

**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
CARRERA DE ELECTROMECÁNICA**

TRANSFERENCIA DE CALOR
Apuntes de clase

Docente:

Ing. Msc. Edwin Augusto Rocha Triveño.

1. CAMBIADORES DE CALOR	5
1.1. Concepto	5
1.2. Objetivos	5
1.3. Tipos de cambiadores	5
1.3.1. Cambiador de contacto directo (CD)	5
1.3.2. Cambiador de contacto de superficie (CS)	6
1.4. Cambiadores de contacto de superficie	6
1.4.1. Cambiador de superficies planas o de flujo transversal	6
1.4.2. Cambiador de horquillas o de tubos concéntricos	7
1.4.3. Cambiador de superficies extendidas	7
1.4.4. Cambiador de calor de coraza y tubos	7
1.5. Diseño y calculo de cambiadores de calor	8
1.5.1. Áreas involucradas	8
1.6. Calculo y diseño térmico de un cambiador	8
1.7. Coeficiente global	9
1.7.1. Pared vertical	9
1.7.2. Conductor cilíndrico	10
1.8. Incrustaciones, costras, o ensuciamiento	11
1.9. Disposiciones de los fluidos en un cambiador	12
1.9.1. Calculo del gradiente	12
1.9.2. Pasos del cambiador	13

1.9.3. Factor de corrección (F_c)	13
1.9.4. Eficacia de un cambiador	13
1.10. Calculo del numero de tubos (N_T)	14
1.10.1. Criterio de la transferencia de calor	14
1.10.2. Criterio del flujo másico	14
1.11. Flujograma para el calculo de un cambiador de calor	15
1.12. Ebullición	15
1.13. Condensación	15
1.13.1. Calculo de h de condensación	16
1.13.2. Calculo de A	16
1.14. Método NUT (Numero de unidades térmicas)	17
1.15. Superficies aletadas, aleteadas o extendidas	17
1.15.1. Caso: Superficie con sección transversal uniformemente variable	18
1.15.2. Caso: Aletas de sección transversal uniforme	19
1.15.3. Caso: Aletas circulares de espesor constante	19
1.15.4. Método de la eficiencia de aleta	20

Bibliografía recomendada

- [1] Pitts; Sissom. *Teoría y problemas de transferencia de calor.*
- [2] Kreith; Manglik; Bohn. *Principios de transferencia de calor.*
- [3] Holman. *Transferencia de calor.*
- [4] McAdams. *Transmisión de calor.*
- [5] Ocon; Tojo. *Problemas de ingeniería química. Operaciones básicas. Tomo I.*
- [6] Welty. *Transferencia de calor aplicada a la ingeniería.*
- [7] Kern. *Procesos de transferencia de calor.*

CAPÍTULO 1

CAMBIADORES DE CALOR

1.1. Concepto

Es un equipo térmico en el que un fluido o medio mas “caliente” entrega calor al fluido o medio mas “frío”.

1.2. Objetivos

- Optimización del uso de la energía mediante el aprovechamiento de la energía de desecho.
- Mejorar el control del proceso de transferencia de calor.
- Manejo de grandes cantidades de calor.

1.3. Tipos de cambiadores

- Cambiador de contacto directo.
- Cambiador de contacto de superficie.
- Regeneradores.

1.3.1. Cambiador de contacto directo (CD)

Ventajas

- Diseño, calculo y construcción relativamente fáciles.
- Costo bajo.

Desventajas

- Solo intervienen fluidos de la misma naturaleza.
- Fluidos con diferentes grados de fuerza, composición, etc.

1.3.2. Cambiador de contacto de superficie (CS)

Ventajas

- Interviene cualquier tipo de fluido.
- Mayor control de los fluidos participantes.
- Aplicaciones industriales.
- Manejo de grandes tasas de calor.

Desventajas

- Calculo y diseño complejos.
- Materiales y construcción caros.
- Costos de mantenimiento elevados.

1.4. Cambiadores de contacto de superficie

1.4.1. Cambiador de superficies planas o de flujo transversal

Ventajas

- Calculo y diseño no complejo.
- Materiales y construcción relativamente económicos.

