

PRACTICA Nro. 8 – TRANSFORMADAS INTEGRALES
APLICACIONES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

1.- Resolver las ecuaciones diferenciales aplicando la transformada de Laplace dadas las condiciones iniciales:

- a) $y' + 4y = 5$; $y_{(0)} = 2$ b) $2y' - y = 3e^{-4t}$; $y_{(0)} = -1$
c) $y'' - 9y = te^{-t}$; $y_{(0)} = 0$; $y'_{(0)} = 3$ d) $y'' - 4y' + 20y = 3e^{-5t}$; $y_{(0)} = -1$; $y'_{(0)} = 4$
e) $y'' + y = t^2 + 2t + 1$; $y_{(0)} = 1$; $y'_{(0)} = -2$ f) $y'' - 6y' + 9y = 2e^{-t} + e^{3t}$; $y_{(0)} = -4$; $y'_{(0)} = 2$
g) $y'' + 4y' + 4y = \text{sen}(5t)$; $y_{(0)} = 4$; $y'_{(0)} = -1$ h) $y'' - 3y' + 2y = 4\text{sen}(3t)$; $y_{(0)} = 3$; $y'_{(0)} = -2$
i) $y'' + 4y = 2\text{sen}(3t)$; $y_{(0)} = 0$; $y'_{(0)} = 1$ j) $y'' - 3y' + 2y = 4te^{-2t}$; $y_{(0)} = 6$; $y'_{(0)} = -1$
k) $y'' - 4y' + 4y = e^{3t}\text{sen}(4t)$; $y_{(0)} = 1$; $y'_{(0)} = -1$ l) $y'' + 4y' + 10y = 2t^2$; $y_{(0)} = 2$; $y'_{(0)} = 0$
m) $y'' + 3y' - 4y = 5e^{-4t} + \cos(2t)$; $y_{(0)} = 3$; $y'_{(0)} = -2$ n) $y'' + 9y = \text{sen}(3t)$ $y_{(0)} = 1$; $y'_{(0)} = -2$
o) $y'' + 25y = 4\cos(5t)$; $y_{(0)} = 1$; $y'_{(0)} = -2$ p) $y''' + y' = \text{sent}$; $y_{(0)} = 1$; $y'_{(0)} = 2$; $y''_{(0)} = -1$
q) $y'' + 9y = t\cos(3t)$; $y_{(0)} = -3$; $y'_{(0)} = 6$ r) $y'' + 4y = t\text{sen}(3t)$; $y_{(0)} = 5$; $y'_{(0)} = -2$
s) $y''' + 2y'' - y' - 2y = 3e^{-4t}$ $y_{(0)} = 0$; $y'_{(0)} = 0$; $y''_{(0)} = 2$ t) $y''' + 8y = te^{-2t}$; $y_{(0)} = -1$; $y'_{(0)} = 0$; $y''_{(0)} = 0$
u) $y''' - 8y = e^{-4t}\text{sen}(2t)$; $y_{(0)} = y'_{(0)} = y''_{(0)} = -2$

