



UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA

CIRCUITOS ELECTRICOS I

TEMA 6

MSc. Ing. Juan José Edgar
MONTERO GUEVARA

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACITANCIA

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Introducción

El Inductor

El Capacitor

Serie - Paralelo

Problemas

- ☐ **Conocer la teoría y práctica de los elementos componentes de los circuitos inductancia y capacitancia**
- ☐ **Conocer el método matemático de solución de los elementos que almacenan energía eléctrica**
- ☐ **Aplicar a la resolución de problemas**

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

Introducción: Inductores y Capacitores

- **Además de la resistencia eléctrica, en un circuito eléctrico aparecen otros dos tipos de elementos pasivos de almacenamiento de energía: el Condensador y la Inductancia**
- **Tanto el inductor como el capacitor son elementos lineales pasivos que pueden almacenar y liberar energía pero no pueden generarla o disiparla**
- **Procederemos a describir el comportamiento terminal de los inductores y los capacitores en términos de corriente y voltaje y sus respectivas asociaciones.**



UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Inductor o Bobina

Un inductor o bobina es un componente pasivo de un circuito eléctrico que, debido al fenómeno de la autoinducción, almacena energía en forma de campo magnético. Los inductores son elementos de circuito basados en:

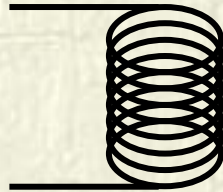
- **Carga en movimiento o corriente es la fuente ⇒ Campos Electromagnéticos**
- **Corriente variable en el tiempo ⇒ Campo magnético variable**
- **Campo magnético variable ⇒ Inducción de voltaje a cualquier conductor presente en el campo**
- **El parámetro de circuito que relaciona el voltaje inducido con la corriente es la **Inductancia****
- **La inductancia (L [H]) es el parámetro de circuito con que se describe a un inductor**

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Inductor o Bobina

Una inductancia es un solenoide o bobina construido:

- ⇒ **Un hilo conductor arrollado con un número N de vueltas**
- ⇒ **Cada vuelta una espira (N espiras conectadas en serie)**
- ⇒ **Cuando la bobina es recorrida por una corriente eléctrica $i(t)$, el campo magnético creado dará lugar a un flujo que recorre el interior del solenoide, a través de las espiras**
- ⇒ **Según la Ley de Faraday, en extremos de la bobina se induce una diferencia de potencial por el flujo creado en la propia bobina, que recibe el nombre de fem autoinducida, con una polaridad tal que se opone al paso de la corriente eléctrica**



$$e(t) = N \frac{d\phi}{dt}$$

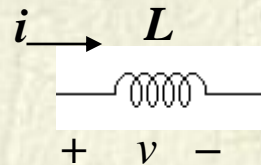
UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Inductor o Bobina

- Según la expresión anterior, para un flujo constante no habrá tensión inducida. Con lo que para corriente continua una bobina se comporta como un cortocircuito.

- Toda bobina queda determinada por el valor de una constante L llamado coeficiente de autoinducción, que se mide en Henrios (H), y relaciona el flujo creado en la bobina con la intensidad que la recorre

$$L = N \frac{d\phi(t)}{di(t)}$$



- La f.e.m. autoinducida en la inductancia se expresará como:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

- La corriente se expresará como:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$$

- La potencia y la energía almacenada en el inductor será respectivamente:

$$p(t) = v(t)i(t) = \left(L \frac{di(t)}{dt} \right) \cdot i(t) \quad W = \int p(t) dt = \frac{1}{2} Li^2(t) \quad J$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Inductor o Bobina

RESUMEN DEL INDUCTOR

- Si la corriente en un “**L**” no está cambiando con el tiempo, entonces el voltaje entre sus terminales es cero. Por lo tanto, un “**L**” se comporta como un cortocircuito para cd.
- Puede almacenarse una cantidad finita de energía en un “**L**” aún cuando el voltaje en sus terminales sea cero, por ejemplo, cuando la corriente sea constante.
- Es imposible poder cambiar la corriente de un “**L**” en una cantidad finita en un tiempo cero, ya que esto requiere un voltaje infinito en el “**L**”.
- El “**L**” nunca disipa energía, solo la almacena. Aunque esto es cierto para el modelo matemático, no lo es para un “**L**” real.

