Primer parcial

Estudiante: CABALLERO BURGOA, Carlos Eduardo
Carrera: Ingeniería Electromecánica
Correo: cijkb.j@gmail.com

1. La tabla muestra una serie de medidas directas de la velocidad de un cuerpo en m/s. a) Exprese el resultado de la medición, su error absoluto y porcentual. b) La masa del cuerpo y su error es de: $m = (4.25 \pm 0.01)[kg]$. Calcule la energía cinética del cuerpo $E = \frac{1}{2}mv^2$, su error absoluto y porcentual utilizando el resultado del inciso anterior.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8
$v[m/s]$	2.20	2.10	2.35	2.30	2.18	2.12	2.28	2.26

Solución:
(a)

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2.20	-0.0237	0.0006
2	2.10	-0.1237	0.0153
3	2.35	0.1263	0.0159
4	2.30	0.0762	0.0058
5	2.18	-0.0437	0.0019
6	2.12	-0.1037	0.0108
7	2.28	0.0562	0.0032
8	2.26	0.0362	0.0013
$n = 8$	$\sum x_i = 17.79$		$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 0.0548$

$\bar{x}$	2.2237
σ_x	0.0313
e_x	0.0313

Velocidad	
v	$(2.22 \pm 0.03)[m/s], 1.4\,\%$

Memoria de calculo:

```
# Datos importados (i1.csv):
2.20
```

```
2.10
2.35
2.30
2.18
2.12
2.28
2.26


# Comandos ejecutados (p1a.m):
% leer datos desde fichero
x = importdata('i1.csv')

% tamano de la muestra
n = length(x)
% sumatoria
S = sum(x)
% promedio
m = mean(x)
% calculo de las discrepancias
d = x - m
% calculo de las discrepancias al cuadrado
d2 = d.*d
% sumatoria de las discrepancias al cuadrado
S2 = sum(d2)
% calculo del error
s = sqrt(S2 / (n * (n - 1)))
% calculo del error (no hay datos de la precision del instrumento)
e = s
% calculo del error porcentual
E = (e / m) * 100


# Salida del programa (o1a.txt):
x =
    2.2000
    2.1000
    2.3500
    2.3000
    2.1800
    2.1200
    2.2800
    2.2600

n = 8
S = 17.7900
m = 2.2237

d =
   -0.0237
   -0.1237
    0.1263
    0.0762
   -0.0437
   -0.1037
    0.0562
```

```
    0.0362

d2 =
    0.0006
    0.0153
    0.0159
    0.0058
    0.0019
    0.0108
    0.0032
    0.0013

S2 = 0.0548
s = 0.0313
e = 0.0313
E = 1.4066
```

(b)

Medidas directas	
Velocidad (v)	$2.22 \pm 0.03[m/s]; 1.4\,\%$
Masa (m)	$4.25 \pm 0.01[kg]; 0.40\,\%$

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

Valor representativo:

$$E = \frac{1}{2}(4.25)(2.22)^2 = 10.4729[J]$$

Las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial E}{\partial v} = mv$$
$$\frac{\partial E}{\partial m} = \frac{1}{2}v^2$$

Siendo el error de la medición:

$$e_V = \sqrt{(mv)^2 {e_v}^2 + \left(\frac{1}{2}v^2\right)^2 {e_m}^2}$$

Error representativo:

$$e_V = \sqrt{((4.25)(2.22))^2\, 0.03^2 + ((0.5)(2.22)^2)^2\, 0.01^2} = 0.2841$$

Energía cinética	
Energía (E)	$(10.5 \pm 0.3)[J], 2.71\,\%$

Memoria de calculo:

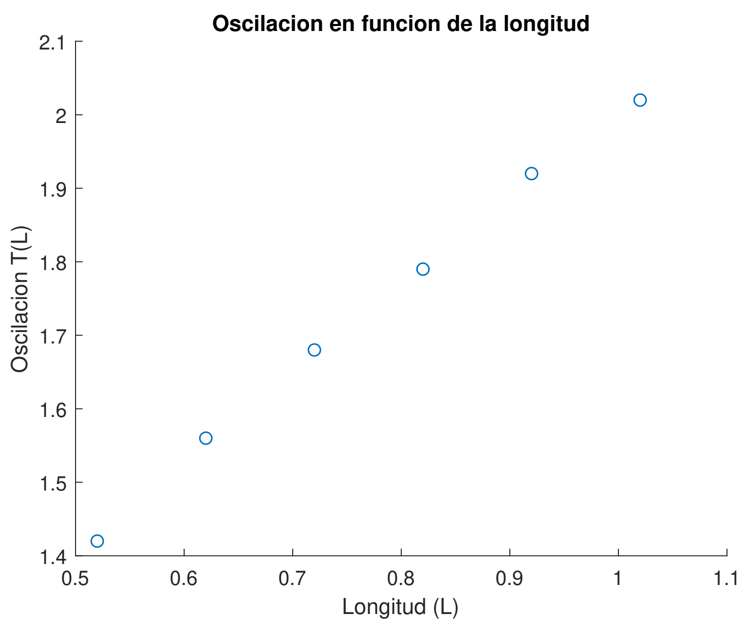
```
# Comandos ejecutados (p1b.m):
% valores de entrada
v = 2.22
ev = 0.03
m = 4.25
em = 0.01

% calculando el valor representativo
E = 0.5 * m * v^2

% calculando las derivadas parciales
d1 = m * v
d2 = 0.5 * (v^2)

% calculando el criterio pitagorico
e = sqrt( ((d1^2)*(ev^2)) + ((d2^2)*(em^2)) )
% calculo del error porcentual
EP = (e / E) * 100


# Salida del programa (o1b.txt):
v = 2.2200
ev = 0.0300
m = 4.2500
em = 0.0100
E = 10.4729
d1 = 9.4350
d2 = 2.4642
e = 0.2841
EP = 2.7129
```

2. La siguiente tabla es una relación funcional entre el periodo $T[s]$ y su longitud $L[m]$. a) Graficar $T = T(L)$. b) Linealicé aplicando logaritmos y graficar los datos logaritmizados. Obtenga a partir de la gráfica la ecuación del movimiento asumiendo un modelo potencial.

i	$L_i[m]$	$T_i[s]$
1	0.52	1.42
2	0.62	1.56
3	0.72	1.68
4	0.82	1.79
5	0.92	1.92
6	1.02	2.02

Solución:
(a)

Se obtiene el siguiente gráfico:



(b)

Aplicando linealización por logaritmos:

La función tiene la forma general:

$$y = ax^b$$

Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación, obtenemos:

$$\log y = \log a + b \log x$$

Haciendo los siguientes cambios de variables:

$$Y' = \log y$$

$$A = \log a$$

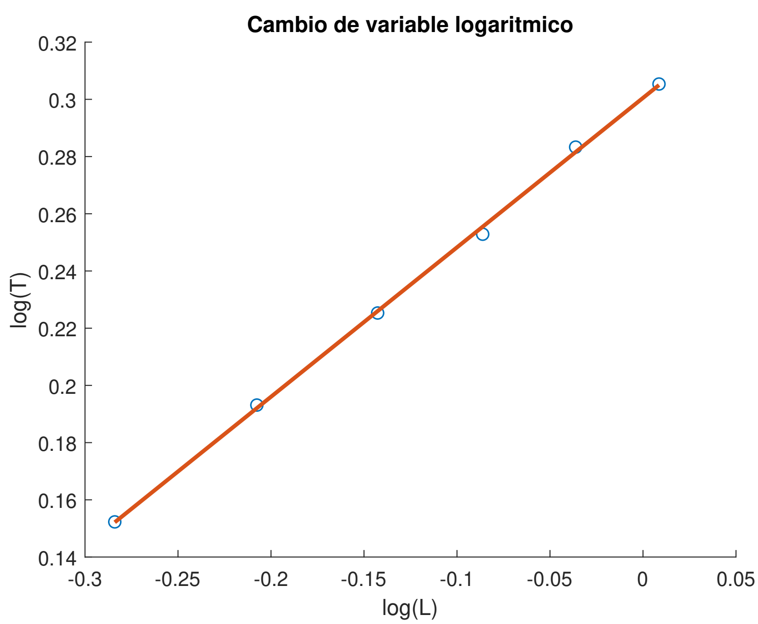
$$B = b$$

$$X' = \log x$$

Se obtiene:

$$Y' = A + BX'$$

i	$\log(L_i)$	$\log(T_i)$
1	-0.2840	0.1523
2	-0.2076	0.1931
3	-0.1427	0.2253
4	-0.0862	0.2529
5	-0.0362	0.2833
6	0.0086	0.3054



$$B = \frac{0.3054 - 0.1523}{0.0086 + 0.2840} = \frac{0.1531}{0.2926} = 0.52$$

Resultado	
T	$aL^{0.5}$

Memoria de calculo:

```
# Datos importados (i2.csv):
0.52,1.42
0.62,1.56
0.72,1.68
0.82,1.79
0.92,1.92
1.02,2.02


# Comandos ejecutados (p2b.m):
% leer datos previamente formateados
table = readtable('i2.csv')

% cambio de variable
X = log10(table.Var1)
Y = log10(table.Var2)

% calcular la ecuacion de la recta
p = polyfit(X, Y, 1)
v = polyval(p, X)

% personalizar grafica
title('Cambio de variable logaritmico')
xlabel('log(L)')
ylabel('log(T)')

% graficar puntos y lineas
hold on
plot(X, Y, 'o')
plot(X, v, 'LineWidth', 2)
hold off



# Salida del programa (o2b.txt):
table =
  6x2 table

    Var1    Var2
    ----    ----

    0.52    1.42
    0.62    1.56
    0.72    1.68
    0.82    1.79
    0.92    1.92
    1.02    2.02
```

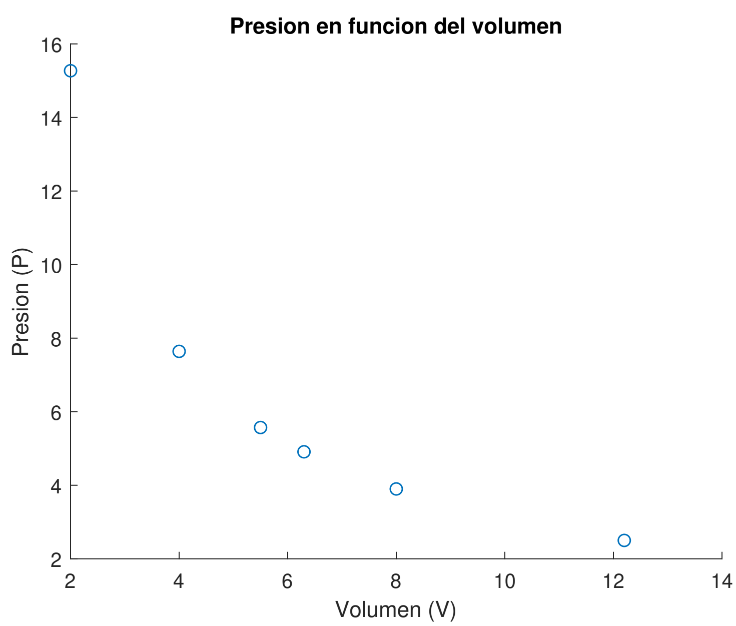
```
X =
   -0.2840
   -0.2076
   -0.1427
   -0.0862
   -0.0362
    0.0086

Y =
    0.1523
    0.1931
    0.2253
    0.2529
    0.2833
    0.3054

p = 0.5224    0.3005

v =
    0.1521
    0.1921
    0.2260
    0.2555
    0.2816
    0.3050
```

