

CAP II.- SISTEMAS DE FUERZAS

Profesor : Ing. Guido Gomez U.
Departamento de: Ingeniería Mecánica
FCyT - UMSS

FUERZA Y MOMENTO

CAP: Sistema de fuerzas

Fuerza \rightarrow * Ente físico q' aplicado a un sólido produce movimiento rectilíneo acelerado $\Rightarrow |F| = m \cdot a$

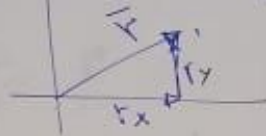
* Es un vector $\left\{ \begin{array}{l} \text{Magnitud} \\ \text{dirección} \\ \text{sentido} \end{array} \right.$



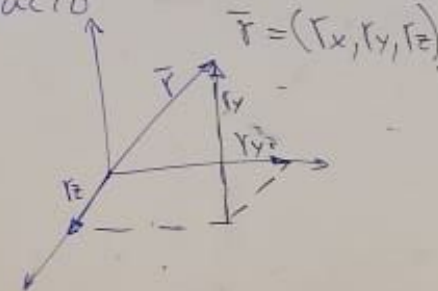
Coordenadas polares:
p/lano: $\vec{F} = \left\{ \begin{array}{l} |F| \\ \alpha \end{array} \right.$

Espacio: $\vec{F} = \left\{ \begin{array}{l} |F| \\ \alpha \\ \theta \end{array} \right.$

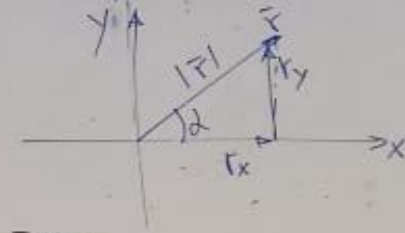
Coordenadas cartesianas:
p/lano $\vec{F} = (r_x, r_y)$



Espacio



Traspocisión:



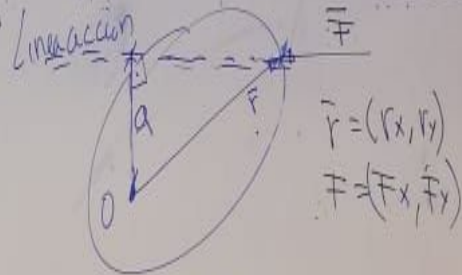
Datos: $(\vec{F}, \alpha) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_x = |F| \cos \alpha \\ r_y = |F| \sin \alpha \end{array} \right.$

Datos: $(r_x, r_y) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |F| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \\ \tan \alpha = \frac{r_y}{r_x} \end{array} \right.$

FUERZA Y MOMENTO

Unidades de fuerza = $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = [\text{N}]$
 $= [\text{kg}]$

Peso = $mg = (1 \text{ kg}) \cdot (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 9.8 \text{ N} = 1 \text{ kg}$



Otra forma de hallar $|\vec{M}|$
 $|\vec{M}| = \vec{F} \times \text{brazo}$
 brazo = a

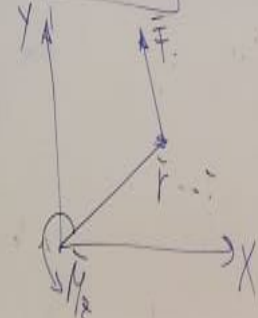
$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$
 $\vec{M}_O = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ r_x & r_y & 0 \\ F_x & F_y & 0 \end{vmatrix} = (r_y F_x - F_y r_x) \hat{z}$
 Magnitud = $|\vec{M}|$



Momento: * Fente físico y aplicado sobre un sólido produce mov. rotacional

* Vector \perp al plano formado por \vec{F} y \vec{r}

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 $\vec{M} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ r_x & r_y & 0 \\ F_x & F_y & 0 \end{vmatrix}$



Fuerza resultante:

$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$
 plano $\vec{F} = (F_x, F_y)$