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Capacitor o Condensador

Un capacitor o condensador es un componente pasivo de un circuito eléctrico que se relaciona con Campos Eléctricos, acumula energía en forma de campo eléctrico. Los condensadores son elementos de circuito basados en:

- ❑ Campo eléctrico \Rightarrow Separación de carga o voltaje**
- ❑ Voltaje variable en el tiempo \Rightarrow Campo eléctrico variable**
- ❑ Campo eléctrico variable \Rightarrow Corriente de desplazamiento en el espacio ocupado por el campo**
- ❑ El parámetro de circuito que relaciona la corriente de desplazamiento con el voltaje es la Capacidad**
- ❑ La Capacidad (C [F]) es el parámetro de circuito con que se describe a un capacitor o condensador**

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Capacitor o Condensador

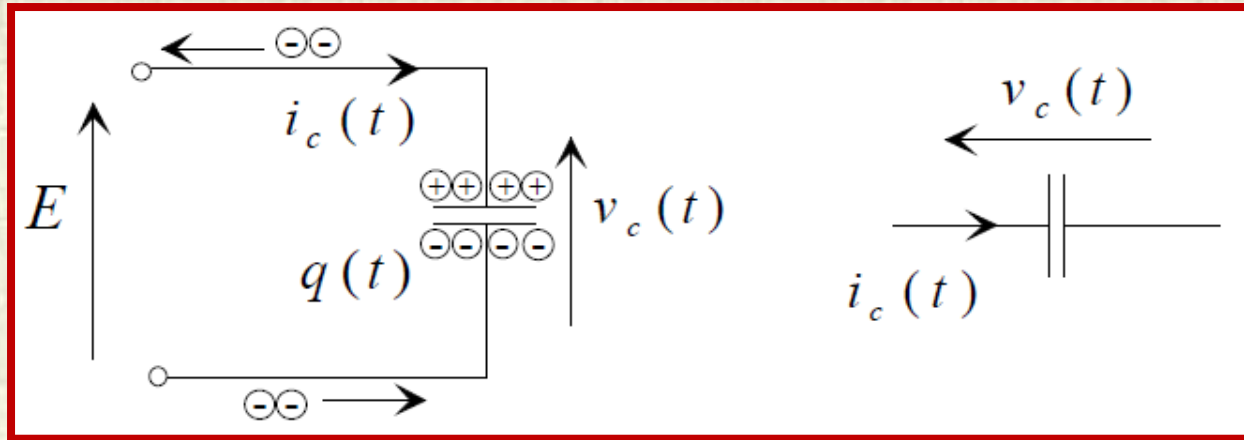
- ⇒ **Un condensador está constituido por dos placas conductoras enfrentadas, separadas por un material dieléctrico.**
- ⇒ **Cuando se aplica al condensador una diferencia de potencial, las placas quedan cargadas con polaridades contrarias, estableciéndose un campo eléctrico entre las placas.**
- ⇒ **La relación entre la cantidad de carga acumulada y la diferencia de potencial que ha provocado dicha acumulación, determinan una constante que caracteriza a todo condensador, denominada capacidad C medida en [F]**

Se puede expresar como:

$$C = \frac{q(t)}{v(t)}$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Capacitor o Condensador



Por lo tanto la tensión que presenta un condensador dependerá de la carga acumulada:

$$v(t) = \frac{q(t)}{C}$$

Durante el tiempo que tarda en acumularse la carga, se establece una intensidad de corriente eléctrica, igual a la cantidad de carga desplazada en la unidad de tiempo:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Con lo que la carga acumulada en el condensador será:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t) dt$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Capacitor o Condensador

Sustituyendo obtendremos la tensión a extremos del condensador:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(t) dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

Donde el valor $v(t_0)$ hace referencia al valor de tensión que aparece en el condensador debido a una carga anterior.

