FORMULAS ÚTILES

Caída libre:

$$V_f^2 - V_o^2 = 2gh$$

Área de un circulo:

$$A = \pi\, r^2$$

Área de una esfera:

$$A = 4\pi R^3$$

Volumen de una esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

CONDUCCIÓN PERMANENTE

$$q = k\,A\,\frac{\Delta T}{\Delta x};\quad q = \frac{\Delta T}{R_T};\quad R_T = \frac{\Delta x}{k_x\,A_x}$$

$$q = m\,C_p\,\frac{dt}{d\theta}$$

Área cilindro: $A = \dfrac{A_e - A_i}{\ln\left(\frac{A_e}{A_i}\right)}$

Área esfera: $A = \sqrt{A_i\,A_e}$

Costo óptimo:

$$C_{\mathsf{t}} = C_{\mathsf{f}} + C_{\mathsf{v}}$$

$$C_{\mathsf{f}} = nA_i[\mathsf{m}^2]CA\left[\frac{\mathsf{Bs}}{\mathsf{m}^2}\right]\frac{1}{TV[\text{año}]}$$

$$C_{\mathsf{v}} = \frac{t_i - t_o}{R_p + nR_i}\left[\frac{\mathsf{kcal}}{\mathsf{h}}\right]\frac{1[\mathsf{kg}]}{PC[\mathsf{kcal}]}$$

$$CC\left[\frac{\mathsf{Bs}}{\mathsf{kg}}\right]FU\left[\frac{\mathsf{h}}{\text{año}}\right]$$

- CA: Costo del aislante.
- TV: Tiempo de vida.
- PC: Poder calorífico.
- CC: Costo de combustible.
- FU: Frecuencia de uso.

CONDUCCIÓN TRANSITORIA

$$\mathsf{Bi} = \frac{h\,L}{k};\quad \mathsf{Fo} = \frac{\alpha\,\theta}{L^2};\quad L = \frac{V}{A};\quad \alpha = \frac{k_x}{\rho\,C_p}$$

Caso: $Bi \leq 0.1$

$$\theta = f(\theta) = -\frac{m\,C_p}{h\,A}\,\ln\left(\frac{t_f - t_\infty}{t_i - t_\infty}\right)$$

$$\frac{t - t_\infty}{t_i - t_\infty} = e^{-Bi\,Fo}$$

Caso: $Bi > 0.1$. método analítico especial, para $A \to \infty$ o $h \to \infty$:

$$\frac{t_f - t_\infty}{t_i - t_\infty} = \frac{4}{\pi}[e^{-a_1 X}\ \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2r_m}\right) + \frac{1}{3}\,e^{-9a_1 X}\ \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{2r_m}\right) + \cdots]$$

$$a_1 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$

$$X = \frac{\alpha\,\theta}{r_m^2}$$

Método analítico-gráfico:

Temperatura relativa:

$$y = \frac{t_f - t_\infty}{t_i - t_\infty}$$

Tiempo relativo: $x = \dfrac{\alpha\theta}{r_m^2}$

Resistencia relativa: $m = \dfrac{k}{h\,r_m}$

Posición relativa: $n = \dfrac{r}{r_m}$

Método gráfico: $\dfrac{\Delta x^2}{\alpha\Delta\theta} = M$

- $\Delta\theta$: Incremento de tiempo.
- $M = 2$ para flujo en una dimensión.
- $M = 4$ para flujo en dos dimensiones.
- $M = 6$ para flujo en tres dimensiones.

$$N_{\Delta\theta} = \frac{\theta}{\Delta\theta}$$

- $N_{\Delta\theta}$: Número de incrementos de θ.
- θ: Tiempo de proceso.

Cuerpo semi-infinito:

Caso: $h = \infty$

$$\frac{t - t_\infty}{t_i - t_\infty} = \operatorname{fer}\left(\frac{y}{\sqrt{4\alpha\theta}}\right)$$

- y: Profundidad del plano.
- t_i: Temperatura del suelo.
- t_∞: Temperatura del medio fluido (exterior).
- t_s: Temperatura de la superficie del suelo.
- fer: Función error.

