

Informe 2: Constante elástica del resorte

Carlos Eduardo Caballero Burgoa

200201226@est.umss.edu

16 de mayo de 2021

Grupo: J2

Docente: Ing. Milka Mónica Torrico Troche

Carrera: Ing. Electromecánica

Resumen

Este documento detalla el experimento realizado en simulador para hallar la constante de proporcionalidad de dos resortes a partir de la ley de *Hooke*, para esto se realizó la medición de la elongación de un resorte a diferentes cantidades de masas disponibles; y posteriormente se calculó la relación funcional con el método de mínimos cuadrados, finalmente se determinó el valor de la constante, resultando ser: $(4.00 \pm 0.02)[N/m]$; 0.55 % para el primer resorte y $(10.9 \pm 0.1)[N/m]$; 1.18 % para el segundo.

1. Introducción

Para mantener un resorte estirado una distancia x más allá de su longitud sin estirar, se debe aplicar una fuerza de igual magnitud en cada extremo como en la **Figura 1**. Si el alargamiento x no es excesivo, la fuerza aplicada al extremo derecho tiene una componente x directamente proporcional a x , esto se conoce como la ley de *Hooke*:

$$\vec{F}_x = -k\vec{x} \quad (1)$$

Donde k es una constante llamada **constante de fuerza** (o constante de resorte). Las unidades de k son de fuerza dividida entre distancia: $[N/m]$ en el sistema internacional [1].

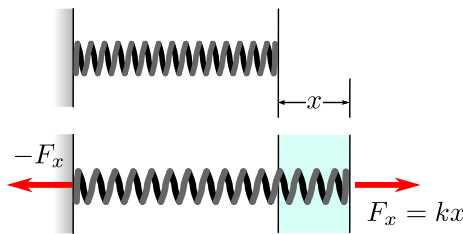


Figura 1: Fuerza necesaria para estirar un resorte.

Nota: Física Universitaria Volumen I (p. 188),
Young, Hugh D. y Freedman, Roger A., 2013, Pearson.

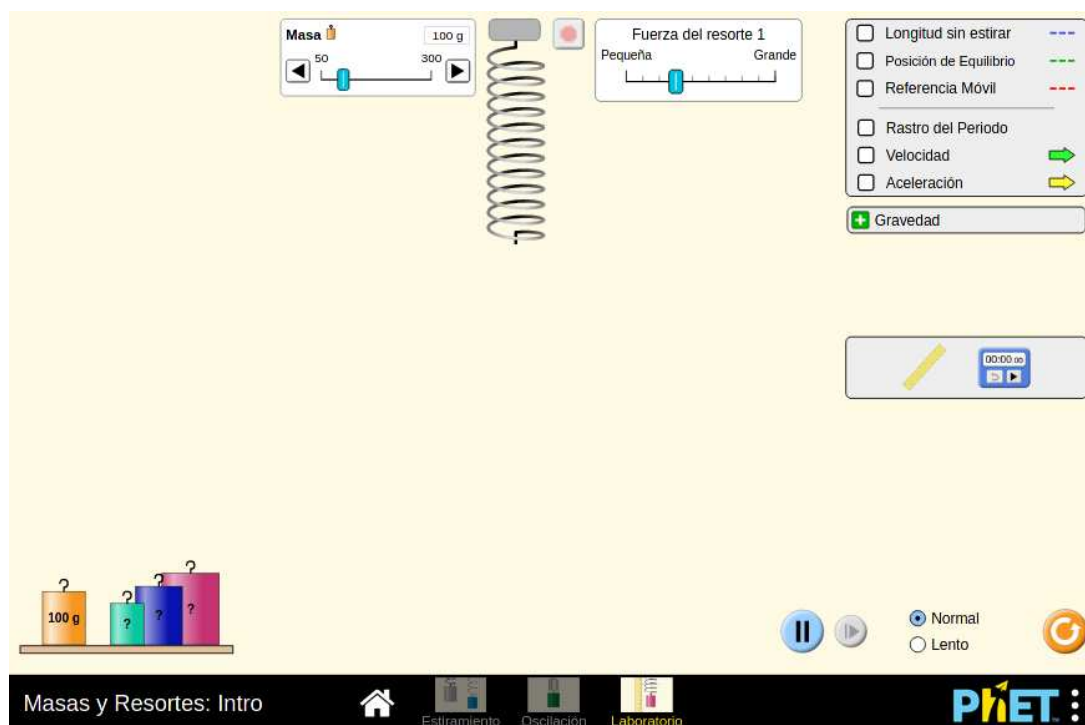


Figura 2: Simulador de resortes.

