

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA-ELECTRÓNICA

LABORATORIO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS III
INFORME No. 3

**CIRCUITOS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS
CON FUENTE ESTRELLA Y CARGA ESTRELLA**

Estudiante:

Caballero Burgoa, Carlos Eduardo.

Carrera:

Ing. Electromecánica.

Docente:

Ing. Marco Antonio Vallejo Camacho.

Grupo: 2F (Martes).

Fecha de entrega: 1 de Octubre del 2024.

1. Cálculos teóricos

Considerando un circuito trifásico estrella-estrella desequilibrado con las siguientes cargas:

- **Carga A:** $R_1 = 1[k\Omega]$.
- **Carga B:** $R_2 = 250[\Omega]$ y $L = 1[H]$.
- **Carga C:** $R_3 = 500[\Omega]$ y $C = 10[\mu F]$.

Con voltaje de fase $U_L = 220[V]$ y con frecuencia de $50[Hz]$, se hallan las corrientes de línea para los siguientes casos:

1.1. Sin línea de neutro

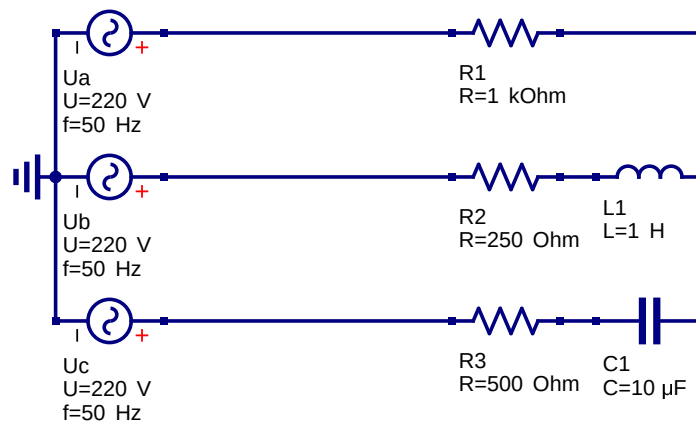


Figura 1: Circuito trifásico desequilibrado sin línea de neutro.

1.1.1. Secuencia positiva

Se calcula la frecuencia angular (ω):

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi(50) \\ &= 100\pi[\text{rad/s}]\end{aligned}$$

Se hallan las impedancias en el dominio de frecuencia:

$$\begin{aligned}Z_1 &= R_1 \\ &= 1000[\Omega]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z_2 &= R_2 + j\omega L \\ &= 250 + j100\pi[\Omega]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z_3 &= R_3 + \frac{1}{j\omega C} \\&= 500 - j\frac{1000}{\pi} [\Omega]\end{aligned}$$

Considerando una secuencia positiva:

$$\begin{aligned}U_a &= 220/\underline{0^\circ} [\text{V}] \\U_b &= 220/\underline{-120^\circ} [\text{V}] \\U_c &= 220/\underline{120^\circ} [\text{V}]\end{aligned}$$

Se calcula el voltaje entre neutros con el teorema de *Millman*:

$$\begin{aligned}U_0 &= \frac{\frac{U_a}{Z_1} + \frac{U_b}{Z_2} + \frac{U_c}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \\&= \frac{\frac{220/\underline{0^\circ}}{1000} + \frac{220/\underline{-120^\circ}}{250 + j100\pi} + \frac{120/\underline{120^\circ}}{500 - j(1000/\pi)}}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{250 + j100\pi} + \frac{1}{500 - j(1000/\pi)}} \\&= 159.99/\underline{-173.20^\circ} [\text{V}]\end{aligned}$$

