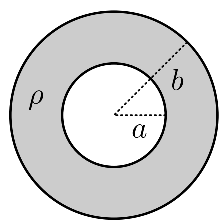
Segundo parcial

Estudiante: CABALLERO BURGOA, Carlos Eduardo
Carrera: Ingeniería Electromecánica
Correo: cijkb.j@gmail.com

1. La región entre dos esferas conductoras concéntricas con radio a y b está llena de un material conductor cuya resistividad vale $0.6[\Omega - m]$. Calcule la resistencia entre las esferas, para $a = 2[cm]$ y $b = 4[cm]$.

   - $1.10[\Omega]$.
   - $1.15[\Omega]$.
   - $1.19[\Omega]$.
   - $1.23[\Omega]$.

   Solución:

   La relación entre la resistencia y la resistividad es:

   $$dR = \rho \frac{dl}{A}$$

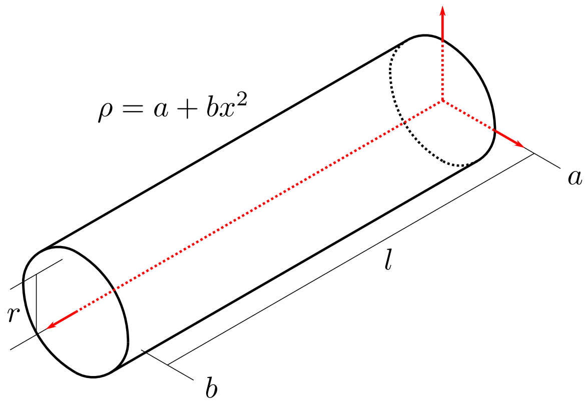
   Por tanto:

   $$R = \int_a^b \rho \frac{dr}{A} = \rho \int_a^b \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{\rho}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi} \left(-\frac{1}{r} \Big|_a^b \right) = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r} \Big|_b^a \right) = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

   $$R = \frac{0.6}{4\pi} \left(\frac{1}{0.02} - \frac{1}{0.04} \right) = 1.1937[\Omega]$$

2. Un cilindro de $1.5[m]$ de largo y $1.1[cm]$ de radio está hecho de una complicada mezcla de materiales. Su resistividad depende de la distancia "x" desde el extremo izquierdo, y cumple con la formula $\rho = a + bx^2$, donde a y b son constantes. En el extremo de la izquierda, la resistividad es de $2.25 \times 10^{-8}[\Omega - m]$, en tanto que en el extremo derecho es de $8.5 \times 10^{-8}[\Omega - m]$. ¿Cuál es la resistencia de esa varilla?

   - $171[\mu\Omega]$.
   - $168[\mu\Omega]$.



- $160[\mu\Omega]$.
- $151[\mu\Omega]$.

Solución:

Sabiendo los valores de resistividad en los extremos del cilindro, se calculan los valores de a y b:

$$\rho(0) = a + b(0)^2 = 2.25 \times 10^{-8}$$
$$a = 2.25 \times 10^{-8}$$
$$\rho(1.5) = 2.25 \times 10^{-8} + b(1.5)^2 = 8.5 \times 10^{-8}$$
$$b = \frac{8.5 \times 10^{-8} - 2.25 \times 10^{-8}}{(1.5)^2} = 2.78 \times 10^{-8}$$

La relación entre la resistencia y la resistividad es:

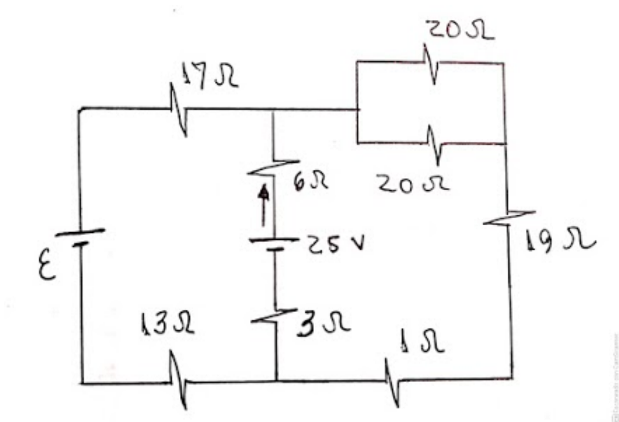
$$dR = \rho \frac{dl}{A}$$

Por tanto:

$$R = \int_0^{1.5} \rho \frac{dx}{A} = \int_0^{1.5} \frac{1}{A}(a + bx^2)dx = \frac{1}{A}\left(\int_0^{1.5} adx + \int_0^{1.5} bx^2 dx\right)$$
$$R = \frac{1}{A}\left(ax\Big|_0^{1.5} + b\frac{x^3}{3}\Big|_0^{1.5}\right) = \frac{1}{\pi r^2}\left(a(1.5) + b\frac{(1.5)^3}{3}\right) = 1.7099 \times 10^{-4}$$
$$R = 170.99[\mu\Omega]$$

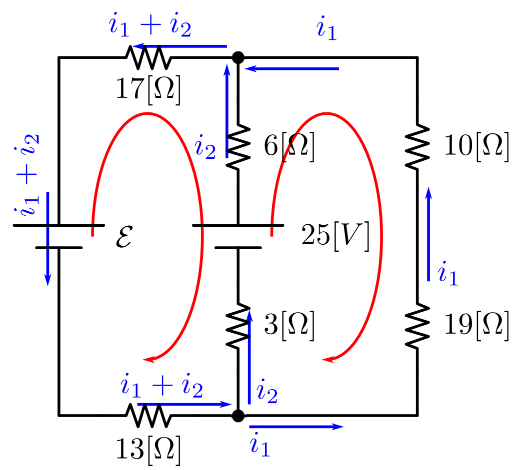
3. En el circuito mostrado el resistor de $6[\Omega]$ consume energía a razón de $24[W]$ cuando la corriente a traves de el fluye como se muestra. Calcule la potencia que disipa el resistor de $19[\Omega]$.

- $1.03[W]$.
- $1.36[W]$.



- $1.51[W]$.
- $1.63[W]$.

Solución:



Aplicando las reglas de *Kirchhoff*:

$$\mathcal{E} + 17(i_1 + i_2) + 6i_2 - 25 + 3i_2 + 13(i_1 + i_2) = 0$$

$$\mathcal{E} + 30i_1 + 39i_2 = 25$$

$$10i_1 + 19r_1 - 3i_2 + 25 - 6i_2 = 0$$

$$29i_1 - 9i_2 = -25$$

Considerando la potencia que disipa la resistencia de $6[\Omega]$:

$$24 = i_2^2(6)$$

$$\pm 2 = i_2$$

Por tanto i_1 es:

$$i_1 = \frac{9(\pm 2) - 25}{29}$$

$$\begin{cases} i_1 = -0.2414; (+2) \\ i_1 = -1.4827; (-2) \end{cases}$$

La potencia disipada por la resistencia de $19[\Omega]$ es:

$$P = i_1^2(19) = 1.1070[W]$$

4. En el anterior problema calcule la potencia que disipa el resistor de $17[\Omega]$.

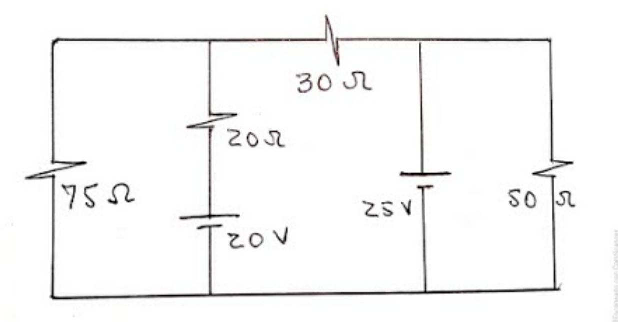
   - $50[W]$.
   - $51[W]$.
   - $52[W]$.
   - $53[W]$.