Nota: Fotografía propia.

Para el experimento se verificará la **Ecuación 1**. A partir de la toma de datos de elongación y fuerza, se graficaron los datos, y finalmente se determinarán las constantes de los resortes usados.

2. Método experimental

Para la realización del experimento, se emplea el simulador de resortes de *PHET*, ubicado en la dirección web: https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs-basics/latest/masses-and-springs-basics_es.html, tal como se presenta en la **Figura 2**.

Para el simulador se escoge una fuerza del resorte, que se mantendrá constante durante la medición, y se registrarán diferentes valores de masa (m) para medir su variación de longitud (x).

Una vez medidos los datos para dos resortes con diferente fuerza del resorte, se procederá a graficar la relación fuerza vs. longitud del resorte, y con la ayuda del método de los mínimos cuadrados, se halla la relación funcional entre las variables.

2.1. Resorte pequeño

En el **Cuadro 1**, se pueden ver los valores tomados del experimento, tanto la masa como la longitud de la deformación resultante, para una fuerza del resorte pequeño.

i	$m_i[g]$	$x_i[cm]$	i	$m_i[g]$	$x_i[cm]$
1	0	47	10	130	79
2	50	60	11	140	82
3	60	62	12	150	84
4	70	65	13	160	86
5	80	67	14	170	89
6	90	69	15	180	91
7	100	72	16	190	94
8	110	74	17	200	96
9	120	77	18	210	99

Cuadro 1: Mediciones de longitud en función de la masa provista (Resorte pequeño).

Nota: Elaboración propia.

2.2. Resorte grande

En el **Cuadro 2**, pueden ver los valores tomados del experimento, tanto la masa como la longitud de la deformación resultante, para una fuerza del resorte grande.

i	$m_i[g]$	$x_i[cm]$	i	$m_i[g]$	$x_i[cm]$
1	0	47	10	220	67
2	140	60	11	230	68
3	150	61	12	240	69
4	160	61	13	250	70
5	170	62	14	260	70
6	180	63	15	270	71
7	190	64	16	280	72
8	200	65	17	290	73
9	210	66	18	300	74

Cuadro 2: Mediciones de longitud en función de la masa provista (Resorte grande).

Nota: Elaboración propia.

3. Resultados

3.1. Resorte pequeño

A partir de los datos obtenidos se genera la gráfica de la **Figura 3**.

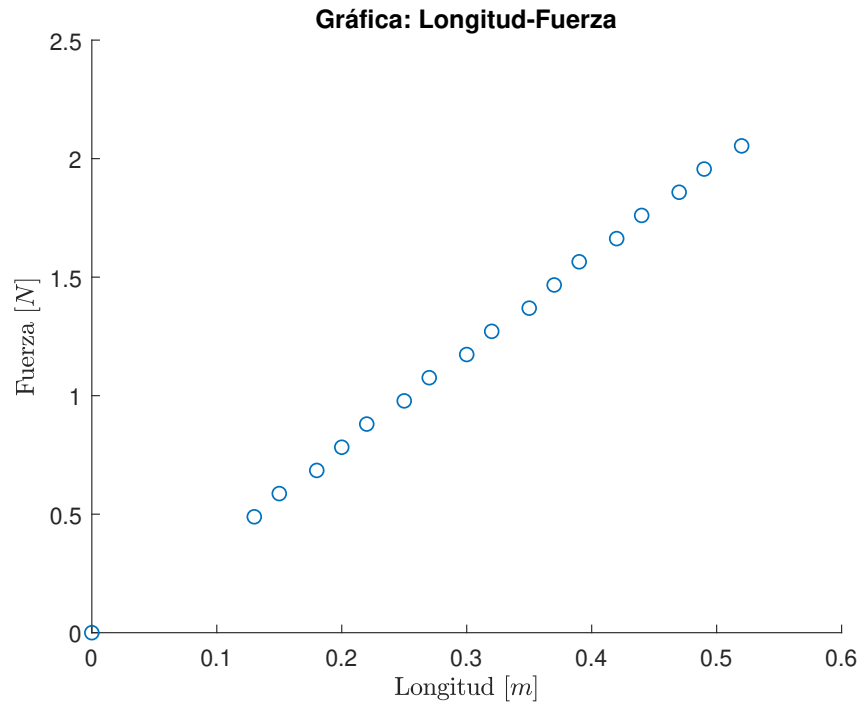


Figura 3: Gráfica de longitud vs fuerza (Resorte pequeño).