A partir del voltaje de neutro se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}I_{L_1} &= \frac{U_a - U_0}{Z_1} \\&= \frac{200/\underline{0^\circ} - 159.99/\underline{-173.20^\circ}}{500} \\&= 0.38/\underline{2.86^\circ} [\text{A}] \\I_{L_2} &= \frac{U_b - U_0}{Z_2} \\&= \frac{200/\underline{-120^\circ} - 159.99/\underline{-173.20^\circ}}{250 + j100\pi} \\&= 0.44/\underline{-125.59^\circ} [\text{A}] \\I_{L_3} &= \frac{U_c - U_0}{Z_3} \\&= \frac{200/\underline{120^\circ} - 159.99/\underline{-173.20^\circ}}{500 - j(1000/\pi)} \\&= 0.36/\underline{109.35^\circ} [\text{A}]\end{aligned}$$

1.1.2. Secuencia negativa

Considerando una secuencia negativa:

$$U_a = 220/0^\circ \text{ [V]}$$

$$U_b = 220/120^\circ \text{ [V]}$$

$$U_c = 220/-120^\circ \text{ [V]}$$

Se calcula el voltaje entre neutros con el teorema de *Millman*:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{\frac{U_a}{Z_1} + \frac{U_b}{Z_2} + \frac{U_c}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \\ &= \frac{\frac{220/0^\circ}{1000} + \frac{220/120^\circ}{250 + j100\pi} + \frac{120/-120^\circ}{500 - j(1000/\pi)}}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{250 + j100\pi} + \frac{1}{500 - j(1000/\pi)}} \\ &= 111.57/32.36^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$

A partir del voltaje de neutro se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned} I_{L_1} &= \frac{U_a - U_0}{Z_1} \\ &= \frac{200/0^\circ - 111.57/32.36^\circ}{500} \\ &= 0.14/-25.40^\circ \text{ [A]} \\ I_{L_2} &= \frac{U_b - U_0}{Z_2} \\ &= \frac{200/-120^\circ - 111.57/32.36^\circ}{250 + j100\pi} \\ &= 0.60/95.87^\circ \text{ [A]} \\ I_{L_3} &= \frac{U_c - U_0}{Z_3} \\ &= \frac{200/120^\circ - 111.57/32.36^\circ}{500 - j(1000/\pi)} \\ &= 0.54/-96.74^\circ \text{ [A]} \end{aligned}$$

1.2. Con línea de neutro

1.2.1. Secuencia positiva

Considerando una secuencia positiva:

$$U_a = 220/0^\circ \text{ [V]}$$

$$U_b = 220/-120^\circ \text{ [V]}$$

$$U_c = 220/120^\circ \text{ [V]}$$

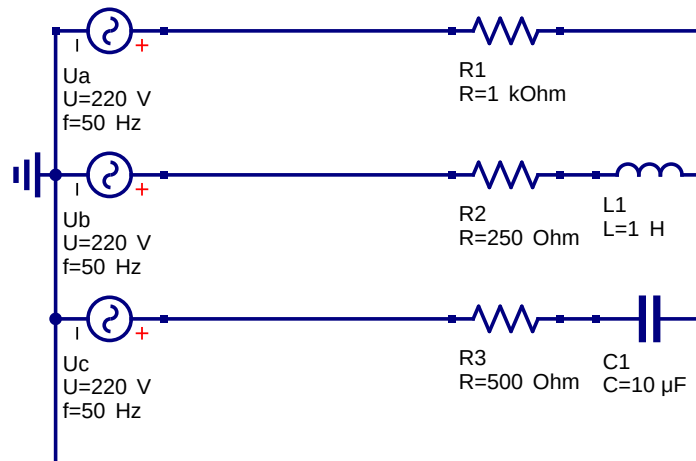


Figura 2: Circuito trifásico desequilibrado con línea de neutro.

