UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

LABORATORIO DE FÍSICA BÁSICA III
INFORME No. 5

CONDENSADOR PLANO O DE PLACAS PARALELAS

Integrantes:
Bastos Lizondo Rosemary.
Blanco Alconz John Brandon.
Caballero Burgoa Carlos Eduardo.
Villena Gutiérrez Ismael Cristian.

Docente:
Ing. Flores Flores, Freddy.

Grupo: G3.
Fecha de entrega: 21 de Abril del 2021.

1. Objetivos

- Encontrar la relación funcional entre la capacitancia en función de la distancia.
- Encontrar la relación funcional entre la capacitancia en función del área.
- Encontrar el valor de la permitividad del vacío.

2. Fundamento teórico

Dos conductores, aislados eléctricamente uno del otro que tienen una diferencia de potencial V_{ab} entre ellos y que tienen cargas iguales y opuestas. Se denomina capacitor o condensador (**Figura 1**).

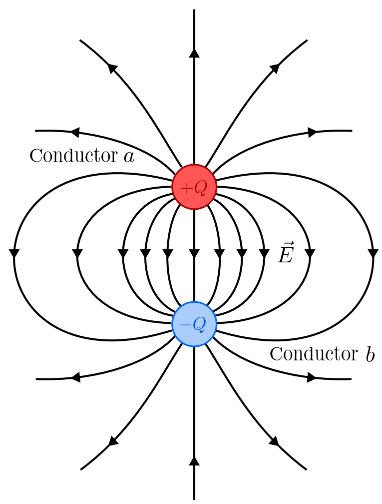

Figura 1: Dos conductores cualesquiera a y b aislados uno del otro forman un capacitor.

La capacitancia o capacidad de un capacitor se define como la razón entre la magnitud de la carga en cualquiera de los conductores y la magnitud de la diferencia de potencial entre ellos:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \tag{1}$$

En la medida que aumenta la magnitud de la carga en los conductores aumenta también la diferencia de potencial entre ellos, pero el cociente Q/V_{ab} se mantiene constante para un capacitor dado.

La unidad del SI para la capacitancia es el *Faradio* ($1[F]$), en honor del físico inglés del siglo XIX, *Michael Faraday*. De acuerdo con la **Ecuación (5)**, un *Faradio* es igual a un *Coulomb* por *Voltio* ($1[C/V]$):

$$1[F] = 1\left[\frac{C}{V}\right] \tag{2}$$

El tipo más sencillo de capacitor consiste en dos placas conductoras paralelas, cada una con área A, separadas por una distancia d que es pequeña en comparación con sus dimensiones (**Figura 2**).

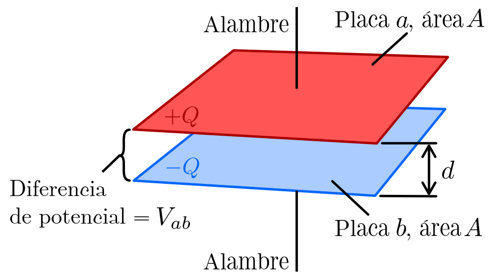

Figura 2: Arreglo de placas del capacitor.

Cuando las placas tienen carga, el campo eléctrico está localizado casi por completo en la región entre las placas. El campo entre esas placas es esencialmente uniforme, y las cargas en las placas se distribuyen de manera uniforme en las superficies opuestas. Este arreglo recibe el nombre de capacitor de placas paralelas.

Dos placas paralelas de igual área A están separadas una distancia d como en la **Figura 2**. Una placa tiene carga $+Q$, y la otra, carga $-Q$. Utilizando el teorema de *Gauss*, la carga por unidad de área en cada placa es Q/A. Si las placas están muy cercanas una de la otra, podemos despreciar los efectos de los extremos y suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y el campo eléctrico entre las placas está dado por:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \tag{3}$$

La diferencia de potencial entre las placas es igual a Ed; por lo tanto:

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A} \tag{4}$$

Sustituyendo este resultado, encontramos que la capacitancia está dada por:

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \tag{5}$$

Esto significa que la capacitancia de un condensador de placas paralelas es proporcional al área A de éstas e inversamente proporcional a la separación d entre ellas.