Cuando el condensador se usa en un circuito de corriente continua, se cargará hasta un valor determinado, presentando una tensión constante entre sus placas definida por:

$$V = \frac{1}{C} q$$

Si consideramos la intensidad como una función de la tensión tendremos:

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Capacitor o Condensador

De la que se deduce que si la tensión de un condensador se mantiene constante, la intensidad es nula, que es el comportamiento habitual en corriente continua, anulando la corriente en la rama donde esté el condensador.

La potencia en el condensador viene dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = v(t) \cdot \left(C \frac{dv(t)}{dt} \right)$$

La energía del condensador, almacenada en forma de campo eléctrico vendrá dada por:

$$W = \int_{t_0}^t p(t) dt = C \int_{v(t_0)}^{v(t)} v(t) dv(t) = \frac{C}{2} [v^2(t)]_{v(t_0)}^{v(t)}$$

Suponiendo una tensión $v(t=0)=0$, tendremos:

$$W = \frac{1}{2} C v^2(t) \text{ J}$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

El Capacitor o Condensador

RESUMEN

- Si la tensión en un “C” no está cambiando con el tiempo, entonces la corriente entre sus terminales es cero \Rightarrow se comporta como un circuito abierto para Corriente Continua
- Puede almacenarse una cantidad finita de energía en un “C” aún cuando la corriente en sus terminales sea cero, por ejemplo, cuando la tensión sea constante.
- Es imposible poder cambiar la tensión de un “C” en una cantidad finita en un tiempo cero, ya que esto requiere una corriente infinita en el “C”.
- El “C” nunca disipa energía, solo la almacena. Aunque esto es cierto para el modelo matemático, no lo es para un “C” real.

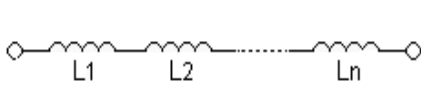
UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

Asociación en Serie y Paralelo de los Inductores y Capacitores

Así como las combinaciones serie de resistencias en serie y paralelo se pueden reducir a una resistencia equivalente, las combinaciones de inductores o condensadores en serie y en paralelo también se pueden reducir a un solo inductor o condensador equivalente

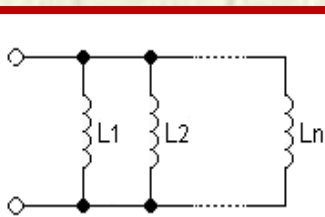
ASOCIACIÓN EN SERIE DE LOS INDUCTORES

⇒ La inductancia equivalente serie será:


$$L_{AB} = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \sum_{k=1}^n L_k$$

ASOCIACIÓN EN PARALELO DE LOS INDUCTORES

⇒ La inductancia equivalente paralelo será:

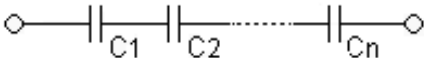

$$L_{AB} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}}$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

Asociación en Serie y Paralelo de los Inductores y Capacitores

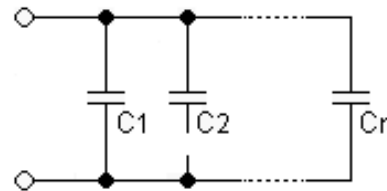
ASOCIACIÓN EN SERIE DE LOS CAPACITORES

⇒ La capacidad equivalente serie será:


$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

ASOCIACIÓN EN PARALELO DE LOS CAPACITORES

⇒ La capacidad equivalente paralelo será:



$$C_{AB} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{k=1}^n C_k$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

Problemas

Problema 1.

La fuente de corriente independiente del circuito que se muestra en la siguiente figura genera una corriente nula para $t < 0$ y un pulso $10 t e^{-5t}$ para $t > 0$.

a) ¿En qué instante se obtiene la máxima corriente?