Nota: Elaboración propia.

Posteriormente se calculó la recta de mejor ajuste por el método de los mínimos cuadrados, resultando los siguientes valores:

$$A = (-0.016 \pm 0.007)[N]; 46.89 \%$$

$$B = (4.00 \pm 0.02)[N/m]; 0.55 \%$$

Siendo su coeficiente de correlación (r):

$$r = 0.9998$$

Considerando que el modelo de ajuste es:

$$F = A + Bx$$

Por tanto la relación funcional entre F y x , es:

$$F \propto x$$

Verificándose el comportamiento establecido por la **Ecuación 1**.

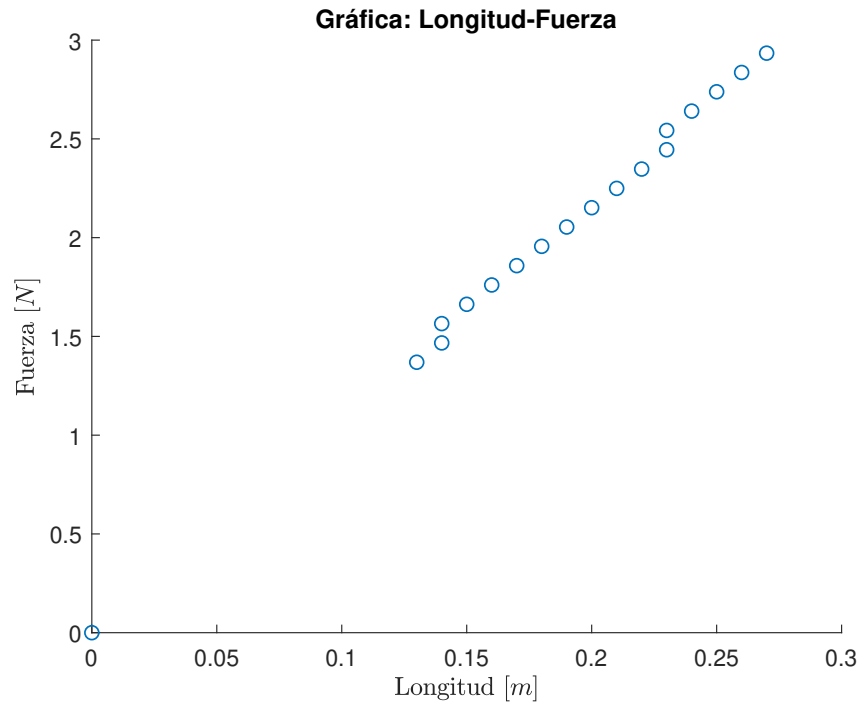


Figura 4: Gráfica de longitud vs fuerza (Resorte grande).

Nota: Elaboración propia.

La constante elástica para el resorte pequeño del experimento es:

$$k = (4.00 \pm 0.02)[N/m]; 0.55 \%$$

3.2. Resorte grande

A partir de los datos obtenidos se genera la gráfica de la **Figura 4**.

Posteriormente se calculo la recta de mejor ajuste por el método de los mínimos cuadrados, resultando los siguientes valores:

$$A = (-0.01 \pm 0.02)[N]; 330.46 \%$$

$$B = (10.9 \pm 0.1)[N/m]; 1.18 \%$$

Siendo su coeficiente de correlación (r):

$$r = 0.9989$$

Considerando que el modelo de ajuste es:

$$F = A + Bx$$

Por tanto la relación funcional entre F y x , es:

$$F \propto x$$

La constante elástica para el resorte grande del experimento es:

$$k = (10.9 \pm 0.1)[N/m]; 1.18 \%$$

4. Discusión

Puede notarse que en ambos resortes la variable a es negativa, además que el error de b es pequeño, ambas son reflejo del uso de un simulador, ya que se están tratando con resortes ideales.

