

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**LABORATORIO DE FÍSICA BÁSICA I**  
**PRACTICA No. 2**

**MEDICIONES INDIRECTAS Y PROPAGACIÓN DE  
ERRORES**

**Estudiante:**

Caballero Burgoa, Carlos Eduardo.

**Docente:**

Msc. Guzmán Saavedra, Rocio.

**Grupo:** N5.

**Fecha de realización:** 23 de Octubre del 2020.

**Fecha de entrega:** 27 de Octubre del 2020.



## 1. Objetivo

Que el estudiante se familiarice con la representación de las medidas indirectas.

## 2. Marco teórico

Las mediciones indirectas son mediciones donde no es posible obtener un valor directamente con el instrumento de medición. Para determinar el valor de la medición es necesaria una función matemática que relacione las magnitudes.

Para la determinación del error de las mediciones indirectas, se utiliza el método de propagación de errores, es decir, la propagación o efecto que producen los errores de las mediciones directas al error de la función.

Consideremos el calculo del valor de una magnitud  $y$ , que es función de una serie de magnitudes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , cuyos valores se pueden obtener de una manera directa en el laboratorio, es decir que:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

donde  $x_i$ , son los resultados de mediciones directas, ellas son conocidas como variables independientes:

$$x_1 = (\bar{x}_1 \pm e_1)[u], \quad (2)$$

$$x_2 = (\bar{x}_2 \pm e_2)[u], \quad (3)$$

$$x_n = (\bar{x}_n \pm e_n)[u], \quad (4)$$

La mejor estimación de  $y$  se obtiene sustituyendo en la expresión 1 los valores obtenidos de  $\bar{x}_i$ :

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (5)$$

Para la estimación del error de  $\bar{y}$  se utiliza la siguiente formula:

$$e_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}_i} e_i \right)^2} \quad (6)$$

finalmente el resultado de la medición indirecta es:

$$y = (\bar{y} \pm e_y)[u], E\% \quad (7)$$

## 3. Materiales

- Calibrador *Vernier* (precision 0.05[mm]).
- Calibrador *Vernier* (precision 0.1[mm]).
- Tornillo micrométrico (precision 0.01[mm]).
- Regla de 15 cm (precision 1[mm]).

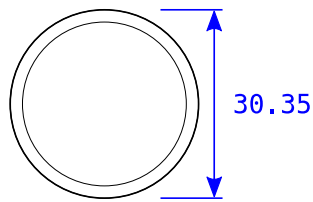


Figura 1: Datos del círculo

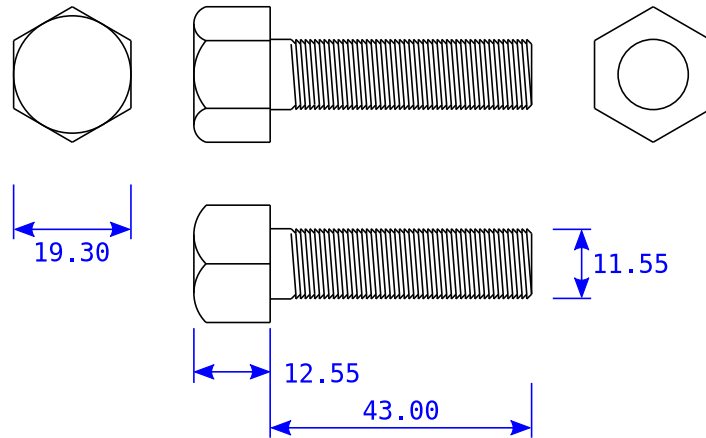


Figura 2: Datos del perno

## 4. Procedimiento

A continuación se describen los procedimientos experimentales de medición que se llevarán a cabo.

### 4.1. Cálculo del área del círculo

- Dado el círculo de la figura 1, calcular la fórmula del área en función de su diámetro.
- Calcular el valor del área utilizando la fórmula hallada.
- Hallar la derivada parcial de la función con respecto al diámetro.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

### 4.2. Cálculo del volumen del perno

- Dado el perno de la figura 2, calcular la fórmula del volumen en función de sus parámetros.
- Calcular el valor del volumen utilizando la fórmula hallada.
- Hallar las derivadas parciales de la función con respecto a sus parámetros.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

