

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA-ELECTRÓNICA

LABORATORIO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS III
INFORME No. 6

MEDIDA DE LA POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA
TRIFÁSICA EN CIRCUITOS CON CARGA
DESEQUILIBRADA

Estudiante:

Caballero Burgoa, Carlos Eduardo.

Carrera:

Ing. Electromecánica.

Docente:

Ing. Marco Antonio Vallejo Camacho.

Grupo: 2F (Martes).

Fecha de entrega: 29 de Octubre del 2024.

1. Cálculos teóricos

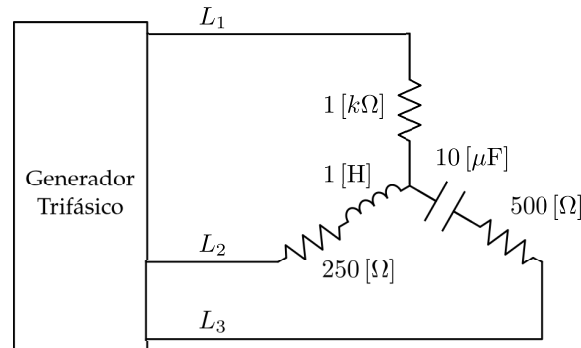


Figura 1: Circuito trifásico desequilibrado con carga estrella.

Considerando un circuito trifásico con carga estrella desequilibrado (**Figura 1**) con las siguientes cargas de fase:

- **Carga 1:** $R_1 = 1[k\Omega]$.
- **Carga 2:** $R_2 = 250[\Omega]$ y $L = 1[H]$.
- **Carga 3:** $R_3 = 500[\Omega]$ y $C = 10[\mu F]$.

Con voltajes de línea $U_L = 380[V]$ y con frecuencia de $50[Hz]$, se hallan las corrientes de fase y línea para hallar las potencias activa y reactiva:

Se calcula la frecuencia angular (ω):

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi(50) \\ &= 100\pi[\text{rad/s}]\end{aligned}$$

Se hallan las impedancias en el dominio de frecuencia:

$$\begin{aligned}Z_1 &= R_1 \\ &= 1000[\Omega] \\ Z_2 &= R_2 + j\omega L \\ &= 250 + j100\pi[\Omega] \\ Z_3 &= R_3 + \frac{1}{j\omega C} \\ &= 500 - j\frac{1000}{\pi}[\Omega]\end{aligned}$$

Considerando una secuencia positiva:

$$\begin{aligned}U_a &= 220\angle 0^\circ [V] \\ U_b &= 220\angle -120^\circ [V] \\ U_c &= 220\angle 120^\circ [V]\end{aligned}$$

Se calcula el voltaje entre neutros con el teorema de *Millman*:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= \frac{\frac{U_a}{Z_1} + \frac{U_b}{Z_2} + \frac{U_c}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \\
 &= \frac{\frac{220/0^\circ}{1000} + \frac{220/-120^\circ}{250 + j100\pi} + \frac{120/120^\circ}{500 - j(1000/\pi)}}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{250 + j100\pi} + \frac{1}{500 - j(1000/\pi)}} \\
 &= 159.99/-173.20^\circ [\text{V}]
 \end{aligned}$$

A partir del voltaje de neutro se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}
 I_{L_1} &= \frac{U_a - U_0}{Z_1} \\
 &= \frac{200/0^\circ - 159.99/-173.20^\circ}{500} \\
 &= 0.38/2.86^\circ [\text{A}] \\
 I_{L_2} &= \frac{U_b - U_0}{Z_2} \\
 &= \frac{200/-120^\circ - 159.99/-173.20^\circ}{250 + j100\pi} \\
 &= 0.44/-125.59^\circ [\text{A}] \\
 I_{L_3} &= \frac{U_c - U_0}{Z_3} \\
 &= \frac{200/120^\circ - 159.99/-173.20^\circ}{500 - j(1000/\pi)} \\
 &= 0.36/109.35^\circ [\text{A}]
 \end{aligned}$$

