

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA-ELECTRÓNICA

LABORATORIO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS III
INFORME No. 4

CIRCUITOS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS
CON FUENTE DELTA Y CARGA DELTA

Estudiante:

Caballero Burgoa, Carlos Eduardo.

Carrera:

Ing. Electromecánica.

Docente:

Ing. Marco Antonio Vallejo Camacho.

Grupo: 2F (Martes).

Fecha de entrega: 15 de Octubre del 2024.

1. Cálculos teóricos

Considerando un circuito trifásico delta-delta desequilibrado (**Figura 1**) con las siguientes cargas:

- **Carga A:** $R_1 = 1[k\Omega]$.
- **Carga B:** $R_2 = 250[\Omega]$ y $L = 1[H]$.
- **Carga C:** $R_3 = 500[\Omega]$ y $C = 10[\mu F]$.

Con voltajes de línea $U_L = 220[V]$ y con frecuencia de $50[Hz]$, se hallan las corrientes de fase y línea para los siguientes casos:

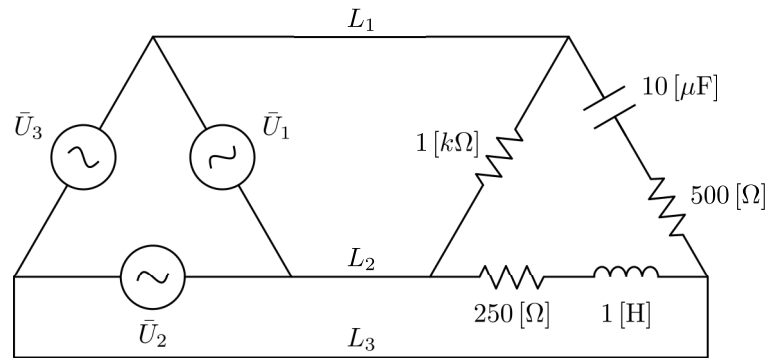


Figura 1: Circuito trifásico desequilibrado delta-delta.

1.1. Secuencia positiva

Se calcula la frecuencia angular (ω):

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi(50) \\ &= 100\pi[\text{rad/s}]\end{aligned}$$

Se hallan las impedancias en el dominio de frecuencia:

$$\begin{aligned}Z_1 &= R_1 \\ &= 1000[\Omega]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z_2 &= R_2 + j\omega L \\ &= 250 + j100\pi[\Omega]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z_3 &= R_3 + \frac{1}{j\omega C} \\ &= 500 - j\frac{1000}{\pi}[\Omega]\end{aligned}$$

Considerando una secuencia positiva:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{L_1L_2} &= 220/\underline{0^\circ} \text{ [V]} \\ \bar{U}_{L_2L_3} &= 220/\underline{-120^\circ} \text{ [V]} \\ \bar{U}_{L_3L_1} &= 220/\underline{120^\circ} \text{ [V]}\end{aligned}$$

A partir de los voltajes de línea, se calculan las corrientes de fase:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Z_1} &= \frac{\bar{U}_{L_1L_2}}{Z_1} \\ &= \frac{220/\underline{0^\circ}}{500} \\ &= 0.22/\underline{0^\circ} \text{ [A]} \\ \bar{I}_{Z_2} &= \frac{\bar{U}_{L_2L_3}}{Z_2} \\ &= \frac{220/\underline{-120^\circ}}{500 + j100\pi} \\ &= 0.55/\underline{-171.49^\circ} \text{ [A]} \\ \bar{I}_{Z_3} &= \frac{\bar{U}_{L_3L_1}}{Z_3} \\ &= \frac{220/\underline{120^\circ}}{500 - j(1000/\pi)} \\ &= 0.37/\underline{152.48^\circ} \text{ [A]}\end{aligned}$$

Con las corrientes de fase se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{L_1} &= \bar{I}_{Z_1} - \bar{I}_{Z_3} \\ &= 0.22/\underline{0^\circ} - 0.37/\underline{152.48^\circ} \\ &= 0.58/\underline{-17.34^\circ} \text{ [A]} \\ \bar{I}_{L_2} &= \bar{I}_{Z_2} - \bar{I}_{Z_1} \\ &= 0.55/\underline{-171.49^\circ} - 0.22/\underline{0^\circ} \\ &= 0.77/\underline{-173.92^\circ} \text{ [A]} \\ \bar{I}_{L_3} &= \bar{I}_{Z_3} - \bar{I}_{Z_2} \\ &= 0.37/\underline{152.48^\circ} - 0.55/\underline{-171.49^\circ} \\ &= 0.33/\underline{49.89^\circ} \text{ [A]}\end{aligned}$$

