

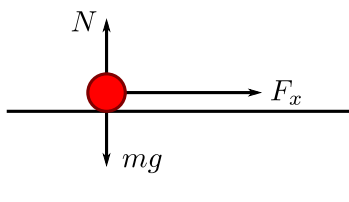
Primer parcial

Estudiante: CABALLERO BURGOA, Carlos Eduardo
 Carrera: Ingeniería Electromecánica
 Correo: cijkb.j@gmail.com

1. En una mesa libre de fricción, se liberan una carga puntual de masa m y carga Q , y otra carga puntual también de masa m pero carga igual a $2Q$. Si la carga Q tiene una aceleración inicial A_0 , la aceleración de $2Q$ será:

- A_0 . <- correcta?
- $2 A_0$.
- $4 A_0$.
- $A_0/2$.
- $A_0/4$.

Solución:



A partir del diagrama de cuerpo libre, sabemos:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = m a$$

Desarrollando F_x , y considerando que la aceleración A_0 es debido a un campo eléctrico E_x :

$$E_x Q = m A_0$$

$$E_x = \frac{m}{Q} A_0$$

Considerando la segunda carga $2Q$:

$$E_x 2Q = m A_1$$

Por tanto:

$$A_1 = E_x \frac{2Q}{m} = \frac{m}{Q} A_0 \frac{2Q}{m} = 2 A_0$$

2. Usted tiene un anillo de oro puro con masa de $10.8[g]$. El oro tiene una masa atómica de $197[g/mol]$ y un número atómico de 79. Calcular la cantidad de protones que tiene el anillo.

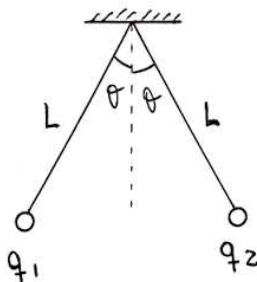
- 8.54×10^{24} .
- 4.27×10^{24} .
- 3.41×10^{22} .
- 5.64×10^{22} .

Solución:

Haciendo las conversiones, obtenemos:

$$10.8[g] \cdot \frac{1[mol]}{197[g]} \cdot \frac{6.023 \times 10^{23}[\text{átomo}]}{1[mol]} \cdot \frac{79[\text{protón}]}{1[\text{átomo}]} = 2.61 \times 10^{24}$$

3. Dos esferas idénticas están atadas a cordones de seda de longitud $L = 0.5[m]$ y cuelgan de un punto común. Cada esfera tiene masa $m = 8[g]$. El radio de cada esfera es muy pequeño por lo que pueden considerarse masas puntuales. Se dan cargas positivas de magnitudes diferentes Q_1 y Q_2 , lo que hace que las esferas se separen, de manera que cuando están en equilibrio cada cordón forma un ángulo de 20° con la vertical. Ahora se conecta un alambre pequeño entre las esferas, lo cual permite que se transfiera carga de una a otra, hasta que ambas esferas tengan la misma carga; entonces se quita el alambre. Ahora cada cordón forma un ángulo de 30° con la vertical. Determine las cargas originales.

