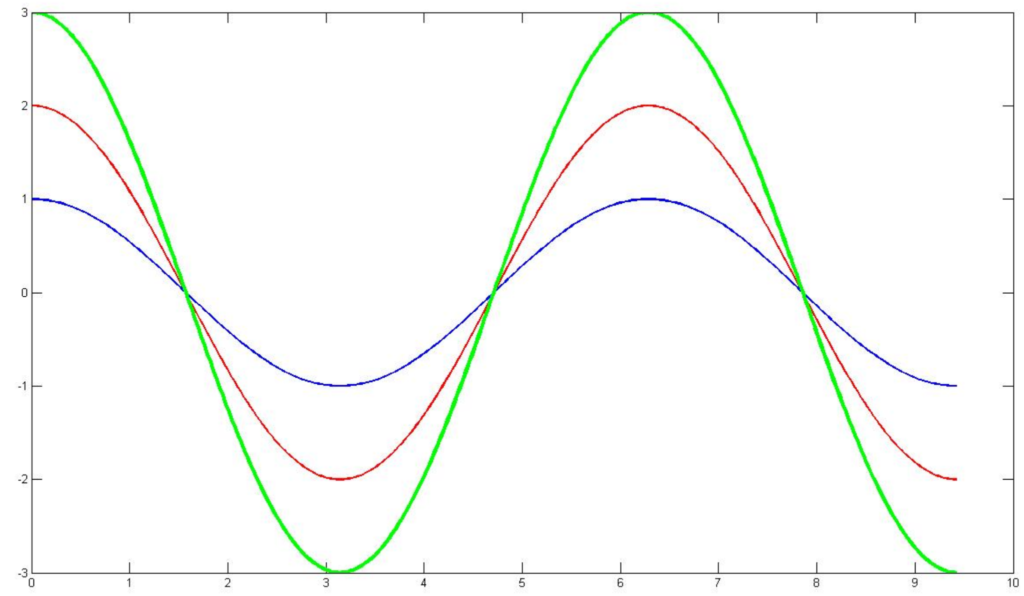
$$u_R + u_L + u_C = u(t)$$

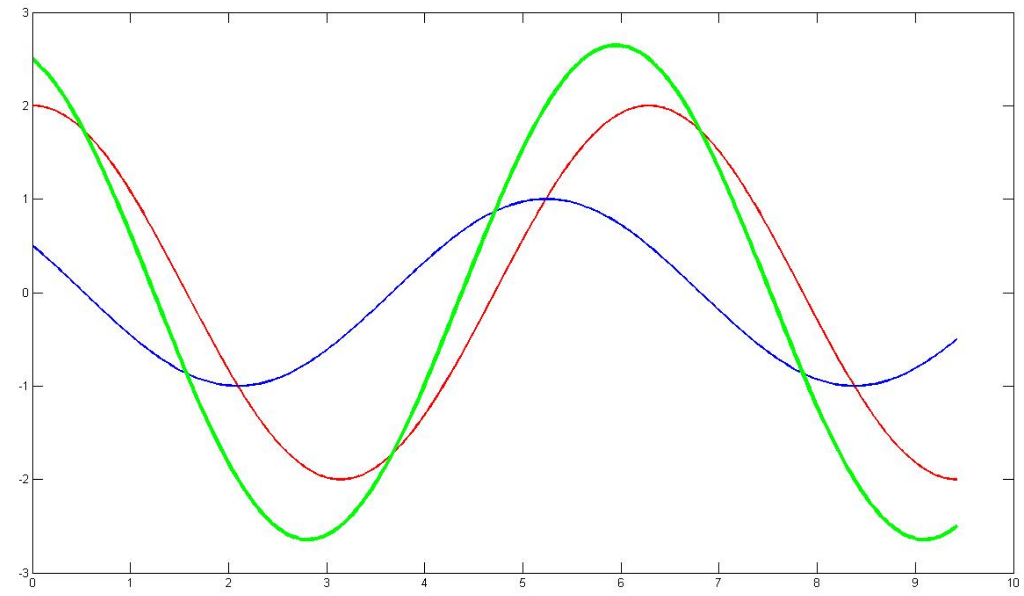
如果电流是正弦量，则电感、电容的VCR为微分或积分运算，为正弦量的微分、积分

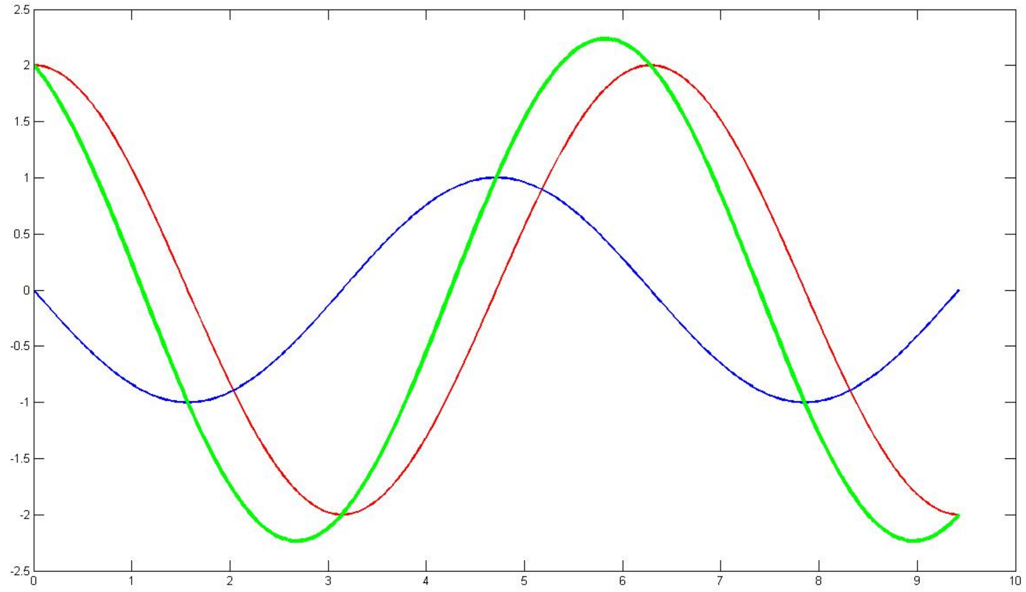
$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_1) \qquad u_L = L\frac{di}{dt} \qquad u_C = \frac{1}{C}\int i dt$$

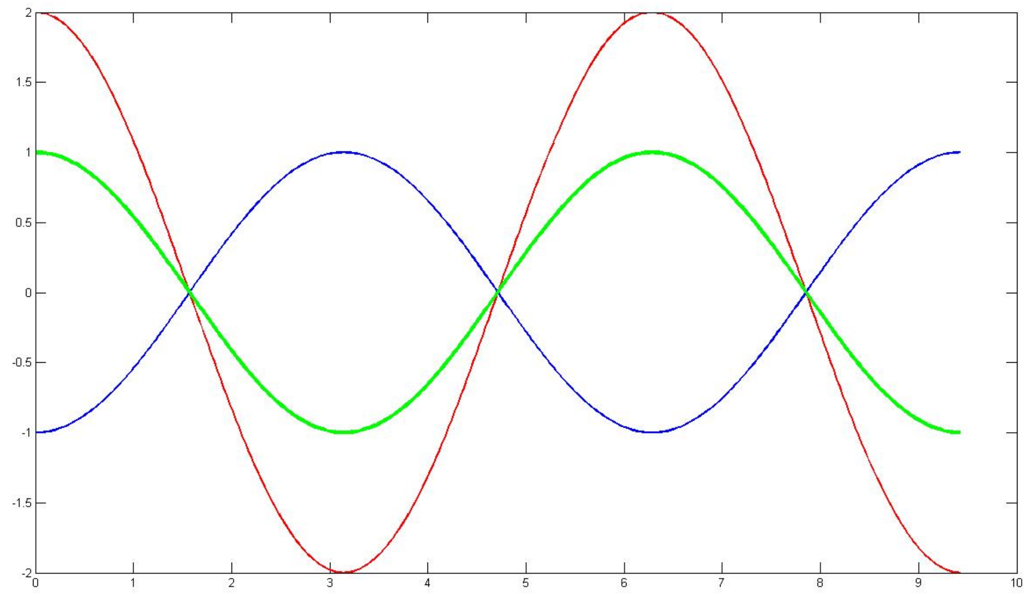
$$R\sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_1) + L\frac{d(\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_1))}{dt} + \frac{1}{C}\int \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_1)dt$$
$$=\sqrt{2}U\cos(\omega t + \psi_u)$$

正弦量的加法方法之一：作图 ——繁琐，不精确









结论　　同频的正弦量相加仍得到同频的正弦量，所以，只需确定初相位和有效值。因此采用

正弦量 $\longleftrightarrow$ 复数

2. 正弦量的相量表示

造一个复函数 $F(t)=\sqrt{2}Ie^{\mathrm{j}(\omega t+\psi)}$

$$=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\Psi)+\mathrm{j}\sqrt{2}I\sin(\omega t+\psi)$$

$$i(t)=\mathrm{Re}[F(t)]=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi)$$

$$=Re\left[\sqrt{2}Ie^{\mathrm{j}(\omega t+\psi)}\right]=Re\left[\sqrt{2}\,\overbrace{\underline{Ie^{\mathrm{j}\psi}}}^{\text{复常数}}\,e^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$$=Re\left[\sqrt{2}\,\dot{I}\,e^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

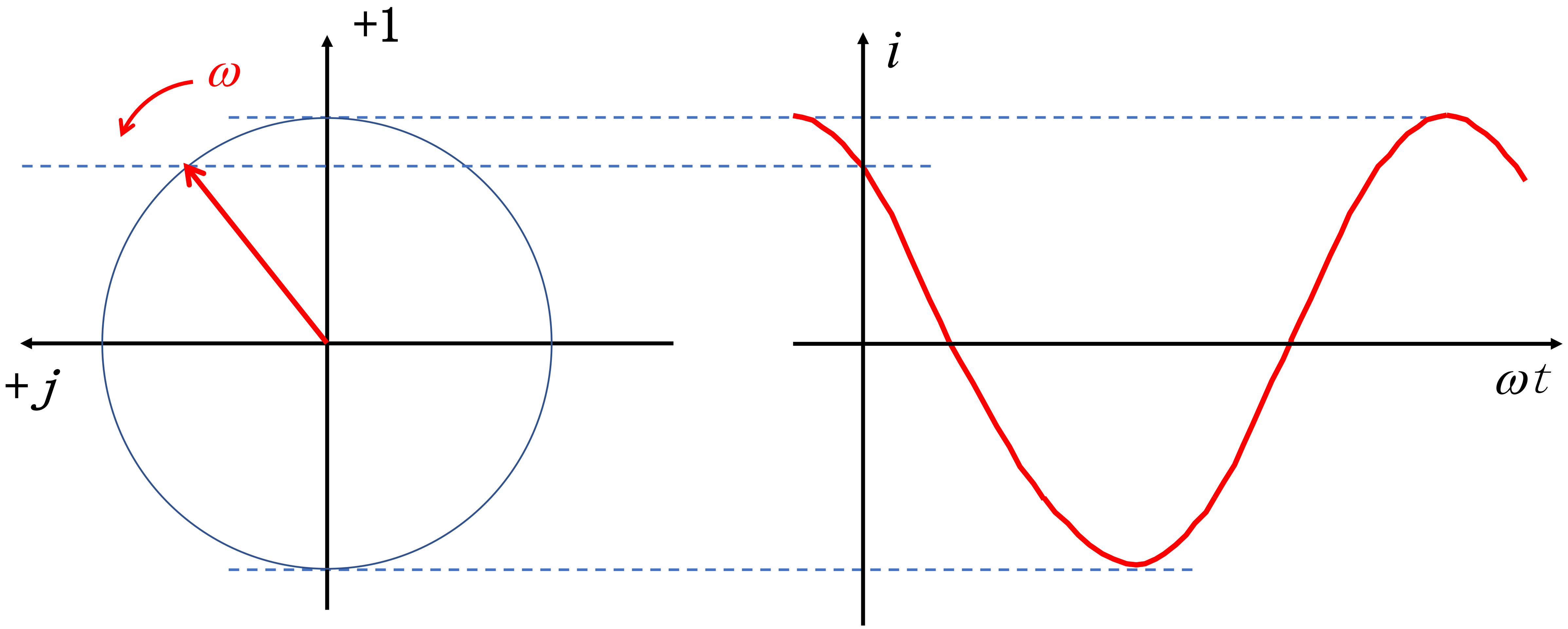
结论 $i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi)\Leftrightarrow\dot{I}=Ie^{\mathrm{j}\psi}=I\angle\psi$

$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi) \Leftrightarrow \dot{I}=I\angle\psi$$ ——**相量**

$$\begin{cases}\text{相量的模表示正弦量的有效值} \\ \text{相量的幅角表示正弦量的初相位}\end{cases}$$

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta) \Leftrightarrow \dot{U}=U\angle\theta$$



+1
ω
+j
i
ωt

例1　已知　$i = 141.4\cos(314t + 30^{\circ})\mathrm{A}$

$u = 311.1\cos(314\mathrm{t} - 60^{\circ})\mathrm{V}$

试用相量表示$\dot{I}$，$\dot{U}$.

解　$\dot{I} = 100\angle 30^{\circ}\mathrm{A}$,　$\dot{U} = 220\angle -60^{\circ}\mathrm{V}$

例2　试写出电流的瞬时值表达式。

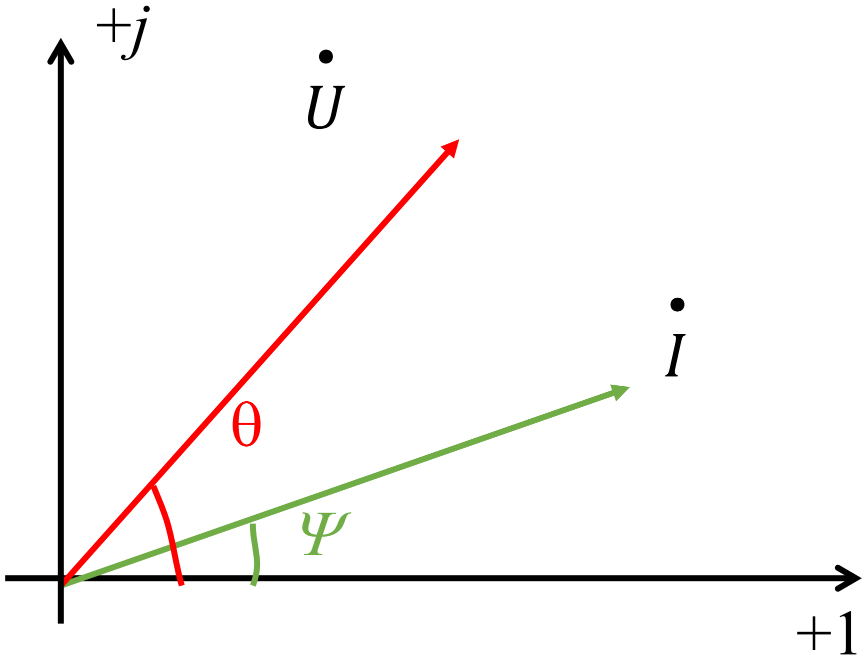
$\dot{U} = 50\angle 15^{\circ}\mathrm{V}$,　$f = 50Hz$