$F_x = \sum F_{ix}$
 $F_y = \sum F_{iy}$

Momento resultante

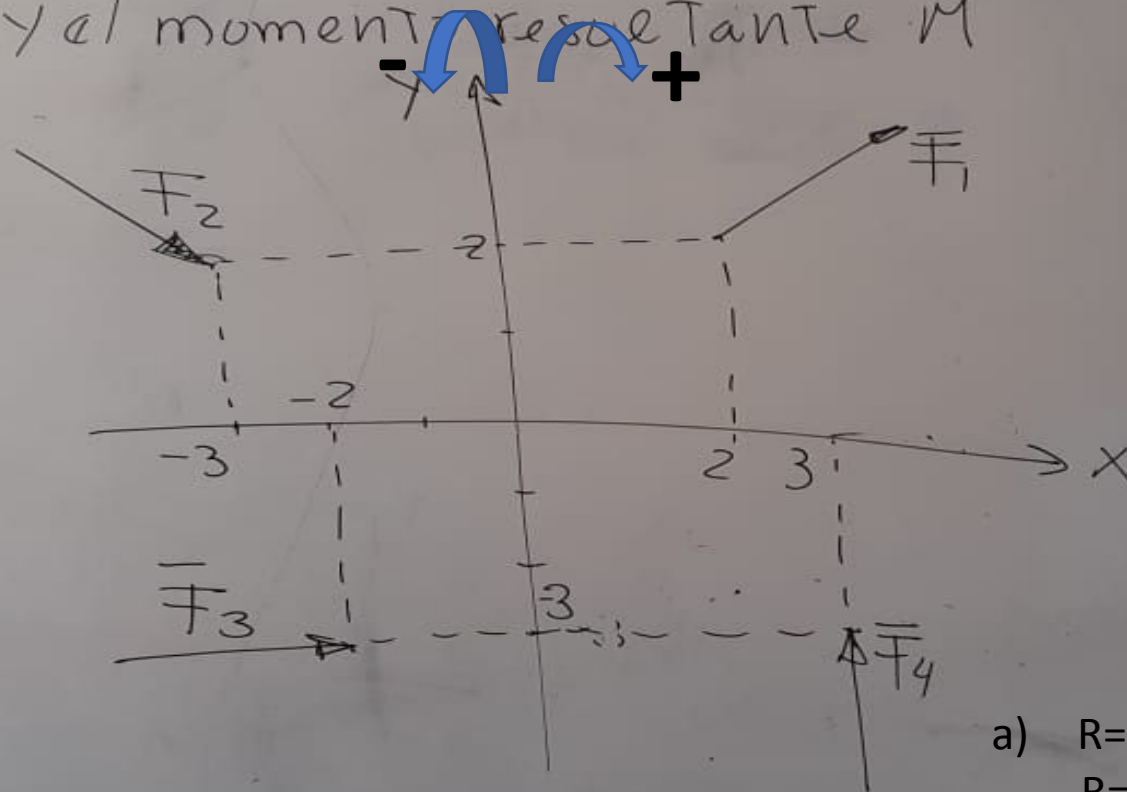
$\vec{M} = \sum \vec{M}_i$

En el plano

$M_z = \sum r_{ix} F_{iy} - F_{ix} r_{iy}$
 $|M_z| = |F_i| \cdot |a_i|$

1er Parcial Ing. Industrial

1) Hallar la fuerza resultante \vec{R}
y el momento resultante \vec{M}



$$\vec{F}_1 = 1000\hat{i} + 1000\hat{j}$$
$$\vec{F}_2 = \begin{cases} |\vec{F}_2| = 3000 \text{ kg} \\ \alpha = 45^\circ \end{cases}$$

$$\vec{F}_3 = +2000\hat{i} + 0\hat{j}$$

$$\vec{F}_4 = 0\hat{i} + 3000\hat{j}$$

a) $|\vec{R}| = ?$ $\vec{R} = (R_x, R_y) = ???$
 $\alpha = ?$

b) $\vec{M} = ?$ $|\vec{M}| = ??$

a) $R = (5121, 1879)$
 $R = 5454 \text{ Kg}$ $\text{Ang} = 20,14^\circ$

b) $M_z = -17121 \text{ kg. m}$

SISTEMA DE FUERZAS

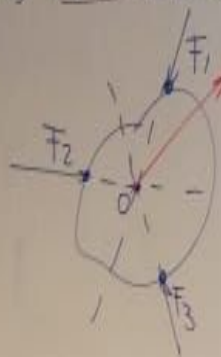
$$x+y=4$$

$$2x+2y=8$$

$$5x+5y=20$$

Sistema de fuerzas

1) Concurrentes:



- * Las líneas de acción se cortan en un solo punto
- * Producen solo mov. Traducción
- * Pueden reemplazarse por una fuerza resultante \vec{R}
- * Equilibrio $\vec{R}=0$

* N° Ecuaciones / momentos independientes E.L.I.