Desventajas

- Presiones bajas a medias.
- Áreas de transferencia de calor limitadas.

1.4.2. Cambiador de horquillas o de tubos concéntricos

Ventajas

- Diseño y calculo relativamente fácil.
- Materiales y construcción económicos.

Desventajas

- Área de transferencia de calor reducida.
- Gran probabilidad de fugas.
- Elevados costos de mantenimiento.

1.4.3. Cambiador de superficies extendidas

El objetivo es disminuir las dimensiones del cambiador de calor.

Ventajas

- Permite disminuir notablemente las dimensiones del equipo.

Desventajas

- Diseño y calculo muy complejos.
- Material caro adquirido de fabrica.
- Mantenimiento caro.

1.4.4. Cambiador de calor de coraza y tubos

Ventajas

- Medianas a elevadas áreas de transferencia de calor.
- Permite el manejo de elevadas tasas de calor.
- Mayor control del proceso.
- Aplicación industrial.

Desventajas

- Calculo y diseño complicado.
- Materiales y fabricación caros.
- Mantenimiento caro.

1.5. Diseño y calculo de cambiadores de calor

1.5.1. Áreas involucradas

- Área térmica.
- Área fluida.
- Área de materiales.
- Área de fabricación.
- Área de mantenimiento y operación.
- Área económica.

1.6. Calculo y diseño térmico de un cambiador

El balance de calor en condiciones adiabáticas, el calor perdido por el fluido caliente debe ser igual al calor ganado por el fluido frío.

$$q_h = q_c \quad (1.1)$$

Existen dos tipos de calor a considerarse:

- Calor sensible (q_s).
- Calor latente (q_l).

$$\begin{aligned} -q_{sh} &= q_{sc} \\ -\dot{m}_h C_{ph} (t_{ho} - t_{hi}) &= \dot{m}_c C_{pc} (t_{co} - t_{ci}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} -q_{lh} &= q_{sc} \\ -\dot{m}_h (-\Delta H) &= \dot{m}_c C_{pc} (t_{co} - t_{ci}) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Donde:

- \dot{m}_h, \dot{m}_c : Flujos másicos del fluido caliente y frío respectivamente.
- C_{ph}, C_{pc} : Calor específico de los fluidos caliente y frío respectivamente.
- t_{hi}, t_{ci} : Temperaturas de entrada de los fluidos caliente y frío respectivamente.
- t_{ho}, t_{co} : Temperaturas de salida de los fluidos caliente y frío respectivamente.

- ΔH : Calor de condensación del fluido caliente.

Los objetivos de balance pueden ser:

- Obtener el calor.
- Obtener un dato flotante.

Ecuación del calor transmitido en el cambiador de calor:

$$q = U A \Delta t \quad (1.4)$$

Donde:

- q : Calor transmitido.
- U : Coeficiente global de transferencia de calor.
- A : Área de transferencia de calor.
- Δt : Diferencia de temperaturas en el cambiador de calor.

$$\begin{aligned} -q_h &= q_c = q \\ A &= \frac{q}{U \Delta t} \end{aligned} \quad (1.5)$$

1.7. Coeficiente global

1.7.1. Pared vertical

$$\begin{aligned} q &= \frac{t_i - t_o}{R_{ci} + R_p + R_{co}} \\ q &= \frac{t_i - t_o}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{\Delta x_p}{k_p A_p} + \frac{1}{h_o A_o}} \\ A_i &= A_p = A_o = A \\ q &= \frac{A (t_i - t_o)}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_p}{k_p} + \frac{1}{h_o}} \\ U &= \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_p}{k_p} + \frac{1}{h_o}} \end{aligned} \quad (1.6)$$