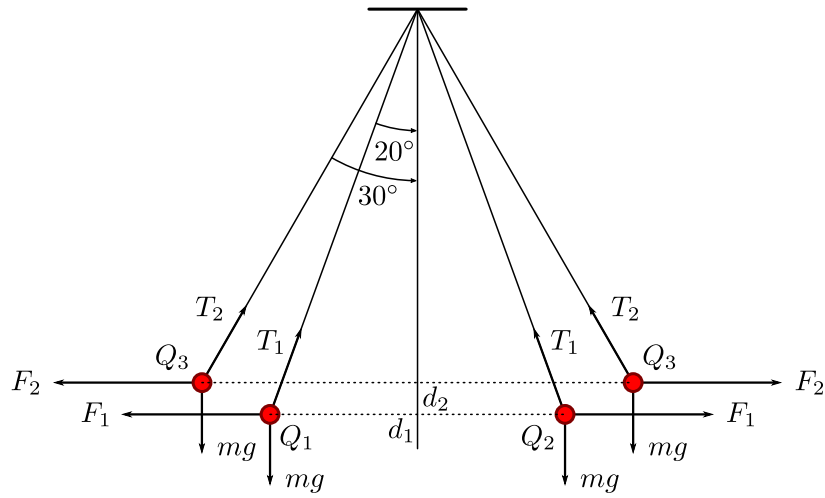


- $4.03 \times 10^{-6}[C]$ y $2.21 \times 10^{-6}[C]$.
- $1.81 \times 10^{-7}[C]$ y $3.07 \times 10^{-7}[C]$.
- $1.03 \times 10^{-7}[C]$ y $2.23 \times 10^{-6}[C]$.
- $1.80 \times 10^{-7}[C]$ y $2.06 \times 10^{-6}[C]$. <- revisar

Solución:

A partir del diagrama de cuerpo libre, sabemos:

$$\sum F_y = 0$$



$$\sum F_x = 0$$

Para el primer escenario:

$$\begin{cases} T_1 \cos(20^\circ) - mg = 0 \\ T_1 \sin(20^\circ) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d_1^2} = 0 \end{cases}$$

Para el segundo escenario:

$$\begin{cases} T_2 \cos(30^\circ) - mg = 0 \\ T_2 \sin(30^\circ) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3^2}{d_2^2} = 0 \\ Q_1 + Q_2 = 2Q_3 \end{cases}$$

Para el calculo de d_1^2 y d_2^2 , se usan la ley de cosenos:

$$d_1^2 = L^2 + L^2 - 2(L)(L) \cos(40^\circ)$$

$$d_1^2 = 2L^2 (1 - \cos(40^\circ))$$

$$d_2^2 = 2L^2 (1 - \cos(60^\circ))$$

Calculando Q_3 :

$$T_2 = \frac{mg}{\cos(30^\circ)}$$

$$\frac{mg}{\cos(30^\circ)} \sin(30^\circ) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3^2}{d_2^2}$$

$$Q_3^2 = mg \tan(30^\circ) 4\pi\epsilon_0 d_2^2$$

$$Q_3^2 = mg \tan(30^\circ) 4\pi\epsilon_0 2L^2 (1 - \cos(60^\circ))$$

$$Q_3^2 = 8\pi\epsilon_0 mg L^2 \tan(30^\circ) (1 - \cos(60^\circ))$$

$$Q_3^2 = 1.2599 \times 10^{-12}$$

$$Q_3 = 1.1225 \times 10^{-6} [C]$$

Calculando $Q_1 Q_2$:

$$T_1 = \frac{mg}{\cos(20^\circ)}$$

$$\frac{mg}{\cos(20^\circ)} \sin(20^\circ) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d_1^2}$$

$$Q_1 Q_2 = mg \tan(20^\circ) 4\pi\epsilon_0 d_1^2$$

$$Q_1 Q_2 = mg \tan(20^\circ) 4\pi\epsilon_0 2L^2 (1 - \cos(40^\circ))$$

$$Q_1 Q_2 = 8\pi\epsilon_0 mg L^2 \tan(20^\circ) (1 - \cos(40^\circ))$$

Considerando la conservación de la carga para calcular Q_1 :

$$Q_2 = 2Q_3 - Q_1$$

$$Q_1 (2Q_3 - Q_1) = 8\pi\epsilon_0 mg L^2 \tan(20^\circ) (1 - \cos(40^\circ))$$

$$Q_1^2 - 2Q_3 Q_1 + 8\pi\epsilon_0 mg L^2 \tan(20^\circ) (1 - \cos(40^\circ)) = 0$$

Cuyas raíces son:

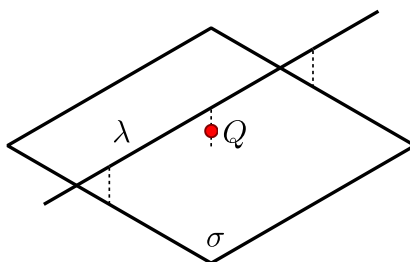
$$\begin{cases} Q_1 = 2.0650 \times 10^{-6} [C] \\ Q_1 = 1.7998 \times 10^{-7} [C] \end{cases}$$

Para los cuales Q_2 son:

$$\begin{cases} Q_2 = 1.7998 \times 10^{-7} [C] \\ Q_2 = 2.0650 \times 10^{-6} [C] \end{cases}$$

4. Una línea larga tiene una densidad lineal de carga uniforme de $50 \times 10^{-6} [C/m]$ que es paralela y está a $10 [cm]$ de la superficie de una lámina de plástico plana y grande que tiene una densidad superficial de carga uniforme de $-100 \times 10^{-6} [C/m^2]$ en un lado. Encuentre la ubicación de una carga puntual Q donde la fuerza resultante sea cero debido a este arreglo de objetos con carga.