RESPUESTAS

- a) $y_{(t)} = \frac{3}{4}e^{-4t} + \frac{5}{4}$; b) $y_{(t)} = -\frac{2}{3}e^{\frac{t}{2}} - \frac{1}{3}e^{-4t}$; c) $y_{(t)} = \frac{e^{-t}}{32} - \frac{te^{-t}}{8} - \frac{13}{24}e^{-3t} + \frac{49}{96}e^{3t}$;
d) $y_{(t)} = \frac{3}{65}e^{-5t} + e^{2t}\left(-\frac{68}{65}\cos(4t) + \frac{411}{260}\text{sen}(4t)\right)$; e) $y_{(t)} = -4\text{sent} + 2\cos t + t^2 + 2t - 1$;
f) $y_{(t)} = \frac{1}{8}e^{-t} - \frac{33}{8}e^{3t} + \frac{29}{2}te^{3t} + \frac{t^2e^{3t}}{2}$; g) $y_{(t)} = \frac{3384}{841}e^{-2t} + \frac{208}{29}te^{-2t} - \frac{20}{841}\cos(5t) - \frac{21}{841}\text{sen}(5t)$;
h) $y_{(t)} = -\frac{53}{13}e^{2t} + \frac{34}{5}e^t + \frac{18}{65}\cos(3t) - \frac{14}{65}\text{sen}(3t)$; i) $y_{(t)} = \frac{11\text{sen}(2t)}{10} - \frac{2}{5}\text{sen}(3t)$
j) $y_{(t)} = \frac{7}{36}e^{-2t} + \frac{t}{3}e^{-2t} - \frac{27}{4}e^{2t} + \frac{113}{9}e^t$; k) $y_{(t)} = \frac{297}{289}e^{2t} - \frac{47}{17}te^{2t} + e^{3t}\left(-\frac{8}{289}\cos(4t) - \frac{15}{289}\text{sen}(4t)\right)$;
l) $y_{(t)} = \frac{3}{125} - \frac{4}{25}t + \frac{t^2}{5} + e^{-2t}\left(\frac{247}{125}\cos(\sqrt{6}t) + \frac{514}{125\sqrt{6}}\text{sen}(\sqrt{6}t)\right)$;
m) $y_{(t)} = \frac{21}{25}e^{-4t} - te^{-4t} + \frac{56}{25}e^t - \frac{2}{25}\cos(2t) + \frac{3}{50}\text{sen}(2t)$; n) $y_{(t)} = \cos(3t) - \frac{11}{18}\text{sen}(3t) - \frac{t\cos(3t)}{6}$;
o) $y_{(t)} = \cos(5t) - \frac{2}{5}\text{sen}(5t) + \frac{2}{5}t\text{sen}(5t)$; p) $y_{(t)} = 2\text{sent} - \frac{t\text{sent}}{2} + 1$;
q) $y_{(t)} = -3\cos(3t) + \frac{215}{108}\text{sen}(3t) + \frac{t^2\text{sen}(3t)}{12} + \frac{t\cos(3t)}{36}$; r) $y = \frac{131}{25}\cos(2t) - \text{sen}(2t) - \frac{t\text{sen}(3t)}{5} - \frac{6}{25}\cos(3t)$;
s) $y_{(t)} = -\frac{e^{-4t}}{10} + \frac{13}{30}e^t - \frac{3e^{-t}}{2} + \frac{7e^{-2t}}{6}$; t) $y_{(t)} = \frac{t^2e^{-2t}}{24} + \frac{te^{-2t}}{24} - \frac{23}{72}e^{-2t} - \frac{49}{72}e^t\cos(\sqrt{3}t)$;
u) $y_{(t)} = -1.1625e^{2t} + e^{-t}(-0.827\cos(\sqrt{3}t) - 0.311\text{sen}(\sqrt{3}t)) + e^{-4t}(-0.0106\cos(2t) - 0.0028\text{sen}(2t))$

2.- Resolver las ecuaciones diferenciales con funciones definidas por partes:

a) $y' + 2y = f(t)$; $y(0) = 2$ donde $f(t) = 2u(t) - 2u(t-4)$

b) $y'' + 4y = f(t)$; $y(0) = 2$; $y'(0) = -5$ donde $f(t) = \begin{cases} 4t+1 & 0 < t < 5 \\ 0 & t > 5 \end{cases}$

c) $y'' + 25y = f(t)$; $y(0) = 4$; $y'(0) = -2$ donde $f(t) = \begin{cases} t^2 & 0 < t < 4 \\ 0 & t > 4 \end{cases}$

d) $y'' + 9y = f(t)$; $y(0) = -3$; $y'(0) = 1$ donde: $f(t) = \begin{cases} 3t & 0 < t < 3 \\ 4 & 3 < t < 6 \end{cases}$

e) $y'' + 4y = f(t)$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -3$ donde $f(t) = \begin{cases} 5 & 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ \sin(2t) & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$

f) $y'' + 5y' + 6y = f(t)$; $y(0) = 3$; $y'(0) = 0$ donde $f(t) = \begin{cases} e^{-3t} & 0 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$

g) $y'' + 5y' + 4y = f(t)$; $y(0) = y'(0) = 2$ donde $f(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 < t < 4 \\ 3 & t > 4 \end{cases}$

h) $y'' + 3y' + 2y = f(t)$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$ $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 2 \\ -\frac{t}{2} + 2 & 2 < t < 4 \end{cases}$