解　$u = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^{\circ})$

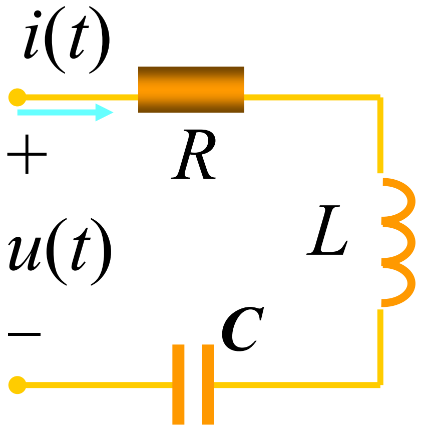
相量图 → 在复平面上用向量表示相量的图

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \rightarrow \dot{I} = I\angle\Psi$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta) \rightarrow \dot{U} = U\angle\theta$$



例



$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$$

$$u(t)=Ri+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t$$

用相量运算： $\dot{U}=R\dot{I}+\mathrm{j}\omega L\dot{I}+\dfrac{\dot{I}}{\mathrm{j}\omega C}$

相量法的优点

①把时域问题变为复数问题；

②把微积分方程的运算变为复数方程运算；

③可以把直流电路的分析方法直接用于交流电路。

注意

- 相量法只适用于激励为同频正弦量的非时变线性电路。
- 相量法用来分析正弦稳态电路。

电路定律的相量形式

1. KCL、KVL （同频率正弦量的加减）

$$u_1(t) = \sqrt{2}\ U_1 \cos(\omega\, t + \Psi_1) = \mathrm{Re}(\sqrt{2}\dot{U}_1 e^{j\omega\, t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2}\ U_2 \cos(\omega\, t + \Psi_2) = \mathrm{Re}(\sqrt{2}\dot{U}_2 e^{j\omega\, t})$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = \mathrm{Re}(\sqrt{2}\dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \mathrm{Re}(\sqrt{2}\dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$= \mathrm{Re}(\sqrt{2}\dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2}\dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \mathrm{Re}(\sqrt{2}(\dot{U}_1 + \dot{U}_2) e^{j\omega t})$$

相量关系为： $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$

同理： $i_1 \pm i_2 = i_3 \quad \Leftrightarrow \quad \dot{I}_1 \pm \dot{I}_2 = \dot{I}_3$

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30°)$ V 求 $u = u_1 + u_2$

$u_2(t) = 8\sqrt{2}\cos(314t - 60^{o})$ V

解： $\dot{U}_1 = 6\angle 30^{o}$ V $\dot{U}_2 = 8\angle -60^{o}$V

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30° + 8\angle -60°$$

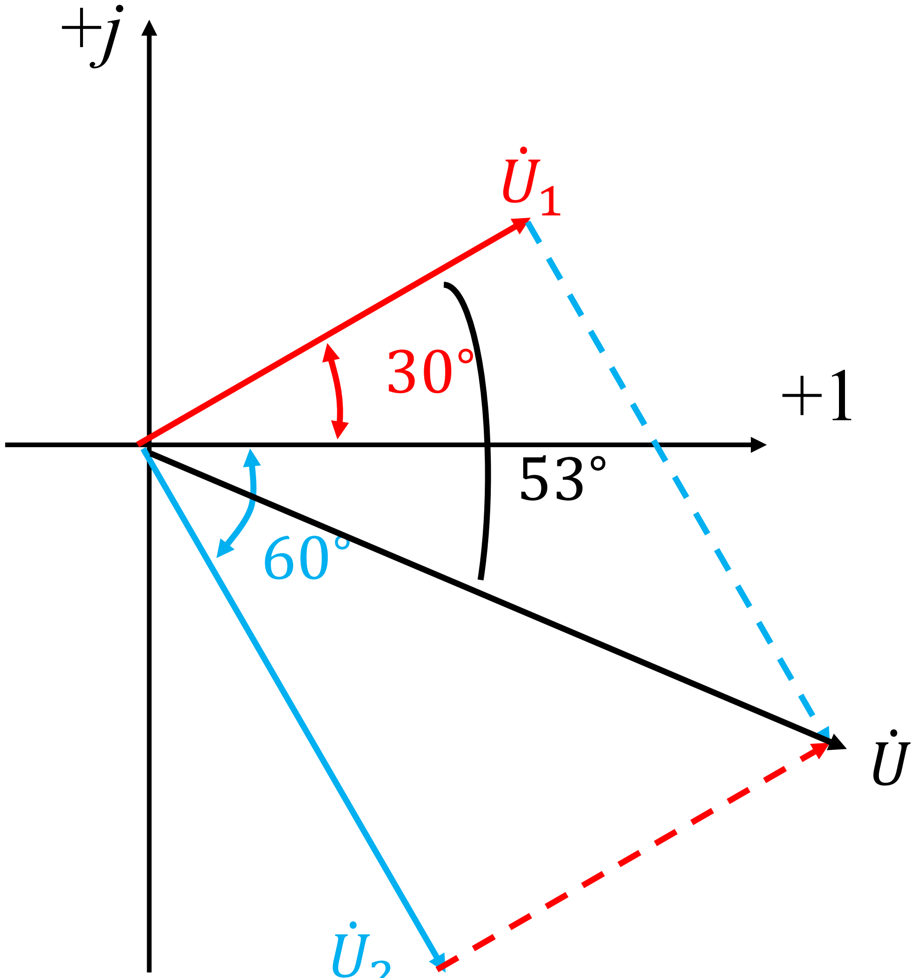
$$= 5.19 + \mathrm{j}3 + 4 - \mathrm{j}6.93 \quad = 9.19 - \mathrm{j}3.93$$

$$= 10\angle -23^{o}\ \mathrm{V}$$

$\therefore$ $u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 10\sqrt{2}\cos(314t - 23^{o})$ V

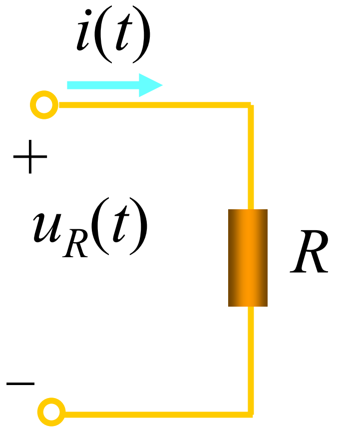
借助相量图计算

$\dot{U}_1 = 6\angle 30^{\circ}\ \mathrm{V}$　　　　$\dot{U}_2 = 8\angle{-60^{\circ}}\mathrm{V}$



$\dot{U} = 10\angle -23^{\circ}$

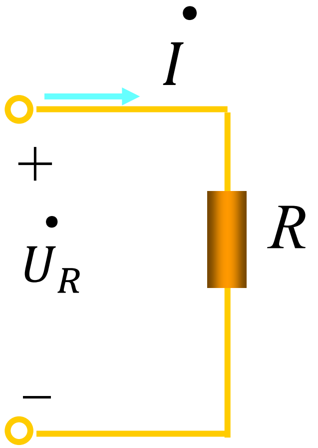
2. 电阻的VCR



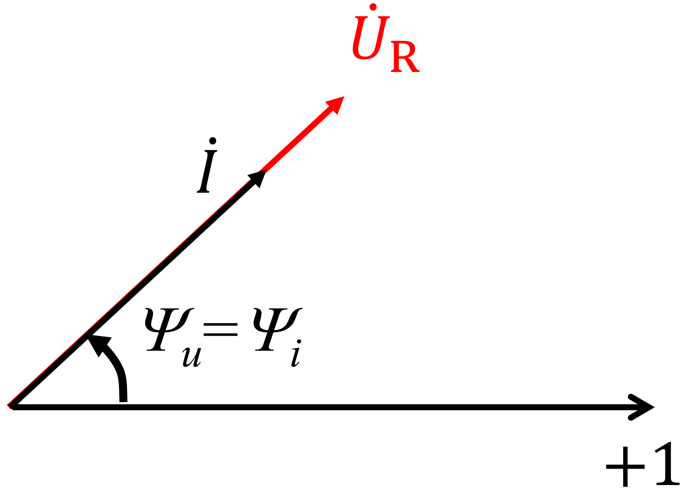
$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\Psi_i)$$

$$u_{\mathrm{R}}(t)=Ri(t)=\sqrt{2}\underbrace{RI}_{U_{\mathrm{R}}}\cos(\omega t+\underbrace{\Psi_i}_{\Psi_u})$$

$$\dot{I}=I\angle\Psi_i \qquad \dot{U}_{\mathrm{R}}=RI\angle\Psi_i$$



$$\dot{U}_{\mathrm{R}}=R\dot{I}$$



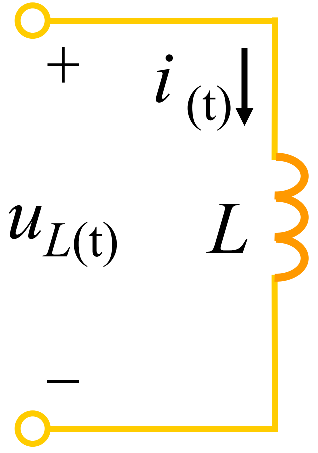
瞬时功率

$$p_{\mathrm{R}} = u_{\mathrm{R}} i \quad = \sqrt{2} U_{\mathrm{R}} \sqrt{2} I \cos^2(\omega\ t + \Psi_i)$$

$$= U_{\mathrm{R}} I [1 + \cos 2\,(\omega\ t + \Psi_i)]$$

瞬时功率以2ω交变，始终大于零，表明电阻始终吸收功率

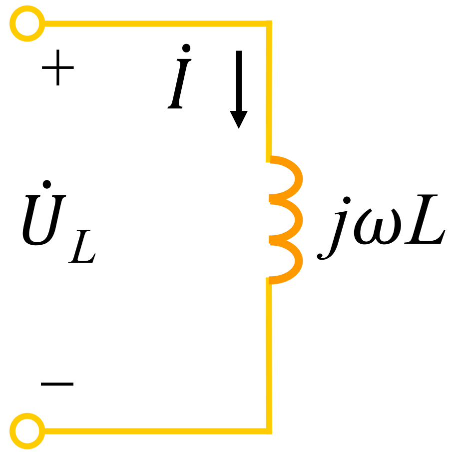
3. 电感的VCR



$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \Psi_i)$$

$$= \sqrt{2}\underbrace{\omega LI}_{U_\mathrm{L}} \cos(\omega t + \underbrace{\Psi_i + \frac{\pi}{2}}_{\Psi_u})$$



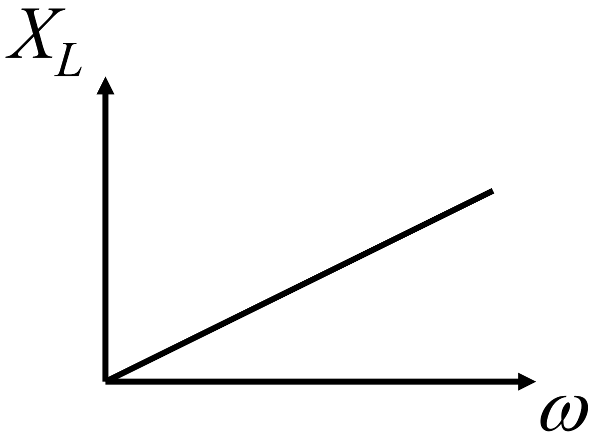
$$\dot{I} = I\angle\Psi_i \qquad \dot{U}_L = \omega L I\angle \Psi_i + \pi/2$$

$$\dot{U}_L = \mathrm{j}\omega L\dot{I} = \mathrm{j}X_L\dot{I}$$

$X_L = \omega L = 2\pi f L$———感抗，Ω (欧姆)

$X_L=\omega L=2\pi fL$，——感抗，Ω (欧姆)

$B_L=-1/\omega L=-1/2\pi fL$，——感纳，S

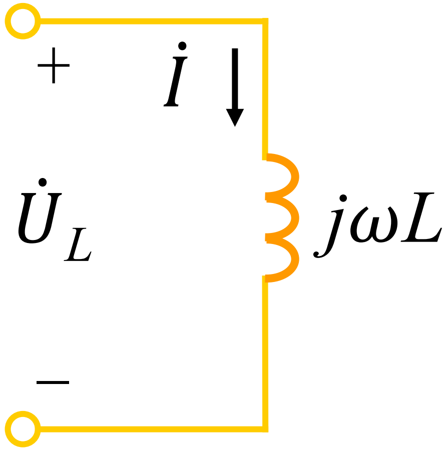


感抗的性质:

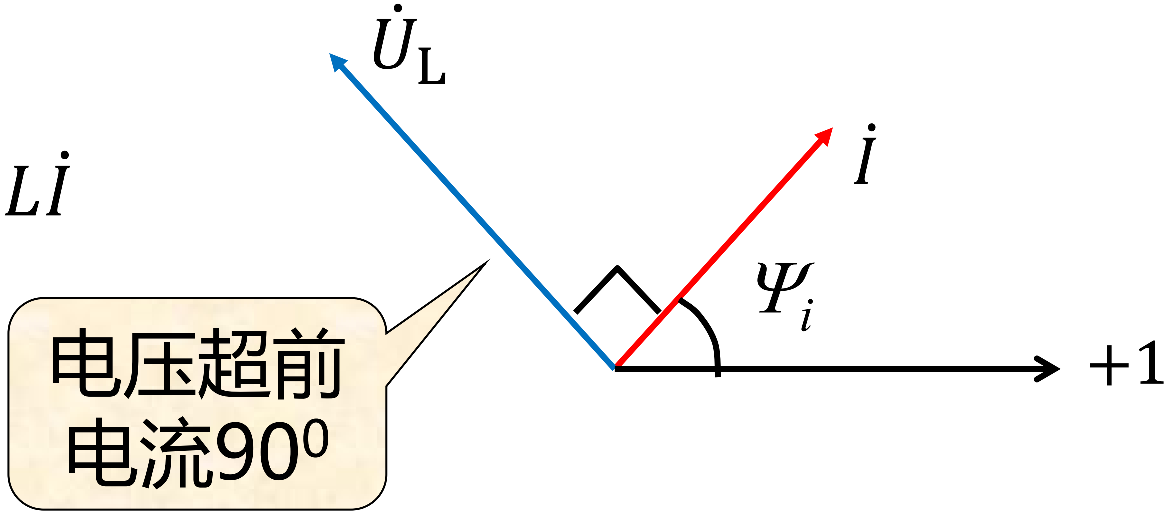
①表示限制电流的能力；

②感抗和频率成正比。 直流：$\omega=0$，$X_L=0$，相当于短路。

ω越大，X_L越大

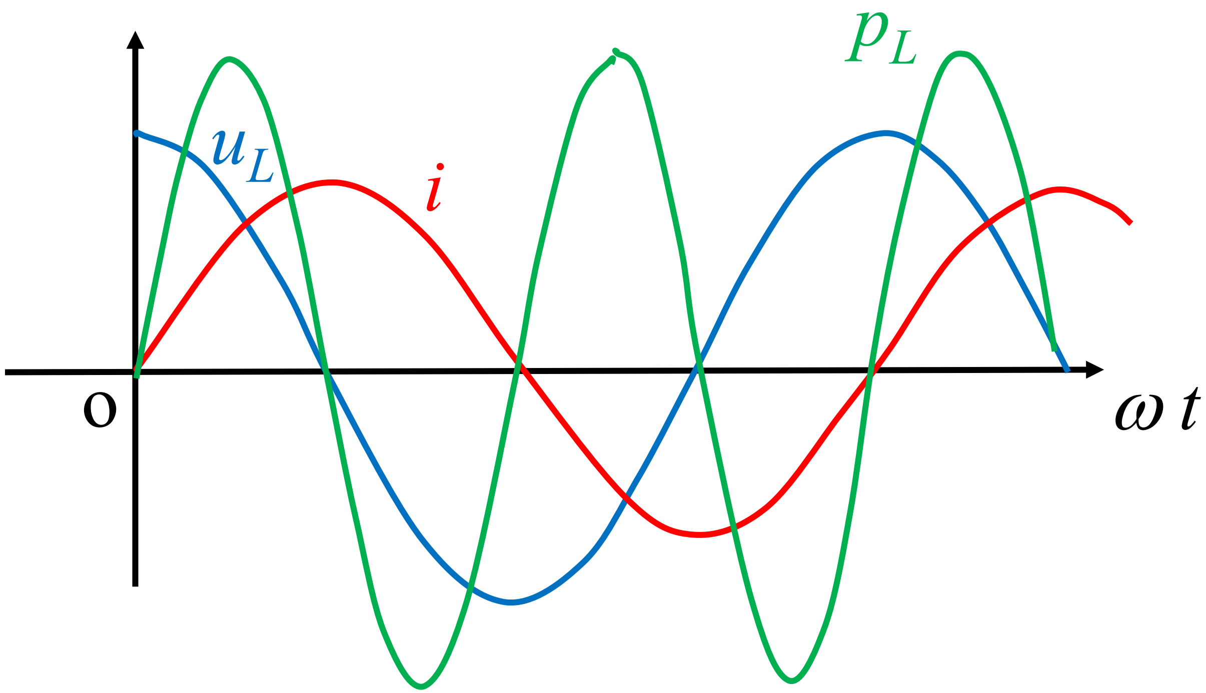


$$\dot U=\mathrm{j}X_L\dot I=\mathrm{j}\omega L\dot I$$



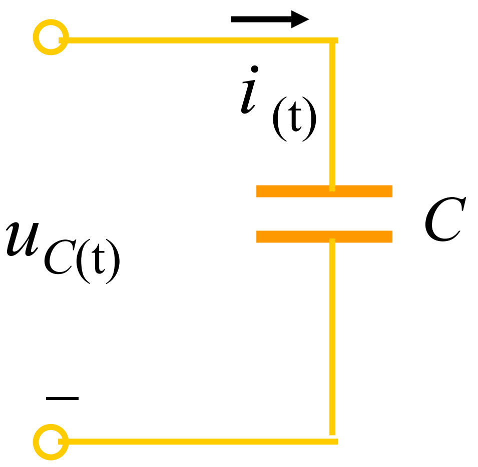
功率：$$p_{\mathrm{L}} = u_{\mathrm{L}} i = U_{\mathrm{Lm}} I_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i)$$

$$= U_{\mathrm{L}} I \sin 2(\omega t + \Psi_i)$$



瞬时功率以2ω交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消，表明电感只储能不耗能。

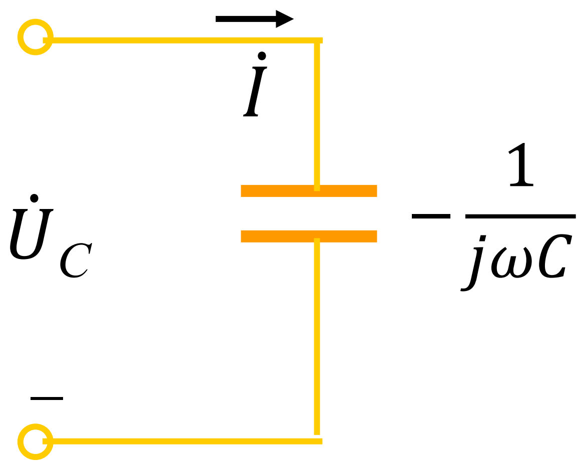
4. 电容的VCR



$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\Psi_u)$$

$$i_C(t)=C\frac{du(t)}{dt}=-\sqrt{2}\omega CU\sin(\omega t+\Psi_u)$$

$$=\underbrace{\sqrt{2}\omega CU}_{U_C}\cos(\omega t+\underbrace{\Psi_u+\frac{\pi}{2}}_{\Psi_u})$$



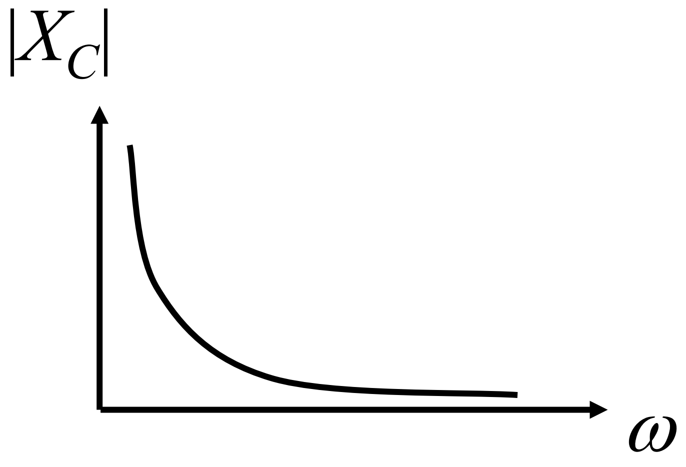
$\dot{U}=U\angle\Psi_u$ $\qquad$ $\dot{I}_C=\omega CU\angle\Psi_u+\pi/2$

$$\dot{U}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}=\mathrm{j}X_C\dot{I}$$

$X_C=-\frac{1}{\omega C}$, ——容抗，Ω(欧姆)

$X_C = -1/\omega C$，——容抗， Ω

$B_C = \omega C$，——容纳， S



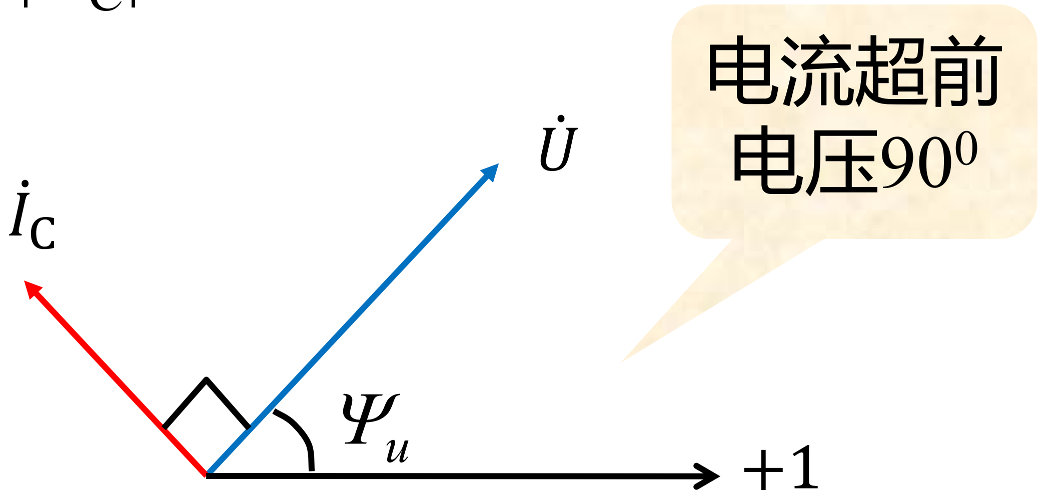
容抗和频率成反比

$\omega \to 0$，$|X_C| \to \infty$ 直流开路(隔直)

$\omega \to \infty$，$|X_C| \to 0$ 高频短路

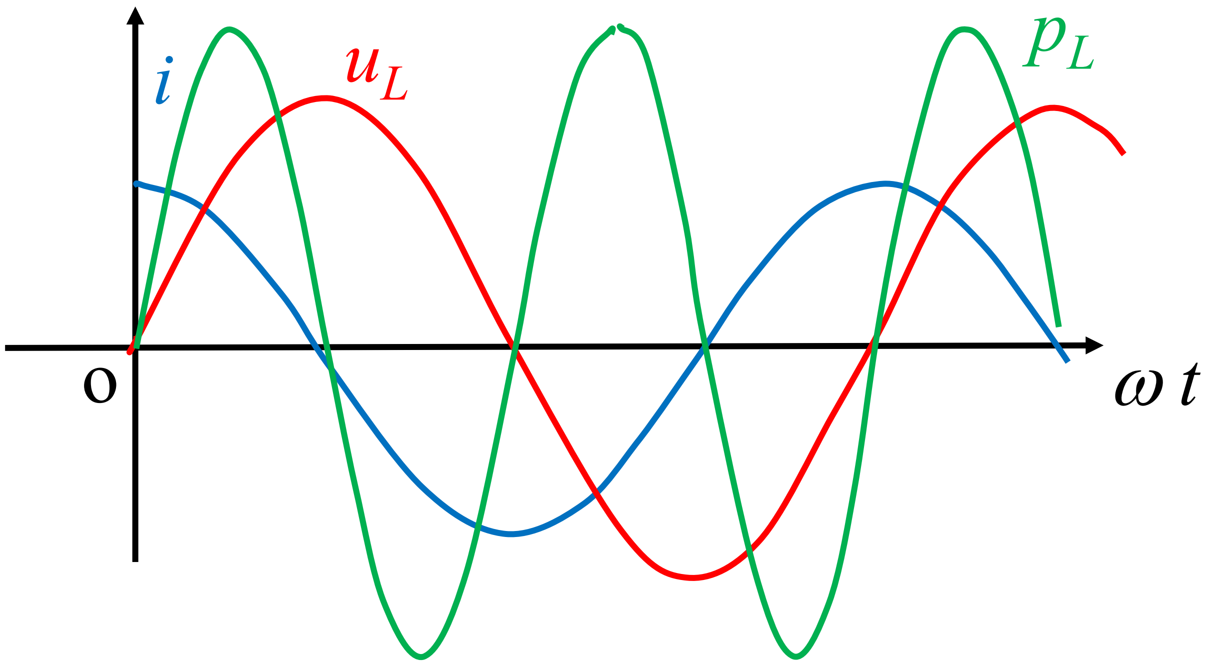
$$\dot{U} = \mathrm{j}X_C\dot{I} = -\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

$$\dot{I} = \mathrm{j}B_C\dot{U} = \mathrm{j}\omega C\dot{U}$$



功率： $p_C = ui_C = 2UI_C\cos(\omega t + \Psi_u)\sin(\omega t + \Psi_u)$

$$= UI_C \sin 2(\omega t + \Psi_u)$$



瞬时功率以2ω交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消，表明电容只储能不耗能。

例1　试判断下列表达式的正、误。

1. $U = \omega L I$ ✗

2. $i = 5\cos\omega t \neq 5\angle 0^0$

3. $\dot{I}_{\mathrm{m}} = \mathrm{j}\omega \dot{U}_{\mathrm{m}}$ ✗

4. $X_{\mathrm{L}} = \dfrac{U}{I} = \dfrac{U_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{m}}}$ ✗

5. $\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{C}}}{\dot{I}_{\mathrm{C}}} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}$ ✗

6. $\dot{U}_{\mathrm{L}} = \mathrm{j}\omega L \dot{I}_{\mathrm{L}}$ ✓

7. $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ ✗

例2　某无源元件的输入端电压和电流分别为:

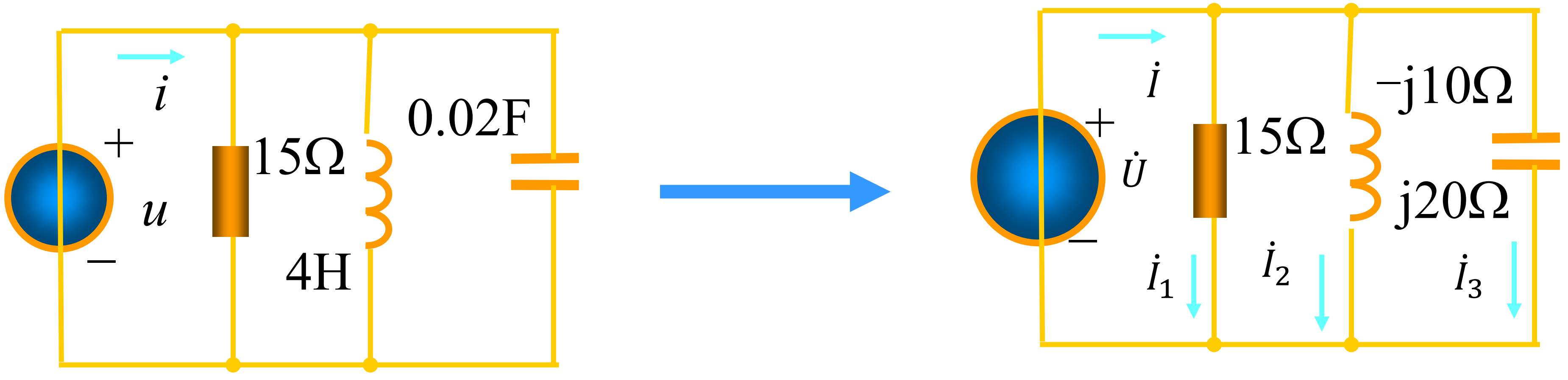
①$u = 220\sqrt{2}\,cos(314t + 20°)\,V$，$i = 4.4\sqrt{2}\,cos(314t - 70°)\,A$；

②$u = 220\sqrt{2}\,cos(314t + 20°)\,V$，$i = 4.4\sqrt{2}\,cos(314t + 110°)\,A$；

③$u = 220\sqrt{2}\,cos(314t + 20°)\,V$，$i = 4.4\sqrt{2}\,cos(314t + 20°)\,A$ 。

试求此元件参数值。

例3 已知$u = 120\sqrt{2}cos5t$，求$i_{(t)}$。



解 $\dot{U} = 120\angle 0^0$

$$\mathrm{j}X_L = \mathrm{j}4 \times 5 = \mathrm{j}20\Omega \qquad \mathrm{j}X_C = -\mathrm{j}\frac{1}{5 \times 0.02} = -\mathrm{j}10\Omega$$

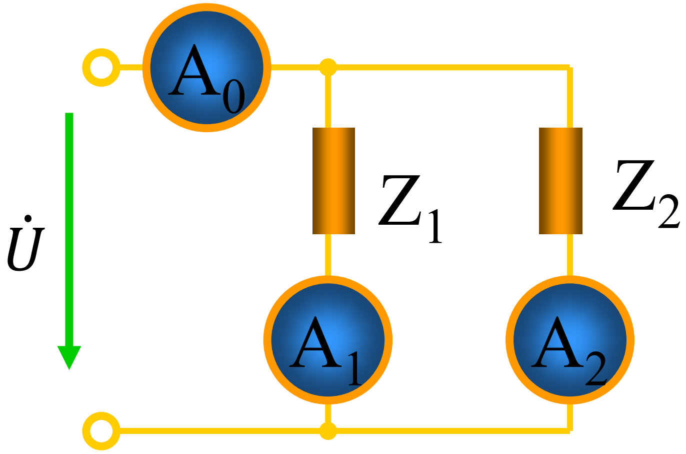
$$\dot{I} = \dot{I}_\mathrm{R} + \dot{I}_\mathrm{L} + \dot{I}_\mathrm{C} = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{\mathrm{j}X_\mathrm{L}} + \frac{\dot{U}}{\mathrm{j}X_\mathrm{C}}$$

$$= 120\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{j20} - \frac{1}{j10}\right) = 8 - j6 + j12 = 10\angle 36.9^0\mathrm{A}$$

$$i(t) = 10\sqrt{2}\cos(5t + 36.9^0)\mathrm{A}$$

例4 日光灯管（可以看做纯电阻）与镇流器（可以看做纯电感）串联到交流电压上，可看做RL串联电路。已知经过测量日光灯管电压为200V，镇流器电压为90V，电源电压为220V。试解释该现象。若电流为5A，试求灯管和镇流器的等效参数值。