- $5.08 [cm]$ de la línea.
- $20.39 [cm]$ del plano.
- $10.22 [cm]$ de la línea.
- $15.92 [cm]$ de la línea.

**Solución:**

Sabiendo que el campo eléctrico de una línea continua es:

$$E_L = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

Y que el campo eléctrico de una superficie continua es:

$$E_S = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Aplicando la condición de la carga puntual Q :

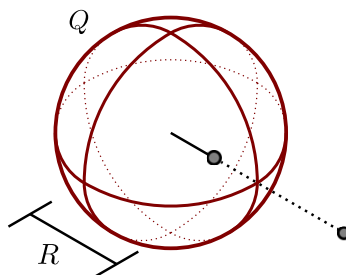
$$\begin{aligned} E_L - E_S &= 0 \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} &= 0 \\ \frac{\lambda}{\pi r} &= \sigma \end{aligned}$$

Por tanto r es:

$$r = \frac{\lambda}{\pi\sigma} = -0.1592[m] = -15.92[cm]$$

5. Una carga Q está distribuida uniformemente en el volumen de una esfera aislante de radio $R = 4[cm]$. A una distancia de $r = 8[cm]$ desde el centro de la esfera, el campo eléctrico debido a esta carga, tiene una magnitud de $E = 940[N/C]$. Calcular el campo eléctrico a una distancia de $2[cm]$ del centro de la esfera.

- 1880[N/C].
- 1760[N/C].
- 2025[N/C].
- 1539[N/C].

**Solución:**

El campo eléctrico de una esfera aislante es:

$$E = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} & r > R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3} & r < R \end{cases}$$

Se calcula la carga Q a partir de la medición a $r = 8[cm]$:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 E r^2 = 1.2112 \times 10^{-17}[C]$$

Con el valor de la carga Q , podemos calcular el campo eléctrico dentro la esfera:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3} = 1880[N/C]$$

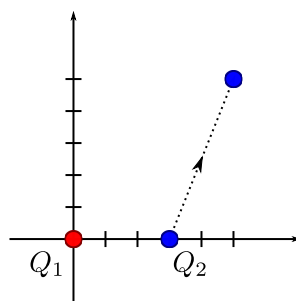
6. Una carga puntual $Q_1 = 2.4[\mu C]$ se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual $Q_2 = -4.3[\mu C]$ se mueve del punto $x = 0.15[m]$, $y = 0$ al punto $x = 0.25[m]$, $y = 0.25[m]$. Calcular el trabajo que realiza la fuerza eléctrica sobre Q_2 .

- $0.265[J]$.
- $-0.265[J]$.
- $0.356[J]$.
- $-0.356[J]$.

Solución:

El trabajo W sobre la carga Q_2 es:

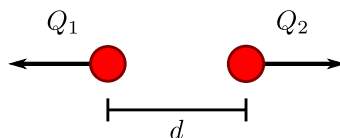
$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= U_1 - U_2 \\ W_{1 \rightarrow 2} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_2} \\ W_{1 \rightarrow 2} &= \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -0.3560[J] \end{aligned}$$



7. Dos protones se liberan, a partir del reposo, cuando están separados $0.75[nm]$. Calcular la rapidez máxima que alcanzan.

- $13.56[km/s]$.
- $12.63[km/s]$.
- $11.25[km/s]$.
- $10.93[km/s]$.