1.7.2. Conductor cilíndrico

$$q = \frac{\bar{t}_o - \bar{t}_i}{R_{co} + R_p + R_{ci}}$$

$$q = \frac{\bar{t}_o - \bar{t}_i}{\frac{1}{h_o A_o} + \frac{\Delta r_p}{k_p A_p} + \frac{1}{h_i A_i}}$$

$$A_o \neq A_p \neq A_i$$

Multiplicando por A_o/A_o :

$$q = \frac{A_o(\bar{t}_o - \bar{t}_i)}{\frac{1}{h_o} + \frac{A_o \Delta r_p}{k_p A_p} + \frac{A_o}{h_i A_i}}$$

Considerando:

$$A_o = \pi D_e l$$

$$A_i = \pi D_i l$$

$$\frac{A_o}{A_i} = \frac{D_e}{D_i}$$

$$\frac{A_o \Delta r_p}{A_p} = \frac{\pi D_e l \Delta r_p}{\frac{A_o - A_i}{\ln\left(\frac{A_o}{A_i}\right)}}$$

$$\begin{aligned} A_o - A_i &= \pi D_e l - \pi D_i l \\ &= \pi l (D_e - D_i) \\ &= \pi l (2r_o - 2r_i) \\ &= 2\pi l (r_o - r_i) \\ &= 2\pi l \Delta r_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_o \Delta r_p}{A_p} &= \frac{\pi D_e l \Delta r_p}{\frac{2\pi l \Delta r_p}{\ln\left(\frac{A_o}{A_i}\right)}} \\ &= \frac{D_e}{2} \ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) \end{aligned}$$

Por tanto:

$$q = \frac{A_o(\bar{t}_o - \bar{t}_i)}{\frac{1}{h_o} + \frac{D_e}{2k_p} \ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{D_e}{h_i D_i}}$$

$$q = U_o A_o \Delta t$$

U_o : Coeficiente global referido a la superficie externa.

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_o} + \frac{D_e}{2k_p} \ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_i} \left(\frac{D_e}{D_i}\right)} \quad (1.7)$$

Multiplicando por A_i/A_i :

$$q = \frac{A_i(\bar{t}_o - \bar{t}_i)}{\frac{A_i}{h_o A_o} + \frac{A_i \Delta r_p}{k_p A_p} + \frac{1}{h_i}}$$

Considerando:

$$\begin{aligned} \frac{A_i \Delta r_p}{A_p} &= \frac{\pi D_i l \Delta r_p}{\frac{A_o - A_i}{\ln\left(\frac{A_o}{A_i}\right)}} \\ &= \frac{\pi D_i l \Delta r_p}{\frac{2\pi l \Delta r_p}{\ln\left(\frac{A_o}{A_i}\right)}} \\ &= \frac{D_i}{2} \ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} q &= \frac{A_i(\bar{t}_o - \bar{t}_i)}{\frac{1}{h_i} + \frac{D_i}{2k_p} \ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{D_i}{h_o D_e}} \\ q &= U_i A_i \Delta t \end{aligned}$$

U_i : Coeficiente global referido a la superficie interna.

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{D_i}{2k_p} \ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_o} \left(\frac{D_i}{D_e}\right)} \quad (1.8)$$

Igualando las expresiones:

$$U_o A_o \Delta t = U_i A_i \Delta t$$

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{A_i}{A_o} = \frac{D_i}{D_e} \quad (1.9)$$

1.8. Incrustaciones, costras, o ensuciamiento

$$\begin{aligned} q &= \frac{\Delta t}{R_{ci} + R_{di} + R_p + R_{do} + R_{co}} \\ \frac{1}{U_d} &= \frac{1}{U} + \sum R_d \end{aligned}$$

$$\sum R_d = R_{di} + R_{do}$$

$$\frac{1}{U_{do}} = \frac{1}{U_o} + \sum R_d \quad (1.10)$$

$$\frac{1}{U_{di}} = \frac{1}{U_i} + \sum R_d \quad (1.11)$$

Donde:

- U_d : Coeficiente de diseño (con incrustaciones).
- U : Coeficiente limpio (sin incrustaciones).

$$q = U_d A_d \Delta t = U_{do} A_{do} \Delta t = U_{di} A_{di} \Delta t \quad (1.12)$$

1.9. Disposiciones de los fluidos en un cambiador

Pueden ser:

- En contracorriente o contra flujo.
- En corriente paralela.
- Con cambio de fase.