Se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}
 I_{L_1} &= \frac{U_a}{Z_1} \\
 &= \frac{200/0^\circ}{500} \\
 &= 0.22/0^\circ [\text{A}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{L_2} &= \frac{U_b}{Z_2} \\
 &= \frac{200/-120^\circ}{250 + j100\pi} \\
 &= 0.55/-171.49^\circ [\text{A}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{L_3} &= \frac{U_c}{Z_3} \\
 &= \frac{200/120^\circ}{500 - j(1000/\pi)} \\
 &= 0.37/152.48^\circ [\text{A}]
 \end{aligned}$$

Con las corrientes de línea se calcula la corriente de neutro:

$$\begin{aligned}
 I_0 &= I_{L_1} + I_{L_2} + I_{L_3} \\
 &= 0.22/0^\circ + 0.55/-171.49^\circ + 0.37/152.48^\circ \\
 &= 0.66/172.10^\circ [\text{A}]
 \end{aligned}$$

1.2.2. Secuencia negativa

Considerando una secuencia negativa:

$$\begin{aligned}
 U_a &= 220/0^\circ [\text{V}] \\
 U_b &= 220/120^\circ [\text{V}] \\
 U_c &= 220/-120^\circ [\text{V}]
 \end{aligned}$$

Se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned} I_{L_1} &= \frac{U_a}{Z_1} \\ &= \frac{200/0^\circ}{500} \\ &= 0.22/0^\circ [\text{A}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{L_2} &= \frac{U_b}{Z_2} \\ &= \frac{200/120^\circ}{250 + j100\pi} \\ &= 0.55/68.51^\circ [\text{A}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{L_3} &= \frac{U_c}{Z_3} \\ &= \frac{200/-120^\circ}{500 - j(1000/\pi)} \\ &= 0.37/-87.52^\circ [\text{A}] \end{aligned}$$

Con las corrientes de línea se calcula la corriente de neutro:

$$\begin{aligned} I_0 &= U_{L_1} + U_{L_2} + U_{L_3} \\ &= 0.22/0^\circ + 0.55/68.51^\circ + 0.37/-87.52^\circ \\ &= 0.46/17.66^\circ [\text{A}] \end{aligned}$$

1.3. Resumen de resultados

		$I_{L_1} [\text{A}]$	$I_{L_2} [\text{A}]$	$I_{L_3} [\text{A}]$	$U_0 [\text{V}]$	$I_0 [\text{A}]$
(+)	SN	$0.38/2.86^\circ$	$0.44/-125.59^\circ$	$0.36/109.35^\circ$	$159.99/-173.20^\circ$	—
	CN	$0.22/0^\circ$	$0.55/-171.49^\circ$	$0.37/152.48^\circ$	0	$0.66/172.10^\circ$
(-)	SN	$0.14/-25.40^\circ$	$0.60/95.87^\circ$	$0.54/-96.74^\circ$	$111.57/32.36^\circ$	—
	CN	$0.22/0^\circ$	$0.55/68.51^\circ$	$0.37/-87.52^\circ$	0	$0.46/17.66^\circ$

2. Simulación

Se utilizó el software *Electronic Workbench v5.12*. para simular los circuitos, estos pueden verse en las figuras: (3), (4), (5) y (6).

3. Tablas y mediciones

En las tablas siguientes, se presentan los resultados obtenidos con las mediciones realizadas en laboratorio.