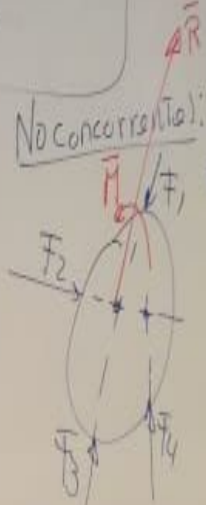
Plano: $\vec{R}=(R_x, R_y)=(0,0) \Rightarrow \begin{cases} R_x = \sum F_x = 0 \\ R_y = \sum F_y = 0 \end{cases} \quad 2 \text{ E.L.I.}$

Espacio:

$$\vec{R}=(R_x, R_y, R_z)=(0,0,0)$$

$$\begin{cases} R_x = \sum F_x = 0 \\ R_y = \sum F_y = 0 \\ R_z = \sum F_z = 0 \end{cases} \quad 3 \text{ E.L.I.}$$

No concurrentes:



- * Al menos una línea de acción no corta en un mismo punto
- * Efectos: Traducción y Rotación

* Reemplazar por $\begin{cases} \text{Fuerza resultante} = \vec{R} \\ \text{Momento resultante} = \vec{M} \end{cases}$

* N° E.L.I. ~~en~~ equilibrio:

en el plano:

$$\vec{R}=(R_x, R_y)=(0,0) \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad 2 \text{ E.L.I.}$$

$$\vec{M} = M_z \Rightarrow \sum M = 0$$

en el espacio:

$$\vec{R}=(R_x, R_y, R_z)=(0,0,0) \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}=(M_x, M_y, M_z)=(0,0,0) \Rightarrow \begin{cases} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases} \quad 6 \text{ E.L.I.}$$

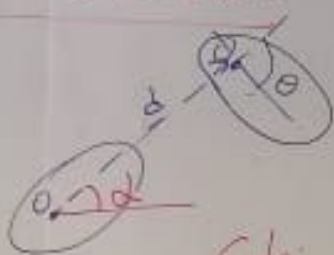
Grados d

GRADOS DE LIBERTAD

Un solido solo tiene dos movimientos L.I.

- 1) Traslación
- 2) Rotación

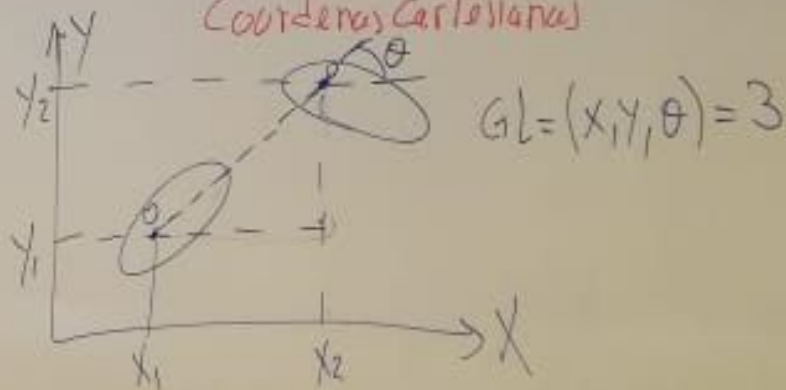
Grados de Libertad:



* N° de coordenadas
linealmente independientes necesarias
para describir mov. de un cuerpo

Ejlo: Coordenadas dopales $\Rightarrow GL = (d, \alpha, \theta) = 3$

Coordenadas Cartesianas



6 Ecl.I.

Cuerpo libre
Traslacion + rotacion \Rightarrow

Plano: $GL = (x, y, \theta) = 3$

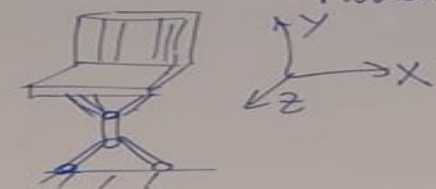
Espacio: $GL = (x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z) = 6$