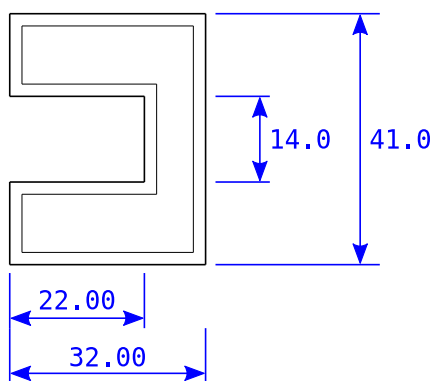


Figura 3: Datos de la pieza

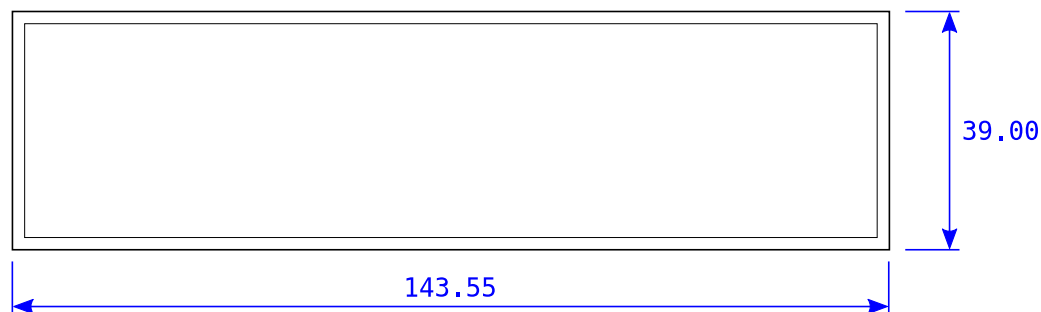


Figura 4: Datos de la caja

#### 4.3. Calculo del área de una pieza

- Dada la pieza de la figura 3, calcular la formula del área en función de sus parámetros.
- Calcular el valor del área utilizando la formula hallada.
- Hallar las derivadas parciales de la función con respecto a sus parámetros.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

#### 4.4. Calculo del área de una caja

- Dada la caja de la figura 4, calcular la formula del área en función de su base y su altura.
- Calcular el valor del área utilizando la formula hallada.
- Hallar las derivadas parciales de la función con respecto a sus parámetros.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

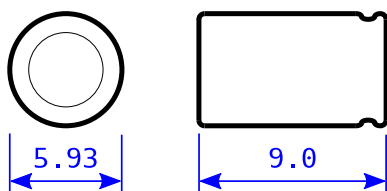


Figura 5: Datos del capacitor

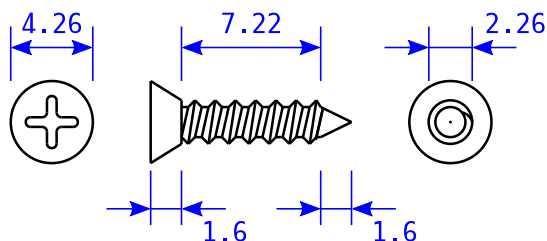


Figura 6: Datos del tornillo

#### 4.5. Cálculo del volumen del capacitor

- Dado el capacitor de la figura 5, calcular la fórmula del volumen en función de sus parámetros.
- Calcular el valor del volumen utilizando la fórmula hallada.
- Hallar las derivadas parciales de la función con respecto a sus parámetros.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

#### 4.6. Cálculo del volumen del tornillo

- Dado el tornillo de la figura 6, calcular la fórmula del volumen en función de sus parámetros.
- Calcular el valor del volumen utilizando la fórmula hallada.
- Hallar las derivadas parciales de la función con respecto a sus parámetros.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

#### 4.7. Cálculo del volumen de la esfera

- Dada la esfera de la figura 7, calcular la fórmula del volumen en función de su diámetro.
- Calcular el valor del volumen utilizando la fórmula hallada.
- Hallar la derivada parcial de la función con respecto a su diámetro.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

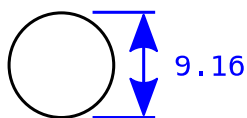


Figura 7: Datos de la esfera



Figura 8: Chapa de puerta a calcular

#### 4.8. Cálculo del volumen de la chapa de puerta

- Dada la chapa de puerta que se muestra en la imagen 8, cuyas medidas se presentan en la figura 9, calcular la fórmula del volumen en función de sus parámetros.
- Calcular el valor del volumen utilizando la fórmula hallada.
- Hallar las derivadas parciales de la función con respecto a sus parámetros.
- Calcular el error estimado según el criterio pitagórico.