3. Materiales

- Simulador «PhET Interactive Simulations» Lab de condensadores: Intro.

4. Procedimiento experimental

A continuación se describe el procedimiento experimental que se llevará a cabo:

4.1. Capacitancia en función de la distancia

1. Ir al simulador ubicado en la dirección web: `https://phet.colorado.edu/sims/html/capacitor-lab-basics/latest/capacitor-lab-basics_es.html`, tal como se muestra en la **Figura 3**.

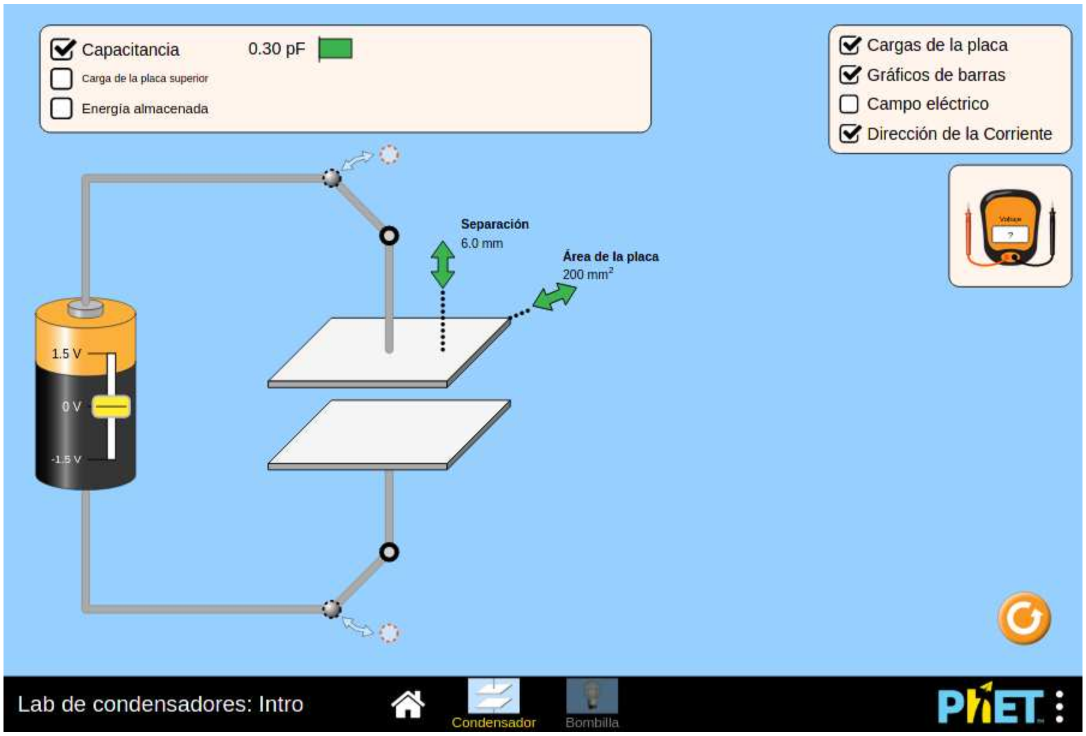

Figura 3: Simulador para capacitores.

2. Establecer un valor de área A de las placas del capacitor.
3. Establecer un valor de voltaje V de la batería.
4. Registrar las mediciones de la capacitancia según la distancia de separación de las placas paralelas, y elaborar las gráficas.
5. Hallar la relación funcional entre la distancia y la capacitancia.
6. Calcular la permitividad del vacío.

4.2. Capacitancia en función del área

1. Ir al simulador ubicado en la dirección web: `https://phet.colorado.edu/sims/html/capacitor-lab-basics/latest/capacitor-lab-basics_es.html`, tal como se muestra en la **Figura 3**.
2. Establecer un valor de distancia d de las placas del capacitor.
3. Establecer un valor de voltaje V de la batería.
4. Registrar las mediciones de la capacitancia según el área total de la placa paralela, y elaborar las gráficas.
5. Hallar la relación funcional entre el área y la capacitancia.
6. Calcular la permitividad del vacío.