例5 已知电流表读数： $A_1 = 8\text{A}$ $A_2 = 6\text{A}$

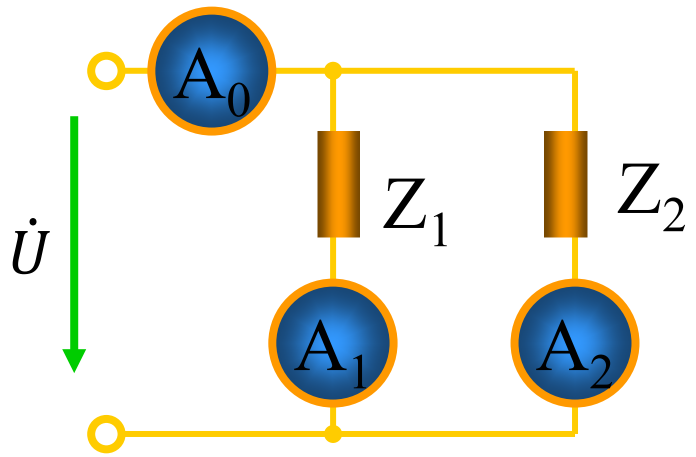


① 若 $Z_1 = R$， $Z_2 = jX_C$ $A_0 = ?$

② 若 $Z_1 = R$， Z_2 为何参数时

$A_0 = I_{0\max} = ?$

例5 已知电流表读数：A_1 = 8A　A_2 = 6A



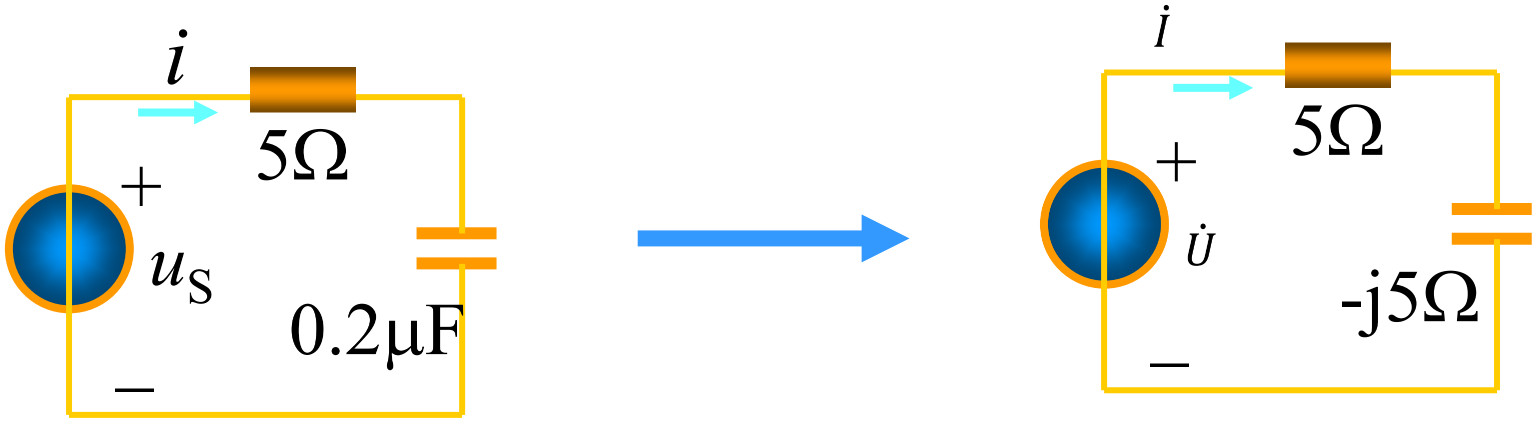
③ 若$Z_1 = jX_L$，Z_2为何参数时

$A_0 = I_{0\min}$=?

④ 若$Z_1 = jX_L$，Z_2为何参数时

$A_0 = A_1$　A_2 = ?

例6　已知$i = 5\sqrt{2}\cos(10^6 t + 15^\circ)$，求$u_{s(t)}$。



解　$\dot{I} = 5\angle 15^0$

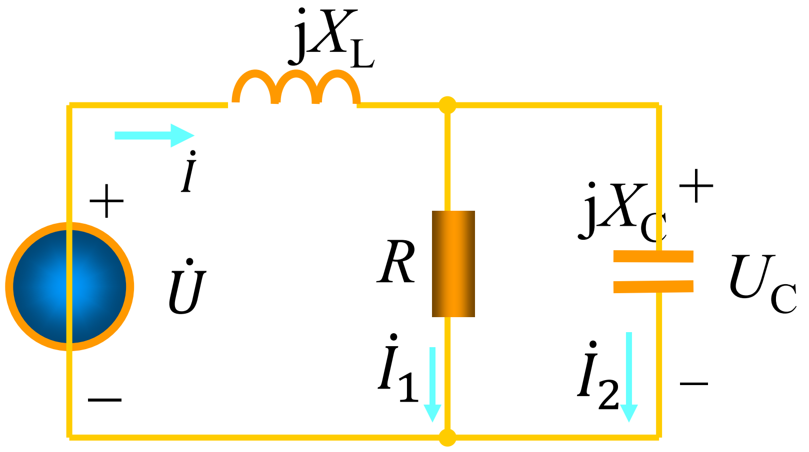
$$\mathrm{j}X_C = -\mathrm{j}\frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -\mathrm{j}5\Omega$$

$$\dot{U}_S = \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^0(5 - \mathrm{j}5)$$

$$= 5\angle 15^0 \times 5\sqrt{2}\angle -45^0 = 25\sqrt{2}\angle -30^0\mathrm{V}$$

$$u_{s(t)} = 25\cos(10^6 t - 30^0)\mathrm{V}$$

例7　图示电路$I_1=I_2=5$A，$U=50$V，总电压与总电流同相位，求I、R、X_C、X_L。



解法1

$$\dot{I}_1 = 5\angle 0^0, \qquad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2}\angle 45^0$$

$$\dot{U} = 50\angle 45^0 = (5+j5)\times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}}(1+j)$$

令等式两边实部等于实部，虚部等于虚部

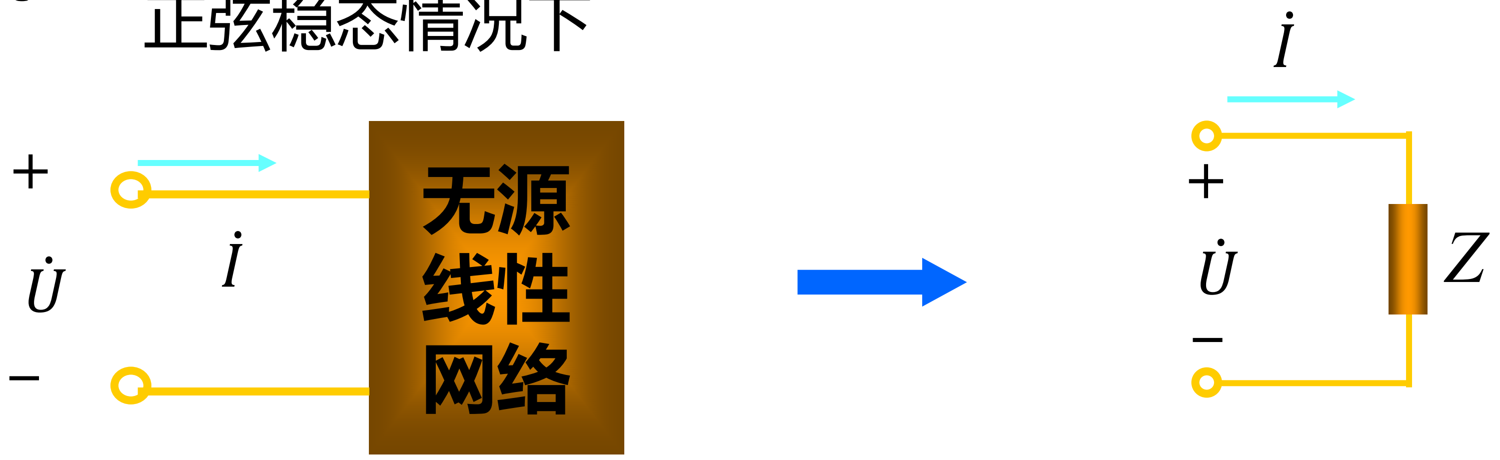
$$5X_L = 50/\sqrt{2} \Rightarrow X_L = 5\sqrt{2}$$

$$5R = \frac{50}{\sqrt{2}} + 5\times 5\sqrt{2} = 50\sqrt{2} \Rightarrow R = |X_C| = 10\sqrt{2}\Omega$$

阻抗

1. 阻抗

正弦稳态情况下

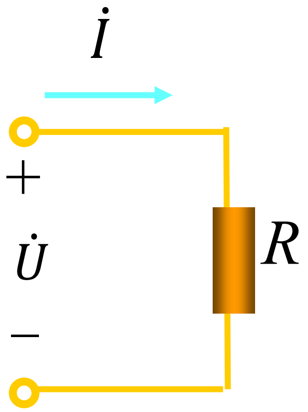


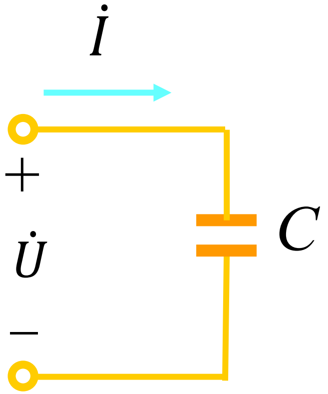
$$Z \overset{\text{def}}{=} \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z|\angle\varphi_z \Omega$$

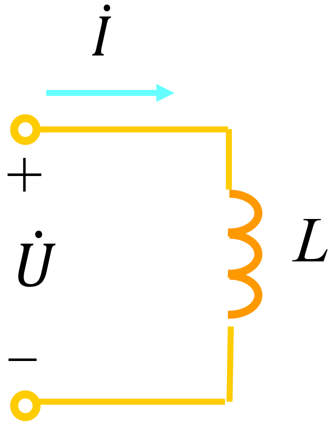
欧姆定律的相量形式

$$\begin{cases} |Z| = \dfrac{U}{I} & \text{阻抗模} \\ \phi_z = \psi_u - \psi_i & \text{阻抗角} \end{cases}$$

当无源网络内为单个元件时有：







$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R$$

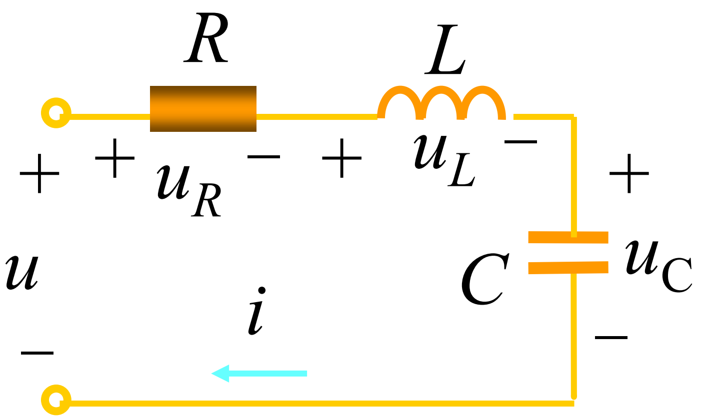
$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}=\mathrm{j}X_C$$

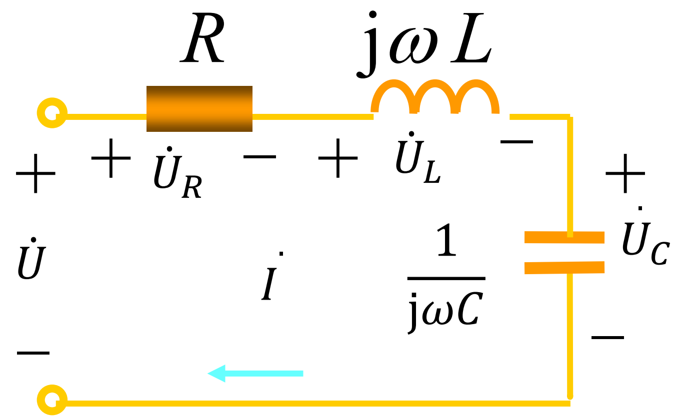
$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\mathrm{j}\omega L=\mathrm{j}X_L$$

表明　Z 可以是实数，也可以是虚数。

(实数和虚数都是复数)

2. *RLC*串联电路





KVL：

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + \mathrm{j}\omega L\dot{I} - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

$$= [R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})]\dot{I} = [R + \mathrm{j}(X_L + X_C)]\dot{I} \quad = (R + \mathrm{j}X)\ \dot{I}$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = R + \mathrm{j}X = |Z|\angle\phi_z$$

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}} \longrightarrow |Z|=\frac{U}{I} \quad \phi_z=\psi_u-\psi_i$$

Z — (复)阻抗；$|Z|$ —复阻抗的模；φ_z —阻抗角；

R —电阻(阻抗的实部)；X—电抗(阻抗的虚部)。

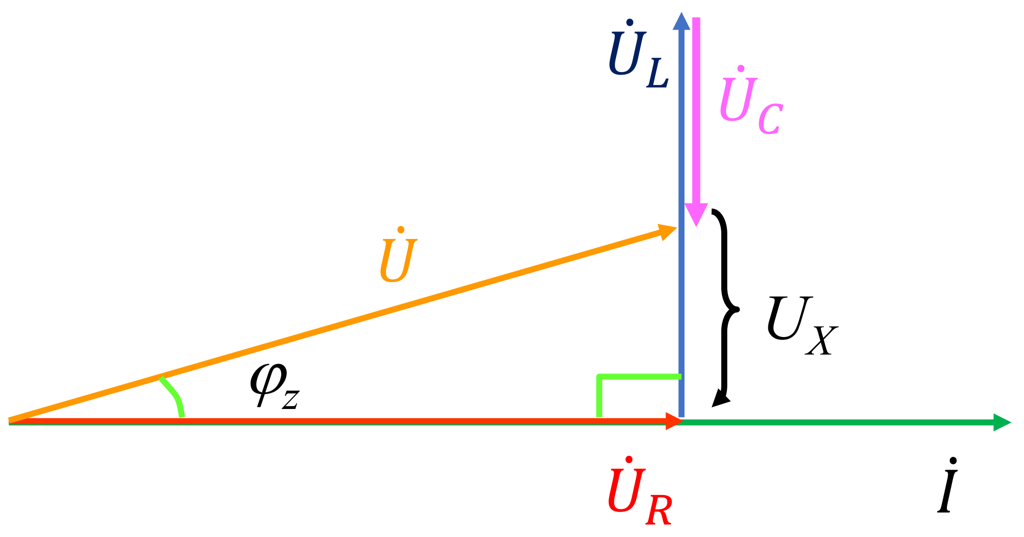
转换关系：$\begin{cases} |Z|=\sqrt{R^2+X^2} \\ \varphi_z=\arctan\dfrac{X}{R} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} R=|Z|\cos\varphi_z \\ X=|Z|\sin\varphi_z \end{cases}$

对 R、L、C 串联电路：

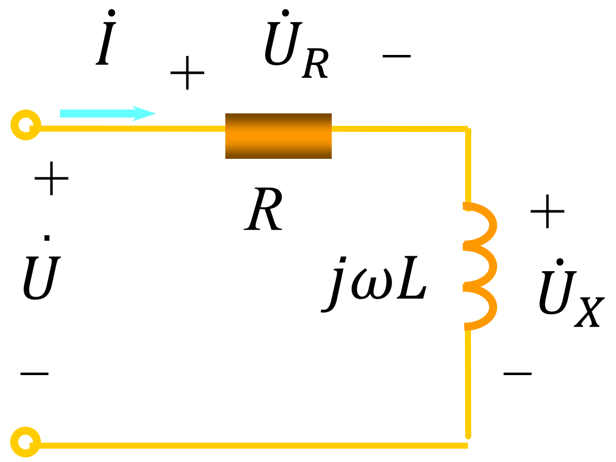
（1）$Z=R+\mathrm{j}(\omega L-1/\omega C)=|Z|\angle\varphi_z$ 为复数，称复阻抗