La potencia activa en cada impedancia y el total es:

$$\begin{aligned}
 P_{Z_1} &= |I_{L_1}|^2 (\Re\{Z_1\}) \\
 &= 0.38^2 (1000) \\
 &= 143.90 [\text{W}] \\
 P_{Z_2} &= |I_{L_2}|^2 (\Re\{Z_2\}) \\
 &= 0.44^2 (250) \\
 &= 49.361 [\text{W}] \\
 P_{Z_3} &= |I_{L_3}|^2 (\Re\{Z_3\}) \\
 &= 0.36^2 (500) \\
 &= 65.845 [\text{W}] \\
 P_T &= P_{Z_1} + P_{Z_2} + P_{Z_3} \\
 &= 143.90 + 49.361 + 65.845 \\
 &= 259.102 [\text{W}]
 \end{aligned}$$

La potencia reactiva en cada impedancia y el total es:

$$\begin{aligned}
 Q_{Z_1} &= |I_{L_1}|^2 (\Im\{Z_1\}) \\
 &= 0.38^2 (0) \\
 &= 0[\text{VAR}] \\
 Q_{Z_2} &= |I_{L_2}|^2 (\Im\{Z_2\}) \\
 &= 0.44^2 (314.161) \\
 &= 62.029[\text{VAR}] \\
 Q_{Z_3} &= |I_{L_3}|^2 (\Im\{Z_3\}) \\
 &= 0.36^2 (-318.31) \\
 &= -41.918[\text{VAR}] \\
 Q_T &= Q_{Z_1} + Q_{Z_2} + Q_{Z_3} \\
 &= 0 + 62.029 - 41.918 \\
 &= 20.111[\text{VAR}]
 \end{aligned}$$

La potencia total calculada por el método de los dos vatímetros es:

$$\begin{aligned}
 P_{W_1} &= U_{L_1 L_3} I_{L_1}^* \\
 &= (380/\underline{-30^\circ})(0.38/\underline{-2.86^\circ})^* \\
 &= 121.080 - j78.219[\text{VA}] \\
 P_{W_2} &= U_{L_2 L_3} I_{L_2}^* \\
 &= (380/\underline{-90^\circ})(0.44/\underline{-125.59^\circ})^* \\
 &= 137.307 + j98.274[\text{VA}] \\
 P_T &= \Re\{P_{W_1}\} + \Re\{P_{W_2}\} \\
 &= 121.080 + 137.307 \\
 &= 258.388[\text{W}] \\
 Q_T &= \Im\{P_{W_1}\} + \Im\{P_{W_2}\} \\
 &= -78.219 + 98.274 \\
 &= 20.0555[\text{VAR}]
 \end{aligned}$$

1.1. Resumen de resultados

En la siguiente tabla se resumen los valores obtenidos teóricamente:

	Z_1	Z_2	Z_3	Total	Vatímetros
P	143.90[W]	49.361[W]	65.845[W]	259.102[W]	258.388[W]
Q	0[VAR]	62.029[VAR]	-41.918[VAR]	20.111[VAR]	20.0555[VAR]

2. Simulación

Se utilizó el software *Electronic Workbench v5.12.* para simular el circuito, la carga en estrella puede verse en la **Figura 2**:

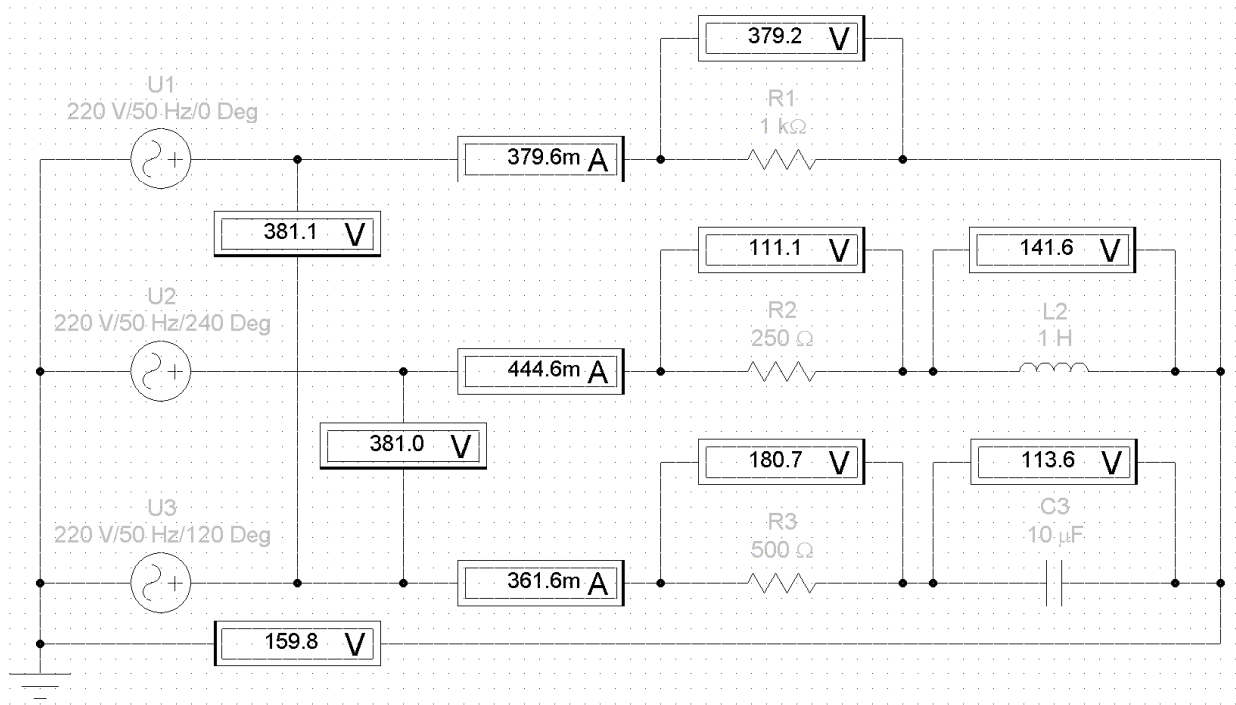


Figura 2: Simulación del circuito desequilibrado con carga estrella.

2.1. Resumen de resultados

En la siguiente tabla se resumen los valores obtenidos de la simulación:

	Z_1	Z_2	Z_3
I_Z	379.6[mA]	444.6[mA]	361.6[mA]
U_R	379.2[V]	111.1[V]	180.7[V]
U_X	0[V]	141.6[V]	113.6[V]
$P = U_R I_Z$	143.944[W]	49.395[W]	65.341[W]
$Q = U_X I_Z$	0[VAR]	62.9554[VAR]	(-)41.0778[VAR]
P_T	258.68[W]		
Q_T	21.878[VAR]		

3. Tablas y mediciones

Se presentan los resultados obtenidos con las mediciones realizadas en laboratorio y el cálculo de las potencias activa y reactiva a partir del voltaje y corriente:

	Z_1	Z_2	Z_3
I_Z	0.36[A]	0.42[A]	0.34[A]
U_R	381[V]	106[V]	184[V]
U_X	0[V]	134[V]	110[V]
$P = U_R I_Z$	137.16[W]	44.52[W]	62.56[W]
$Q = U_X I_Z$	0[VAR]	56.28[VAR]	(-)37.4[VAR]
P_T	244.24[W]		
Q_T	18.88[VAR]		

Se presentan los resultados obtenidos con las mediciones realizadas con el método de los dos vatímetros para el calculo de potencia:

W_1	123[W]
W_2	136[W]
Q_1	-74[VAR]
Q_2	94[VAR]
P_T	259[W]
Q_T	20[VAR]

4. Cuestionario

1. Compare la potencia total obtenida por cada método tanto en la activa como en la reactiva. ¿Cual de las dos formas se aproxima mejor al resultado teórico? ¿Es la misma situación que un circuito equilibrado?

Las potencias activa y reactiva calculadas son:

Teórico ($U \times I$)	Activa	259.102[W]
	Reactiva	20.111[VAR]
Teórico (Dos vatímetros)	Activa	258.388[W]
	Reactiva	20.0555[VAR]
Simulado ($U \times I$)	Activa	258.68[W]
	Reactiva	21.878[VAR]
Laboratorio ($U \times I$)	Activa	244.24[W]
	Reactiva	18.88[VAR]
Laboratorio (Dos vatímetros)	Activa	259[W]
	Reactiva	20[VAR]

Existen diferencias pequeñas entre los valores obtenidos, los valores más cercanos a los valores teóricos son: los calculados a partir de los dos vatímetros. Esto difiere del caso del

circuito equilibrado, donde las mediciones del producto del voltaje y la corriente fueron mas próximas a los valores teóricos.