3. La siguiente tabla es una relación funcional entre la presión $P[N/m^2]$ y el volumen $V[m^3]$ de un gas ideal; a) Obtenga la ecuación empírica mediante el método gráfico. b) A partir de los datos encuentre la ecuación empírica.

i	$V_i[m^3]$	$P_i[N/m^2]$
1	2.00	15.27
2	4.00	7.64
3	5.50	5.57
4	6.30	4.91
5	8.00	3.90
6	12.20	2.50

Solución:
(a)

Se obtiene el siguiente gráfico:



Por tanto:

$$P \propto \frac{1}{V}$$

Resultado	
$P = \frac{A}{V}$	Donde A es una constante

(b)

Aplicando linealización por logaritmos:

La función tiene la forma general:

$$y = ax^b \tag{1}$$

Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación, obtenemos:

$$\log y = \log a + b \log x$$

Haciendo los siguientes cambios de variables:

$$Y' = \log y$$

$$A = \log a$$

$$B = b$$

$$X' = \log x$$

Se obtiene:

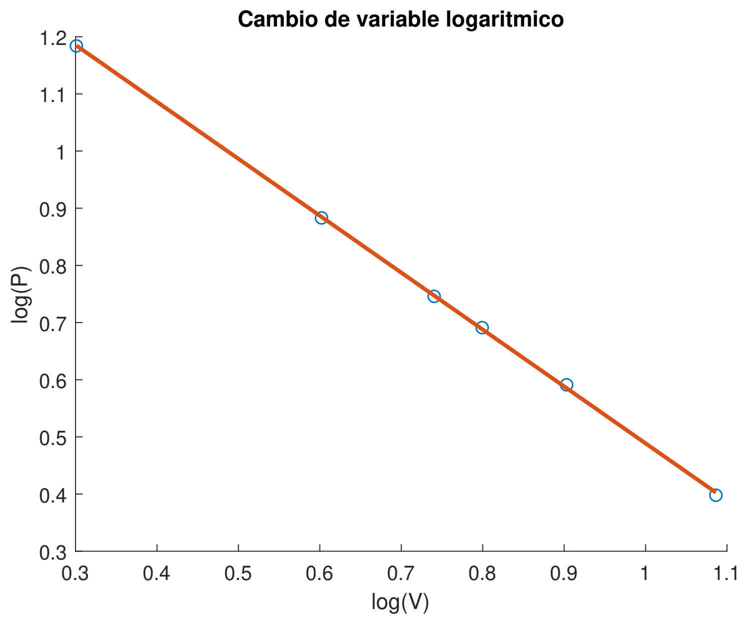
$$Y' = A + BX'$$

i	$\log(V_i)$	$\log(P_i)$
1	0.3010	1.1838
2	0.6021	0.8831
3	0.7404	0.7459
4	0.7993	0.6911
5	0.9031	0.5911
6	1.0864	0.3979

$$B = \frac{0.3979 - 1.1838}{1.0864 - 0.3010} = \frac{-0.7859}{0.7854} = -1.00$$

Resultado	
P	aV^{-1}

Memoria de calculo:




```
# Datos importados (i3.csv):
2.00,15.27
4.00,7.64
5.50,5.57
6.30,4.91
8.00,3.90
12.20,2.50


# Comandos ejecutados (p3b.m):
% leer datos previamente formateados
table = readtable('i3.csv')

% cambio de variable
X = log10(table.Var1)
Y = log10(table.Var2)

% calcular la ecuacion de la recta
p = polyfit(X, Y, 1)
v = polyval(p, X)

% personalizar grafica
title('Cambio de variable logaritmico')
xlabel('log(V)')
ylabel('log(P)')

% graficar puntos y lineas
hold on
plot(X, Y, 'o')
plot(X, v, 'LineWidth', 2)
hold off
```