1.9.1. Cálculo del gradiente

El gradiente de temperatura se puede aproximar por medio de:

$$\Delta t = \frac{1}{2} (\Delta t_1 + \Delta t_2)$$

Para el cálculo del valor exacto se procede de la siguiente manera:

$$dq = U \Delta t dA$$

Del gráfico puede verse que:

$$\frac{d\Delta t}{dq} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{q}$$

Combinando ambas expresiones:

$$\frac{d\Delta t}{U \Delta t dA} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{q}$$

$$\frac{d\Delta t}{U \Delta t} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{q} dA$$

Se simplifica la expresión considerando que U es constante y no esta en función de la gradiente de temperatura.

$$\begin{aligned} \int \frac{d\Delta t}{U \Delta t} &= \int \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{q} dA \\ \frac{1}{U} \ln \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \right) &= \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{q} A \\ q &= U A \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \right)} \end{aligned}$$

Por tanto el gradiente logarítmico es:

$$\Delta t_{log} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \right)} \quad (1.13)$$

1.9.2. Pasos del cambiador

1.9.3. Factor de corrección (F_c)

$$\Delta t = F_c \Delta t_{log}$$

Donde:

- Δt_{log} para un cambiador 1:1 en contracorriente.

Para cambiadores 1:1 y condensadores el factor de corrección $F_c = 1$.

Para hallar el factor de corrección se usa la tabla de corrección usando los valores X y Z :

$$X = \frac{t_{c2} - t_{c1}}{t_{h1} - t_{c1}} \quad (1.14)$$

$$Z = \frac{t_{h1} - t_{h2}}{t_{c2} - t_{c1}} \quad (1.15)$$

1.9.4. Eficacia de un cambiador

1. $Z > 1$:

$$\eta = \frac{t_{c2} - t_{c1}}{t_{h2} - t_{c1}} \quad (1.16)$$

2. $Z < 1$:

$$\eta = \frac{t_{h1} - t_{h2}}{t_{h1} - t_{c1}} \quad (1.17)$$

1.10. Cálculo del número de tubos (N_T)

1.10.1. Criterio de la transferencia de calor

$$A_o = \pi D_e L_t$$

$$L_t = \frac{A_o}{\pi D_e}$$

$$N_T = \frac{L_t}{L}$$

Donde:

- L_t : Longitud de tramo o longitud de 1 tubo.

1.10.2. Criterio del flujo másico

$$N_T = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_1}$$

Donde:

- \dot{m} : Flujo másico total (fluido interno).
- \dot{m}_1 : Flujo másico por 1 tubo.

$$\dot{m} = v A_t \rho$$

$$\dot{m}_1 = v A_{t1} \rho$$

$$N_T = \frac{A_t}{A_{t1}}$$

Caso 1:1:

$$N_T \Big|_q = N_T \Big|_{\dot{m}}$$

Caso 1:2:

$$N_T \Big|_q = 2 N_T \Big|_{\dot{m}}$$

Caso 1:3:

$$N_T \Big|_q = 3 N_T \Big|_{\dot{m}}$$

1.11. Flujograma para el calculo de un cambiador de calor

1.12. Ebullición

- *I*: Convección libre.
- *II*: Formación de burbujas individuales.
- *III*: Formación de burbujas en columnas.
- *IV*: Película inestable.
- *V*: Película estable.
- *VI*: Radiación afecta la película.

1.13. Condensación

Es el proceso por el que vapor saturado se convierte en liquido, mediante la extracción de calor latente.

Tipos de condensación:

1. Condensación en forma de película.
2. Condensación en forma de gotas.

Depende de factores como: el tipo de valor o el tipo de superficie.

$$q = h_{\text{cond}} A (t_v - t_s)$$

$$q = \dot{m}_v (\Delta H)$$

Donde:

- h_{cond} : Coeficiente de condensación [$\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}$].
- A : Superficie de condensación [m^2].
- t_v : Temperatura de vapor.
- t_s : Temperatura de superficie fría.
- \dot{m}_v : Flujo másico del condensado o del vapor [kg/h].
- ΔH : Calor de condensación [kcal/kg].