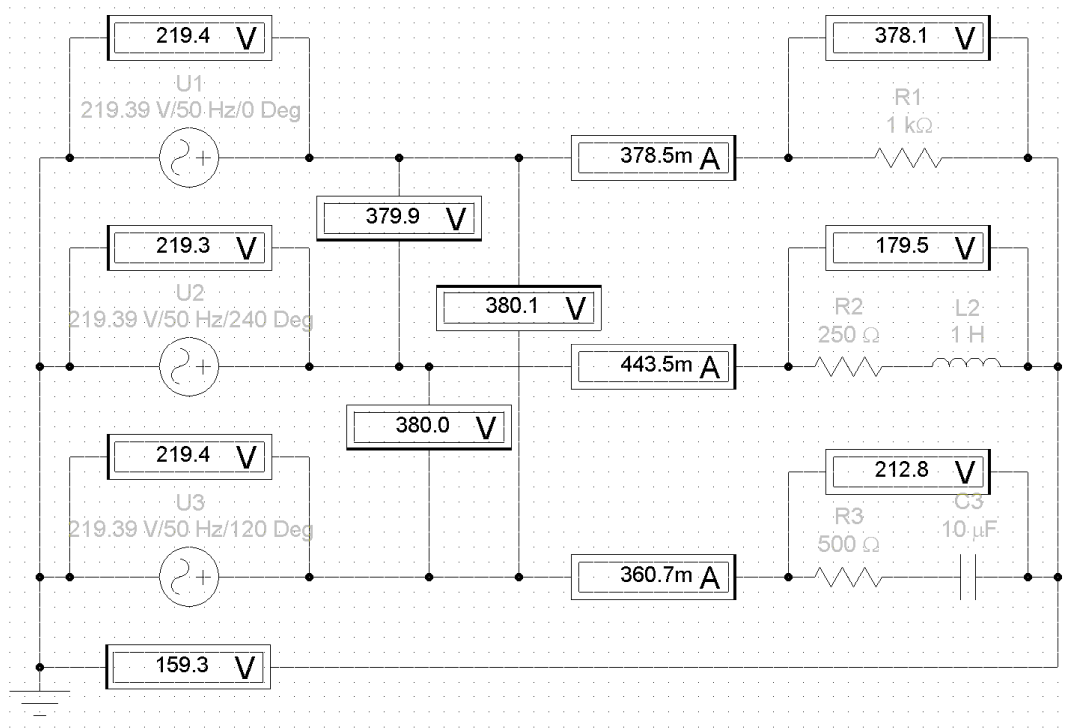


Figura 3: Simulación del circuito sin linea de neutro secuencia positiva.

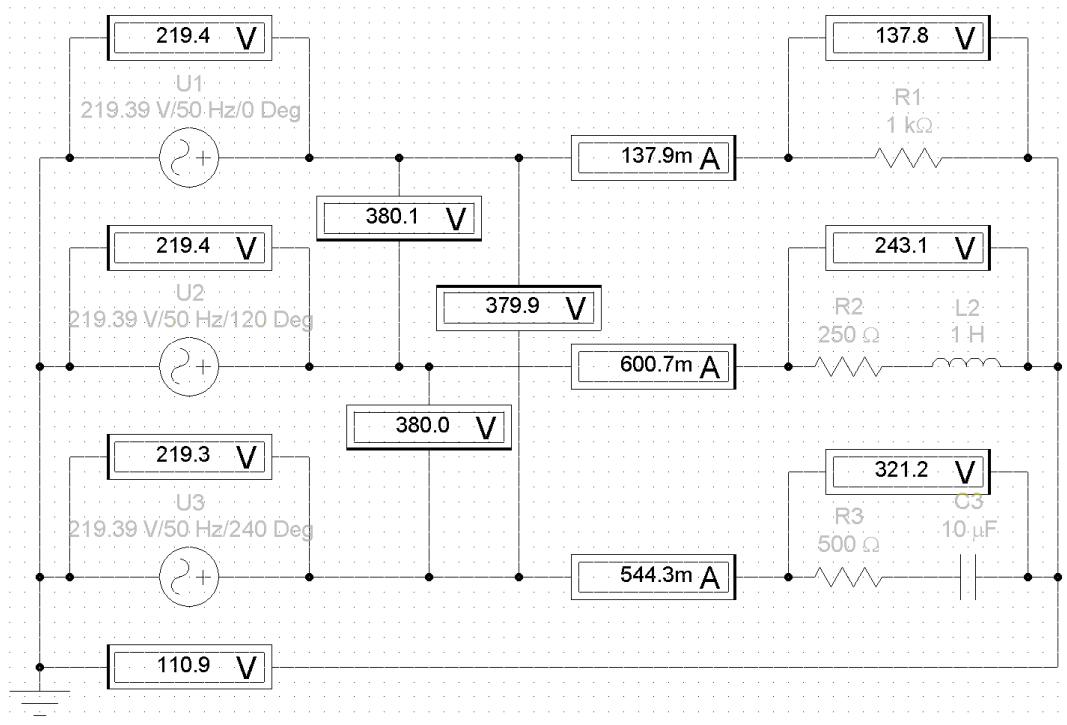


Figura 4: Simulación del circuito sin linea de neutro secuencia negativa.