5. Resultados

5.1. Capacitancia en función de la distancia

Valor del área de las placas:

$$A = 400[mm^2]$$

Valor del voltaje:

$$V = 1.5[V]$$

En el **Cuadro 1** se presentan los valores de las capacitancias (C) en función de la distancia (d).

$A : 400[mm^2]$ $V : 1.5[V]$		
i	$d_i[mm]$	$C_i[pF]$
1	2.0	1.77
2	2.4	1.48
3	2.6	1.36
4	2.8	1.26
5	3.0	1.18
6	3.2	1.11
7	3.4	1.04
8	3.6	0.98
9	3.8	0.93
10	4.0	0.89
11	4.2	0.84
12	4.4	0.80

Cuadro 1: Mediciones de la capacitancia para diferentes distancias.

A partir de los datos del **Cuadro 1**, se obtiene la gráfica presentada en la **Figura 4**. Por la forma de la **Figura 4** el modelo que se asume para la relación funcional es:

$$C(d) = ad^b$$

Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación obtenemos:

$$\log C = \log a + b \log d$$

Haciendo los siguientes cambios de variables:

$$C' = \log C$$

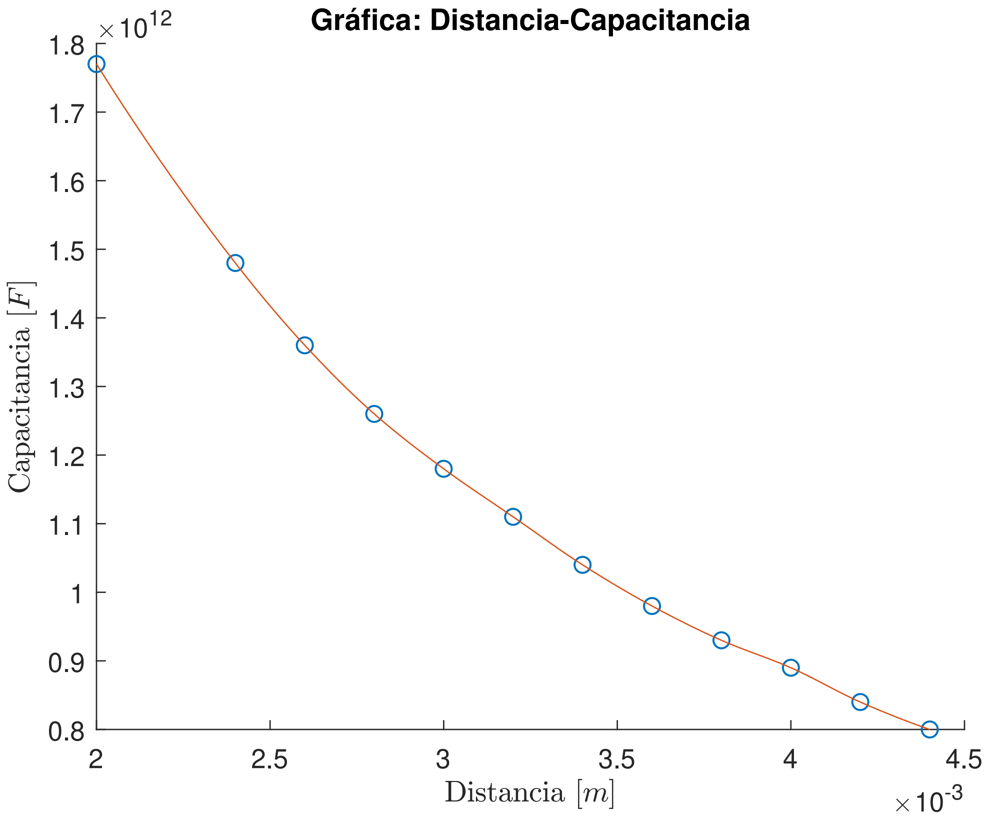

Figura 4: Capacitancia en función de la distancia entre placas.

$$A = \log a$$

$$B = b$$

$$d' = \log d$$

Se obtiene:

$$C' = A + Bd'$$

En el **Cuadro 2** pueden apreciarse los valores de la función aplicando logaritmos, tales datos generan la gráfica presentada en la **Figura 5**.