1.13.1. Cálculo de h de condensación

Para superficies verticales:

Para placas:

$$h = 1.13 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Delta H}{L \mu_f (t_v - t_s)} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.18)$$

Para tubos:

$$h = 1.18 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \pi D}{\mu_f W} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.19)$$

Para tubos horizontales:

$$h = 0.725 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Delta H}{N^{2/3} D \mu_f (t_v - t_s)} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.20)$$

Las propiedades del fluido se calculan a la temperatura media de la película condensada:

$$t_f = t_v - \frac{3}{4} (t_v - t_s) \quad (1.21)$$

Donde:

- L : Altura de la superficie.
- D : Diámetro externo.
- W : Flujo másico de condensado.

$$W = \frac{\dot{m}_v}{N_T}$$

- N : Numero de tubos por columna.

1.13.2. Cálculo de A

$$q = h_{\text{cond}} A (t_v - t_s)$$

$$q = \dot{m}_v (\Delta H)$$

$$A = \frac{\dot{m}_v (\Delta H)}{h_{\text{cond}} A (t_v - t_s)} \quad (1.22)$$

1.14. Método NUT (Numero de unidades térmicas)

Su importancia radica en que no es necesario conocer las temperaturas de salida de los fluidos.

$$\epsilon = \frac{q_r}{q_{\max}} \quad (1.23)$$

$$q_{\max} = C_{\min} (t_{h1} - t_{c1})$$

$$C_{\min} = \min(C_h, C_c)$$

$$C_h = \dot{m}_h C_{ph}$$

$$C_c = \dot{m}_c C_{pc}$$

Donde:

- q_r : Calor real transmitido.

$$q_r = -q_h = q_c$$

- q_{\max} : Calor máximo transmitido en un cambiador de calor 1:1 de área infinita.

- C : Capacidad térmica.

$$C = \dot{m} C_p$$

$$\text{NUT} = \frac{U A}{C_{\min}} \quad (1.24)$$

Físicamente en NUT nos da la idea del tamaño del cambiador.

1.15. Superficies aletadas, aleteadas o extendidas

Balance:

$$q \Big|_x = q \Big|_{x+\Delta x} + q_c$$

Donde:

- $q \Big|_x$: Calor que ingresa el VC.

- $q \Big|_{x+\Delta x}$: Calor que sale del VC.

- q_c : Calor que se transfiere por convección del VC al medio exterior.

- VC: Volumen de control.

$$\begin{aligned}
 q \Big|_x - q \Big|_{x+\Delta x} - q_c &= 0 \\
 -k_x A(x) \frac{dt}{dx} \Big|_x - \left(-k_x A(x) \frac{dt}{dx} \Big|_{x+\Delta x} \right) - h S(x) (t - t_\infty) &= 0 \\
 S(x) &= P(x) A(x) \\
 -k_x A(x) \frac{dt}{dx} \Big|_x + k_x A(x) \frac{dt}{dx} \Big|_{x+\Delta x} - h P(x) A(x) (t - t_\infty) &= 0
 \end{aligned}$$

Ecuación general de una superficie extendida:

$$\frac{d}{dx} \left[k_x A(x) \frac{dt}{dx} \right] - h P(x) (t - t_\infty) = 0 \quad (1.25)$$

Donde:

- $A(x)$: Área transversal de la aleta.
- $P(x)$: Perímetro de la aleta.
- t : Temperatura de la aleta.
- t_∞ : Temperatura del medio exterior.
- h : Coeficiente de convección de la aleta.

1.15.1. Caso: Superficie con sección transversal uniformemente variable

$$\frac{d}{dx} \left[\left[A_o + (A_L - A_o) \frac{x}{L} \right] \frac{dt}{dx} \right] - \frac{h}{k} \left[P_o + (P_L - P_o) \frac{x}{L} \right] (t - t_\infty) = 0 \quad (1.26)$$

Donde:

- A_o : Área en la base.
- P_o : Perímetro en la base.
- A_L : Área en el extremo.
- P_L : Perímetro en el extremo.

