

PRACTICA Nro. 4 – TRANSFORMADAS INTEGRALES
TRANSFORMADA DE FOURIER

1.- Graficar $|F(\omega)|$; $\theta(\omega)$ Si

a) $f(t) = e^{-2t}u(t)$; b) $f(t) = e^{4t}u(-t)$; c) $f(t) = 5(u(t+4) - u(t-4))$

2.- Si $f(t) = 4e^{-3t}u(t) - 2e^{2t}u(-t)$, hallar:

a) $F(\omega)$; $R(\omega)$; $X(\omega)$ b) $|F(\omega)|$; $\theta(\omega)$

RESPUESTAS

a) $F(\omega) = \frac{12}{9+\omega^2} - \frac{4}{4+\omega^2} + j\left(\frac{-4\omega}{9+\omega^2} - \frac{2\omega}{4+\omega^2}\right)$; b) $|F(\omega)| = 0.89$; $\theta(\omega) = -1.107 \text{ rad}$

3.- Si $f(t) = 3\delta(t+4) + 4\delta(t-4)$. Hallar

a) $|F(\frac{\pi}{16})|$; $\theta(\frac{\pi}{16})$ b) $|F(\frac{\pi}{12})|$; $\theta(\frac{\pi}{12})$ R.- a) 5; -0.142 rad; b) $\sqrt{13}$, -0.243.

4.- Calcular la transformada de Fourier aplicando propiedades y transformadas conocidas

a) $f(t) = \frac{\cos(3t)}{t^2+9}$ b) $f(t) = \frac{1}{t^2-4t+10}$ c) $f(t) = \frac{1}{(t-2)^4}$
d) $f(t) = \frac{te^{-j4t}}{(t+3)^3}$ e) $f(t) = \frac{2e^{-j3t}}{3+j4t}$ f) $f(t) = \frac{t+1}{t^2-4t+4}$
g) $f(t) = \frac{te^{j4t}+3}{t^2+4}$ h) $f(t) = \frac{t\cos(3t)}{t^2+4t+4}$ i) $f(t) = \frac{t^2\sin(2t)}{t^2+9}$
j) $f(t) = \frac{e^{j2t}}{1+jt+2t^2}$ k) $f(t) = \frac{t+2}{t^2-6t+5}$ l) $f(t) = 3e^{-5|t+3|}\cos(5t+15)$
m) $f(t) = e^{-2t}u(t-3)$ n) $f(t) = \frac{e^{-jt}\sin(2t-2)}{1-t}$ o) $f(t) = \frac{t\cos(2t)}{3+2j(t+1)}$
p) $f(t) = te^{-3t}u(t-5)$ q) $f(t) = t^2e^{-2t}u(t-3)$ r) $f(t) = \frac{\sin^3(2t)}{t}$
s) $f(t) = |t-2|\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ t) $f(t) = \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)\text{sgn}(t+3)$ u) $f(t) = (t-2)u(t-2)$
v) $f(t) = \frac{e^{-j3t}}{(2+j3t)^4}$ w) $f(t) = \frac{t^2e^{j3t}}{t^2-6t+13}$ x) $f(t) = t^2e^{-jt}\text{sgn}(t-3)$

RESPUESTAS:

a) $F(\omega) = \frac{\pi}{6}\left(e^{-3|\omega-3|} + e^{-3|\omega+3|}\right)$; b) $F(\omega) = \frac{\pi}{\sqrt{6}}e^{-\sqrt{6}|\omega|-j2\omega}$; c) $F(\omega) = \frac{\pi}{6}\omega^3e^{-j2\omega}\text{sgn}(\omega)$;
d) $F(\omega) = -\frac{\pi}{2}(\omega+4)e^{j3(\omega+4)}\text{sgn}(\omega+4)(2+j3(\omega+4))$; e) $F(\omega) = \pi e^{\frac{3}{4}(\omega+3)}u(-\omega-3)$;

f) $F_{(\omega)} = -\pi e^{-j2\omega} \operatorname{sgn}(\omega)(3\omega + j)$; g) $F_{(\omega)} = -j\pi e^{-2|\omega-4|} \operatorname{sgn}(\omega-4) + \frac{3\pi}{2} e^{-2|\omega|}$;