Caso: $h \ll \infty$

$$\frac{t - t_i}{t_\infty - t_i} = 1 - \mathsf{fer}(\xi) - \left[e^{\left(\frac{h\,y}{k} + \frac{h^2\alpha\theta}{k^2}\right)}\right]\left[1 - \mathsf{fer}\left(\xi + \frac{h\sqrt{\alpha\theta}}{k}\right)\right]$$

$$\xi = \frac{y}{\sqrt{4\alpha\theta}}$$

CONVECCIÓN NATURAL

$$q_c = h\,A\,(t_s - t_\infty)$$

Ecuaciones de *Rice* ($\mathsf{Gr} > 3$):

$\mathsf{Nu}_f = 0.47\,(\mathsf{Gr}_f\,\mathsf{Pr}_f)^{0.25}$	Tubos hor.
$\mathsf{Nu}_f = 0.59\,(\mathsf{Gr}_f\,\mathsf{Pr}_f)^{0.25}$	Tubos ver.

$$\mathsf{Pr} = C_p\,\frac{\mu}{k}$$

$$\mathsf{Gr} = \frac{g\,D^3\,\beta\,\Delta t}{\gamma^2}$$

- D: Longitud característica.
  - Para tubos horizontales: $D = D_E$ (Diámetro externo).
  - Para tubos verticales: $D = L$ (Altura).

$$\mathsf{Nu} = \frac{h\,D}{k}$$

- D: Longitud característica.
  - Para ambos tubos: $D = D_E$ (Diámetro externo).

Caso: Aire (flujo laminar)

$h = 2.1\,\Delta t^{0.25}$	Paredes hor. hacia arriba
$h = 1.1\,\Delta t^{0.25}$	Paredes hor. hacia abajo
$h = 1.5\,\Delta t^{0.25}$	Paredes vert. $L > 0.40$
$h = 1.2\,\left(\frac{\Delta t}{L}\right)^{0.25}$	Paredes ver. $L < 0.40$
$h = 1.1\,\left(\frac{\Delta t}{D}\right)^{0.25}$	Tubos hor. y ver.

Caso: Otros fluidos, flujo turbulento, otras formas geométricas:

$$\mathsf{Nu} = C\,Ra^a$$

Convección transitoria:

$$-q_c = q_s$$

$$-h\,A\,(t_s - t) = m\,C_p\,\frac{dt}{d\theta}$$

$$\theta = -\frac{m\,\bar{C_p}}{A\,\bar{h}}\,\ln\left(\frac{t_s - t_f}{t_s - t_i}\right)$$

Casos particulares: Múltiples tubos horizontales y/o verticales:

$$A_T = N_t A_t$$

$$A_t = \pi D_E\,l$$

En placas verticales se debe tomar el volumen por encima de la placa vertical.

Cavidades: $(L/b > 3)$

$$\bar{t} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\mathsf{Gr} = \frac{g\,b^3\,\beta\,(T_1 - T_2)}{\gamma^2}$$

Conducción pura ($\mathsf{Gr} < 2000$):

$$\mathsf{Nu} = 1$$

Convección natural en régimen laminar ($2 \times 10^4 < \mathsf{Gr} < 2 \times 10^5$):

$$\mathsf{Nu} = 0.18\,\mathsf{Gr}^{\frac{1}{4}}\,\left(\frac{L}{b}\right)^{-\frac{1}{9}}$$

Convección natural en régimen turbulento ($2 \times 10^5 < \mathsf{Gr} < 2 \times 10^7$):

$$\mathsf{Nu} = 0.065\,\mathsf{Gr}^{\frac{1}{3}}\,\left(\frac{L}{b}\right)^{-\frac{1}{9}}$$

CONVECCIÓN FORZADA

$$q = h\,A\,(t_{wi} - \bar{t});\quad q_S = \dot{m}\,C_p\,(t_o - t_i)$$

$$v\,\rho = \frac{\dot{m}}{A_T} = G;\quad \mathsf{Re} = \frac{G\,D_I}{\mu}$$

- $\mathsf{Re} \leq 2100$, el régimen es **laminar**.
- $\mathsf{Re} > 2100$, el régimen es **turbulento**.