（2）当 $\omega L > 1/\omega C$ ，$X>0$， $\varphi_z>0$，电路为感性， 电压超前电流。

相量图：一般选电流为参考向量，

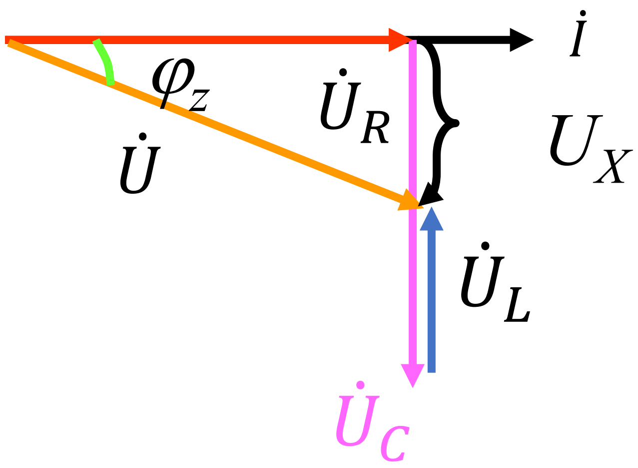


等效电路



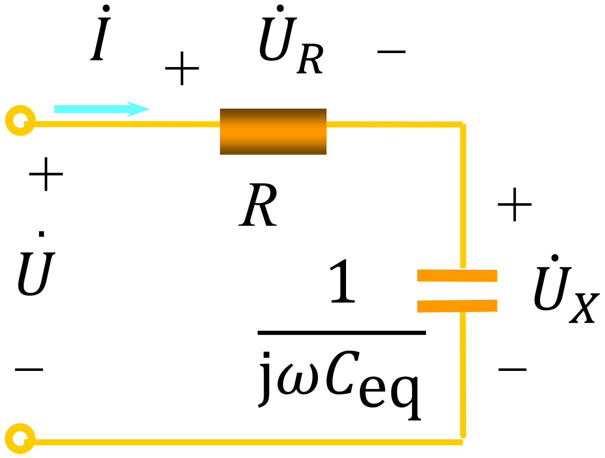
$$U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}=\sqrt{U_R^2+(U_{\mathrm{L}}-U_{\mathrm{C}})^2}$$

（3）当$\omega L<1/\omega C$， $X<0$， $\varphi_z<0$，电路为容性，电压落后电流。

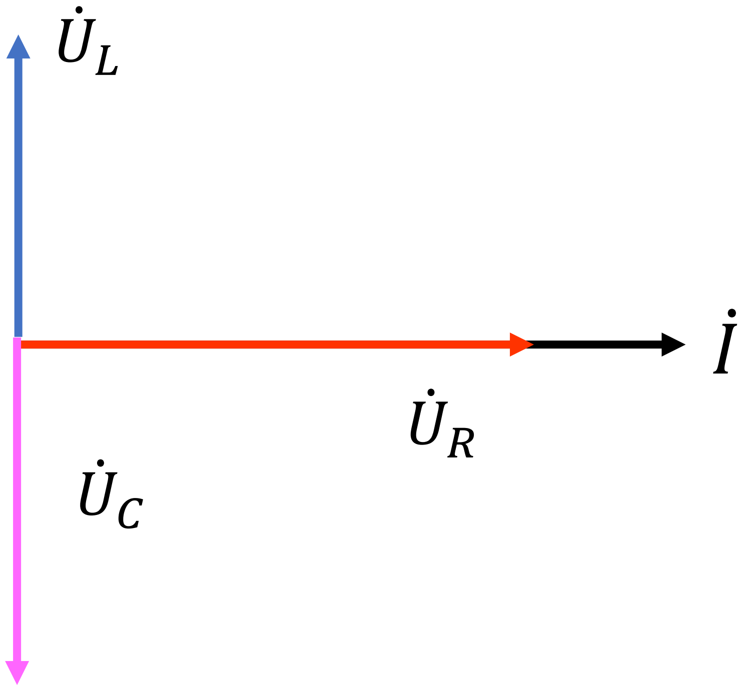


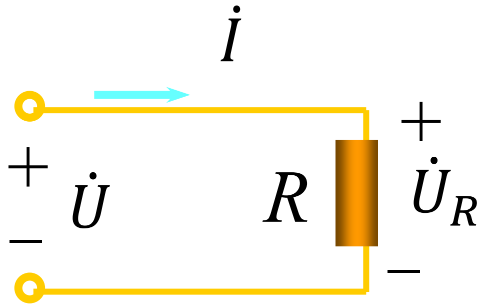
$$U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}=\sqrt{U_R^2+(U_C-U_L)^2}$$

等效电路



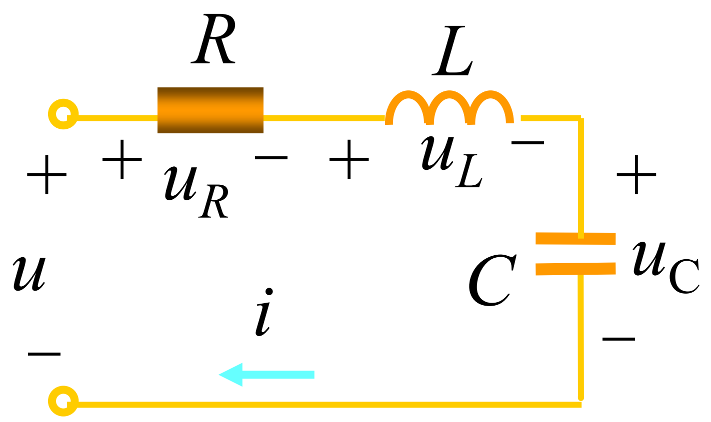
（4）当$\omega L=1/\omega C$，$X=0$，$\varphi_z=0$，电路为电阻性，电压与电流同相。

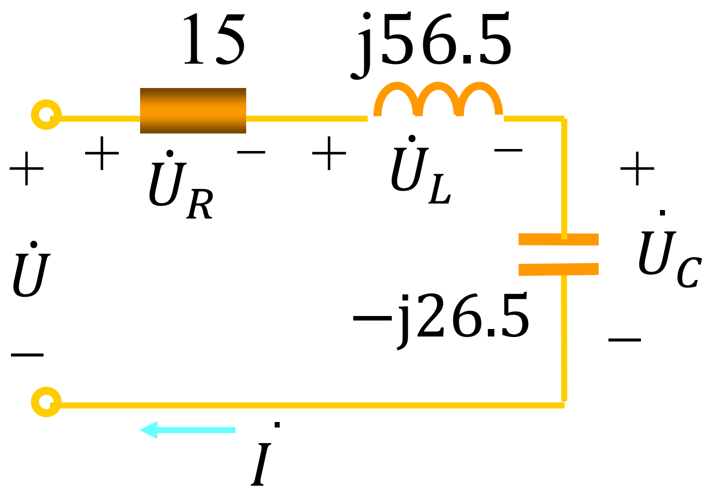




例　已知：$R=15\Omega,\ L=0.3\text{mH},\ C=0.2\mu\text{F},$　　求 i, u_R, u_L, u_C .

$u=5\sqrt{2}\cos(\omega t+60°), f=3\times10^4\text{Hz}$.





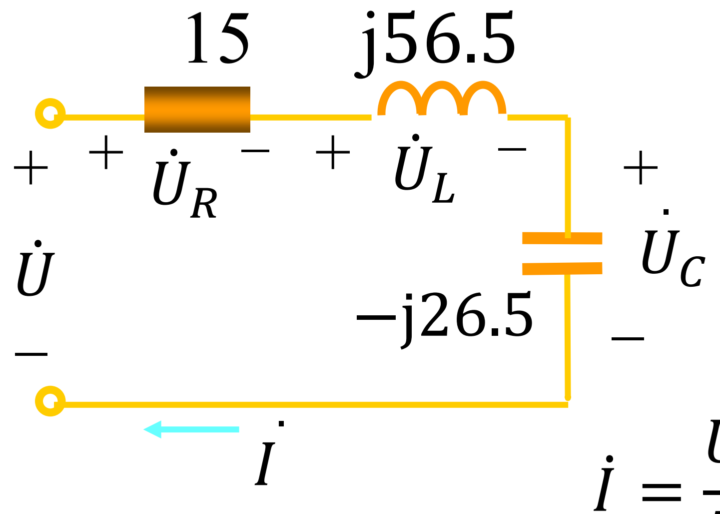
解　　首先画出相量模型

$$j\omega L=j2\pi\times3\times10^4\times0.3\times10^{-3}=j56.5\Omega$$

$$-j\frac{1}{\omega C}=-j\frac{1}{2\pi\times3\times10^4\times0.2\times10^{-6}}=-j26.5\Omega$$

例 已知：R=15Ω, L=0.3mH, C=0.2μF, 求 i, u_R, u_L, u_C .

$u = 5\sqrt{2}\cos(\omega t + 60°), f = 3 \times 10^4 \text{Hz}$.



$$\dot{U} = 5\angle 60° \text{ V}$$

$$Z = 15 + \text{j}56.5 - \text{j}26.5 = 33.54\angle 63.4^{\text{o}}\ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{5\angle 60^{\text{o}}}{33.54\angle 63.4^{\text{o}}} = 0.149\angle -3.4^{\text{o}} \text{ A}$$

$$\dot{U}_R = R\dot{I} = 15 \times 0.149\angle -3.4^{\text{o}} = 2.235\angle -3.4^{\text{o}} \text{ V}$$

$$\dot{U}_L = \text{j}\omega L\dot{I} = 56.5\angle 90^{\text{o}} \times 0.149\angle -3.4^{\text{o}} = 8.42\angle 86.4^{\text{o}} \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = -\text{j}\frac{1}{\omega \text{C}}\dot{I} = 26.5\angle -90^{\text{o}} \times 0.149\angle -3.4^{\text{o}} = 3.95\angle -93.4^{\text{o}} \text{ V}$$

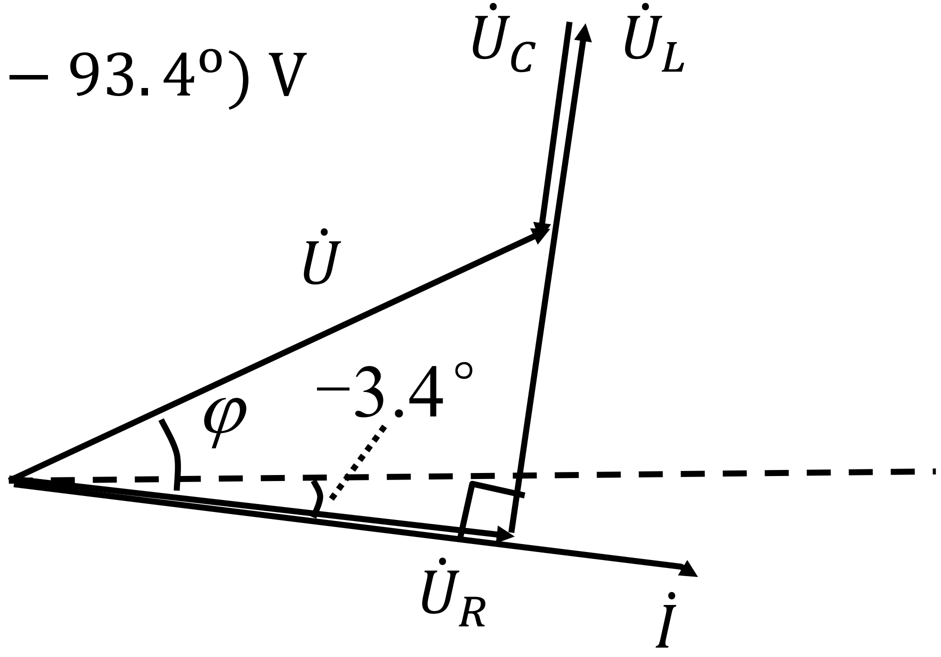
则 $$i = 0.149\sqrt{2}\cos(\omega t - 3.4^{\circ})\ \text{A}$$

$$u_R = 2.235\sqrt{2}\cos(\omega\ t - 3.4^{\circ})\ \text{V}$$

$$u_L = 8.42\sqrt{2}\cos(\omega\ t + 86.6^{\circ})\ \text{V}$$

$$u_C = 3.95\sqrt{2}\cos(\omega\ t - 93.4^{\circ})\ \text{V}$$

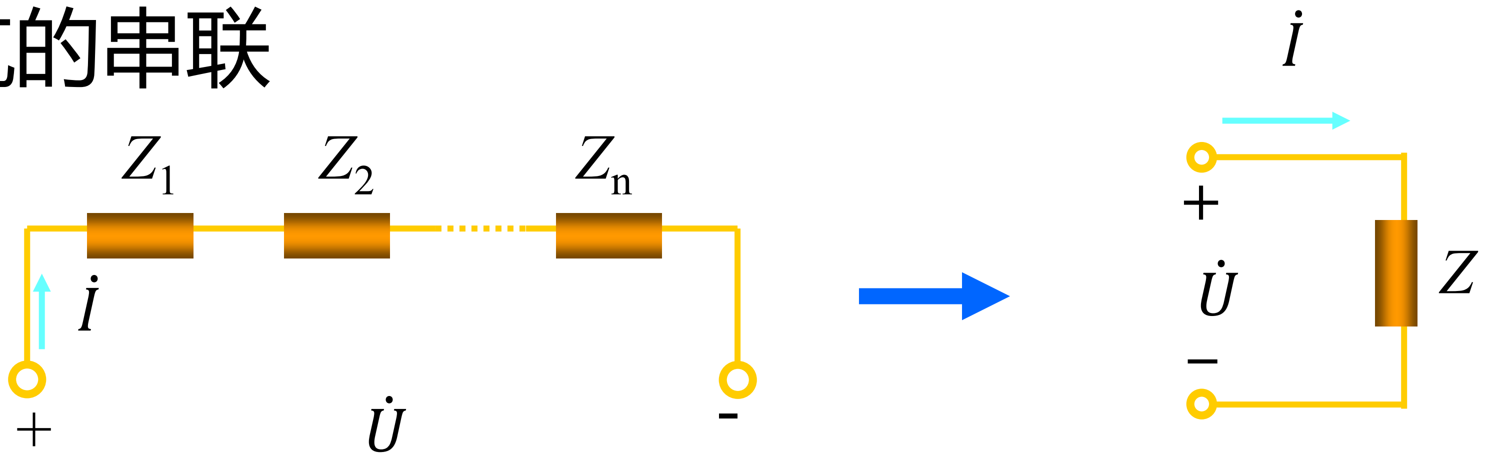
相量图



注意 U_L=8.42>U=5，分电压大于总电压。

4. 阻抗的串联和并联

①阻抗的串联

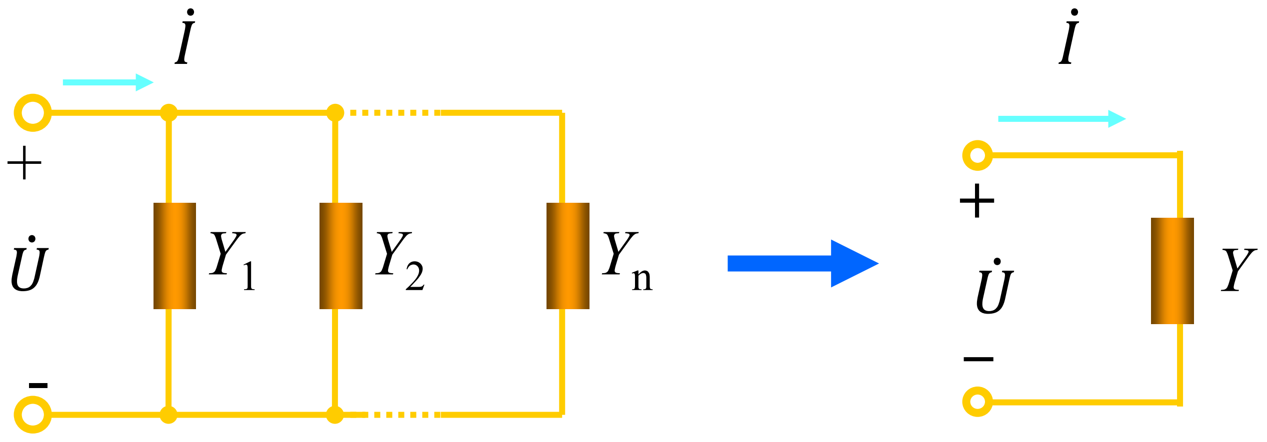


$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \cdots + \dot{U}_n = \dot{I}(Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n) = \dot{I}Z$$

$$Z = \sum_{k=1}^{n} Z_k = \sum_{k=1}^{n} (R_k + jX_k)$$

$$\dot{U}_i = \frac{Z_i}{Z}\dot{U}$$ 分压公式

②阻抗的并联



$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots + \dot{I}_n = \dot{U}(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n) = \dot{U}Y$$

$$Y = \sum_{k=1}^{n} Y_k = \sum_{k=1}^{n} (G_k + \mathrm{j}B_k)$$

$$\dot{I}_i = \frac{Y_i}{Y}\dot{I}$$ 分流公式

两个阻抗Z_1、Z_2**的并联等效阻抗为：** $Z = \dfrac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$