5. Conclusiones

Se halló la relación funcional entre el incremento de la longitud del resorte y la fuerza aplicada, verificándose así la ley de *Hooke*.

También se calculó el valor de la constante elástica del resorte.

Referencias

- [1] Young, Hugh D. y Freedman, Roger A. (2013).
Física Universitaria. Volumen 1.
13va Edición.
Capítulo 11.

Apéndice: Cálculos adicionales

5.1. Resorte pequeño

Conociendo m_i , x_i , y g , se detallan los valores de la fuerza calculada (F) y la longitud del estiramiento del resorte pequeño (Δx) en el **Cuadro 3**.

i	$F_i[N]$	$\Delta x_i[m]$	i	$F_i[N]$	$\Delta x_i[m]$
1	0	0	10	1.2714	0.3200
2	0.4890	0.1300	11	1.3692	0.3500
3	0.5868	0.1500	12	1.4670	0.3700
4	0.6846	0.1800	13	1.5648	0.3900
5	0.7824	0.2000	14	1.6626	0.4200
6	0.8802	0.2200	15	1.7604	0.4400
7	0.9780	0.2500	16	1.8582	0.4700
8	1.0758	0.2700	17	1.9560	0.4900
9	1.1736	0.3000	18	2.0538	0.5200

Cuadro 3: Calculo de la fuerza y la longitud (Resorte pequeño).

Nota: Elaboración propia.

Se calculan los parámetros de la recta por el método de los mínimos cuadrados, con la ayuda de los datos presentados en el **Cuadro 4**.

$$n = 18$$

$$\sum x_i = 5.4700$$

$$\sum y_i = 21.6138$$

$$\sum x_i^2 = 2.0009$$

$$\sum y_i^2 = 31.3822$$

$$\sum x_i y_i = 7.9238$$

$$\Delta_1 = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 = 6.0953$$

$$\Delta_2 = n \sum y_i^2 - \left(\sum y_i \right)^2 = 97.7240$$

$$A = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i y_i \sum x_i}{\Delta_1} = -0.0157$$

$$B = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta_1} = 4.0031$$

$$\sum d^2 = 0.0027$$

i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	Y_i	d_i	$d_i^2 (10^{-3})$
1	0	0	0	-0.0157	0.0157	0.2475
2	0.0636	0.0169	0.2391	0.5047	-0.0157	0.245
3	0.0880	0.0225	0.3443	0.5847	0.0021	0.004
4	0.1232	0.0324	0.4687	0.7048	-0.0202	0.4091
5	0.1565	0.0400	0.6121	0.7849	-0.0025	0.0062
6	0.1936	0.0484	0.7748	0.8650	0.0152	0.2325
7	0.2445	0.0625	0.9565	0.9850	-0.0070	0.0496
8	0.2905	0.0729	1.1573	1.0651	0.0107	0.1144
9	0.3521	0.0900	1.3773	1.1852	-0.0116	0.1345
10	0.4068	0.1024	1.6165	1.2653	0.0061	0.0377
11	0.4792	0.1225	1.8747	1.3854	-0.0162	0.2610
12	0.5428	0.1369	2.1521	1.4654	0.0016	0.0025
13	0.6103	0.1521	2.4486	1.5455	0.0193	0.3733
14	0.6983	0.1764	2.7642	1.6656	-0.0030	0.0088
15	0.7746	0.1936	3.0990	1.7456	0.0148	0.2180
16	0.8734	0.2209	3.4529	1.8657	-0.0075	0.0567
17	0.9584	0.2401	3.8259	1.9458	0.0102	0.104
18	1.0680	0.2704	4.2181	2.0659	-0.0121	0.146

Cuadro 4: Valores para el método de mínimos cuadrados (Resorte pequeño).**Nota:** Elaboración propia.

$$\sigma^2 = \frac{\sum d_i^2}{n-2} = 1.6575 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{\Delta_1}} = 0.0074$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sigma^2 n}{\Delta_1}} = 0.0221$$