### 5. Tablas de datos y resultados

#### 5.1. Cálculo del área del círculo

Medidas directas del círculo	
Diámetro ( $d$ )	$30.35 \pm 0.05[mm]; 0.16 \%$

Dada la ecuación para el cálculo del área de un círculo en función de su diámetro:

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (8)$$

Calculando el valor representativo:

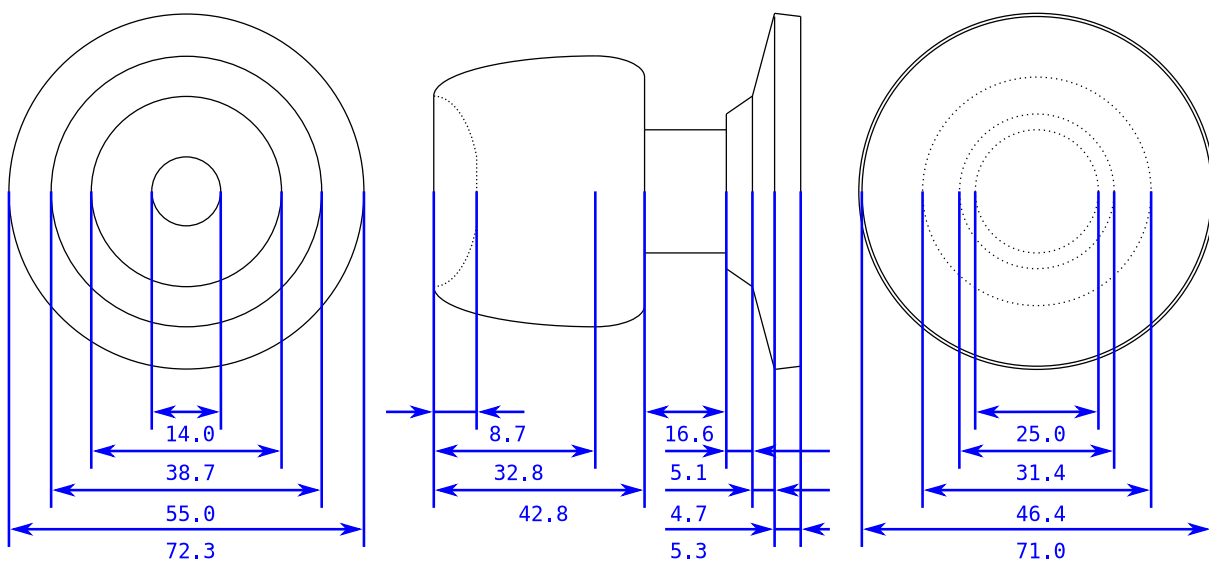


Figura 9: Datos de la chapa

$$A = \frac{(3.1415)(30.35)^2}{4} = 723.45 \quad (9)$$

La derivada parcial es:

$$\frac{\partial A}{\partial d} = \frac{\pi d}{2} \quad (10)$$

Siendo el error de la medición:

$$e_A = \frac{\pi d}{2} e_d \quad (11)$$

Calculando el error representativo:

$$e_A = \frac{(3.1415)(30.35)}{2} (0.05) = 2.38 \quad (12)$$

Resultado	
Area ( $A$ )	$723.45 \pm 2.38[mm^2]; 0.33 \%$

## 5.2. Cálculo del volumen del perno

Medidas directas del perno	
Diametro de la circunferencia inscrita ( $d_i$ )	$19.30 \pm 0.05[mm]; 0.26 \%$
Longitud de la cabeza ( $l_c$ )	$12.55 \pm 0.05[mm]; 0.40 \%$
Longitud del vástago ( $l_v$ )	$43.00 \pm 0.05[mm]; 0.12 \%$
Diametro externo ( $d_e$ )	$11.55 \pm 0.05[mm]; 0.43 \%$



### 5.3. Cálculo del área de una pieza

Medidas directas de la pieza	
Base externa ( $b_e$ )	$32.00 \pm 0.05[mm]; 0.16 \%$
Base interna ( $b_i$ )	$22.00 \pm 0.05[mm]; 0.23 \%$
Altura externa ( $h_e$ )	$41 \pm 1[mm]; 2.44 \%$
Altura interna ( $h_i$ )	$14 \pm 1[mm]; 7.14 \%$

### 5.4. Cálculo del área de una caja

Medidas directas de la caja	
Base ( $b$ )	$143.55 \pm 0.05[mm]; 0.03 \%$
Altura ( $h$ )	$39 \pm 1[mm]; 2.56 \%$

### 5.5. Cálculo del volumen del capacitor

Medidas directas del capacitor	
Dímetro ( $d$ )	$5.93 \pm 0.01[mm]; 0.17 \%$
Altura ( $h$ )	$9 \pm 1[mm]; 11.11 \%$