1.2. Secuencia negativa

Considerando una secuencia negativa:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{L_1L_2} &= 220/\underline{0^\circ} \text{ [V]} \\ \bar{U}_{L_2L_3} &= 220/\underline{120^\circ} \text{ [V]} \\ \bar{U}_{L_3L_1} &= 220/\underline{-120^\circ} \text{ [V]}\end{aligned}$$

A partir de los voltajes de línea, se calculan las corrientes de fase:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Z_1} &= \frac{\bar{U}_{L_1L_2}}{Z_1} \\ &= \frac{220/0^\circ}{500} \\ &= 0.22/0^\circ[\text{A}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Z_2} &= \frac{\bar{U}_{L_2L_3}}{Z_2} \\ &= \frac{220/120^\circ}{500 + j100\pi} \\ &= 0.55/68.51^\circ[\text{A}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Z_3} &= \frac{\bar{U}_{L_3L_1}}{Z_3} \\ &= \frac{220/-120^\circ}{500 - j(1000/\pi)} \\ &= 0.37/-87.52^\circ[\text{A}]\end{aligned}$$

Con las corrientes de fase se calculan las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{L_1} &= \bar{I}_{Z_1} - \bar{I}_{Z_3} \\ &= 0.22/0^\circ - 0.37/-87.52^\circ \\ &= 0.42/61.19^\circ[\text{A}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{L_2} &= \bar{I}_{Z_2} - \bar{I}_{Z_1} \\ &= 0.55/68.51^\circ - 0.22/0^\circ \\ &= 0.51/92.17^\circ[\text{A}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{L_3} &= \bar{I}_{Z_3} - \bar{I}_{Z_2} \\ &= 0.37/-87.52^\circ - 0.55/68.51^\circ \\ &= 0.90/-101.84^\circ[\text{A}]\end{aligned}$$

1.3. Resumen de resultados

Secuencia	$\bar{I}_{L_1}[\text{A}]$	$\bar{I}_{L_2}[\text{A}]$	$\bar{I}_{L_3}[\text{A}]$
(+)	0.58/-17.34°	0.77/-173.92°	0.33/49.89°
(-)	0.42/61.19°	0.51/92.17°	0.90/-101.84°

Secuencia	$\bar{I}_{Z_1}[\text{A}]$	$\bar{I}_{Z_2}[\text{A}]$	$\bar{I}_{Z_3}[\text{A}]$
(+)	0.22/0°	0.55/-171.49°	0.37/152.48°
(-)	0.22/0°	0.55/68.51°	0.37/-87.52°

2. Simulación

Se utilizó el software *Electronic Workbench v5.12.* para simular los circuitos, estos pueden verse en las figuras: (2) y (3):

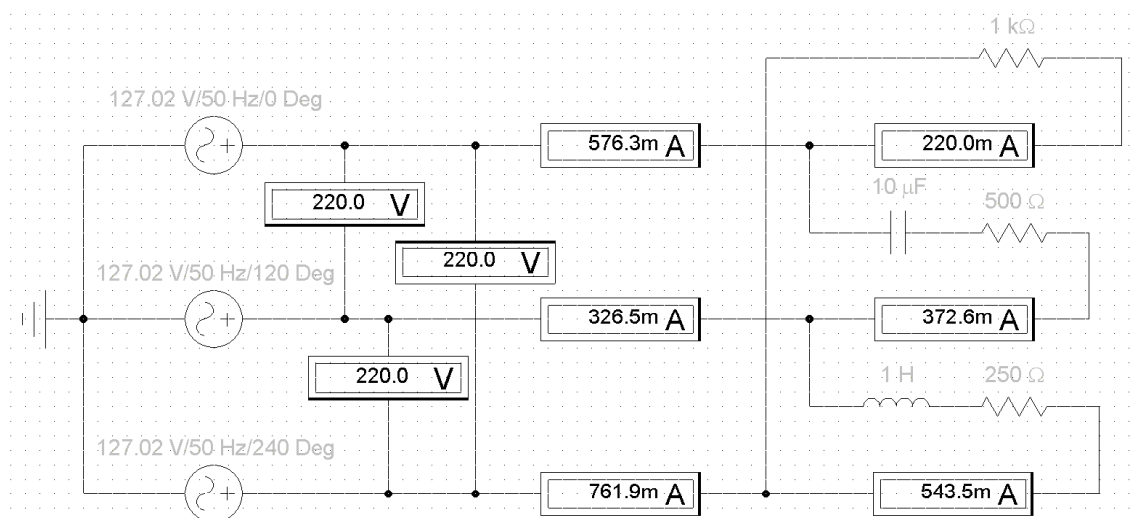


Figura 2: Simulación del circuito con secuencia positiva.