有一$CJ0-10A$交流接触器，其线圈数据为$380V$、$30mA$、$50Hz$，线圈电阻$1.6k\Omega$，试求线圈电感。

这是RL串联电路，其阻抗模为

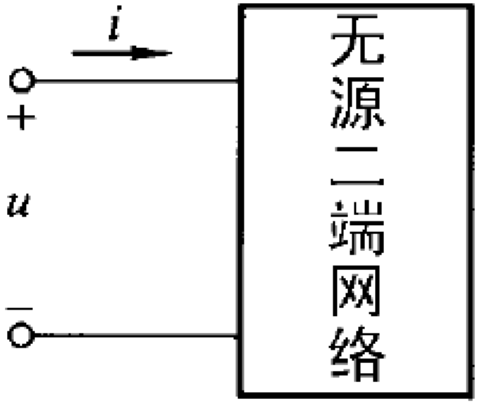
$$
\begin{aligned}
|Z| &= \sqrt{R^2+(\omega L)^2} = \frac{U}{I} = \frac{380}{30\times 10^{-3}}\Omega = 12700\Omega = 12.7k\Omega \\
L &= \frac{1}{2\pi f}\sqrt{|Z|^2-R^2} = \frac{1}{2\pi\times 50}\sqrt{12.7^2-1.6^2}\times 10^3 H = 40H
\end{aligned}
$$

一个线圈接在$U = 120V$的直流电源上，$I = 20A$；若接在$f = 50Hz$，$U = 220V$的交流电源上，则$I = 28.2A$。试求线圈的电阻R和电感L。

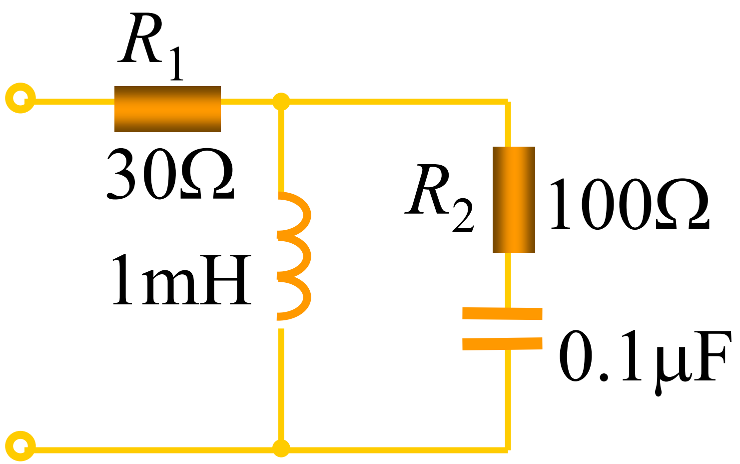
接在直流电源上电感L不起作用，故电阻$R = \frac{U}{I} = \frac{120}{20}\Omega = 6\Omega$。接在交流电源上时，

$$
\begin{aligned}
|Z| &= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{U}{I} = \frac{220}{28.2}\Omega = 7.8\Omega \\
L &= \frac{1}{2\pi f}\sqrt{|Z|^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi \times 50}\sqrt{7.8^2 - 6^2}H = 15.9mH
\end{aligned}
$$

例1 某无源二段网络的输入端电压和电流为， $u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 20°)\,V$，$i = 4.4\sqrt{2}\sin(314t - 30°)\,A$。试求此二端网络的等效电路和元件参数值。



例2 求图示电路的等效阻抗， $\omega = 10^5\text{rad/s}$ 。



解： 感抗和容抗为：

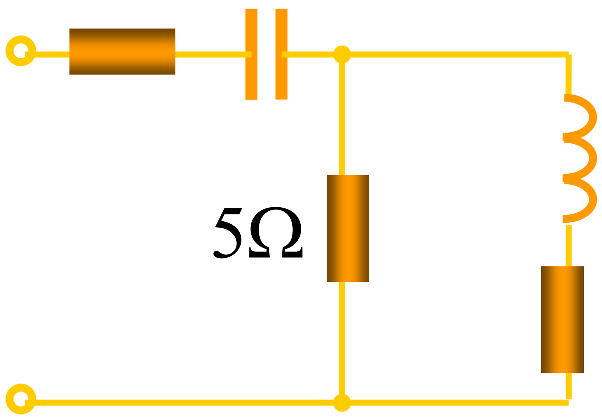
$$X_L = \omega L = 10^5 \times 1 \times 10^{-3} = 100\Omega$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{10^5 \times 0.1 \times 10^{-6}} = -100\Omega$$

$$Z = R_1 + \frac{\mathrm{j}X_L(R_2 + \mathrm{j}X_C)}{\mathrm{j}X_L + R_2 + \mathrm{j}X_C} = 30 + \frac{\mathrm{j}100 \times (100 - \mathrm{j}100)}{100}$$

$$= 130 + \mathrm{j}100\Omega$$

例3　图示电路对外呈现感性还是容性?



$$Z = 3 - \mathrm{j}6 + \frac{5(3+\mathrm{j}4)}{5+(3+\mathrm{j}4)}$$

$$= 3 - \mathrm{j}6 + \frac{25\angle 53.1^0}{8+\mathrm{j}4} = 5.5 - \mathrm{j}4.75\Omega$$

电路对外呈现容性

正弦稳态电路的分析

电阻电路与正弦电流电路的分析比较：

电阻电路:

$$\begin{cases} \text{KCL:} \quad \sum i = 0 \\ \text{KUL:} \quad \sum u = 0 \\ \text{元件约束关系:} \\ u = Ri \quad \text{或} \quad i = Gu \end{cases}$$

正弦电路相量分析:

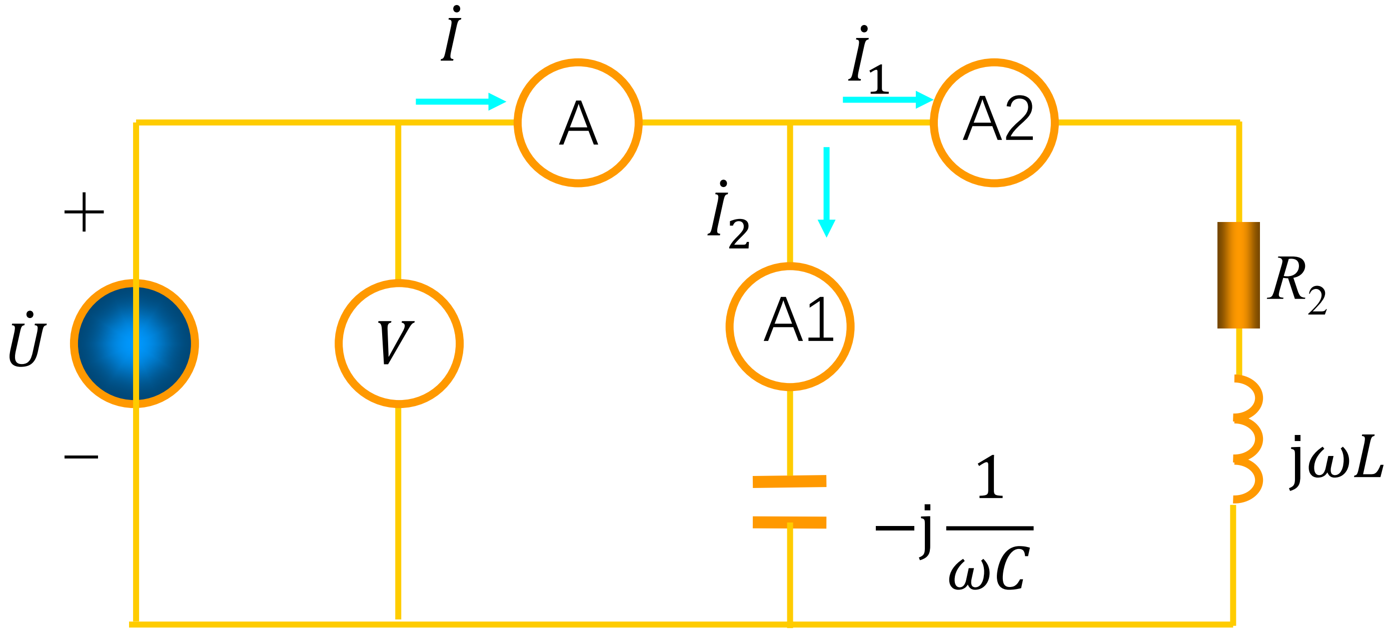
$$\begin{cases} \text{KCL:} \quad \sum \dot{I} = 0 \\ \text{KUL:} \quad \sum \dot{U} = 0 \\ \text{元件约束关系:} \\ \dot{U} = R\dot{I} \quad \text{或} \quad \dot{I} = G\dot{U} \end{cases}$$

1.引入相量法，电阻电路和正弦电流电路依据的电路定律是相似的。

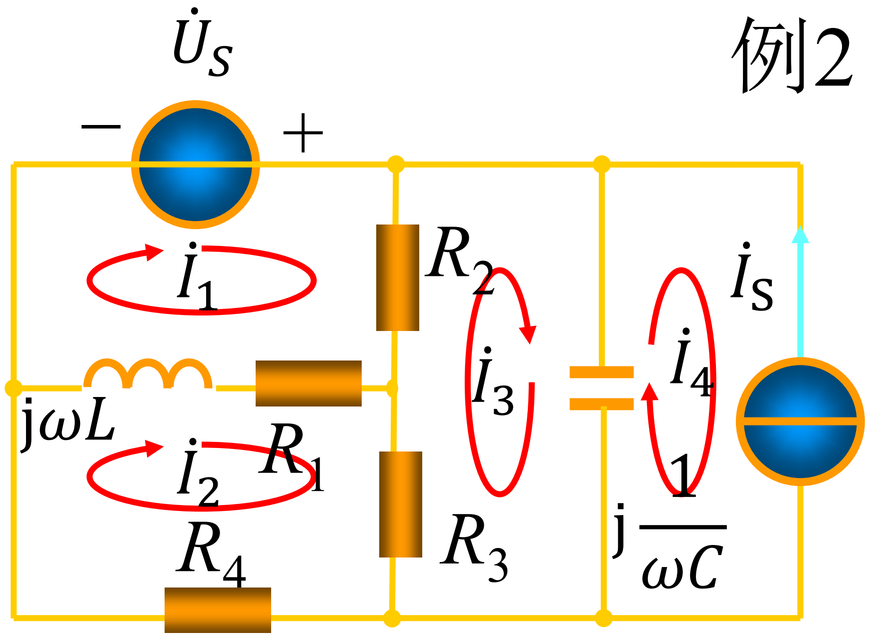
2.引入电路的相量模型，把列写时域微分方程转为直接列写相量形式的代数方程。

3.引入阻抗以后，可将电阻电路中讨论的所有网络定理和分析方法都推广应用于正弦稳态的相量分析中。直流（$f=0$)是一个特例。

例1　已知：$u = 220\sqrt{2}cos314t$，$i_1 = 22\cos(314t - 45°)\,A$,
$i_1 = 11\sqrt{2}\cos(314t + 90°)\,A$, 试求各仪表的读数及R、L、C值。

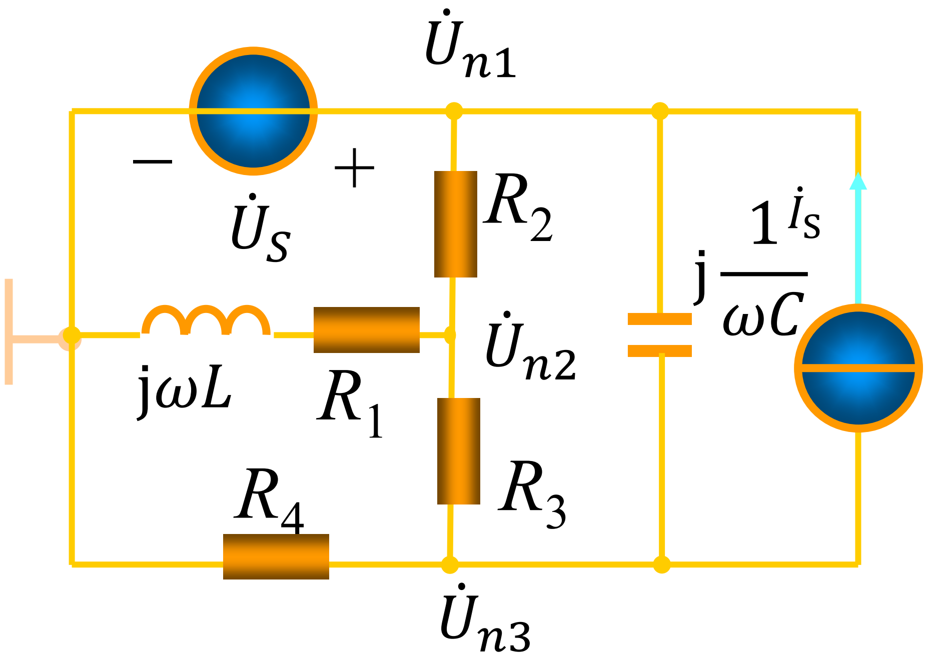


例2 列写电路的网孔电流方程和结点电压方程



解 网孔方程

$$\begin{cases} (R_1+R_2+\mathrm{j}\omega L)\dot{I}_1-(R_1+\mathrm{j}\omega L)\dot{I}_2-R_2\dot{I}_3=\dot{U}_S \\ (R_1+R_3+R_4+\mathrm{j}\omega L)\dot{I}_2-(R_1+\mathrm{j}\omega L)\dot{I}_1-R_3\dot{I}_3=0 \\ (R_2+R_3+\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C})\dot{I}_3-R_2\dot{I}_1-R_3\dot{I}_2+\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}\dot{I}_4=0 \\ \dot{I}_4=-\dot{I}_S \end{cases}$$