Parámetros de la recta obtenida:

$$A = (-0.0157 \pm 0.0074)[N]; 46.8866 \%$$

$$B = (4.0031 \pm 0.0221)[N/m]; 0.5527 \%$$

Siendo el coeficiente de correlación:

$$R = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{\Delta_1 \Delta_2}} = 0.9998$$

La ecuación de la recta resultante es:

$$y = -0.0157 + 4.0031 x$$

5.2. Resorte grande

Conociendo m_i , x_i , y g , se detallan los valores de la fuerza calculada (F) y la longitud del estiramiento del resorte grande (Δx) en el **Cuadro 5**.

i	$F_i[N]$	$\Delta x_i[m]$	i	$F_i[N]$	$\Delta x_i[m]$
1	0	0	10	2.1516	0.2000
2	1.3692	0.1300	11	2.2494	0.2100
3	1.4670	0.1400	12	2.3472	0.2200
4	1.5648	0.1400	13	2.4450	0.2300
5	1.6626	0.1500	14	2.5428	0.2300
6	1.7604	0.1600	15	2.6406	0.2400
7	1.8582	0.1700	16	2.7384	0.2500
8	1.9560	0.1800	17	2.8362	0.2600
9	2.0538	0.1900	18	2.9340	0.2700

Cuadro 5: Cálculo de la fuerza y la longitud (Resorte grande).

Nota: Elaboración propia.

Se calculan los parámetros de la recta por el método de los mínimos cuadrados, con la ayuda de los datos presentados en el **Cuadro 6**.

$$n = 18$$

$$\sum x_i = 3.3700$$

$$\sum y_i = 36.5772$$

$$\sum x_i^2 = 0.7005$$

$$\sum y_i^2 = 82.6020$$

$$\sum x_i y_i = 7.6059$$

$$\Delta_1 = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 = 1.2521$$

$$\Delta_2 = n \sum y_i^2 - \left(\sum y_i \right)^2 = 148.9437$$

$$A = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i y_i \sum x_i}{\Delta_1} = -0.0076$$

i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	Y_i	d_i	d_i^2
1	0	0	0	-0.0076	0.0076	0.0001
2	0.1780	0.0169	1.8747	1.4087	-0.0395	0.0016
3	0.2054	0.0196	2.1521	1.5176	-0.0506	0.0026
4	0.2191	0.0196	2.4486	1.5176	0.0472	0.0022
5	0.2494	0.0225	2.7642	1.6265	0.0361	0.0013
6	0.2817	0.0256	3.0990	1.7355	0.0249	0.0006
7	0.3159	0.0289	3.4529	1.8444	0.0138	0.0002
8	0.3521	0.0324	3.8259	1.9534	0.0026	0.0000
9	0.3902	0.0361	4.2181	2.0623	-0.0085	0.0001
10	0.4303	0.0400	4.6294	2.1713	-0.0197	0.0004
11	0.4724	0.0441	5.0598	2.2802	-0.0308	0.0009
12	0.5164	0.0484	5.5093	2.3892	-0.0420	0.0018
13	0.5624	0.0529	5.9780	2.4981	-0.0531	0.0028
14	0.5848	0.0529	6.4658	2.4981	0.0447	0.0020
15	0.6337	0.0576	6.9728	2.6071	0.0335	0.0011
16	0.6846	0.0625	7.4988	2.7160	0.0224	0.0005
17	0.7374	0.0676	8.0440	2.8250	0.0112	0.0001
18	0.7922	0.0729	8.6084	2.9339	0.0001	0.0000

Cuadro 6: Valores para el método de mínimos cuadrados (Resorte grande).**Nota:** Elaboración propia.

$$B = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta_1} = 10.8946$$

$$\sum d^2 = 0.0183$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum d_i^2}{n - 2} = 0.0011$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{\Delta_1}} = 0.0253$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sigma^2 n}{\Delta_1}} = 0.1281$$

Parámetros de la recta obtenida:

$$A = (-0.0076 \pm 0.0253)[N]; 330.4569 \%$$

$$B = (10.8946 \pm 0.1281)[N/m]; 1.1758 \%$$

Siendo el coeficiente de correlación:

$$R = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{\Delta_1 \Delta_2}} = 0.9989$$

La ecuación de la recta resultante es:

$$y = -0.0076 + 10.8946 x$$