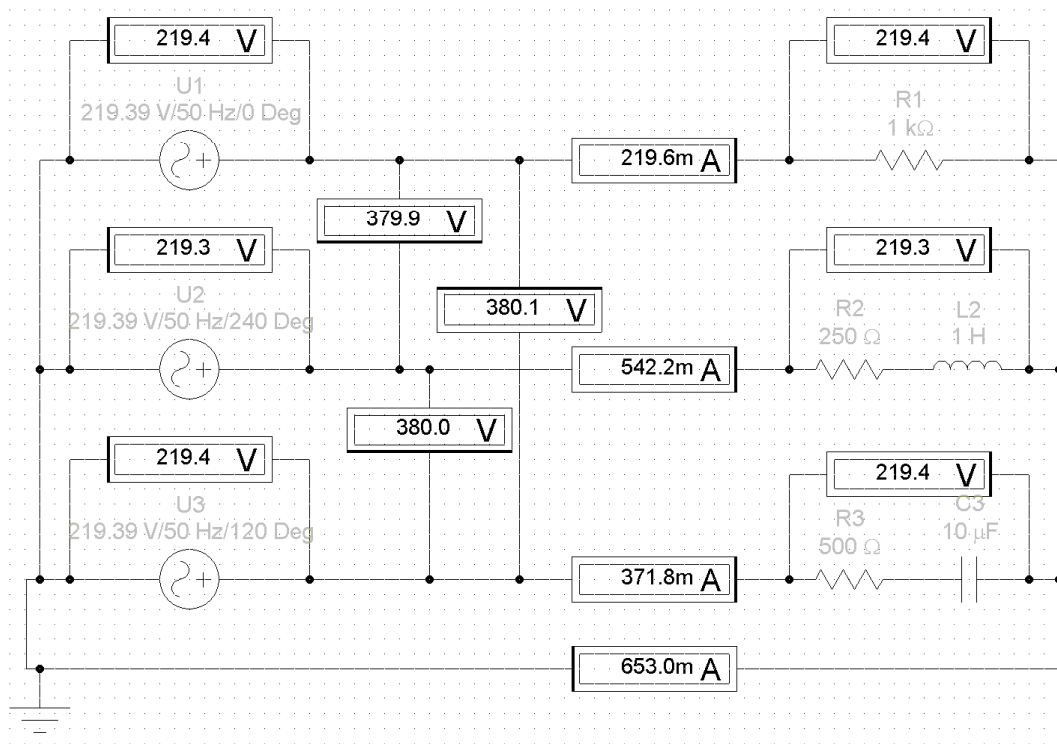


Figura 5: Simulación del circuito con línea de neutro secuencia positiva.