2. **Que pasaría si la secuencia fuera negativa, ¿la potencia activa o reactiva total cambiaría o no? Haga sus cálculos para esta secuencia para justificar su respuesta.**

Considerando una secuencia negativa:

$$U_a = 220/0^\circ [\text{V}]$$

$$U_b = 220/120^\circ [\text{V}]$$

$$U_c = 220/-120^\circ [\text{V}]$$

Se calcula el voltaje entre neutros con el teorema de *Millman*:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{\frac{U_a}{Z_1} + \frac{U_b}{Z_2} + \frac{U_c}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \\ &= \frac{\frac{220/0^\circ}{1000} + \frac{220/120^\circ}{250 + j100\pi} + \frac{120/-120^\circ}{500 - j(1000/\pi)}}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{250 + j100\pi} + \frac{1}{500 - j(1000/\pi)}} \\ &= 111.57/32.36^\circ [\text{V}] \end{aligned}$$

A partir del voltaje de neutro se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned} I_{L_1} &= \frac{U_a - U_0}{Z_1} \\ &= \frac{200/0^\circ - 111.57/32.36^\circ}{500} \\ &= 0.14/-25.40^\circ [\text{A}] \\ I_{L_2} &= \frac{U_b - U_0}{Z_2} \\ &= \frac{200/120^\circ - 111.57/32.36^\circ}{250 + j100\pi} \\ &= 0.60/95.87^\circ [\text{A}] \\ I_{L_3} &= \frac{U_c - U_0}{Z_3} \\ &= \frac{200/-120^\circ - 111.57/32.36^\circ}{500 - j(1000/\pi)} \\ &= 0.54/-96.74^\circ [\text{A}] \end{aligned}$$

La potencia activa en cada impedancia y el total es:

$$\begin{aligned} P_{Z_1} &= |I_{L_1}|^2 (\Re\{Z_1\}) \\ &= 0.14^2 (1000) \\ &= 19.382 [\text{W}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{Z_2} &= |I_{L_2}|^2 (\Re\{Z_2\}) \\
&= 0.60^2 (250) \\
&= 91.230[\text{W}] \\
P_{Z_3} &= |I_{L_3}|^2 (\Re\{Z_3\}) \\
&= 0.54^2 (500) \\
&= 148.49[\text{W}] \\
P_T &= P_{Z_1} + P_{Z_2} + P_{Z_3} \\
&= 19.382 + 91.230 + 148.49 \\
&= 259.102[\text{W}]
\end{aligned}$$

La potencia reactiva en cada impedancia y el total es:

$$\begin{aligned}
Q_{Z_1} &= |I_{L_1}|^2 (\Im\{Z_1\}) \\
&= 0.14^2 (0) \\
&= 0[\text{VAR}] \\
Q_{Z_2} &= |I_{L_2}|^2 (\Im\{Z_2\}) \\
&= 0.60^2 (314.161) \\
&= 114.64[\text{VAR}] \\
Q_{Z_3} &= |I_{L_3}|^2 (\Im\{Z_3\}) \\
&= 0.54^2 (-318.31) \\
&= -94.532[\text{VAR}] \\
Q_T &= Q_{Z_1} + Q_{Z_2} + Q_{Z_3} \\
&= 0 + 114.64 - 94.532 \\
&= 20.111[\text{VAR}]
\end{aligned}$$