Solución:



Considerando la conservación de la energía:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

Y sabiendo que cuando toda la energía potencial se ha convertido en energía cinética, se da la velocidad máxima:

$$U_1 = K_2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

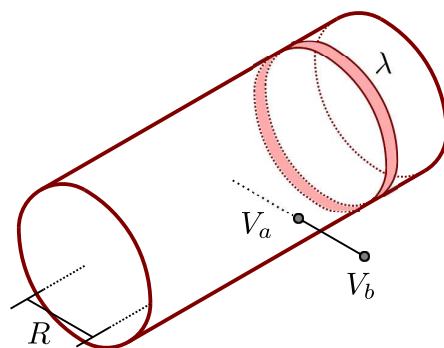
$$v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r} \frac{1}{m}} = 1.3554 \times 10^4[m/s] = 13.55[km/s]$$

8. Un cascarón cilíndrico aislante muy largo con radio de $6[cm]$ tiene una densidad de carga lineal de $8.5 \times 10^{-6}[C/m]$ distribuida de manera uniforme en su superficie exterior. Calcular la lectura de un voltímetro si se conectara entre la superficie del cilindro y un punto a $4[cm]$ por arriba de la superficie.

- $87.43[kV]$.

- 78.09[kV].
- 69.23[kV].
- 55.66[kV].

Solución:



El campo eléctrico de un cascaron cilíndrico aislante es:

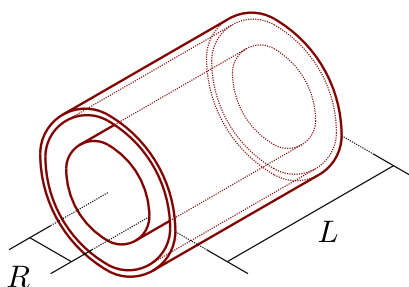
$$E = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} & r > R \\ 0 & r < R \end{cases}$$

Por tanto, el potencial eléctrico entre los puntos a y b , es:

$$\begin{aligned} V_a - V_b &= \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E_r dr = \int_a^b \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} dr \\ V_a - V_b &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(r) \Big|_a^b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (\ln b - \ln a) \\ V_a - V_b &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = 78048.2197[V] = 78.05[kV] \end{aligned}$$

9. Un capacitor cilíndrico consiste en un núcleo interior sólido de un conductor con radio de 0.25[cm], rodeado por un tubo conductor exterior hueco. Los dos conductores están separados por aire, y la longitud del cilindro es de 12[cm]. La capacitancia es de 36.7[pF]. Calcule el radio interior del tubo hueco.

- 3[mm].
- 3.5[mm].
- 4[mm].
- 4.5[mm].

**Solución:**

Se conoce que el potencial eléctrico de un cilindro es:

$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Según la definición de capacitancia:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

Y la definición de densidad lineal:

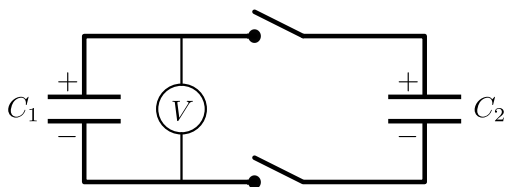
$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

Se puede calcular el radio r_b :

$$\begin{aligned} V_{ab} C &= Q \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) C &= \lambda L \\ \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) &= 2\pi\epsilon_0 \left(\frac{L}{C}\right) \\ r_b &= r_a e^{2\pi\epsilon_0 \left(\frac{L}{C}\right)} = 2.9987 \times 10^{-3}[m] = 2.9987[mm] \end{aligned}$$

10. Un capacitor de $20[\mu F]$ está cargado con una diferencia de potencial de $800[V]$. Las terminales del capacitor cargado se conectan entonces a las de un capacitor descargado de $10[\mu F]$. Calcule la energía total de esta nueva configuración.

- $6.45[J]$.
- $5.27[J]$.
- $4.27[J]$.
- $3.33[J]$.

**Solución:**

Se calcula la carga Q_0 del primer escenario:

$$C_1 = \frac{Q_0}{V_0}$$
$$Q_0 = C_1 V_0 = 0,016[C]$$

Al conectarse los dos capacitores, la carga Q_0 se conserva:

$$C_1 + C_2 = \frac{Q_0}{V_1}$$
$$V_1 = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = 533.33[V]$$

La energía total es la suma de la energía en cada capacitor:

$$U_T = U_1 + U_2 = \frac{1}{2}C_1 V_1^2 + \frac{1}{2}C_2 V_1^2 = 4.2667[J]$$