Calculamos los parámetros de la recta por el método de los mínimos cuadrados, con la ayuda de los datos presentados en el **Cuadro 3**.

$$n = 12$$

$$\sum d_i' = -68.9349$$

$$\sum C_i' = 332.7762$$

$$\sum d_i'^2 = 396.6422$$

$$\sum C_i'^2 = 9.2290 \times 10^3$$

i	d_i'	F_i'
1	-6.2146	28.2020
2	-6.0323	28.0231
3	-5.9522	27.9385
4	-5.8781	27.8621
5	-5.8091	27.7965
6	-5.7446	27.7354
7	-5.6840	27.6702
8	-5.6268	27.6108
9	-5.5728	27.5585
10	-5.5215	27.5145
11	-5.4727	27.4567
12	-5.4262	27.4079

Cuadro 2: Valores logaritmizados para el ajuste de curva.

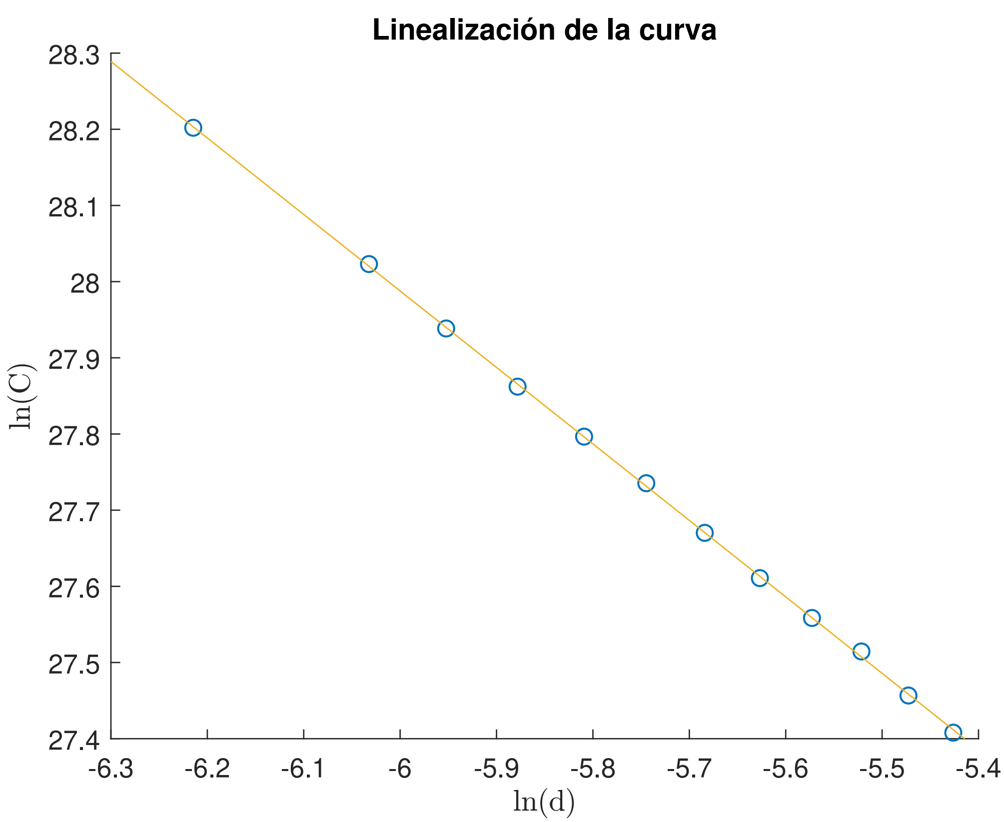

Figura 5: Gráfica de la función linealizada.