Tubo único (flujo interior):

Caso: Régimen turbulento (Ecuaciones de *Dittus-Boelter*)

$$\mathsf{Nu}_F = 0.023\,\mathsf{Re}^{0.8}\,\mathsf{Pr}^{0.33}$$

$$t_{\mathsf{F}} = \frac{t_{\mathsf{INT}} + \bar{t}_\infty}{2}$$

$\mathsf{Nu} = 0.023\,\mathsf{Re}^{0.8}\,\mathsf{Pr}^{0.4}$	(Calentamiento)
$\mathsf{Nu} = 0.023\,\mathsf{Re}^{0.8}\,\mathsf{Pr}^{0.3}$	(Enfriamiento)

$$\bar{t}_\infty = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

Caso: Gases $\quad \mathsf{Pr} = 0.74$

$$\mathsf{Nu} = 0.021\,\mathsf{Re}^{0.8}$$

Caso: Flujo isotérmico (vapor)

$$h = 0.023\,\left(\frac{G^{0.8}}{D^{0.2}}\right)\left(\frac{Cp^{0.4}\,k^{0.6}}{\mu^{0.4}}\right)$$

Caso: Fluido muy viscoso ($\mathsf{Re} \leq 8000$) (Ecuación de *Sieder* y *Tate*)

$$\mathsf{Nu} = 0.027\,\mathsf{Re}^{0.8}\,\mathsf{Pr}^{0.333}\,\left(\frac{\mu}{\mu_S}\right)^{0.14}$$

- μ: Viscosidad a la temperatura media del fluido.
- μ_S: Viscosidad a la temperatura de superficie.

Caso: Régimen laminar

$$\text{Nu} = 2.0 \left(\frac{\dot{m}\,Cp}{k\,L}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_S}\right)^{0.14}$$

Caso: Agua $\quad \dfrac{\mu}{\mu_S} = 1.0$

Tubo único (flujo exterior):
Caso: Régimen turbulento
Para líquidos:

$$\text{Nu}_\text{F} = \text{Pr}_\text{F}^{0.3}\,(0.35 + 0.47\text{Re}_\text{F}^{0.52})$$

Para gases:

$$\text{Nu}_\text{F} = 0.26\,\text{Pr}_\text{F}^{0.3}\,\text{Re}_\text{F}^{0.6}$$
$$t_\text{F} = \frac{t_\text{WE} + \bar{t}_\infty}{2}$$
$$\bar{t}_\infty = \frac{t_i + t_o}{2}$$

Caso: Aire y gases diatómicos

$$\text{Nu} = 0.32 + 0.43\,\text{Re}^{0.52}$$
$$\text{Nu} = 0.45 + 0.33\,\text{Re}^{0.56}$$
$$\text{Nu} = 0.24\,\text{Re}^{0.6}$$

Caso: Cambiadores de calor de doble tubo o tubos concéntricos (Ecuación de *Davis*)

$$\frac{h}{Cp\,G} = 0.029\,\text{Re}^{-0.2}\,\text{Pr}^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \left(\frac{D_\text{E}}{D_\text{I}}\right)^{0.25}$$

Caso: Régimen laminar
Para líquidos ($0.1 < \text{Re} < 200$):

$$\text{Nu}_\text{F} = 0.86\,\text{Pr}_\text{F}^{0.3}\,\text{Re}_\text{F}^{0.43}$$

Para líquidos ($\text{Re} > 200$) y gases ($0.1 < \text{Re} < 1000$):

$$\text{Nu}_\text{F} = \text{Pr}_\text{F}^{0.3}\,(0.35 + 0.47\,\text{Re}_\text{F}^{0.52})$$

Caso: Aire

$$\text{Nu}_\text{F} = 0.24\,\text{Re}^{0.6}$$

Haces de tubos (flujo exterior)
(Método de *Crimson*):

$$\text{Nu} = C\,\text{Re}_\text{max}^n$$
$$\text{Re}_\text{max} = \frac{v_\text{max}\,D_E}{\nu}$$

Arreglo en linea:

$$P_\text{min} = a - D$$
$$v_\text{max} = \frac{V_\infty\,a}{P_\text{min}}$$

Arreglo escalonado:

$$P_\text{min1} = \frac{a - D}{2}$$
$$P_\text{min2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2} - D$$
$$v_\text{max} = \frac{V_\infty\,(a/2)}{\text{mín}(P_\text{min1}, P_\text{min2})}$$

Para 10 o mas tubos:

$$h_o = \frac{\text{Nu}\,k}{D}$$

CAMBIADORES DE CALOR

$$q_s = \dot{m}\,C_p\,(t_o - t_i)$$
$$q_l = \dot{m}\,(\Delta H)$$
$$q = U\,A\,\Delta t$$