En el espacio 6 GL
 $GL = (x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$

Ejemplo: Rueda de Tren

$GL = (x, 0, 0, 0, 0, \theta_z) = 2$

Ejlo 2: \rightarrow Silla giratoria Movil



$GL = ($

Ejlo 3: Codo

Ejlo 4: Hombro

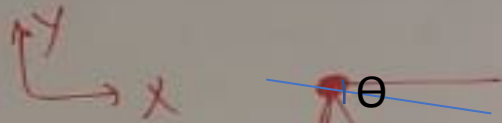
Ejlo 5: Muñeca

TIPOS DE APOYOS Y REACCIONES

Reacciones = N° de grados de libertad anulados

Tipos de apoyos y reacciones

1) Articulación móvil



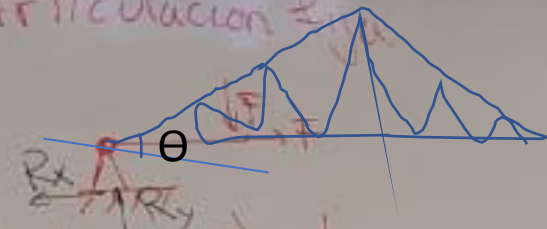
Grados libertad: R_x, R_y

$$GL = (x, 0, \theta) = 2$$

Reacciones:

$$R = (0, R_y, 0) = 1$$

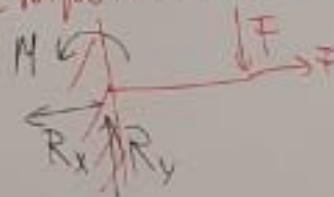
2) Articulación fija



$$GL = (0, 0, \theta) = 1$$

$$R = (R_x, R_y, 0) = 2$$

3) Empotramiento



$$GL = (0, 0, 0) = 0$$

$$R = (R_x, R_y, M) = 3$$



SISTEMAS DE FUERZAS EN EQUILIBRIO

Sistema en equilibrio

1) Isostático → "Esta en equilibrio"

$$\# \text{ Ec. L. Ind} = N^{\circ} \text{ Inc.}$$

Puede solucionarse solo con las Ec. de la estática

2) Hiperestático → "Esta en equilibrio"

$$\# \text{ Ec. L. Ind} < N^{\circ} \text{ Inc.}$$

No se puede solucionar solo con las
Ecuaciones de la estática →

Se requiere otros métodos

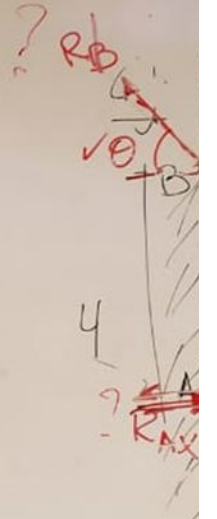
Como:

- * Método de Inercias
- * " de Energías
- * " de elementos finitos
- * " Computacionales
- * ETC.

3) Hipoestático → Inestable (mueve)

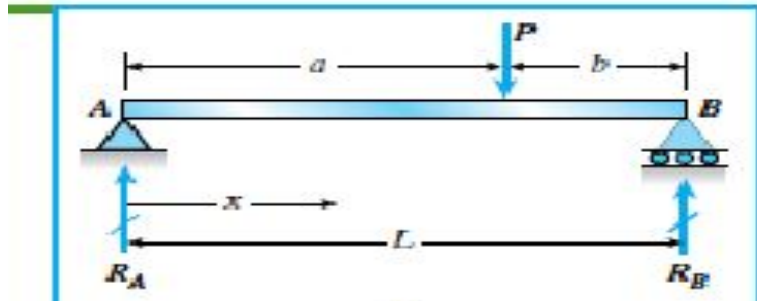
$$N^{\circ} \text{ Ec. L. I} > N^{\circ} \text{ Inc.}$$

4) Cuando el apoyo es una cuerda ⇒ la dirección de la reacción tiene la dirección de la cuerda!