RESPUESTAS

a) $y(t) = (e^{-2t} + 1)u(t) - (1 - e^{-2(t-4)})u(t-4)$

b) $y(t) = \left[\frac{7}{4} \cos(2t) - 3 \sin(2t) + t + \frac{1}{4} \right] u(t) + \left(-t - \frac{1}{4} + \frac{\sin(2t-10)}{2} + \frac{21}{4} \cos(2t-10) \right) u(t-5)$

c) $y(t) = \left[-\frac{2}{5} \sin(5t) + \frac{2502}{625} \cos(5t) - \frac{2}{625} + \frac{t^2}{25} \right] u(t) + \left[\frac{398}{625} \cos(5t-20) + \frac{8}{125} \sin(5t-20) - \frac{(t-4)^2}{25} - \frac{8t}{25} + \frac{402}{625} \right] u(t-4)$

d) $y(t) = \left[-3 \cos(3t) + \frac{2}{9} \sin(3t) + \frac{t}{3} \right] u(t) + \left(-\frac{t}{3} + \frac{4}{9} + \frac{\sin(3t-9)}{9} + \frac{5 \cos(3t-9)}{9} \right) u(t-3) + \left[-\frac{4}{9} + \frac{4}{9} \cos(3t-18) \right] u(t-6)$

e) $y(t) = \left[\frac{5}{4} - \frac{\cos(2t)}{4} - \frac{3}{2} \sin(2t) \right] u(t) + \left(-\frac{5}{4} - \frac{5}{4} \cos(2t) + \frac{1}{8} \sin(2t) - \frac{(t-\frac{\pi}{2}) \cos(2t)}{4} \right) u(t-\frac{\pi}{2}) + \left[-\frac{\sin(2t)}{8} + \frac{t-\pi}{4} \cos(2t) \right] u(t-\pi)$

f) $y(t) = (-7e^{-3t} + 10e^{-2t} - te^{-3t})u(t) + (te^{-3t} - e^{-3t} - e^{-2t-2})u(t-2)$

g) $y(t) = \left(-\frac{11}{9} e^{-4t} + \frac{29}{9} e^{-t} + \frac{te^{-t}}{3} \right) u(t) + \left[-\frac{(t-4)}{3} e^{-t} + \frac{e^{-t}}{9} + \frac{5}{36} e^{-4t+12} + \frac{3}{4} - e^{-t+4} \right] u(t-4)$

h) $y(t) = \left(\frac{1}{2} - \frac{e^{-2t}}{2} + e^{-t} \right) u(t) + \left(\frac{3}{8} - \frac{t-2}{4} + \frac{e^{-2(t-2)}}{8} - \frac{e^{-(t-2)}}{2} \right) u(t-2) + \left(-\frac{3}{8} + \frac{t-4}{4} - \frac{e^{-2(t-4)}}{8} + \frac{e^{-(t-4)}}{2} \right) u(t-4)$

3.- Resolver las ecuaciones diferenciales con coeficientes variables dadas las condiciones iniciales: (tema opcional)

a) $y'' + ty' - 2y = 10$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$

R.- $y(t) = 5t^2$

b) $y'' + 5ty' - 10y = 1$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$

R.- $y(t) = \frac{t^2}{2}$

$$c) \quad ty'' + 4y' + 6ty = \cos(\sqrt{6}t); \quad y_{(0)} = 0; \quad y'_{(0)} = \frac{1}{4} \quad R.- \quad y_{(t)} = \frac{\sin(\sqrt{6}t)}{4\sqrt{6}}$$

$$d) \quad ty'' + 6ty' + 6y = 0; \quad y_{(0)} = 0; \quad y'_{(0)} = -4 \quad R.- \quad y_{(t)} = -4te^{-6t}$$

4.- Resolver las ecuaciones diferenciales simultáneas aplicando la transformada de Laplace.