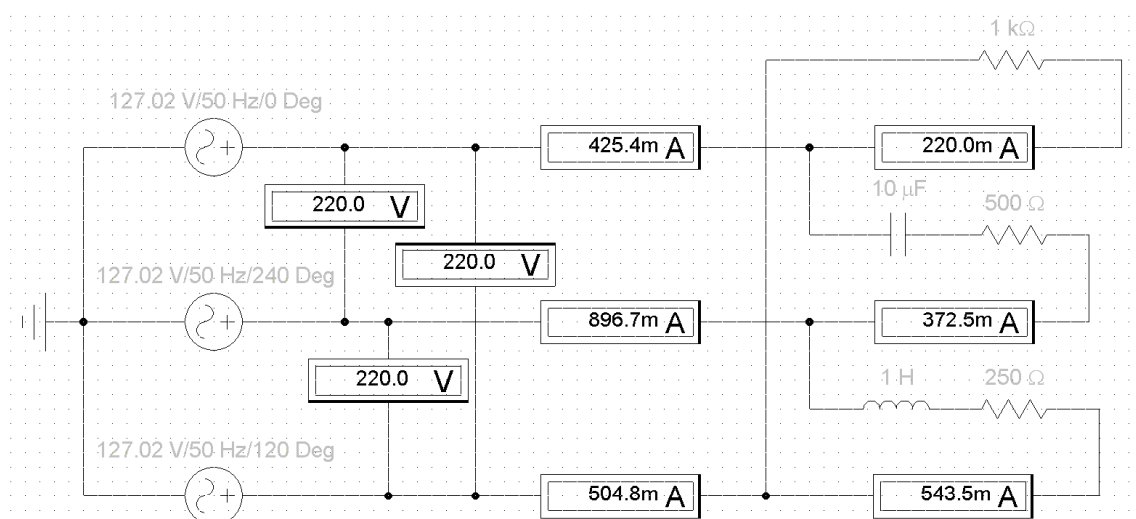


Figura 3: Simulación del circuito con secuencia negativa.

3. Tablas y mediciones

En las tablas siguientes, se presentan los resultados obtenidos con las mediciones realizadas en laboratorio.

Secuencia	$U_{L_1L_2}$ [V]	$U_{L_2L_3}$ [V]	$U_{L_3L_1}$ [V]	I_{L_1} [A]	I_{L_2} [A]	I_{L_3} [A]
(+)	228	228	227	0.58	0.71	0.33
(-)	228	227	228	0.43	0.48	0.90

Secuencia	I_{Z_1} [A]	I_{Z_2} [A]	I_{Z_3} [A]
(+)	0.21	0.51	0.37
(-)	0.21	0.51	0.37

4. Cuestionario

1. Verificar que las corrientes de línea fasoriales suman cero con los valores teóricos.

Para la secuencia positiva:

$$I_{L_1} + I_{L_2} + I_{L_3}$$

$$0.58\angle -17.34^\circ[\text{A}] + 0.77\angle -173.92^\circ[\text{A}] + 0.33\angle 49.89^\circ[\text{A}]$$

$$0\angle 0^\circ[\text{A}]$$

Para la secuencia negativa:

$$I_{L_1} + I_{L_2} + I_{L_3}$$

$$0.42\angle 61.19^\circ[\text{A}] + 0.51\angle 92.17^\circ[\text{A}] + 0.90\angle -101.84^\circ[\text{A}]$$

$$0\angle 0^\circ[\text{A}]$$

2. Comparar los valores obtenidos en secuencia positiva y negativa. ¿Qué corrientes varían y qué corrientes no varían y a qué se debe?

Las corrientes de fase no varían en magnitud, pero si en fase entre la secuencia positiva y negativa; mientras que las corrientes de línea varían tanto en magnitud como en fase.

Este comportamiento se debe al desbalance entre las impedancias conectadas.

3. Si la carga conectada en delta la conectamos en estrella, conectando a L_1 la carga resistiva, a L_2 la carga $R-L$ y a L_3 la carga $R-C$. ¿Cuál sería el valor de cada corriente de línea?