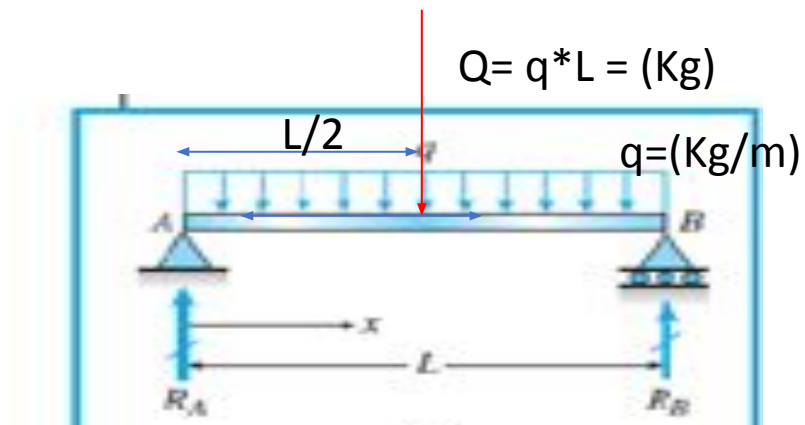


TIPOS DE CARGAS

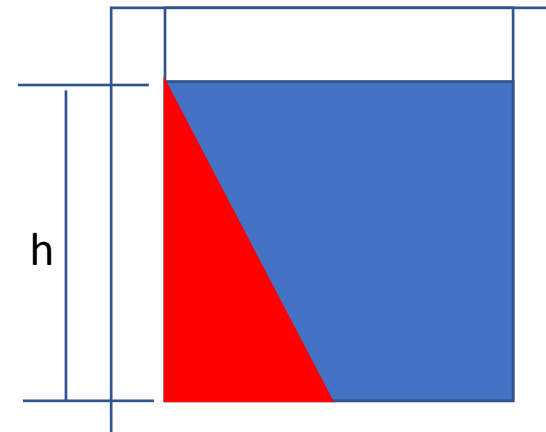
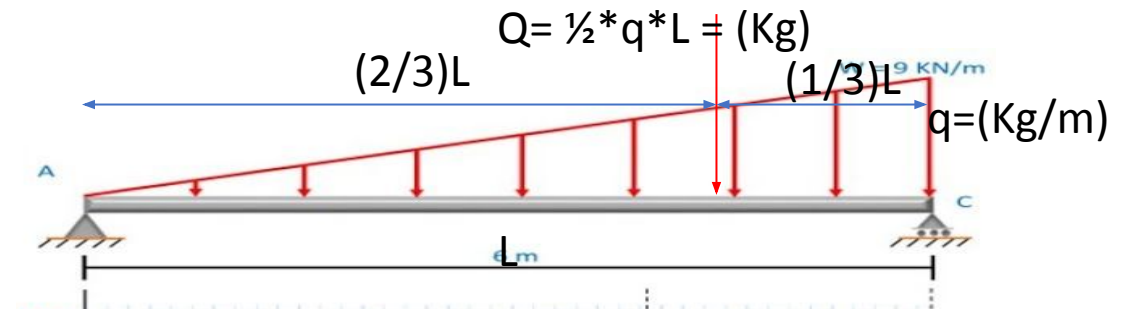
1.- Carga puntual... (kg), (Nt)



2.- Carga uniforme distribuida.. (Kg/m), (Nt/m)

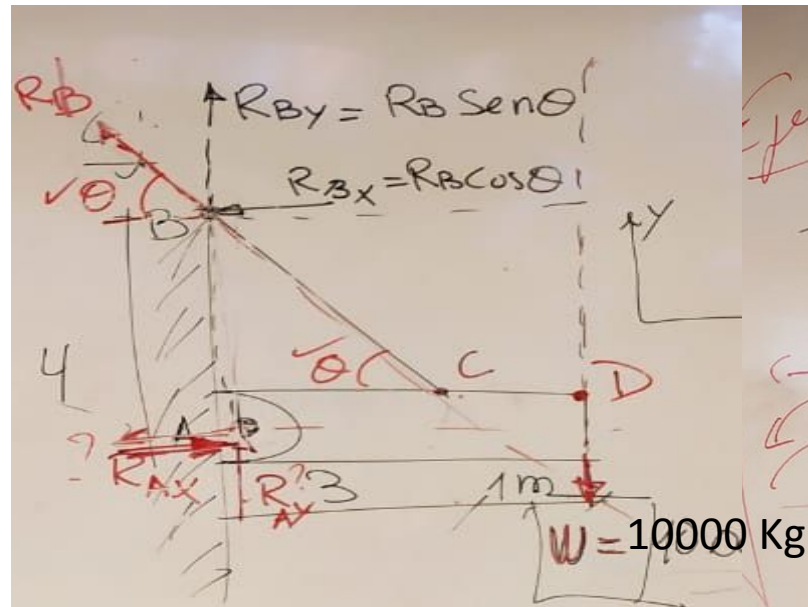


3.- Carga uniforme triangular .. (Kg/m)