$$a) \quad \begin{cases} 2 \frac{dx}{dt} - 5x + \frac{dy}{dt} = e^t \\ \frac{dx}{dt} - x + \frac{dy}{dt} = 5e^{2t} \end{cases}; \quad x_{(0)} = 1; \quad y_{(0)} = 2 \quad b) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} + 3x + y = 2t \\ \frac{dy}{dt} - x + y = 4t \end{cases} \quad x_{(0)} = -1; \quad y_{(0)} = 3$$

$$c) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + y = 4e^{-2t} \\ 2 \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2y = 3\cos t \end{cases} \quad x_{(0)} = 2; \quad y_{(0)} = 1 \quad d) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} + 3x + y = e^{-3t} \\ \frac{dy}{dt} - x + y = 3e^{-3t} \end{cases}; \quad x_{(0)} = y_{(0)} = 1$$

$$e) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8y + t \\ \frac{dy}{dt} = -3y - x + 4t \end{cases}; \quad x_{(0)} = 6; \quad y_{(0)} = -2 \quad f) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y + 4\sin(2t) \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y + 3\sin(2t) \end{cases}; \quad x_{(0)} = -2; \quad y_{(0)} = -4$$

$$g) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y = e^{3t} \\ x + \frac{dy}{dt} - y = 2e^{2t} \end{cases}; \quad x_{(0)} = 1; \quad y_{(0)} = 4 \quad h) \quad \begin{cases} 2 \frac{dx}{dt} + 2x + \frac{dy}{dt} - y = 3t \\ \frac{dx}{dt} + x + \frac{dy}{dt} + y = 1 \end{cases}; \quad x_{(0)} = 1; \quad y_{(0)} = 3$$

$$i) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} - 2x - \frac{dy}{dt} - y = 4e^{-5t} \\ 2 \frac{dx}{dt} - 3x + \frac{dy}{dt} - 3y = te^{-5t} \end{cases}; \quad x_{(0)} = -1; \quad y_{(0)} = -3 \quad j) \quad \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + 2x - \frac{dy}{dt} - y = 2t + 5 \\ \frac{dx}{dt} - x + \frac{dy}{dt} + y = 1 \end{cases}; \quad x_{(0)} = 3; \quad x'_{(0)} = 0; \quad y_{(0)} = -3$$

$$k) \quad \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + x - y = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} + y - x = 0 \end{cases}; \quad x_{(0)} = 0; \quad x'_{(0)} = -2; \quad y_{(0)} = 0; \quad y'_{(0)} = -1 \quad l) \quad \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + x - 3y = 2 \\ \frac{d^2y}{dt^2} - 2x + 2y = -4 \end{cases}; \quad x_{(0)} = -1; \quad x'_{(0)} = 4; \quad y_{(0)} = 1; \quad y'_{(0)} = -3$$

RESPUESTAS:

$$a) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= -\frac{7}{6}e^{4t} - \frac{1}{3}e^t + \frac{5}{2}e^{2t} \\ y_{(t)} &= -\frac{1}{8} + \frac{7}{8}e^{4t} + \frac{5}{4}e^{2t} \end{aligned} \quad b) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= e^{-2t} \left(-2 - \frac{7}{2}t \right) - \frac{t}{2} + 1 \\ y_{(t)} &= e^{-2t} \left(\frac{11}{2} + \frac{7}{2}t \right) + \frac{7}{2}t - \frac{5}{2} \end{aligned} \quad c) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= 5 - 5t - 3\cos t + 3\sin t \\ y_{(t)} &= 5 - 3\sin t - 4e^{-2t} \end{aligned};$$

$$d) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= -5e^{-3t} + 6e^{-2t} - 6te^{-2t} \\ y_{(t)} &= e^{-3t} + 6te^{-2t} \end{aligned} \quad e) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= -1 - 35t - 15e^{-t} + 22e^t \\ y_{(t)} &= -4 + 13t - \frac{11}{2}e^t + \frac{15}{2}e^{-t} \end{aligned}; \quad f) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= -\frac{32}{25}\cos(2t) - \frac{26}{25}\sin(2t) - \frac{18}{25}e^t + \frac{24}{5}te^t \\ y_{(t)} &= \frac{2}{19}\cos(2t) - \frac{30}{19}\sin(2t) - \frac{78}{19}e^t + \frac{138}{19}te^t \end{aligned}$$