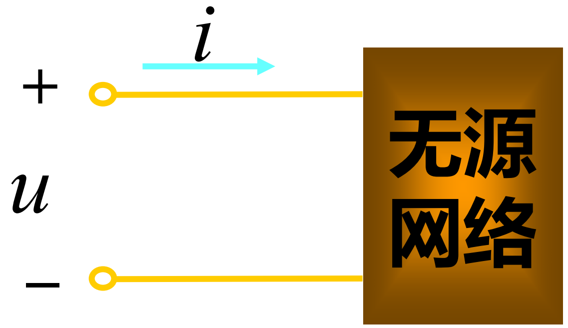


结点方程

$$
\begin{cases}
\dot{U}_{n1} = \dot{U}_S \\
\left(\dfrac{1}{R_1 + \mathrm{j}\omega L} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)\dot{U}_{n2} - \dfrac{1}{R_2}\dot{U}_{n1} - \dfrac{1}{R_3}\dot{U}_{n3} = 0 \\
\left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4} + \mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_{n3} - \dfrac{1}{R_3}\dot{U}_{n2} - \mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n1} = -\dot{I}_S
\end{cases}
$$

正弦稳态电路的功率

1. 瞬时功率



$$u = \sqrt{2}U\cos\omega t$$

$$i = \sqrt{2}U\cos(\omega t - \varphi)$$

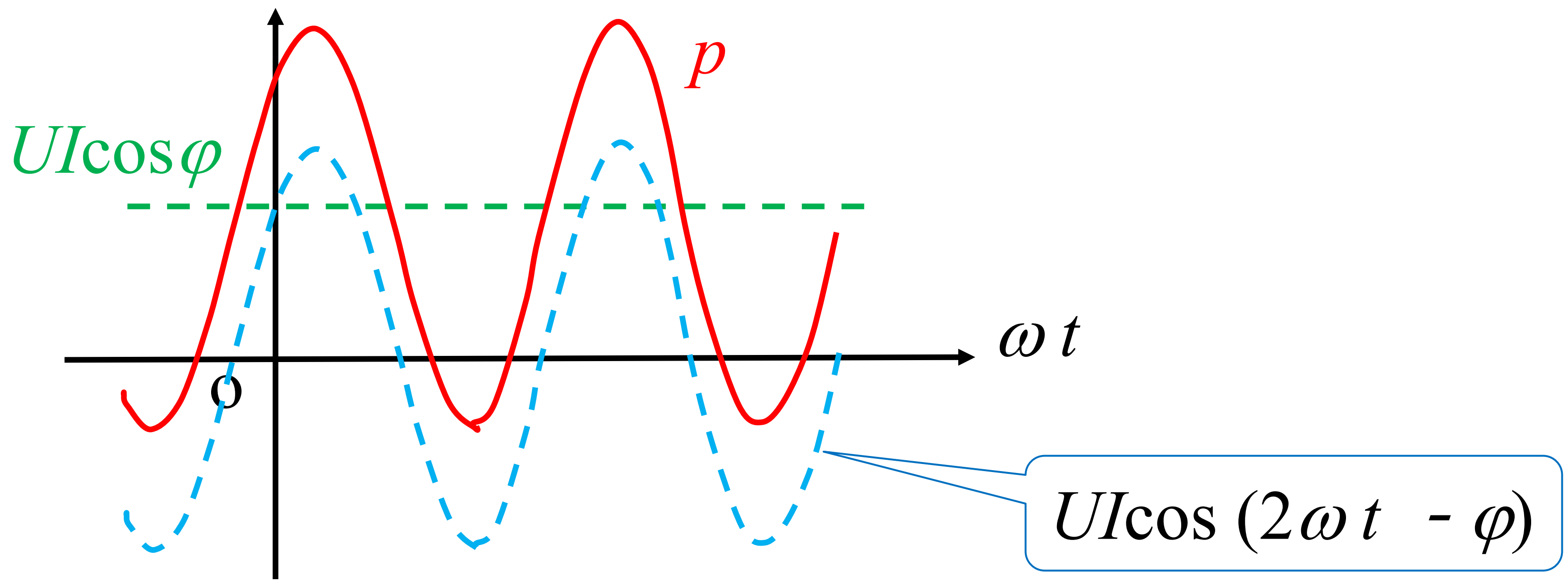
$$p(t) = ui = \sqrt{2}U\cos\omega t \cdot \sqrt{2}I\cos(\omega t - \varphi)$$

$$= UI[\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi)]$$ ——第一种分解方法

$$= UI\cos\varphi\,(1 + \cos 2\omega t) + UI\sin\phi\sin 2\omega t$$ ——第二种分解方法

第一种分解方法：

$$p(t) = UI[\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi)]$$

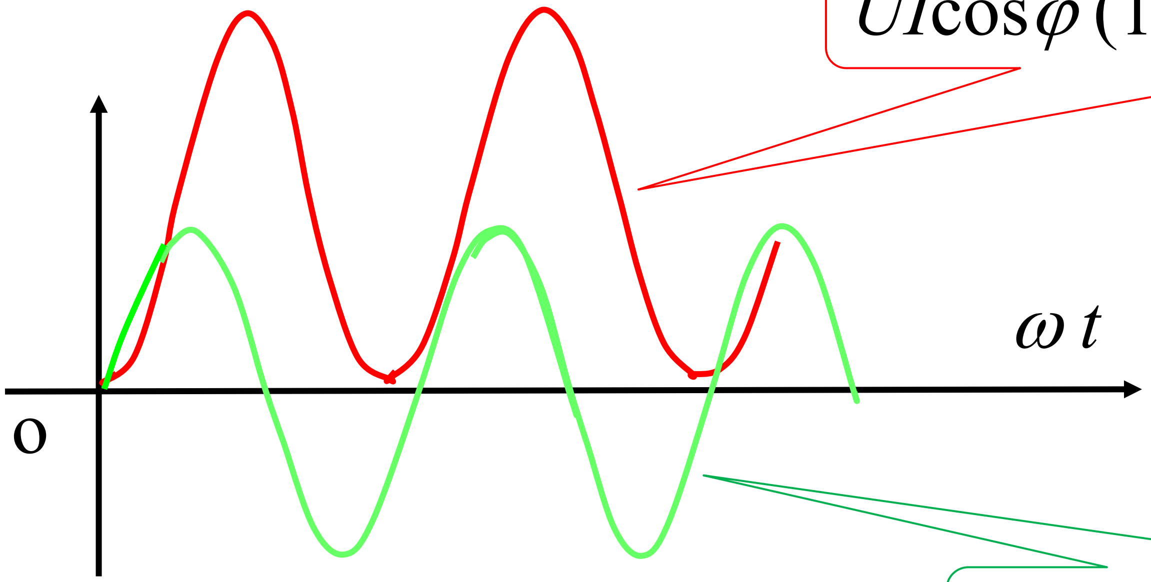


- p 有时为正, 有时为负；
- $p>0$，电路吸收功率；
- $p<0$，电路发出功率；

第二种分解方法:

$$p(t) = UI\cos\varphi\,(1-\cos 2\,\omega t) + UI\sin\phi\sin 2\,\omega t$$

$UI\cos\varphi\,(1\text{-}\cos2\omega\,t)$为不可逆分量。



$UI\sin\varphi\,\sin2\omega\,t$为可逆分量。

- 部分能量在电源和一端口之间来回交换。

50Hz或60Hz单相电时，电器的输出功率会以100Hz或120Hz振荡。
电灯闪烁?(>24Hz)；电极震动?

2.平均功率 P

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T [UI\cos\phi + UI\cos(2\omega t - \phi)]\mathrm{d}t = UI\cos\varphi$$

$$P = UI\cos\varphi$$ 单位：W（瓦）

$\varphi = \psi_u - \psi_i$：功率因数角。对无源网络，为其等效阻抗的阻抗角。

$X>0, \varphi>0$，感性，$X<0, \varphi<0$，容性，

$X=0, \varphi=0$，纯电阻，$R=0, \varphi=90$，纯电抗，

$\cos\varphi$：功率因数。 $0 \le |\cos\varphi| \le 1$ $\cos\varphi \begin{cases} 1, & \text{纯电阻} \\ 0, & \text{纯电抗} \end{cases}$

平均功率实际上是电阻消耗的功率，亦称为有功功率。表示电路实际消耗的功率，它不仅与电压电流有效值有关，而且与 $\cos\varphi$ 有关，这是交流和直流的很大区别， 主要由于电压、电流存在相位差。

3. 无功功率 Q

$$Q \overset{\text{def}}{=} UI\sin\varphi$$ 单位：var (乏)。

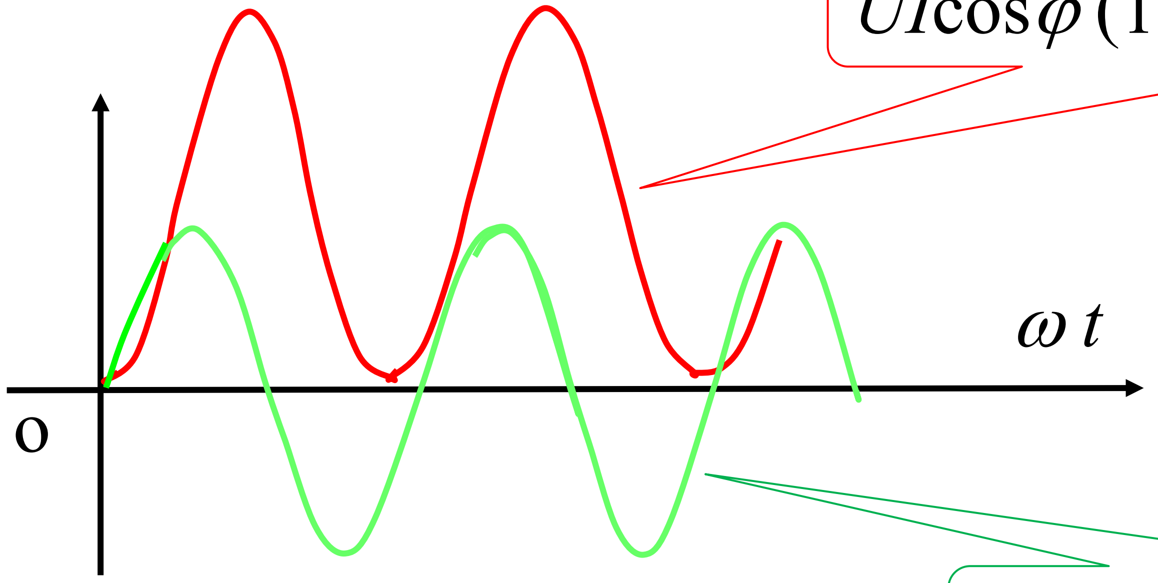
- $Q>0$，表示网络吸收无功功率；
- $Q<0$，表示网络发出无功功率。
- Q 的大小反映网络与外电路交换功率的速率。
  是由储能元件L、C的性质决定的

(回忆)

第二种分解方法:

$$p(t) = UI\cos\varphi\,(1-\cos 2\,\omega t) + UI\sin\phi\,\sin 2\,\omega t$$

$UI\cos\varphi\,(1\text{-}\cos2\omega\,t)$为不可逆分量。



$UI\sin\varphi\,\sin2\omega\,t$为可逆分量。

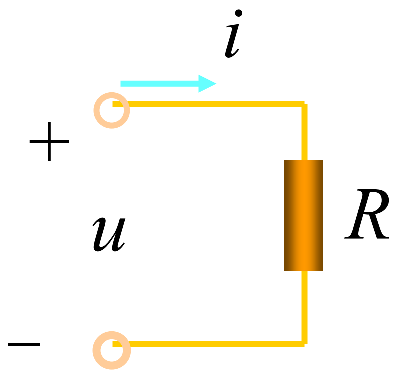
- 部分能量在电源和一端口之间来回交换。

4. 视在功率S

$$S \overset{\text{def}}{=} UI \qquad \text{单位：VA (伏安)}$$

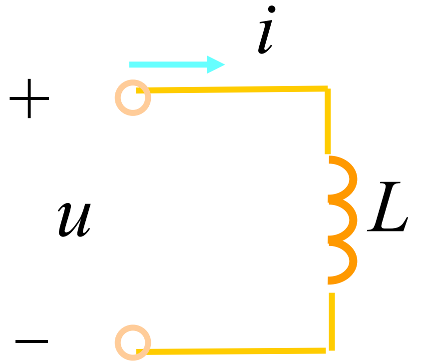
电气设备的容量

5. R、L、C元件的有功功率和无功功率



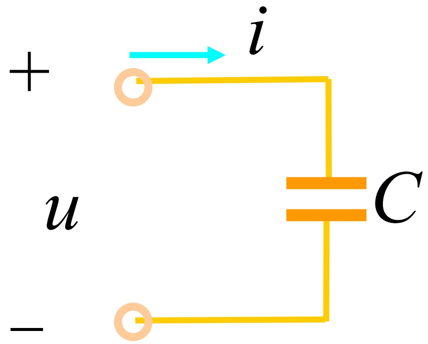
$$P_R=UI\cos\varphi=UI\cos0°=UI=I^2R=U^2/R$$

$$Q_R=UI\sin\varphi=UI\sin0°=0$$



$$P_L=UI\cos\varphi=UI\cos90°=0$$

$$Q_L=UI\sin\varphi=UI\sin90°=UI=I^2X_L$$

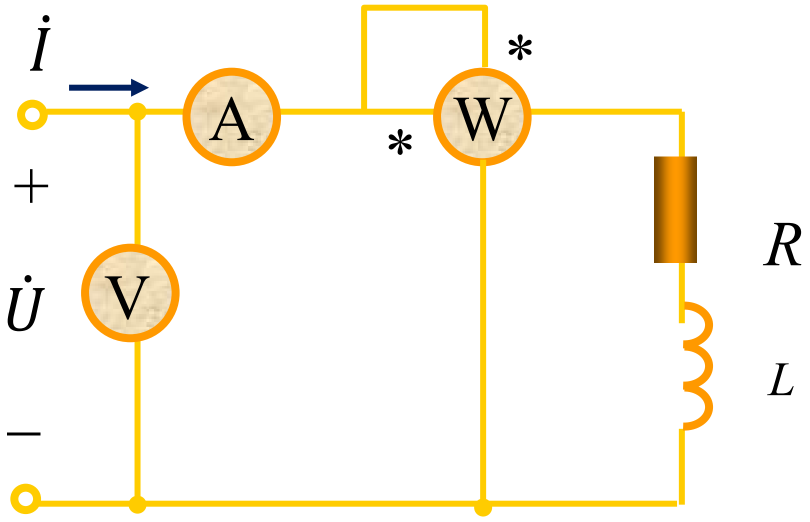


$$P_C=UI\cos\varphi=UI\cos(-90°)=0$$

$$Q_C=UI\sin\varphi=UI\sin(-90°)=-UI=I^2X_C$$

例1　三表法测线圈参数。

已知：f=50Hz，且测得U=50V，I=1A，P=30W。



解法 1:

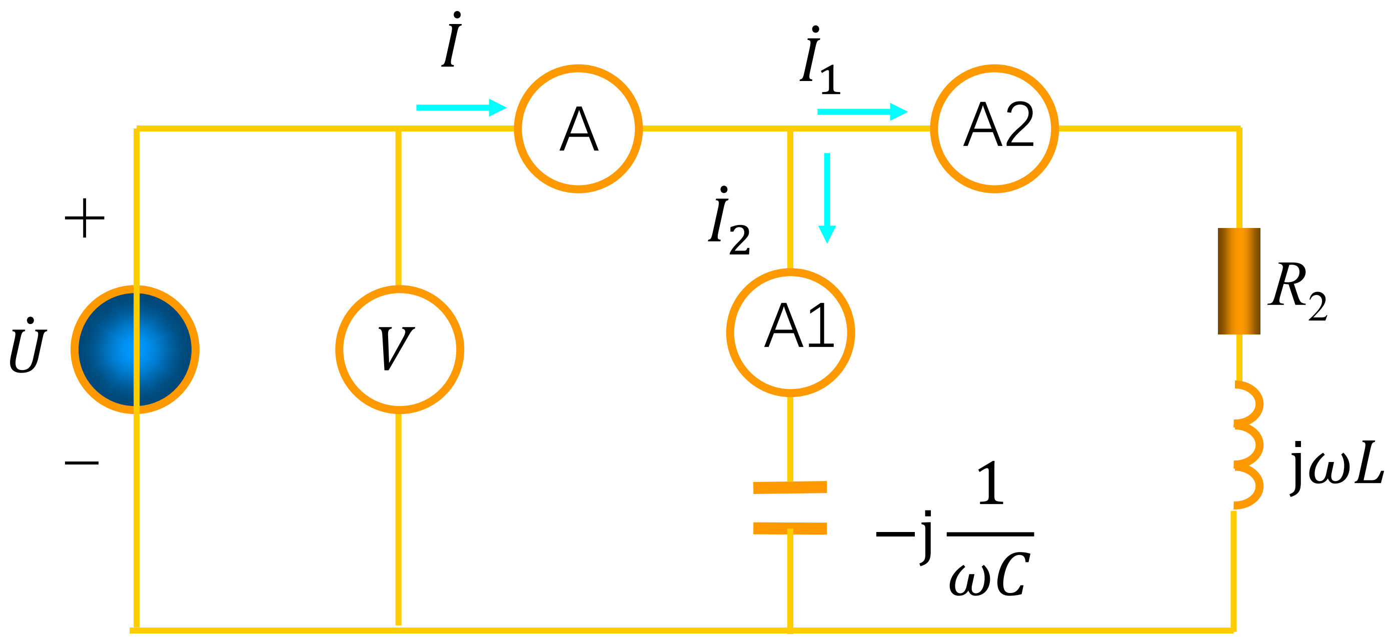
$$S = UI = 50 \times 1 = 50\text{VA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40\text{var}$$

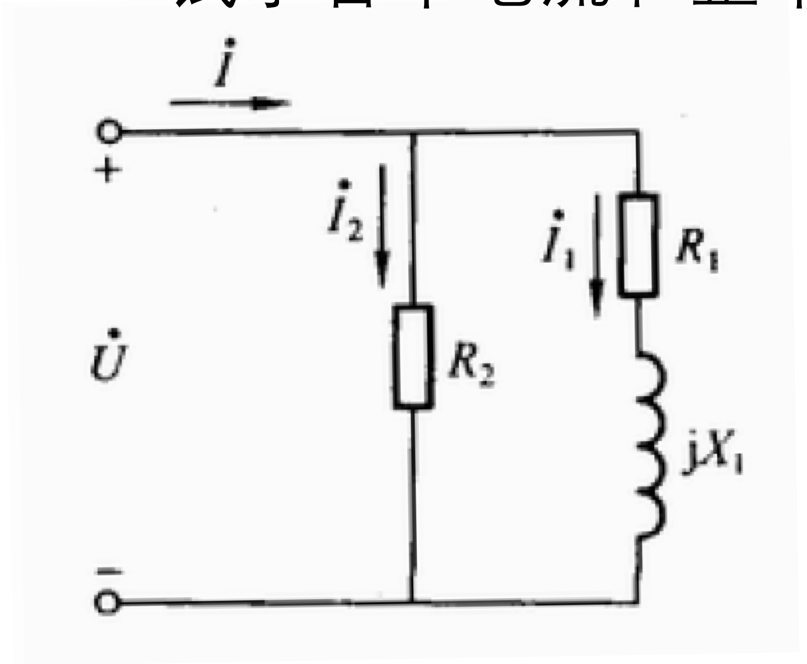
$$X_L = \frac{Q}{I^2} = \frac{40}{1} = 40\Omega$$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{30}{1} = 30\Omega \qquad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{40}{100\pi} = 0.127\text{H}$$

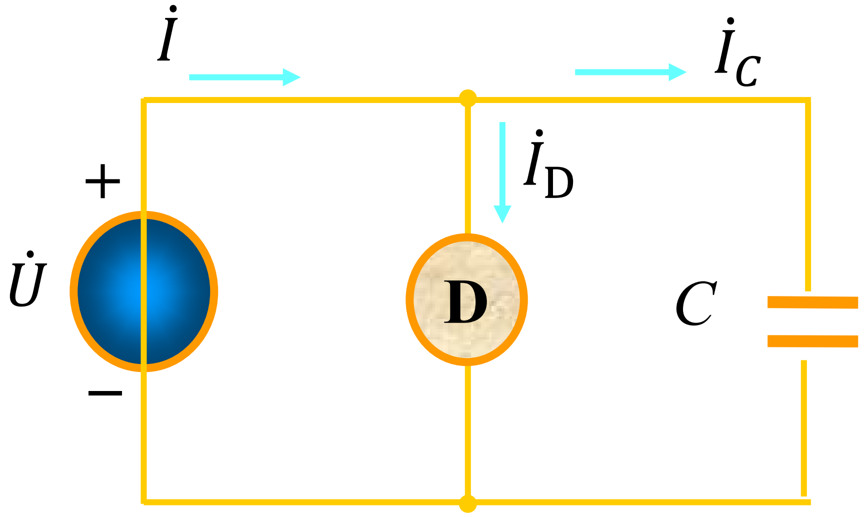
例2 已知：$u=220\sqrt{2}cos314t$，$i_1=22\cos(314t-45°)\,A$,
$i_1=11\sqrt{2}\cos(314t+90°)\,A$, 试求电路的P、Q、S。



例3　已知：$U=220V$，$R_1=10\Omega$，$X_1=10\sqrt{3}\Omega$，$R_2=20\Omega$，
试求各个电流和整个电路的P、Q、$cos\varphi$。



例4 已知：电动机 P_D=1000W， U=220，f=50Hz， C=30μF， $\cos\varphi_D$=0.8，
求：负载电路的功率因数。



解 $$I_D = \frac{P_D}{U\cos\varphi_D} = \frac{1000}{220 \times 0.8} = 5.68\text{A}$$

$$\dot{I}_D = 5.68\angle -36.8^\circ \text{ , } \dot{I}_C = 220\angle 0^\circ \cdot \mathrm{j}\omega C = \mathrm{j}2.08$$

$$\dot{I} = \dot{I}_D + \dot{I}_C = 4.54 - \mathrm{j}1.33 = 4.73\angle -16.3^\circ$$

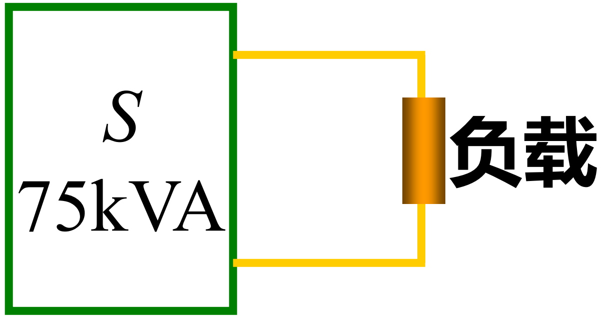
$$\cos\varphi = \cos[0^\circ - (-16.3^\circ)] = 0.96$$

7. 功率因数的提高

功率因数低带来的问题:

①设备不能充分利用，电流到了额定值，但功率容量还有

$$P=UI\cos\varphi=S\cos\varphi$$



$\cos\varphi=1$, $P=S=75\text{kW}$

$\cos\varphi=0.7$, $P=0.7S=52.5\text{kW}$

设备容量 S (额定)向负载送多少有功要由负载的阻抗角决定。

一般用户: 异步电机 空载 $\cos\varphi=0.2\sim0.3$

满载 $\cos\varphi=0.7\sim0.85$

日光灯 $\cos\varphi=0.45\sim0.6$

② 当输出相同的有功功率时，线路上电流大，$I=P/(U\cos\varphi)$，线路压降损耗大。

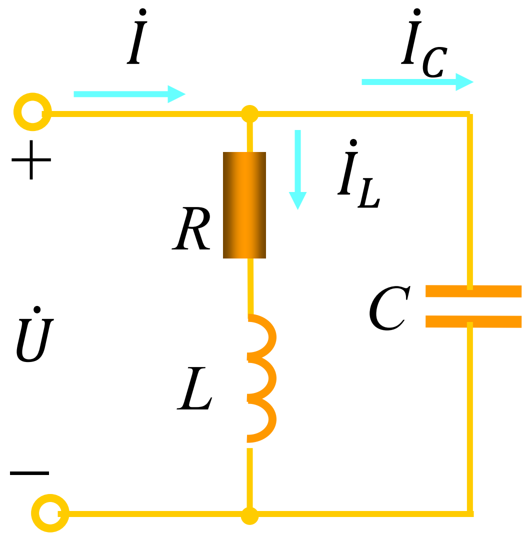
$$P = UI\cos\phi \qquad I\downarrow \quad U\uparrow \quad \cos\phi\uparrow$$

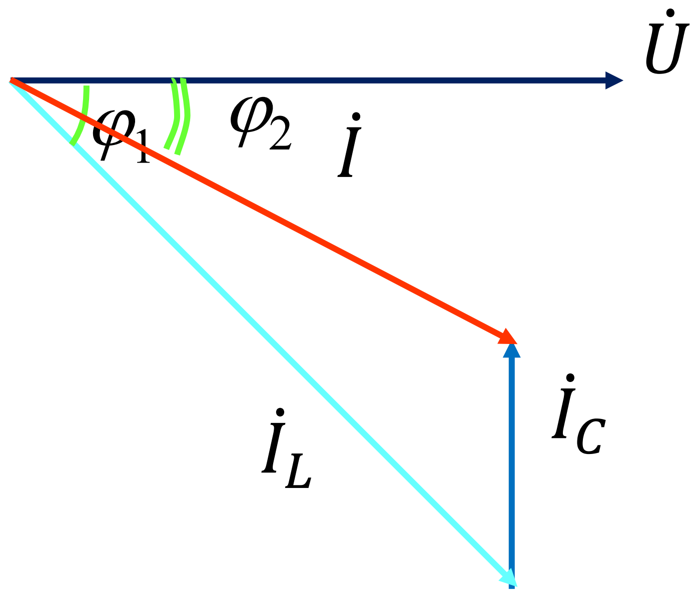
解决办法：（1）高压传输

（2）改进自身设备

（3）电感性负载两端并联电容，提高功率因数 。

分析:





特点: 并联电容后，原负载的电压和电流不变，吸收的有功功率和无功功率不变，即：负载的工作状态不变。但电路的功率因数提高了。

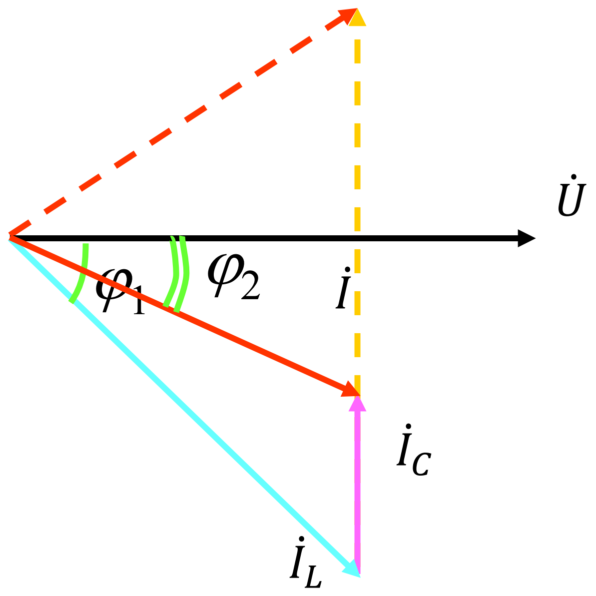
并联电容值的确定：

$$I_C = I_L \sin\phi_1 - I\sin\phi_2$$

$$I = \frac{P}{UCOS\phi_2}, \quad I_L = \frac{P}{UCOS\phi_1}$$

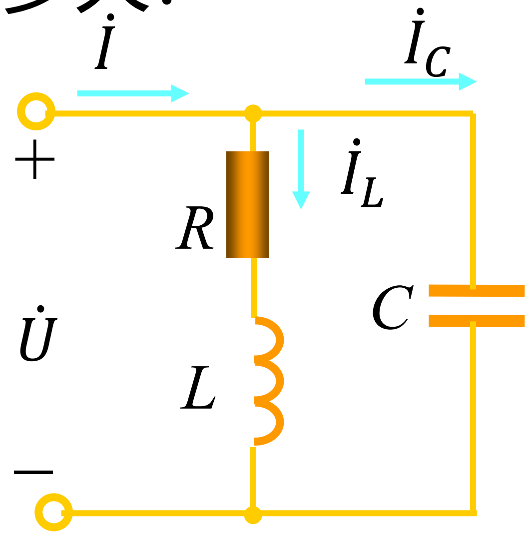
$$I_C = \omega CU = \frac{P}{U}(\mathrm{tg}\phi_1 - \mathrm{tg}\phi_2)$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\phi_1 - \mathrm{tg}\phi_2)$$



- 欠补偿
- 全补偿——不要求(电容设备投资增加,经济效果不明显)
- 过补偿——功率因数又由高变低(性质不同)

例　已知：f=50Hz, U=220V, P=10kW, $\cos\varphi_1$=0.6，①要使功率因数提高到0.9，求并联电容C，并联前后电路的总电流各为多大?



解　$$\cos\varphi_1 = 0.6 \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = 53.13^{\circ}$$

$$\cos\varphi_2 = 0.9 \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = 25.84^{\circ}$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\varphi_1 - \mathrm{tg}\varphi_2)$$

$$= \frac{10\times 10^3}{314\times 220^2}(\mathrm{tg}53.13^{\circ} - \mathrm{tg}25.84^{\circ}) = 557\mu\,\mathrm{F}$$

未并电容时：$$I = I_L = \frac{P}{U\cos\phi_1} = \frac{10\times 10^3}{220\times 0.6} = 75.8\mathrm{A}$$

并联电容后：$$I = \frac{P}{U\cos\phi_2} = \frac{10\times 10^3}{220\times 0.9} = 50.5\mathrm{A}$$

②若要使功率因数从0.9再提高到0.95，试问还应增加多少并联电容，此时电路的总电流是多大?

$$\cos\varphi_1 = 0.9 \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = 25.84^o \qquad \cos\varphi_2 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = 18.19^o$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\varphi_1 - \mathrm{tg}\varphi_2)$$

$$= \frac{10\times 10^3}{314\times 220^2}(\mathrm{tg}25.84^\circ - \mathrm{tg}18.19^\circ) = 103\mu\,\mathrm{F}$$

$$I = \frac{10\times 10^3}{220\times 0.95} = 47.8\mathrm{A}$$

注意 $\cos\varphi$ 提高后，线路上总电流减少，但继续提高$\cos\varphi$ 所需电容很大，增加成本，总电流减小却不明显。因此一般将$\cos\varphi$ 提高到0.9即可。