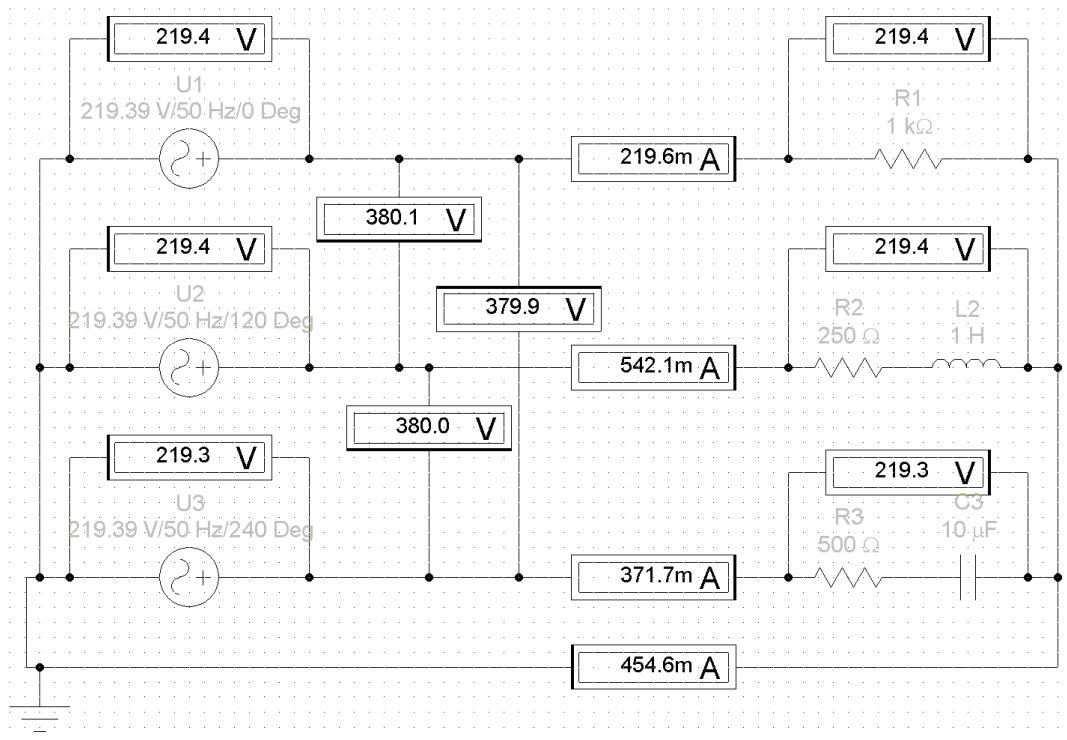


Figura 6: Simulación del circuito con línea de neutro secuencia negativa.

		$U_{L_1-N}[\text{V}]$	$U_{L_2-N}[\text{V}]$	$U_{L_3-N}[\text{V}]$	$I_{L_1}[\text{A}]$	$I_{L_2}[\text{A}]$	$I_{L_3}[\text{A}]$	$U_0[\text{V}]$	$I_0[\text{A}]$
(+)	SN	224	222	225	0.36	0.43	0.35	159	—
	CN	225	222	224	0.2	0.53	0.36	0	0.63
(-)	SN	225	222	224	0.12	0.59	0.53	109	—
	CN	225	222	226	0.2	0.53	0.37	0	0.43

		$U_{Z_1}[\text{V}]$	$U_{Z_2}[\text{V}]$	$U_{Z_3}[\text{V}]$
(+)	SN	384	184	218
	CN	225	173	225
(-)	SN	146	244	328
	CN	225	222	226

4. Cuestionario

1. **¿Existe variación en los valores medidos al cambiar la secuencia del generador? Qué sucedería en caso de que el sistema fuera equilibrado habría también variación?. Justifique su respuesta.**

La secuencia del generador determina la fase de los voltajes de fase pero no su magnitud, como puede verse en las mediciones tomadas.

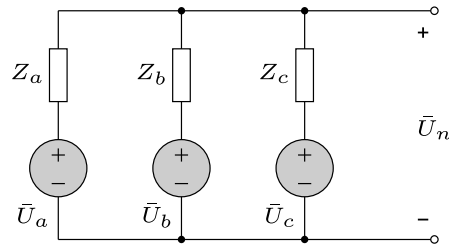
Las corrientes de fase por otro lado son determinadas mediante la ley de *Ohm*:

$$I_f = \frac{U_f}{Z_Y}$$

Y por tanto, varían según la impedancia conectada en la fase; si las impedancias conectadas son iguales, las corrientes de fase tendrían la misma magnitud.