$$g) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= -\frac{2}{5}\cos t + 7\sin t + \frac{1}{5}e^{3t} + \frac{6}{5}e^{2t} \\ y_{(t)} &= \frac{33}{10}\cos t + \frac{37}{10}\sin t + \frac{4}{5}e^{2t} - \frac{1}{10}e^{3t} \end{aligned}; \quad h) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= t - 2e^{-3t} + 3e^{-t} \\ y_{(t)} &= 1 - t + 2e^{-3t} \end{aligned}; \quad i) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= -\frac{97}{324}e^{-5t} - \frac{t}{27}e^{-5t} - \frac{227}{324}e^t - \frac{275}{54}te^t \\ y_{(t)} &= \frac{275}{108}te^t - \frac{281}{81}e^t - \frac{7}{108}te^{-5t} + \frac{38}{81}e^{-5t} \end{aligned}$$

$$j) \quad \begin{aligned} x_{(t)} &= 4 + 2t + e^{-0.5t} \left(-\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) - \frac{5}{\sqrt{3}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \right) \\ y_{(t)} &= 1 + 2t - 9e^{-t} + e^{-0.5t} \left(5\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \right) \end{aligned} \quad k) \quad x_{(t)} = -\frac{3}{2}t - \frac{\sin(\sqrt{2}t)}{2\sqrt{2}}$$

5.- Resolver las ecuaciones integro-diferenciales:

$$a) \quad 50x_{(t)} + 200 \int_0^t x_{(t)} dt + 10 = te^{-4t} \quad b) \quad 20x_{(t)} + 100 \int_0^t x_{(t)} dt - 30 = e^{-2t} \sin t$$

$$c) x'(t) + 40 \int_0^t x(\tau) d\tau + 10x(t) = 5e^{-3t}; x(0) = 2 \quad d) x'(t) + 15 \int_0^t x(\tau) d\tau + 8x(t) = 5\cos(4t); x(0) = -3$$

$$e) x'(t) = \cos t + \int_0^t x(\tau) \cos(t - \tau) d\tau; x(0) = 1 \quad f) x(t) = e^{-3t} + 2 \int_0^t x(\tau) e^{-4t+4\tau} d\tau$$

$$g) x(t) = 2t + \int_0^t x(\tau) \cos(3t - 3\tau) d\tau \quad h) x(t) = 3t^2 + 4 \int_0^t x(\tau) (t^2 - 2t\tau + \tau^2) d\tau$$

$$i) x(t) = 1 + t + \frac{8}{3} \int_0^t (t - \tau)^3 x(\tau) d\tau \quad j) x'(t) + 3 \int_0^t x(\tau) e^{-2t+2\tau} d\tau = 3\cos t; x(0) = -2$$

RESPUESTAS:

$$a) x(t) = -\frac{e^{-4t}}{5} + \frac{te^{-4t}}{50} - \frac{t^2 e^{-4t}}{25}; b) x(t) = \frac{59}{40} e^{-5t} + \frac{e^{-2t}}{40} (\cos t - \sin t);$$

$$c) x(t) = -\frac{15}{19} e^{-3t} + e^{-5t} \left(\frac{53}{19} \cos(\sqrt{15}t) - \frac{65}{19\sqrt{15}} \sin(\sqrt{15}t) \right); d) x(t) = \frac{128}{205} \cos(4t) + \frac{4}{205} \sin(4t) - \frac{370}{41} e^{-5t} + \frac{27}{5} e^{-3t};$$

$$e) x(t) = 1 + t + \frac{t^2}{2}; f) x(t) = -e^{-3t} + 2e^{-2t}; g) x(t) = \frac{2}{9} + 2t + e^{\frac{t}{2}} \left(-\frac{2}{9} \cos\left(\frac{\sqrt{35}}{2}t\right) + \frac{2}{9\sqrt{35}} \sin\left(\frac{\sqrt{35}}{2}t\right) \right);$$

$$h) x(t) = \frac{1}{2} e^{2t} + e^{-t} \left(-\frac{1}{2} \cos(\sqrt{3}t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\sqrt{3}t) \right); i) x(t) = \frac{1}{2} \cos(2t) + \frac{1}{4} \sin(2t) + \frac{1}{8} e^{-2t} + \frac{3}{8} e^{2t};$$

$$j) x(t) = \frac{9}{4} \cos t + \frac{3}{4} \sin t + e^{-t} \left(-\frac{17}{4} \cos(\sqrt{2}t) - \sqrt{2} \sin(\sqrt{2}t) \right)$$