La potencia total calculada por el método de los dos vatímetros es:

$$\begin{aligned}
P_{W_1} &= U_{L_1 L_3} I_{L_1}^* \\
&= (380/\underline{30^\circ})(0.14/\underline{-25.40^\circ})^* \\
&= 30.040 + j43.548[\text{VA}] \\
P_{W_2} &= U_{L_2 L_3} I_{L_2}^* \\
&= (380/\underline{90^\circ})(0.60/\underline{95.87^\circ})^* \\
&= 228.347 - j23.492[\text{VA}] \\
P_T &= \Re\{P_{W_1}\} + \Re\{P_{W_2}\} \\
&= 30.040 + 228.347 \\
&= 258.388[\text{W}] \\
Q_T &= \Im\{P_{W_1}\} + \Im\{P_{W_2}\} \\
&= 43.548 - 23.492 \\
&= 20.0555[\text{VAR}]
\end{aligned}$$

Los valores de potencia activa y reactiva para ambas secuencias se resumen en la siguiente tabla:

		Z_1	Z_2	Z_3	Total	Vatímetros
(+)	$P[\text{W}]$	143.90	49.361	65.845	259.102	258.388
	$Q[\text{VAR}]$	0	62.029	-41.918	20.111	20.0555
(-)	$P[\text{W}]$	19.382	91.230	149.49	259.102	258.388
	$Q[\text{VAR}]$	0	114.64	-94.532	20.111	20.0555

Los valores de potencia en cada impedancia varían, pero los valores totales de la carga estrella no varían según la secuencia.

3. **Demuestre analíticamente que el método de los dos vatímetros nos da la potencia trifásica total en el caso de un circuito desequilibrado.**

Los valores tomados por los vatímetros según la definición de potencia son:

$$W_1 = \Re\{\bar{U}_{ac} \bar{I}_a^*\}$$

$$W_2 = \Re\{\bar{U}_{bc} \bar{I}_b^*\}$$

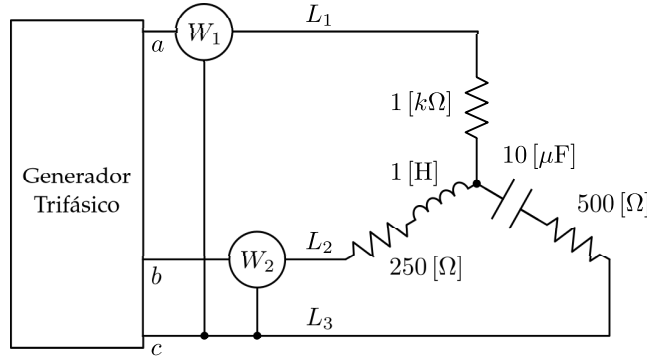


Figura 3: Medición de potencia con dos vatímetros.

Por tanto:

$$\begin{aligned}
 W_1 + W_2 &= \Re\{\bar{U}_{ac} \bar{I}_a^*\} + \Re\{\bar{U}_{bc} \bar{I}_b^*\} \\
 &= \Re\{\bar{U}_{ac} \bar{I}_a^* + \bar{U}_{bc} \bar{I}_b^*\} \\
 &= \Re\{(\bar{U}_a + \bar{U}_c) \bar{I}_a^* + (\bar{U}_b + \bar{U}_c) \bar{I}_b^*\} \\
 &= \Re\{\bar{U}_a \bar{I}_a^* + \bar{U}_c \bar{I}_a^* + \bar{U}_b \bar{I}_b^* + \bar{U}_c \bar{I}_b^*\} \\
 &= \Re\{\bar{U}_a \bar{I}_a^* + \bar{U}_b \bar{I}_b^* + \bar{U}_c (\bar{I}_a^* + \bar{I}_b^*)\} \\
 &= \Re\{\bar{U}_a \bar{I}_a^* + \bar{U}_b \bar{I}_b^* + \bar{U}_c \bar{I}_c^*\} \\
 &= \Re\{\bar{U}_a \bar{I}_a^*\} + \Re\{\bar{U}_b \bar{I}_b^*\} + \Re\{\bar{U}_c \bar{I}_c^*\} \\
 &= P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3} \\
 &= P_T
 \end{aligned}$$

5. Conclusiones y Recomendaciones

Se calcularon, simularon y demostraron experimentalmente las medición de la potencia con los métodos de la suma de potencias individuales, y el método de los dos vatímetros sobre una carga estrella desequilibrada, y fueron verificadas en todos los casos.

También se verifico que la potencia total en un circuito trifásico no varia dependiendo de la secuencia del generador.