$$P = \gamma * h$$

SISTEMAS DE FUERZAS EN EQUILIBRIO



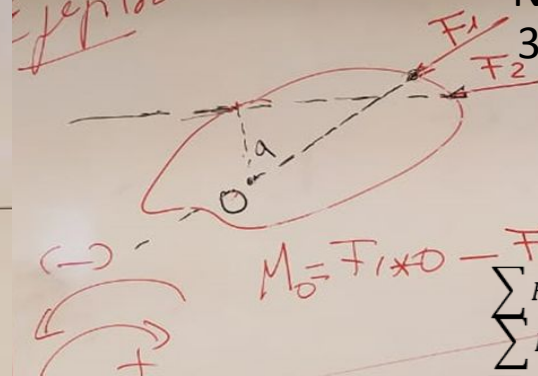
$$GL_A = (0, 0, 0) = 1$$

$$R_A = (R_x, R_y, 0) = 2$$

$$GL_B = (0, \alpha, \theta) = 2$$

$$R_B = (R_b, 0, 0) = 1$$

Ejemplo 2



$$M = F \times \text{bruto}$$

$$M_0 = -F_2 \times a + F_1 \times 0$$

Sistema no concurrenteNumero de Ec..L.I=3
 Nº incognitas= $R_{ax}, R_{ay}, R_b = 3$
 $3 = 3 \dots$ Sist. isostático

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 & \sum M_b &= 0 \\ \sum F_y &= 0 & \sum M_c &= 0 \\ \sum M_a &= 0 & \sum M_d &= 0 \end{aligned}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-R_b \cos \theta \times 4 + W \times 4 = 0$$

$$R_b = \text{? (Kg)}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = \text{?}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$+ R_{ax} \times 4 + W \times 4 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{ax} = -W = -10.000 \text{ Kg}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_b \sin \theta + R_{ay} - W = 0 \Rightarrow R_{ay} = \text{?}$$

Controlar: $\sum F_x = 0$
 $-R_b \cos \theta + R_{ax} = 0 \Rightarrow \text{si } 0 = 0 \Rightarrow 0 \text{ K}$
 $\neq 0 \Rightarrow \text{Revisar!}$