6.- Determine la ecuación del movimiento para una masa de 2 [kg]; suspendida de un resorte de constante $k = 8 \left[\frac{N}{m} \right]$ y coeficiente de amortiguación $10 \left[\frac{kg}{s} \right]$ que se suelta con velocidad inicial: $v(0) = 4 \left[\frac{m}{s} \right]$. Si sobre la masa actúa una fuerza externa: $F(t) = 4 \sin(3t) [N]$ y se suelta desde una distancia del punto de equilibrio igual a 0.25[m]. R.- $x(t) = 1.87e^{-t} - 1.5e^{-4t} - \frac{3}{25} \cos(3t) - \frac{1}{25} \sin(3t) [m]$

7.- Se coloca un objeto de 3 [kg] en el extremo inferior de un resorte donde se desprecia la resistencia del aire. Si el objeto se suelta desde una distancia del punto de equilibrio igual a 0.4[m] y se lo empuja con $v_0 = 6 \left[\frac{m}{s} \right]$ además la constante del resorte es igual a $k = 48 \left[\frac{N}{m} \right]$ y sobre el objeto se aplica una fuerza externa $F(t) = 120e^{-3t} \cos(4t) [N]$ determine la ecuación de la posición en función del tiempo

$$R.- x(t) = -\frac{54}{365} \cos(4t) + \frac{1477}{438} \sin(4t) + e^{-3t} \left(\frac{40}{73} \cos(4t) - \frac{320}{219} \sin(4t) \right) [m]$$

8.- En un sistema masa resorte si $m=2$ [kg], el coeficiente de amortiguación es igual a 4 [kg/s] y la constante del resorte es igual a 2 [N/m]. Encontrar aplicando la transformada de Laplace la posición en función del tiempo sabiendo que las condiciones iniciales son: $x_0 = 0.12 [m]$; $v_0 = 0.35 \left[\frac{m}{s} \right]$ y además actúa sobre la masa una fuerza externa:

$$a) F(t) = 50te^{-4t} [N] \quad b) F(t) = 100\cos(5t) [N]$$

$$R.- a) x(t) = 1.86e^{-4t} + 2.78te^{-4t} - 1.74e^{-t} + 3.25te^{-t} [m]; b) x(t) = 1.895e^{-t} - 1.453te^{-t} - 1.775\cos(5t) + 0.74\sin(5t) [m]$$

9.- Un circuito RLC tiene como componentes: $R=60\ [\Omega]$; $L=20\ [H]$; $C=5\ [mF]$ dadas las condiciones iniciales: $V_{c(0)}=80[V]$; $i_{L(0)}=1.5[A]$. Determinar la corriente en función del tiempo si se aplica la fuente de voltaje:

$$v(t) = 100te^{-4t} [V]. \text{ R.- } i(t) = -\frac{15}{98}e^{-4t} - \frac{10}{7}te^{-4t} + e^{-\frac{3}{2}t} \left(\frac{81}{49} \cos\left(\frac{\sqrt{31}}{2}t\right) - 1.869 \sin\left(\frac{\sqrt{31}}{2}t\right) \right) [A]$$

10.- Un circuito RLC tiene como componentes: $R=100\ [\Omega]$; $L=50\ [H]$; $C=20\ [mF]$ dadas las condiciones iniciales: $V_{c(0)}=50[V]$; $i_{L(0)}=5[A]$. Determinar la corriente en función del tiempo si:

$$a) v(t) = 200 \sin(10t) [V] \quad b) v(t) = 250e^{-2t} \cos(3t) [V]$$

$$\text{R.- } a) i(t) = (5.388 - 6.396t)e^{-t} + 0.0784 \sin(10t) - 0.388 \cos(10t) [A]$$

$$b) i(t) = e^{-2t} \left(-\frac{1}{10} \cos(3t) + \frac{9}{5} \sin(3t) \right) + \frac{51}{10}e^{-t} - \frac{13}{2}te^{-t} [A]$$