   Solución:

   La potencia disipada por la resistencia de $17[\Omega]$ es:

$$P = (i_1 + i_2)^2(17) = 52.5754[W]$$

5. En el circuito mostrado, calcule el voltaje en el resistor de $30[\Omega]$.

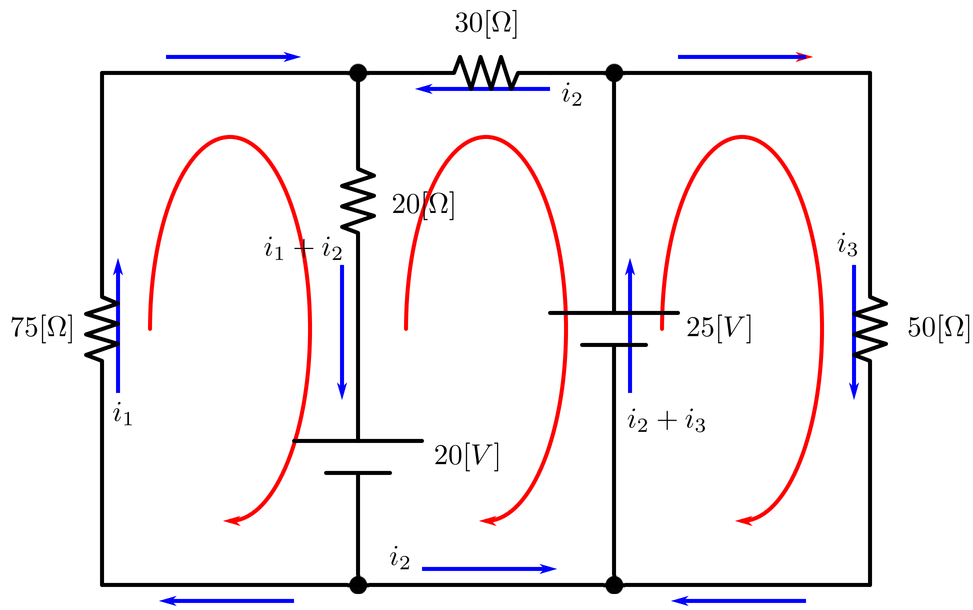


   - $6[V]$.
   - $5.5[V]$.
   - $5[V]$.
   - $4.5[V]$.

   Solución:

   Aplicando las reglas de *Kirchhoff*:

$$-75i_1 - 20(i_1 + i_2) - 20 = 0$$



$$-95i_1 - 20i_2 = 20$$

$$30i_2 - 25 + 20 + 20(i_1 + i_2) = 0$$

$$20i_1 + 50i_2 = 5$$

$$50i_3 = -25$$

$$i_3 = -0.5$$

$$\begin{cases} i_1 = -0.2529 \\ i_2 = 0.20115 \end{cases}$$

La diferencia de potencial en la resistencia de $30[\Omega]$ es:

$$V = i_2(30) = 6.0345[V]$$

6. En el anterior problema, calcule la diferencia de potencial en el resistor de $75[\Omega]$.

- $16[V]$.
- $17[V]$.
- $18[V]$.
- $19[V]$.

Solución:

La diferencia de potencial en la resistencia de $75[\Omega]$ es:

$$V = i_1(75) = -18.97[V]$$

7. Están conectados en serie una fuente de $\mathcal{E} = 120[V]$, un resistor $R = 80[\Omega]$ y un capacitor con $C = 4[\mu F]$. A medida que el capacitor se carga, cuando la corriente en el resistor es de $0.9[A]$. ¿Cuál es la carga del capacitor?

   - $185[\mu C]$.
   - $192[\mu C]$.
   - $198[\mu C]$.
   - $206[\mu C]$.