i	$d_i'C_i'$	$d_i'^2$	$C_i'^2$	Y	δ_i	$\delta_i^2(1\times10^{-4})$
1	-175.2644	38.6214	795.3528	28.2032	-0.0012	0.0151
2	-169.0431	36.3885	785.2921	28.0202	0.0029	0.0825
3	-166.2968	35.4292	780.5601	27.9398	-0.0013	0.0176
4	-163.7774	34.5525	776.2984	27.8654	-0.0033	0.1091
5	-161.4740	33.7461	772.6474	27.7962	0.0004	0.0013
6	-159.3288	33.0005	769.2514	27.7314	0.0040	0.1601
7	-157.2771	32.3076	765.6423	27.6705	-0.0003	0.0008
8	-155.3611	31.6611	762.3573	27.6131	-0.0023	0.0536
9	-153.5765	31.0556	759.4682	27.5589	-0.0004	0.0016
10	-151.9202	30.4865	757.0470	27.5074	0.0071	0.5079
11	-150.2613	29.9501	753.8686	27.4584	-0.0017	0.0293
12	-148.7193	29.4431	751.1918	27.4117	-0.0038	0.1443

Cuadro 3: Valores para el método de mínimos cuadrados.

$$\sum d_i'C_i' = -1.9123\times10^3$$

$$\Delta_1 = n\sum d_i'^2 - \left(\sum d_i'\right)^2 = 7.6921$$

$$\Delta_2 = n\sum C_i'^2 - \left(\sum C_i'\right)^2 = 7.7539$$

$$A = \frac{\sum C_i' \sum d_i'^2 - \sum d_i'C_i' \sum d_i'}{\Delta_1} = 21.9642$$

$$B = \frac{n\sum d_i'C_i' - \sum d_i' \sum C_i'}{\Delta_1} = -1.0039$$

$$\sum \delta^2 = 1.1232\times10^{-4}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum \delta_i^2}{n-2} = 1.1232\times10^{-5}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sigma^2\sum d_i'^2}{\Delta_1}} = 0.0241$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sigma^2 n}{\Delta_1}} = 0.0042$$

$$A = (21.9642 \pm 0.0241)[u]; 0.1096$$

$$B = (-1.0039 \pm 0.0042)[u]; 0.4170\,\%$$

Siendo el coeficiente de correlación:

$$R = \frac{n\sum d_i'C_i' - (\sum d_i')(\sum C_i')}{\sqrt{\Delta_1\Delta_2}} = -0.9999$$

La ecuación de la recta resultante es:

$$C' = 21.9642 - 1.0039d'$$

A partir de los parámetros de recta A y B, calculamos los parámetros a y b de la curva original y sus errores por el método de propagación de errores:

$$a = e^A = e^{21.9642} = 3.4589 \times 10^9$$
$$b = B = -1.0039$$
$$e_a = e^A e_A = e^{21.9642} 0.0241 = 8.3244 \times 10^7$$
$$e_b = e_B = 0.0042$$

Obteniendo finalmente los valores de la curva:

$$a = (3.4589 \times 10^9 \pm 8.3244 \times 10^7)[C^2/N]; 2.4066\,\%$$
$$b = (-1.0039 \pm 0.0042)[u]; 0.4170\,\%$$

La ecuación de la curva resultante es:

$$C(d) = ad^b = 3.4589 \times 10^9 d^{-1.0039} = \frac{3.4589 \times 10^9}{d} \tag{6}$$

Se comprueba la relación entre la capacitancia y la distancia de separación entre placas descrito por la **Ecuación (5)**.

Resultado
$C \propto \frac{1}{d}$

Comparando la **Ecuación (5)** con la ecuación de la curva, se determina el valor de la permitividad del vacío con su respectivo error:

Resultado
$\epsilon_0 = \frac{a}{A} = (8.6474 \times 10^{12} \pm 1.7996 \times 10^{24})[C^2/m^2N]; 2.0811 \times 10^{13}\,\%$

5.2. Capacitancia en función del área

Valor de la distancia de separación entre placas:

$$d = 2.0[mm]$$

Valor del voltaje:

$$V = 1.5[V]$$

$d : 2.0[mm]$ $V : 1.5[V]$		
i	$a_i[mm^2]$	$C_i[pF]$
1	400	1.77
2	390	1.73
3	380	1.68
4	370	1.64
5	360	1.59
6	350	1.55
7	340	1.51
8	330	1.46
9	320	1.42
10	310	1.37
11	300	1.33
12	290	1.28

Cuadro 4: Mediciones de la capacitancia para diferentes áreas.