SISTEMAS DE FUERZAS EN EQUILIBRIO

- Sistema es NO CONCURRENTE.... 3 EC.L.I
- N° DE INCOGNITAS = 3
- 3=3... SISTEMA ES ISOSTATICO

Comprobar

$$\sum F_y = 0$$

$$GL_b = (x, 0, \theta) = 2$$

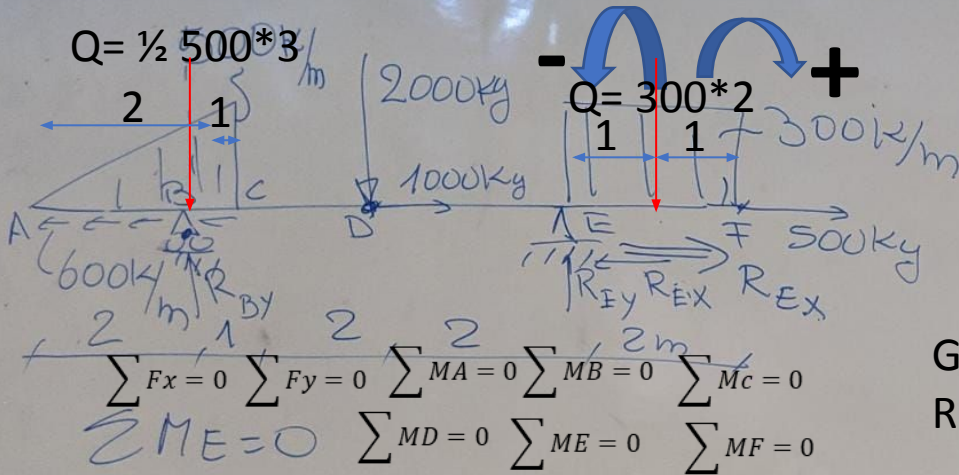
$$R_b = (0, R_y, 0) = 1$$

$$GL_e = (0, 0, \theta) = 1$$

$$R_b = (R_x, R_y, 0) = 2$$

$$R_{By} + R_{Ey} - \frac{1}{2} 500 \times 3 - 2000 - 300 \times 2 = 0$$

$$0 = 0 \Rightarrow 0 \text{ K}$$



$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0 \quad \sum M_C = 0$$

$$\sum M_E = 0 \quad \sum M_D = 0 \quad \sum M_F = 0$$

$$-\frac{1}{2} 500 \times 3 \times \left(4 + \frac{1}{3} \times 3\right) + 5 R_{By} - 2000 \times 2 + 300 \times 2 \times 1 = \sum M_a = 0$$

$$R_{By} = 1430 \text{ Ky}$$

$$\sum M_D = 0$$

$$-\frac{1}{2} 500 \times 3 \times \left(2 + \frac{1}{3} \times 3\right) + 3 R_{By} + 300 \times 2 \times 3 - 2 R_{Ey} = 0$$