2. **Demostrar el teorema de *Millman* y verifique el valor calculado con el valor medido en laboratorio. Explique el por qué de las variaciones si existen.**

Considerando una conexión estrella-estrella:



Se calcula el voltaje de neutro por medio del método de voltajes de nodo:

$$\frac{\bar{U}_n - \bar{U}_a}{Z_a} + \frac{\bar{U}_n - \bar{U}_b}{Z_b} + \frac{\bar{U}_n - \bar{U}_c}{Z_c} = 0$$

$$\frac{\bar{U}_n}{Z_a} - \frac{\bar{U}_a}{Z_a} + \frac{\bar{U}_n}{Z_b} - \frac{\bar{U}_b}{Z_b} + \frac{\bar{U}_n}{Z_c} - \frac{\bar{U}_c}{Z_c} = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{U}_n}{Z_a} + \frac{\bar{U}_n}{Z_b} + \frac{\bar{U}_n}{Z_c} &= \frac{\bar{U}_a}{Z_a} + \frac{\bar{U}_b}{Z_b} + \frac{\bar{U}_c}{Z_c} \\ \bar{U}_n \left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} \right) &= \frac{\bar{U}_a}{Z_a} + \frac{\bar{U}_b}{Z_b} + \frac{\bar{U}_c}{Z_c} \\ \bar{U}_n &= \frac{\frac{\bar{U}_a}{Z_a} + \frac{\bar{U}_b}{Z_b} + \frac{\bar{U}_c}{Z_c}}{\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}}\end{aligned}$$

Los voltajes de neutro a verificar son:

Secuencia	Calculado	Laboratorio	Porcentaje de error
Positiva	159.99[V]	159[V]	0.6188 %
Negativa	111.57[V]	109[V]	2.3035 %

Las variaciones entre el valor calculado y la medición en laboratorio son mínimas, ocasionadas por la medición.

3. **Verificar la ley de corrientes de *Kirchhoff* sin neutro conectado con los valores teóricos calculados, cuánto debería ser y cuánto es lo que se obtiene?**

En un circuito trifásico estrella-estrella la corriente de línea y la corriente de fase son iguales, por tanto aplicando la ley de corrientes de *Kirchhoff* sobre el nodo central de las cargas, se obtiene:

$$\begin{aligned}I_{L_1} + I_{L_2} + I_{L_3} &= 0 \\ 0.38/2.86^\circ[\text{A}] + 0.44/-125.59^\circ[\text{A}] + 0.36/109.35^\circ[\text{A}] &= 0 \\ 0/11.06 &= 0\end{aligned}$$

El valor es prácticamente 0.

4. **Con los datos tomados en el circuito con neutro conectado. ¿El valor medido de I_0 concuerda con lo aprendido en la teoría?**

Las corrientes en la conexión a neutro son:

Secuencia	Calculado	Laboratorio	Porcentaje de error
Positiva	0.66[A]	0.63[A]	4.54 %
Negativa	0.46[A]	0.43[A]	6.52 %

La discrepancia entre el valor calculado y el medido son despreciables.

5. **Con los datos de laboratorio, ¿existen diferencias de tensiones y corrientes tanto de fase como de línea, sin neutro y con neutro?. Justifique su respuesta.**

La variación en los voltajes de fase son mínimos ya sea con conexión a tierra o sin esta.

La variación en los voltajes de cada impedancia depende de la carga conectada, que en este caso es diferente para cada conexión.

Respecto a las corrientes de línea/fase estas dependen tanto de la carga conectada, como del voltaje entre neutros, y también si existe o no conexión entre ellos, como se describen en las ecuaciones planteadas en la sección de cálculos.

5. Conclusiones y Recomendaciones

Se calcularon, simularon y armaron los diversos circuitos trifásicos, y se pudo comprobar la variación según la secuencia del generador y la conexión de neutros para cargas desequilibradas.

Es recomendable al armar los circuitos en laboratorio revisar apropiadamente los multímetros para la medición de corriente y voltaje, ya que puede ser peligroso para los equipos cualquier descuido.