En el **Cuadro 4** se presentan los valores de las capacitancias (C) en función del área (A).
A partir de los datos del **Cuadro 4**, se obtiene la gráfica presentada en la **Figura 6**.
Por tanto, la ecuación de ajuste es:

$$C(a) = A + Ba$$

Se calcularon los parámetros de la recta por el método de los mínimos cuadrados, con la ayuda de los datos presentados en el **Cuadro 5**.

$$n = 12$$

$$\sum a_i = 0.0041$$

$$\sum C_i = 1.8330 \times 10^{13}$$

$$\sum a_i^2 = 1.4426 \times 10^{-6}$$

$$\sum C_i^2 = 2.8281 \times 10^{25}$$

$$\sum a_i C_i = 6.3873 \times 10^{9}$$

$$\Delta_1 = n \sum a_i^2 - \left(\sum a_i\right)^2 = 1.7160 \times 10^{-7}$$

$$\Delta_2 = n \sum C_i^2 - \left(\sum C_i\right)^2 = 3.3795 \times 10^{24}$$

$$A = \frac{\sum C_i \sum a_i^2 - \sum a_i C_i \sum a_i}{\Delta_1} = -3.2867 \times 10^{9}$$

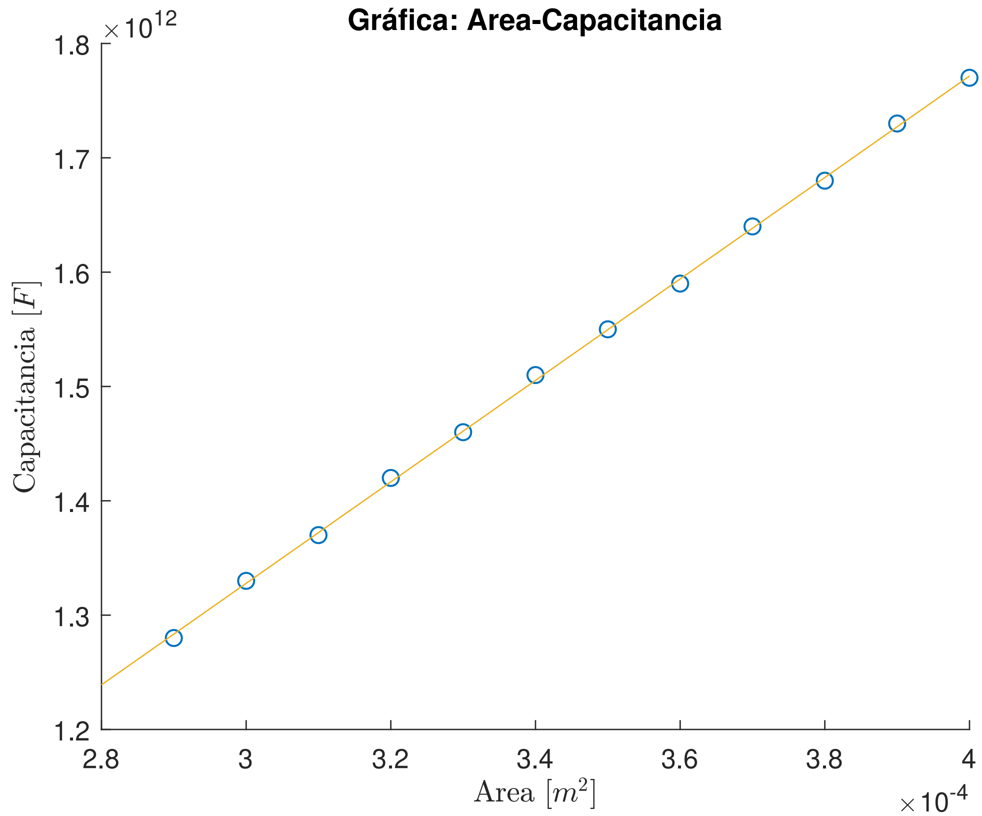

Figura 6: Capacitancia en función del área del capacitor.