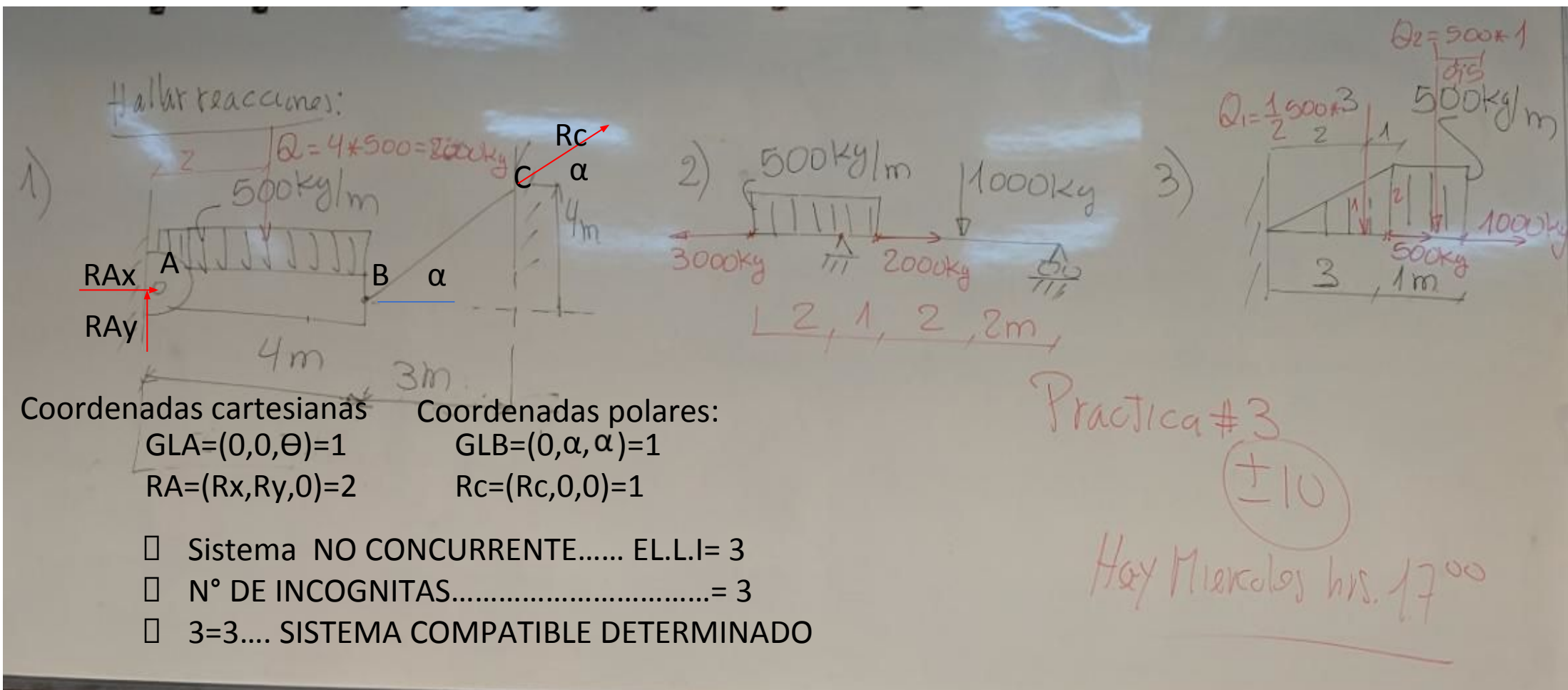
$$R_{Ey} = 1920 \text{ Ky}$$

$$\sum F_x = 0$$

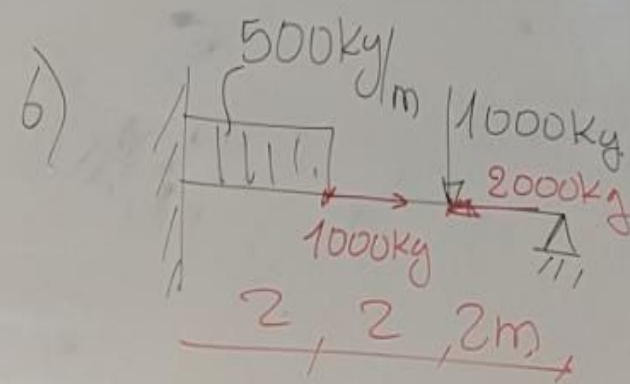
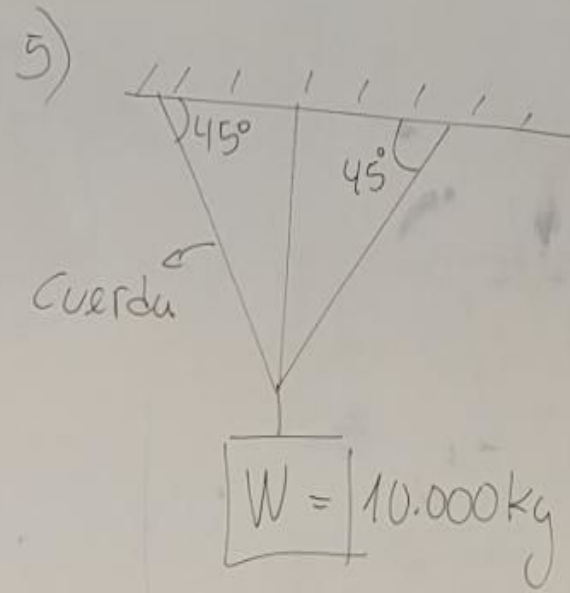
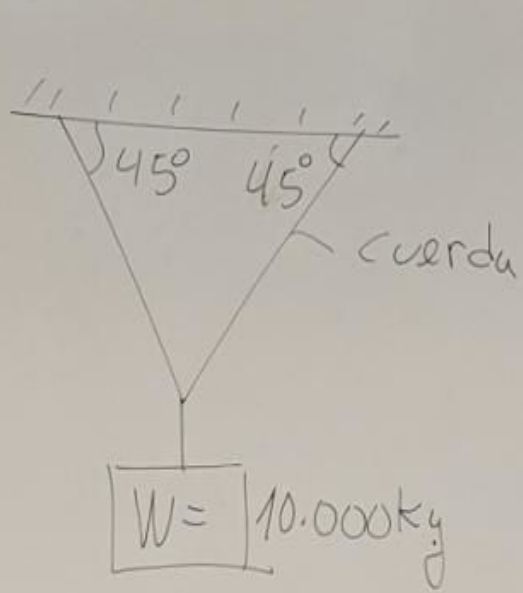
$$-600 \times 3 + 1000 - R_{Ex} + 500 = 0$$

$$R_{Ex} = -300 \text{ Ky} \Rightarrow R_{Ex} = 300 \text{ Ky}$$

SISTEMAS DE FUERZAS EN EQUILIBRIO



SISTEMAS DE FUERZAS EN EQUILIBRIO



Nota: Encuerdas la reacción
Siempre tiene la dirección
de la cuerda.