R.: 0.2[s]

b) Dibujar la forma de onda de la corriente.

c) Expresar el voltaje entre las terminales del inductor de 100[mH] en función del tiempo.

R.: $V = e^{-5t} (1 - 5t)$ [V] para $t > 0$; $V = 0$ para $t < 0$

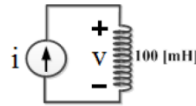
d) Dibujar la forma de onda del voltaje.

e) ¿Se obtiene el máximo voltaje cuando la corriente es máxima?

R.: No; el voltaje es proporcional a "di/dt", no a "i"

f) ¿En qué instante cambia la polaridad del voltaje?

R.: 0.2[s]

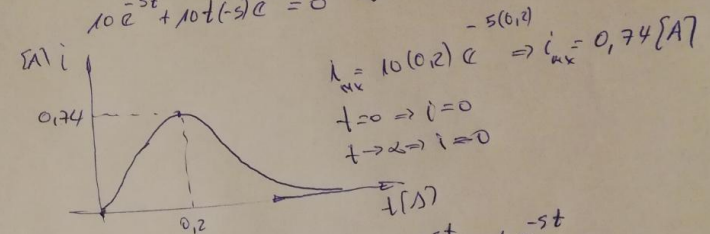


Problema 1

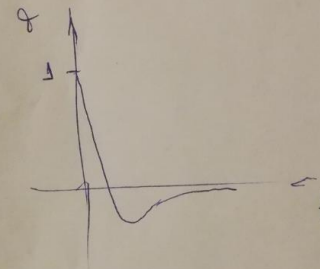
$i = 10 t e^{-5t} \quad t > 0 \quad i = 0 \quad t < 0$
 $t = ? (i_{max}) \quad \text{Gráf. } i = f(t)? \quad \dot{i} = ? \quad \text{Gráf. } v = f(t)?$

Para max: $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d(10 t e^{-5t})}{dt} = 0$

$10 e^{-5t} + 10 t (-5) e^{-5t} = 0 \Rightarrow 1 - 5t = 0 \Rightarrow t = 0.2 [s]$



$v = L \frac{di}{dt} = 0.1 [10 e^{-5t} + 10 t (-5) e^{-5t}] \Rightarrow v = e^{-5t} (1 - 5t)$
 $v = e^{-5t} (1 - 5t)$



$t = 0 \Rightarrow v = 1 [V]$
 $t = 0.2 \rightarrow v = 0 [V]$
 $t \rightarrow \infty \Rightarrow v = 0 [V]$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

Problemas

Problema 1.

La fuente de corriente independiente del circuito que se muestra en la siguiente figura genera una corriente nula para $t < 0$ y un pulso $10t e^{-5t}$ para $t > 0$.

a) ¿En qué instante se obtiene la máxima corriente?

R.: 0.2[s]

b) Dibujar la forma de onda de la corriente.

c) Expresar el voltaje entre las terminales del inductor de 100[mH] en función del tiempo.

R.: $V = e^{-5t} (1 - 5t)$ [V] para $t > 0$; $V = 0$ para $t < 0$

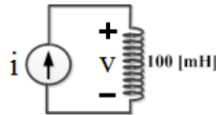
d) Dibujar la forma de onda del voltaje.

e) ¿Se obtiene el máximo voltaje cuando la corriente es máxima?

R.: No; el voltaje es proporcional a "di/dt", no a "i"

f) ¿En qué instante cambia la polaridad del voltaje?