1.15.2. Caso: Aletas de sección transversal uniforme

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{h P}{k A} (t - t_{\infty}) = 0 \quad (1.27)$$

1.15.3. Caso: Aletas circulares de espesor constante

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) - \frac{h r}{k t} (t - t_{\infty}) = 0$$

Soluciones para aletas de sección transversal constante:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{h P}{k A} (t - t_{\infty}) &= 0 \\ \theta &= t - t_{\infty} \\ m^2 &= \frac{h P}{k A} \\ \frac{d^2 t}{dx^2} - m^2 \theta &= 0 \end{aligned} \quad (1.28)$$

Solución general:

$$\begin{aligned} \theta &= C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \\ \theta &= A \cosh(mx) + B \sinh(mx) \end{aligned}$$

Solución particular: Se debe resolver los coeficientes con las condiciones de contorno.

1. Aletas muy largas:

$$\begin{aligned} x = 0 &\rightarrow \theta = \theta_0 \\ x = \infty &\rightarrow \theta = 0 \\ \frac{\theta}{\theta_0} &= e^{-mx} \\ \frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} &= e^{-mx} \end{aligned} \quad (1.29)$$

2. Temperatura conducida en $x = L$:

$$\begin{aligned} x = 0 &\rightarrow \theta = \theta_0 \\ x = L &\rightarrow \theta = \theta_L \\ \theta_L &= t_L - t_{\infty} \\ \theta_0 &= t_0 - t_{\infty} \\ \theta &= t - t_{\infty} \\ \frac{\theta}{\theta_0} &= \frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} = \left(\frac{\theta_L}{\theta_0} - e^{-mL} \right) \left(\frac{e^{mx} - e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} \right) + e^{-mx} \end{aligned} \quad (1.30)$$

3. Extremo de la aleta aislado:

$$\begin{aligned}
 x = 0 &\rightarrow \theta = \theta_0 \\
 x = L &\rightarrow \frac{d\theta}{dx} = 0 \\
 \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} &= \frac{e^{mx}}{1 + e^{2mL}} + \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}}
 \end{aligned} \tag{1.31}$$

4. Conducción en el extremo es igual a la convección en el extremo:

$$\begin{aligned}
 x = 0 &\rightarrow \theta = \theta_0 \\
 x = L &\rightarrow k \frac{d\theta}{dx} = h \theta \\
 \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} &= \frac{\cosh(m(L - x)) + (\frac{h}{mk}) \sinh(m(L - x))}{\cosh(mL) + (\frac{h}{mk}) \sinh(mL)}
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

1.15.4. Método de la eficiencia de aleta

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} &= \frac{I_0(nr) K_1(nr_2) + K_0(nr) I_1(nr_2)}{I_0(nr_1) K_1(nr_2) + K_0(nr) I_1(nr_2)} \\
 n &= \sqrt{\frac{2h}{kr}}
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Donde:

- I_0 : Ecuación de *Bessel* modificada de primera especie.
- K_1 : Ecuación de *Bessel* modificada de segunda especie.

Balance:

$$\begin{aligned}
 q_t &= q_a + q_{s/a} \\
 q_a &= \eta_a h_a A_a (t - t_\infty) \\
 q_{s/a} &= h_o A_{s/a} (t - t_\infty) \\
 q_t &= \eta_a h_a A_a (t - t_\infty) + h_o A_{s/a} (t - t_\infty)
 \end{aligned}$$

$$A_{s/a} = N_a A_{s/a1}$$

$$A_a = N_a A_{a1}$$

$$q = N_a [h_o A_{s/a1} (t_o - t_\infty) + \eta_a h_a A_{a1} (t - t_\infty)]$$

Donde:

- N_a : Numero de aletas.
- $A_{s/a1}$: Área libre entre dos aletas.
- A_{a1} : Área de una aleta.

Simplificación:

$$h_o \approx h_a$$

$$q = N_a h_o (t_o - t_\infty)(A_{s/a1} + \eta A_{a1})$$