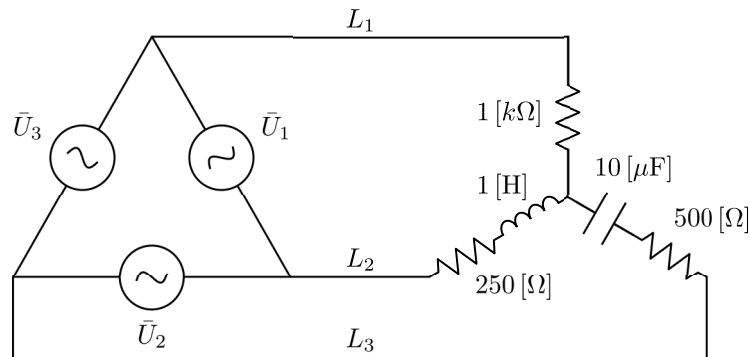


Figura 4: Circuito trifásico desequilibrado delta-estrella.

Considerando un circuito trifásico delta-estrella desequilibrado (**Figura 4**), se hallan las corrientes de línea por medio de la ley de tensiones de *Kirchhoff*.

Para una secuencia positiva, se tiene:

$$\begin{cases} -\bar{U}_{L_1 L_2} + \bar{I}_a Z_1 + (\bar{I}_a - \bar{I}_b) Z_2 = 0 \\ -\bar{U}_{L_2 L_3} + (\bar{I}_b - \bar{I}_a) Z_2 + \bar{I}_b Z_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{U}_{L_1 L_2} \\ \bar{U}_{L_2 L_3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_a &= \frac{\begin{vmatrix} \bar{U}_{L_1 L_2} & -Z_2 \\ \bar{U}_{L_2 L_3} & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\bar{U}_{L_1 L_2}(Z_2 + Z_3) + \bar{U}_{L_2 L_3}(Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2} \\ &= 0.22/\underline{-27.44^\circ}[\text{A}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_b &= \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & \bar{U}_{L_1 L_2} \\ -Z_2 & \bar{U}_{L_2 L_3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\bar{U}_{L_2 L_3}(Z_1 + Z_2) + \bar{U}_{L_1 L_2}(Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2} \\ &= 0.21/\underline{-100.65^\circ}[\text{A}] \end{aligned}$$

Por tanto, las corrientes de línea son:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_a = 0.22/\underline{-27.44^\circ}[\text{A}] \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_b - \bar{I}_a = 0.26/\underline{-155.59^\circ}[\text{A}] \\ \bar{I}_3 &= -\bar{I}_b = 0.21/\underline{79.35^\circ}[\text{A}] \end{aligned}$$

Para una secuencia negativa, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{I}_a &= \frac{\begin{vmatrix} \bar{U}_{L_1 L_2} & -Z_2 \\ \bar{U}_{L_2 L_3} & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\bar{U}_{L_1 L_2}(Z_2 + Z_3) + \bar{U}_{L_2 L_3}(Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2} \\ &= 0.08/\underline{4.60^\circ}[\text{A}] \\ \bar{I}_b &= \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & \bar{U}_{L_1 L_2} \\ -Z_2 & \bar{U}_{L_2 L_3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\bar{U}_{L_2 L_3}(Z_1 + Z_2) + \bar{U}_{L_1 L_2}(Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2} \\ &= 0.31/\underline{113.26^\circ}[\text{A}] \end{aligned}$$

Por tanto, las corrientes de línea son:

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_a = 0.08/\underline{4.60^\circ}[\text{A}] \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_b - \bar{I}_a = 0.35/\underline{125.87^\circ}[\text{A}] \\ \bar{I}_3 &= -\bar{I}_b = 0.31/\underline{-66.74^\circ}[\text{A}]\end{aligned}$$

5. Conclusiones y Recomendaciones

Se calcularon, simularon y demostraron experimentalmente la conexión de las impedancias desbalanceadas en delta comprobándose las relaciones halladas en la teoría de circuitos eléctricos, y corroboradas por las simulaciones realizadas.

Es recomendable al armar los circuitos en laboratorio revisar apropiadamente los multímetros para la medición de corriente y voltaje, ya que puede ser peligroso para los equipos cualquier descuido, esto es aun mas delicado en una conexión tipo delta.

También se pudo observar que la secuencia de una fuente trifásica puede hallarse por medio de los valores de corriente obtenidos, y pueden ser intercambiadas (de positivo a negativo y viceversa) por medio del intercambio entre las líneas L_2 y L_3 .