R.: 0.2[s]

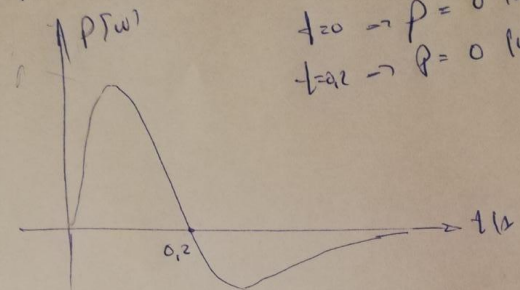


$$P = i^2 R$$

$$P = (e^{-5t} - 5te^{-5t}) 10t e^{-5t}$$

$$P = 10t e^{-10t} - 50t^2 e^{-10t} \text{ [W]}$$

$t=0 \rightarrow P=0 \text{ [W]}$
 $t=0.2 \rightarrow P=0 \text{ [W]}$



$$W = \int_0^{0.2} [10t e^{-10t} - 50t^2 e^{-10t}] dt = 27.07 \text{ [mJ]}$$

$$W = \int_{0.2}^{\infty} [10t e^{-10t} - 50t^2 e^{-10t}] dt = -27.07 \text{ [mJ]}$$

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} (0.1) (0.74)^2 = 0.0274 \text{ [J]} \Rightarrow 27.4 \text{ [mJ]}$$

UNIDAD 5: LA INDUCTANCIA Y LA CAPACIDAD

Problemas

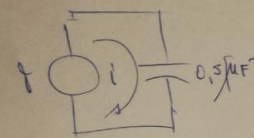
Problema 14

Se aplica un pulso de tensión a los terminales de un capacitor de $0,5[\mu\text{F}]$, descrito por las siguientes ecuaciones:

$$v = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ [s]} \\ 4t & 0 \leq t \leq 1 \text{ [s]} \\ 4e^{-(t-1)} & t \geq 1 \text{ [s]} \end{cases}$$

- Deduzca y grafique las expresiones correspondientes a la corriente, la potencia y la energía del condensador.
- Especifique el intervalo de tiempo durante el cual se está almacenando energía en el condensador. R.: $0 \leq t \leq 1 \text{ [s]}$
- Especifique el intervalo de tiempo durante el cual se está extrayendo energía del condensador. R.: $t > 1 \text{ [s]}$

Problema 14



$$v = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 4t & 0 \leq t \leq 1 \\ 4e^{-(t-1)} & t \geq 1 \end{cases}$$

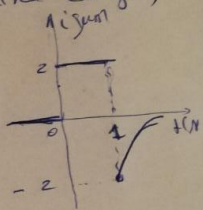
$i = ?$ $p = ?$ $w = ?$ $\Delta t = ?$ (Almacene Energía)
 $\Delta t = ?$ (Extrae Energía)

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

$$i_1 = 0$$

$$i_2 = 0,5 \frac{d(4t)}{dt} \Rightarrow i_2 = 2 \text{ [A]}$$

$$i_3 = 0,5 \frac{d(4e^{-(t-1)})}{dt} \Rightarrow i_3 = -2e^{-(t-1)}$$

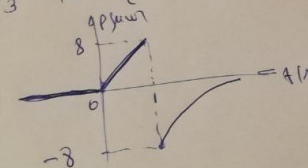


$$p = vi$$

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = 2(4t) = 8t \text{ [W]}$$

$$p_3 = 4e^{-(t-1)}[-2e^{-(t-1)}] = -8e^{-2(t-1)} \text{ [W]}$$



$$w = \int p dt$$

$$w_1 = 0$$

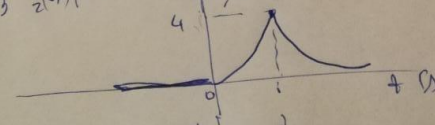
$$w_2 = \frac{1}{2} 0,5 [4t]^2 = 4t^2$$

$$w_3 = \frac{1}{2} (4e^{-(t-1)})^2 = 4e^{-2(t-1)}$$

$$w_1 = 0 \text{ [J]}$$

$$w_2 = 4t^2 \text{ [J]}$$

$$w_3 = 4e^{-2(t-1)} \text{ [J]}$$





UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA

CIRCUITOS ELECTRICOS I

FIN DE LA UNIDAD

!!! GRACIAS !!!

MSc. Ing. Juan José Edgar
MONTERO GUEVARA