Dada la ecuación para el cálculo del volumen de un cilindro en función de su altura y el diámetro de su base:

$$V = \pi r^2 H = \frac{\pi D^2 H}{4} \quad (13)$$

Las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\pi H D}{2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{\pi D^2}{4} \quad (15)$$

Siendo el error de la medición:

$$e_V = \sqrt{\left(\frac{\pi H D}{2}\right)^2 e_D^2 + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 e_H^2} \quad (16)$$

### 5.6. Cálculo del volumen del tornillo

Medidas directas del tornillo	
Dímetro de la cabeza ( $d_h$ )	$4.26 \pm 0.01[mm]; 0.23 \%$
Longitud de la cabeza ( $l_h$ )	$1.60 \pm 0.01[mm]; 0.62 \%$
Longitud del cuerpo ( $l_b$ )	$7.22 \pm 0.01[mm]; 0.14 \%$
Longitud de la punta ( $l_t$ )	$1.60 \pm 0.01[mm]; 0.62 \%$
Dímetro externo ( $d_e$ )	$2.26 \pm 0.01[mm]; 0.44 \%$

### 5.7. Cálculo del volumen de la esfera

Medidas directas de la esfera	
Diametro de la esfera ( $d$ )	$9.16 \pm 0.01[mm]; 0.11 \%$

Dada la ecuación para el cálculo del volumen de una esfera en función de su diámetro:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi D^3}{6} \quad (17)$$

La derivada parcial es:

$$\frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\pi D^2}{2} \quad (18)$$

Siendo el error de la medición:

$$e_V = \frac{\pi \bar{D}^2}{2} e_D \quad (19)$$

### 5.8. Cálculo del volumen de la chapa de puerta

Medidas directas de la chapa	
Diametro cilindro ( $d_1$ )	$14.0 \pm 0.1[mm]; 0.71 \%$
Diametro minimo pomo ( $d_2$ )	$38.7 \pm 0.1[mm]; 0.26 \%$
Diametro maximo pomo ( $d_3$ )	$55.0 \pm 0.1[mm]; 0.18 \%$
Diametro maximo roseta ( $d_4$ )	$72.3 \pm 0.1[mm]; 0.14 \%$
Diametro cuello ( $d_5$ )	$25.0 \pm 0.1[mm]; 0.40 \%$
Diametro minimo roseta ( $d_6$ )	$31.4 \pm 0.1[mm]; 0.32 \%$
Diametro intermedio roseta ( $d_7$ )	$46.4 \pm 0.1[mm]; 0.22 \%$
Diametro borde roseta ( $d_8$ )	$71.0 \pm 0.1[mm]; 0.14 \%$
Profundidad pomo ( $l_1$ )	$8.7 \pm 0.1[mm]; 1.15 \%$
Longitud barriga pomo ( $l_2$ )	$32.8 \pm 0.1[mm]; 0.30 \%$
Longitud pomo ( $l_3$ )	$42.8 \pm 0.1[mm]; 0.23 \%$
Longitud cuello ( $l_4$ )	$16.6 \pm 0.1[mm]; 0.60 \%$
Grosor cuello roseta ( $l_5$ )	$5.1 \pm 0.1[mm]; 1.96 \%$
Grosor intermedio roseta ( $l_6$ )	$4.7 \pm 0.1[mm]; 2.13 \%$
Grosor base roseta ( $l_7$ )	$5.3 \pm 0.1[mm]; 1.89 \%$

## 6. Conclusiones

Puede notarse que las mediciones indirectas agrandan el error que las mediciones directas ya tienen, se ha considerado mejorar la precisión de los instrumentos para objetos que son pequeños como en este caso.

### 6.1. Resumen de mediciones

A continuación se resumen las medidas obtenidas:

<b>Circulo</b>	
<b>Perno</b>	
<b>Pieza</b>	
<b>Caja</b>	
<b>Capacitor</b>	
<b>Tornillo</b>	
<b>Esfera</b>	
<b>Chapa</b>	

## 7. Referencias bibliográficas

- Errores de medición y su propagación  
<http://www.tplaboratorioquimico.com/2008/08/errores-de-medicion-y-su-propagacion.html>
- Tratamiento y propagación de errores  
<http://www.lawebdefisica.com/apuntsfis/errores/>
- Informe de propagación de errores  
<http://www.slideshare.net/cdloor/informe-de-propagacion-de-errores-laboratorio-de-fisica-c>
- Guía práctica para la realización de la medida y el calculo de errores  
[http://bacterio.uc3m.es/docencia/laboratorio/guiones\\_esp/errores/guiondeerrores.pdf](http://bacterio.uc3m.es/docencia/laboratorio/guiones_esp/errores/guiondeerrores.pdf)