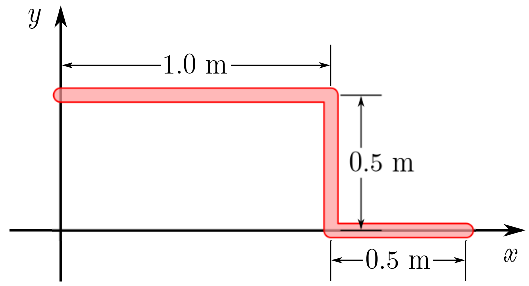
Tarea #7

Calcular el centro de masa del siguiente sistema compuesto. La barra delgada tiene densidad lineal uniforme y longitud igual a $2[m]$.



Solución:

Se calculará el centro de masa, separando la barra en tres componentes y sumando los centros de masa respectivos.

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \cdot m_i \qquad \text{(centro de masa)}$$

De resultados anteriores conocemos el centro de masa de una barra horizontal con origen en un extremo de la misma, además de una barra vertical:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{L}{2}\hat{i} \qquad \text{(barra horizontal)}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{L}{2}\hat{j} \qquad \text{(barra vertical)}$$

Sabiendo que la densidad es uniforme entonces:

$$M = m_1 + m_2 + m_3 = 2m + m + m = 4m$$

Por tanto:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}(\vec{r}_1 \cdot m_1 + \vec{r}_2 \cdot m_2 + \vec{r}_3 \cdot m_3)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{4m}(\vec{r}_1 \cdot m_1 + \vec{r}_2 \cdot m_2 + \vec{r}_3 \cdot m_3)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{4m}\left[\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right) \cdot 2m + \left(\hat{i} + \frac{1}{4}\hat{j}\right) \cdot m + \left(\frac{5}{4}\hat{i}\right) \cdot m\right]$$

Separando en sus componentes, obtenemos:

$$x_{cm} = \frac{1}{4m} \cdot \left(m + m + \frac{5m}{4} \right) = \frac{1}{4m} \cdot \frac{13m}{4} = \frac{13}{16} = 0.8125[m]$$
$$y_{cm} = \frac{1}{4m} \cdot \left(m + \frac{m}{4} + 0 \right) = \frac{1}{4m} \cdot \frac{5m}{4} = \frac{5}{16} = 0.3125[m]$$

Resultando:

$$\vec{r}_{cm} = (0.8125\hat{\imath} + 0.3125\hat{\jmath})[m] \tag{1}$$