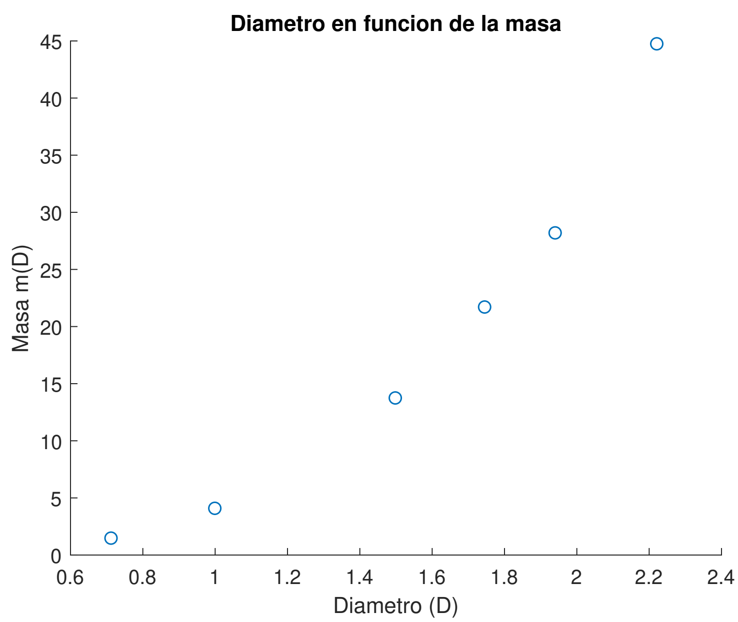
```
# Salida del programa (o3b.txt):
table =
  6x2 table

    Var1    Var2
    ----    -----

       2    15.27
       4     7.64
     5.5     5.57
     6.3     4.91
       8      3.9
    12.2      2.5

X =
    0.3010
    0.6021
    0.7404
    0.7993
    0.9031
    1.0864

Y =
    1.1838
    0.8831
    0.7459
    0.6911
    0.5911
    0.3979

p = -0.9955    1.4842
v =
    1.1845
    0.8848
    0.7472
    0.6885
    0.5852
    0.4027
```

4. La tabla presenta datos de masa m y diámetro D de esferas de un mismo material. a) Graficar $m = m(D)$, donde m esta en $[g]$ y D en $[cm]$ b) Encuentre la ecuación empírica usando el método de cambio de variable y a partir de ella determine la densidad del material. Los datos fueron medidos con un tornillo micrométrico de $P = 0.001[cm]$ y la balanza digital de $P = 0.01[g]$.

No.	1	2	3	4	5	6
$D[cm]$	2.221	1.940	1.745	1.498	0.999	0.712
$m[g]$	44.75	28.20	21.71	13.75	4.09	1.48

Solución:
(a)

Se obtiene el siguiente gráfico:



(b)

Aplicando cambio de variable:

La función tiene la forma general:

$$y = ax^3 \tag{2}$$

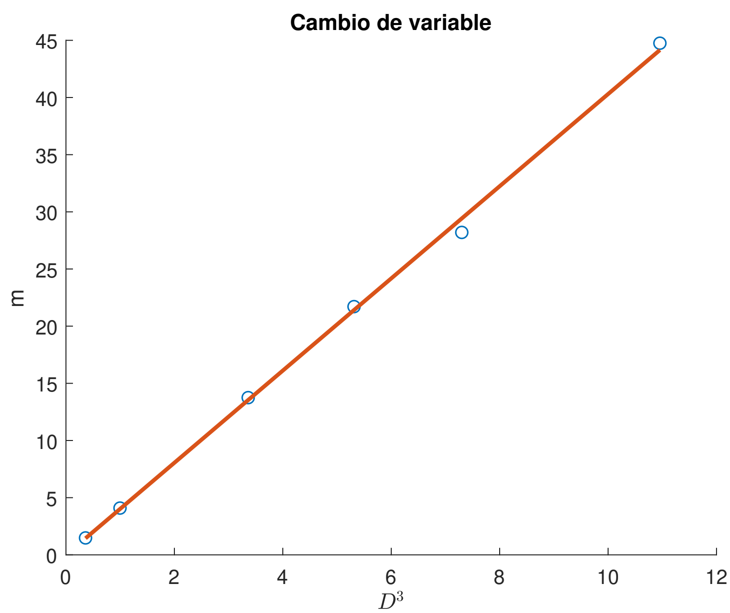
Haciendo el siguiente cambio de variable:

$$Z = x^3$$

Se obtiene:

$$Y = AZ'$$

i	D^3	m
1	10.9558	44.7500
2	7.3014	28.2000
3	5.3136	21.7100
4	3.3615	13.7500
5	0.9970	4.0900
6	0.3609	1.4800



$$B = \frac{1.4800 - 44.7500}{0.3609 - 10.9558} = \frac{-43.2700}{-10.5949} = 4.0840$$

Resultado	
m	$4.1D^3$

Memoria de calculo:

```
# Datos importados (i4.csv):
2.221,44.75
1.940,28.20
```

```
1.745,21.71
1.498,13.75
0.999,4.09
0.712,1.48


# Comandos ejecutados (p4b.m):
% leer datos previamente formateados
table = readtable('i4.csv')

% cambio de variable
X = table.Var1.^3
Y = table.Var2

% calcular la ecuacion de la recta
p = polyfit(X, Y, 1)
v = polyval(p, X)

% personalizar grafica
title('Cambio de variable')
xlabel('$D^3$','interpreter','latex')
ylabel('m')

% graficar puntos y lineas
hold on
plot(X, Y, 'o')
plot(X, v, 'LineWidth', 2)
hold off




# Salida del programa (o4b.txt):
table =
  6x2 table

    Var1     Var2
    -----    -----

    2.221    44.75
     1.94     28.2
    1.745    21.71
    1.498    13.75
    0.999     4.09
    0.712     1.48

X =
   10.9558
    7.3014
    5.3136
    3.3615
    0.9970
    0.3609

Y =
   44.7500
```

```
   28.2000
   21.7100
   13.7500
    4.0900
    1.4800

p = 4.0311   -0.0101
v =
   44.1539
   29.4225
   21.4094
   13.5405
    4.0089
    1.4449
```

Calculo de la densidad del material:

Diametro:

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2.2210	0.7018	0.4926
2	1.9400	0.4208	0.1771
3	1.7450	0.2258	0.0510
4	1.4980	-0.0212	0.0004
5	0.9990	-0.5202	0.2706
6	0.7120	-0.8072	0.6515
$n = 6$	$\sum x_i = 9.1150$		$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 1.6432$

$\bar{x}$	1.5192
P	0.001
σ_x	0.2340
e_x	0.2340

diametro	
D	$(1.52 \pm 0.23)[m/s], 15.4\,\%$

Masa:

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	44.7500	25.7533	663.2342
2	28.2000	9.2033	84.7013
3	21.7100	2.7133	7.3622
4	13.7500	-5.2467	27.5275
5	4.0900	-14.9067	222.2087
6	1.4800	-17.5167	306.8336
$n = 6$	$\sum x_i = 113.98$		$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 1311.9$