Coeficiente global:
Pared vertical:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_p}{k_p} + \frac{1}{h_o}}$$

Conductor cilíndrico:

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_o} + \frac{D_e}{2k_p}\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_i}\left(\frac{D_e}{D_i}\right)}$$
$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{D_i}{2k_p}\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_o}\left(\frac{D_i}{D_e}\right)}$$
$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{A_i}{A_o} = \frac{D_i}{D_e}$$

Incrustaciones

$$\frac{1}{U_d} = \frac{1}{U} + \sum R_d$$

Gradiente de temperatura

$$\Delta t_{log} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\right)}$$

Factor de corrección

$$\Delta t = F_c\,\Delta t_{log}$$

Para cambiadores 1:1 y condensadores el factor de corrección $F_c = 1$.
Eficacia de un cambiador:

$Z > 1$: $$\eta = \frac{t_{c2} - t_{c1}}{t_{h2} - t_{c1}}$$

$Z < 1$: $$\eta = \frac{t_{h1} - t_{h2}}{t_{h1} - t_{c1}}$$

Numero de tubos:

$$N_T = \frac{L_T}{L_1} = \frac{\dot{m}_T}{\dot{m}_1} = \frac{A_T}{A_1}$$

Caso 1:1: $$N_T\Big|_q = N_T\Big|_{\dot{m}}$$

Caso 1:2: $$N_T\Big|_q = 2\,N_T\Big|_{\dot{m}}$$

Caso 1:3: $$N_T\Big|_q = 3\,N_T\Big|_{\dot{m}}$$

Calculo de h de condensación:
Para superficies verticales:
Para placas:

$$h = 1.13\left(\frac{k_f^3\,\rho_f^2\,g\,\Delta H}{L\,\mu_f\,(t_v - t_s)}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Para tubos:

$$h = 1.18\left(\frac{k_f^3\,\rho_f^2\,g\,\pi\,D_E}{\mu_f\,W}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Para tubos horizontales:

$$h = 0.725\left(\frac{k_f^3\,\rho_f^2\,g\,\Delta H}{N^{2/3}\,D_E\,\mu_f\,(t_v - t_s)}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Las propiedades del fluido se calculan a la temperatura media de la película condensada:

$$t_f = t_v - \frac{3}{4}\,(t_v - t_s)$$

Método NUT: $$\epsilon = \frac{q_r}{q_\text{max}}$$
$$q_\text{max} = C_\text{min}\,(t_{h1} - t_{c1})$$
$$C_\text{min} = \text{mín}(C_h, C_c)$$
$$C_h = \dot{m}_h\,C_{ph}$$
$$C_c = \dot{m}_c\,C_{pc}$$
$$\text{NUT} = \frac{U\,A}{C_\text{min}}$$
$$C = \frac{C_\text{min}}{C_\text{max}}$$

Superficies extendidas:

$$q = N_A\,h_o\,(t_o - t_\infty)(A_{s/a1} + \eta\,A_{a1})$$

- N_A: Numero de aletas.
- $A_{s/a1}$: Área libre entre dos aletas.
- A_{a1}: Área de una aleta.

RADIACIÓN

$$\sigma = 0.173 \times 10^{-8}\left[\frac{btu}{h\,pie^2\,{}^\circ R^4}\right]$$
$$= 4.92 \times 10^{-8}\left[\frac{kcal}{h\,m^2\,K^4}\right]$$
$$q_{1,2} = A_1\,\phi_{1,2}\,\sigma\,(T_1^4 - T_2^4)$$
$$q_\text{solar} = A\,I_\text{solar}\,\alpha_\text{abs}$$
$$\phi_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{F_{1,2}} + \frac{1}{\epsilon_1} - 1 + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)}$$

Caso: Superficies grises paralelas de igual área.

$$\phi_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

Caso: Superficie pequeña rodeada totalmente por otra mas grande

$$\phi_{1,2} = \epsilon_1$$

Propiedades del factor de forma:
Subdivisión de la superficie emisora:

$$A_1 = \sum_{i=1}^{n} A_i$$

Subdivisión de la superficie receptora:

$$A_2 = \sum_{i=1}^{n} A_i$$

Espacios cerrados:

$$F_{1,1} + F_{1,2} + F_{1,3} + \cdots + F_{1,n} = 1$$

Teorema de la reciprocidad:

$$A_1\,F_{1,2} = A_2\,F_{2,1}$$