   Solución:

   Considerando la funcion de corriente en funcion del tiempo de carga del capacitor:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = \frac{120}{80} e^{-t/RC}$$
$$e^{-t/RC} = 0.6$$
$$t = -RC\, ln(0.6)$$

   Por tanto, la carga en ese tiempo es:

$$q = C_o \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$
$$q = (4\mu)(120)(1 - e^{-RC\, ln(0.6)/RC})$$
$$q = (4\mu)(120)(1 - 0.6) = 1.92 \times 10^{-4}[C]$$

8. Un capacitor de $6[\mu F]$, inicialmente descargado, se conecta en serie con un resistor de $5[\Omega]$ y una fuente de $\mathcal{E} = 50[V]$ y resistencia interna despreciable. En el instante en que el resistor está disipando energía eléctrica a una tasa de $300[W]$. ¿Cuánta energia se ha almacenado en el capacitor?

   - $650[\mu J]$.
   - $643[\mu J]$.
   - $635[\mu J]$.
   - $630[\mu J]$.

   Solución:

   La corriente electrica en el momento que la potencia es $300[W]$ es:

$$P = I^2\, R$$
$$I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

   El tiempo para alcanzar esa corriente electrica en el capacitor es:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

$$e^{-t/RC} = \frac{R}{\mathcal{E}} i$$

$$t = -RC\, ln\left(i\frac{R}{\mathcal{E}}\right) = -RC\, ln\left(\frac{R}{\mathcal{E}}\sqrt{\frac{P}{R}}\right)$$

La carga electrica del capacitor en ese tiempo es:

$$q = C_o\mathcal{E}\,(1 - e^{-t/RC})$$

$$q = C_o\mathcal{E}\,\left(1 - \left(\frac{R}{\mathcal{E}}\sqrt{\frac{P}{R}}\right)\right) = 6.7621 \times 10^{-5}[C]$$

Por tanto, la energia en el capacitor es:

$$U = \frac{q^2}{2C} = 3.8105 \times 10^{-4}[J]$$

9. Una espira circular de plastico con radio $R = 0.1[m]$ y carga positiva $Q = 1[\mu C]$, distribuida uniformemente alrededor de la circunferencia de la espira. Despues esta se hace girar alrededor de su eje central, perpendicular al plano de la espira, con una frecuencia de $600[rpm]$. Si la espira esta en una region donde existe un campo magnetico uniforme de $B = 1[mT]$ dirigido en forma paralela al plano de la espira. Calcule la magnitud de la torca magnetica sobre la espira.

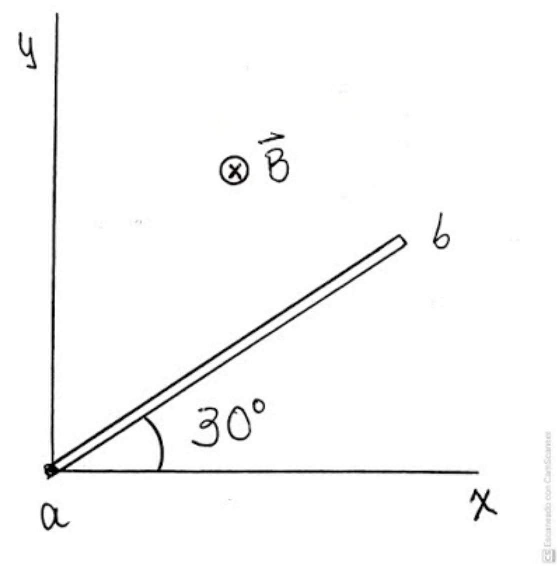
   - $310[pN - m]$.
   - $314[pN - m]$.
   - $318[pN - m]$.
   - $321[pN - m]$.

   Solución:

10. Una barra uniforme tiene una masa de $0.012[kg]$ y $30[cm]$ de largo. Gira sin friccion alrededor de un eje perpendicular a la barra en el punto “a”. La barra se encuentra en un campo magnetico uniforme que se dirige hacia la pagina y tiene una magnitud de $B = 0.15[T]$. Calcular la corriente I en la barra para que este en equilibrio rotacional cuando esta a un angulo de $30°$ arriba de la horizontal.

    - $1.63[A]$.
    - $1.75[A]$.
    - $2.26[A]$.
    - $2.61[A]$.

    Solución:


y
⊗ $\vec{B}$
b
30°
a
x