11.- En un circuito RLC se tiene $R=20[\Omega]$, $L=2[H]$, $C=10[mF]$. Si $V_{c(0)}=10[V]$; $i_{L(0)}=2[A]$, determinar la corriente del circuito en función del tiempo si

$$a) v(t) = 80e^{-2t} [V] \quad b) v(t) = 200te^{-4t} V$$

$$\text{R.- } a) i(t) = e^{-5t} \left(\frac{109}{17} \sin(5t) + \frac{74}{17} \cos(5t) \right) - \frac{40}{17}e^{-2t} [A];$$

$$b) i(t) = 5.03e^{-4t} - 15.38te^{-4t} + e^{-5t} (-3.03 \cos(5t) - 0.93 \sin(5t)) [A]$$

12.- En un circuito RC en serie: $R=10\ [\Omega]$, $C=500\ [mF]$ y se conoce que $V_{c(0)}=20[V]$. Determine la corriente en función del tiempo para $t>0$ si se conecta a una fuente de voltaje:

$$a) v(t) = \begin{cases} 40t & 0 < t < 1s \\ 0 & t > 1s \end{cases} \quad b) v(t) = \begin{cases} 200e^{3t} & 0 < t < 0.2s \\ 100 & 0.2 < t < 0.6s \end{cases}$$

$$\text{R.- } a) i(t) = (-22e^{-0.2t} + 20)u(t) + (16e^{-0.2(t-1)} - 20)u(t-1) [A]$$

$$b) i(t) = (-0.75e^{-0.2t} + 18.75e^{3t})u(t) + (-1.25e^{-0.2t+0.64} - 18.75e^{3t} + 10e^{-0.2t+0.04})u(t-0.2) - 10e^{-0.2t+0.12}u(t-0.6) [A]$$

13.- En un circuito RL en serie: $R=40\ [\Omega]$; $L=5[H]$ además $i_{L(0)}=1[A]$. Determine la corriente en función del tiempo si se conecta una fuente de voltaje:

$$a) v(t) = \begin{cases} 20t & 0 < t < 3s \\ 0 & t > 3s \end{cases} \quad b) v(t) = \begin{cases} 80 \sin t & 0 < t < \frac{3\pi}{2} s \\ 0 & t > \frac{3\pi}{2} s \end{cases}$$

$$\text{R.- } a) i(t) = \left(\frac{17}{16}e^{-8t} + \frac{t}{2} - \frac{1}{16} \right)u(t) + \left(\frac{23}{16}e^{-8t+24} - \frac{t}{2} + \frac{1}{16} \right)u(t-3) A$$

$$b) i(t) = \left(\frac{128}{65} \sin t - \frac{16}{65} \cos t + \frac{81}{65}e^{-8t} \right)u(t) + \left(-\frac{128}{25} \sin t + \frac{16}{25} \cos t - \frac{128}{25}e^{-8\left(t-\frac{3\pi}{2}\right)} \right)u\left(t-\frac{3\pi}{2}\right) A$$

14.- En un circuito RLC en serie: $R=20\ [\Omega]$, $L=2\ [H]$ y $C=20\ [mF]$. Sabiendo las condiciones iniciales: $i_{L(0)}=3[A]$; $V_{c(0)}=20[V]$. Determine la corriente en función del tiempo si se conecta una fuente de voltaje:

$$a) v(t) = \begin{cases} 40V & 0 < t < 5s \\ 0 & t > 5s \end{cases} \quad b) v(t) = \begin{cases} 20e^{-2t} & 0 < t < 0.5s \\ 0 & t > 0.5s \end{cases}$$

$$\text{R.- } a) i(t) = (-5te^{-5t} + 3e^{-5t})u(t) - 20(t-5)e^{-5t+25}u(t-5) A$$