$\bar{x}$	18.9967
P	0.01
σ_x	6.6128
e_x	6.6128

masa	
m	$(19 \pm 6.6)[m/s], 34.81\,\%$

Memoria de calculo:

```
# Datos importados (i4.csv):
2.221,44.75
1.940,28.20
1.745,21.71
1.498,13.75
0.999,4.09
0.712,1.48


# Comandos ejecutados (p4a.m):
% leer datos desde fichero
table = readtable('i4.csv')

% diametro
x = table.Var1

% tamano de la muestra
n = length(x)
% sumatoria
S = sum(x)
% promedio
m = mean(x)
% calculo de las discrepancias
d = x - m
% calculo de las discrepancias al cuadrado
d2 = d.*d
% sumatoria de las discrepancias al cuadrado
S2 = sum(d2)
```

```
% calculo del error
s = sqrt(S2 / (n * (n - 1)))
% precision del instrumento
P = 0.001
% calculo del error
e = max(s, P)
% calculo del error porcentual
E = (e / m) * 100

% masa
x = table.Var2

% tamano de la muestra
n = length(x)
% sumatoria
S = sum(x)
% promedio
m = mean(x)
% calculo de las discrepancias
d = x - m
% calculo de las discrepancias al cuadrado
d2 = d.*d
% sumatoria de las discrepancias al cuadrado
S2 = sum(d2)
% calculo del error
s = sqrt(S2 / (n * (n - 1)))
% precision del instrumento
P = 0.01
% calculo del error
e = max(s, P)
% calculo del error porcentual
E = (e / m) * 100


# Salida del programa (o4a.txt):
table =
  6x2 table
    Var1     Var2
    -----    -----

    2.221    44.75
     1.94     28.2
    1.745    21.71
    1.498    13.75
    0.999     4.09
    0.712     1.48

x =
    2.2210
    1.9400
    1.7450
    1.4980
    0.9990
    0.7120

n = 6
```

```
S = 9.1150
m = 1.5192

d =
    0.7018
    0.4208
    0.2258
   -0.0212
   -0.5202
   -0.8072

d2 =
    0.4926
    0.1771
    0.0510
    0.0004
    0.2706
    0.6515

S2 = 1.6432
s = 0.2340
P = 1.0000e-03
e = 0.2340
E = 15.4057

x =
   44.7500
   28.2000
   21.7100
   13.7500
    4.0900
    1.4800

n = 6
S = 113.9800
m = 18.9967

d =
   25.7533
    9.2033
    2.7133
   -5.2467
  -14.9067
  -17.5167

d2 =
  663.2342
   84.7013
    7.3622
   27.5275
  222.2087
  306.8336

S2 = 1.3119e+03
s = 6.6128
P = 0.0100
```

```
e = 6.6128
E = 34.8102
```

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3m}{4\pi r^2} = \frac{6m}{\pi D^3}$$

Valor representativo:

$$\rho = \frac{6(19)}{3.1415(1.52)^3} = 10.35$$

Las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{6}{\pi D^3}$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial D} = -\frac{18m}{\pi D^4}$$

Siendo el error de la medición:

$$e_\rho = \sqrt{\left(\frac{6}{\pi D^3}\right)^2 {e_m}^2 + \left(-\frac{18m}{\pi D^4}\right)^2 {e_D}^2}$$

Error representativo:

$$e_\rho = \sqrt{(0.5447)^2\, 6.61^2 + (-20.4334)^2\, 0.23^2} = 5.9863$$

Densidad	
Densidad (ρ)	$(10.35 \pm 5.98)[g/cm^3], 17.19\,\%$

Memoria de calculo:

```
# Comandos ejecutados (p4bbb.m):
% valores de entrada
D = 1.5192
eD = 0.2340
m = 18.9967
em = 6.6128
```

```
% calculando el valor representativo
p = (6 * m) / (pi * (D^3))

% calculando las derivadas parciales
d1 = (6) / (pi * (D^3))
d2 = -1 * ((18 * m) / (pi * (D^4)))

% calculando el criterio pitagorico
e = sqrt( ((d1^2)*(em^2)) + ((d2^2)*(eD^2)) )
% calculo del error porcentual
EP = (e / E) * 100


# Salida del programa (o4bbb.txt):
D = 1.5192
eD = 0.2340
m = 18.9967
em = 6.6128
p = 10.3475
d1 = 0.5447
d2 = -20.4334
e = 5.9863
EP = 17.1971
```