i	$a_iC_i'(1\times10^8)$	$a_i^2(1\times10^{-6})$	$C_i^2(1\times10^{-6})$	$Y(1\times10^{12})$	$\delta_i(1\times10^9)$	$\delta_i^2(1\times10^{19})$
1	7.0800	0.1600	3.1329	1.7715	-1.5385	0.2367
2	6.7470	0.1521	2.9929	1.7272	2.8322	0.8021
3	6.3840	0.1444	2.8224	1.6828	-2.7972	0.7824
4	6.0680	0.1369	2.6896	1.6384	1.5734	0.2476
5	5.7240	0.1296	2.5281	1.5941	-4.0559	1.6451
6	5.4250	0.1225	2.4025	1.5497	0.3147	0.0099
7	5.1340	0.1156	2.2801	1.5053	4.6853	2.1952
8	4.8180	0.1089	2.1316	1.4609	-0.9441	0.0891
9	4.5440	0.1024	2.0164	1.4166	3.4266	1.1741
10	4.2470	0.0961	1.8769	1.3722	-2.2028	0.4852
11	3.9900	0.0900	1.7689	1.3278	2.1678	0.4699
12	3.7120	0.0841	1.6384	1.2835	-3.4615	1.1982

Cuadro 5: Valores para el método de mínimos cuadrados.

$$B = \frac{n\sum a_i C_i - \sum a_i \sum C_i}{\Delta_1} = 4.4371 \times 10^{15}$$

$$\sum \delta^2 = 9.3357 \times 10^{19}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum \delta_i^2}{n-2} = 9.3357 \times 10^{18}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum a_i^2}{\Delta_1}} = 8.8590 \times 10^{9}$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sigma^2 n}{\Delta_1}} = 2.5551 \times 10^{13}$$

$$A = (-3.2867 \times 10^9 \pm 8.8590 \times 10^9)[F]; 269.5412\,\%$$

$$B = (4.4371 \times 10^{15} \pm 2.5551 \times 10^{13})[C^2/m^3N]; 0.5758\,\%$$

Siendo el coeficiente de correlación:

$$R = \frac{n\sum a_i C_i - (\sum a_i)(\sum C_i)}{\sqrt{\Delta_1 \Delta_2}} = 0.9998$$

La ecuación de la recta resultante es:

$$C(a) = -3.2867 \times 10^9 + 4.4371 \times 10^{15} a$$

Se comprueba la relación entre la capacitancia y el área de las placas descrito por la **Ecuación (5)**.

Resultado
$C \propto a$

Comparando la **Ecuación (5)** con la ecuación de la curva, se determina el valor de la permitividad del vacío con su respectivo error:

Resultado
$\epsilon_0 = dB = (8.8741 \times 10^{12} \pm 8.8888 \times 10^{11})[C^2/m^2N]; 10.0166\,\%$

6. Conclusiones

Se realizó la gráfica de la capacitancia y el ajuste de curva, tanto como función de la distancia de separación entre placas, como del área de la placa, comprobando las relaciones funcionales de la teoría planteada.

Además se halló el valor de la permitividad del vacío, siendo esta muy próximo al valor teórico para ambos casos.

Referencias

[1] CAPACITANCIA. CONDENSADOR DE PLACAS PARALELAS. CONEXIÓN DE CONDENSADORES
Extraído el 20 de Abril del 2021, de:
`http://www.fisica.ucn.cl/wp-content/uploads/2016/03/DAFI219-03-Capacitancia.pdf`.

[2] Sears y Zemansky (2013).
Física Universitaria. Volumen 1.
13va Edición.
Capitulo 11.