h) $F_{(\omega)} = -\frac{\pi}{2} e^{j2\omega} [e^{-j6} \operatorname{sgn}(\omega-3)(-2\omega+6+j) + e^{j6} \operatorname{sgn}(\omega+3)(-2\omega-6+j)]$;

i) $F_{(\omega)} = \frac{\pi}{2j} [-3e^{-3|\omega-2|} + 2\delta_{(\omega-2)} + 3e^{-3|\omega+2|} - 2\delta_{(\omega+2)}]$;

j) $F_{(\omega)} = \frac{2\pi}{3} \left(e^{-(\varpi-2)} u(\varpi-2) + e^{\frac{1}{2}(\varpi-2)} u(-\varpi+2) \right)$; k) $F_{(\omega)} = -j\frac{7\pi}{4} e^{-j5\omega} \operatorname{sgn}(\omega) + j\frac{3\pi}{4} e^{-j\omega} \operatorname{sgn}(\omega)$;

l) $F_{(\omega)} = \frac{30e^{j3\omega}(\omega^2+50)}{(\omega^2-10\omega+50)(\omega^2+10\omega+50)}$; m) $F_{(\omega)} = \frac{e^{-j3\omega-6}}{2+j\omega}$; n) $F_{(\omega)} = -\pi e^{-j(\omega+1)}(u(\omega+3)-u(\omega-1))$

o) $\frac{\pi}{2} \left[e^{\frac{3}{2}(\varpi-2)+j(\varpi-2)} \left(-1+j\frac{3}{2} \right) u(-\varpi+2) - j\delta(\varpi-2) + e^{\frac{3}{2}(\varpi+2)+j(\varpi+2)} \left(-1+j\frac{3}{2} \right) u(-\varpi-2) - j\delta(\varpi+2) \right]$;

p) $F_{(\omega)} = \frac{e^{-j5\omega-15}(16+j5\omega)}{(3+j\omega)^2}$; q) $F_{(\omega)} = e^{-6-j3\omega} \left(\frac{50+j42\omega-9\omega^2}{(2+j\omega)^3} \right)$;

r) $F_{(\omega)} = \frac{\pi}{4} (-u(\omega+6) + u(\omega-6) + 3u(\omega+2) - 3u(\omega-2))$;

s) $F_{(\omega)} = e^{-j2\omega} \left(\frac{2\omega^2 + \frac{\pi^2}{2}}{(\omega^2 - \frac{\pi^2}{4})^2} \right)$; t) $F_{(\omega)} = \frac{j18\omega e^{j3\omega}}{9\omega^2 - \pi^2}$; u) $F_{(\omega)} = \left(-\frac{1}{\omega^2} + j\pi\delta'_{(\omega)} \right) e^{-j2\omega}$;

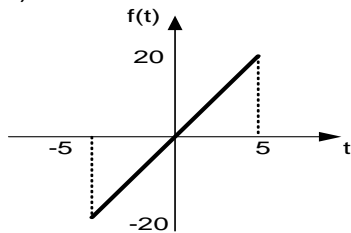
v) $F_{(\omega)} = -\frac{\pi}{243} (\omega+3)^3 e^{\frac{2}{3}\omega+2} u(-\omega-3)$; w) $F_{(\omega)} = \frac{\pi}{2} e^{-2|\omega-3|-j3(\omega-3)} [(3-j2\operatorname{sgn}(\omega-3))^2 + 4\delta(\omega-3)]$;

x) $F_{(\omega)} = \frac{2e^{-j3(\omega+1)} [-6(\omega+1) + j(2-9(\omega+1)^2)]}{(\omega+1)^3}$

5.- Expresar en términos de $u(t)$ y hallar su transformada de Fourier de las funciones

a) $f_{(t)} = \begin{cases} -2 & t < -1 \\ 4 & -1 < t < 1 \\ 3 & t > 1 \end{cases}$ b) $f_{(t)} = \begin{cases} 2 & t < -3 \\ -3 & -3 < t < 5 \\ 4 & t > 5 \end{cases}$

c)



RESPUESTAS:

a) $F_{(\omega)} = \frac{6e^{j\omega} - e^{-j\omega}}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$; b) $F_{(\omega)} = \frac{-5e^{j3\omega} + 7e^{-j5\omega}}{j\omega} + 6\pi\delta(\omega)$; c) $F_{(\omega)} = -j\frac{8}{\omega^2} \operatorname{sen}(5\omega) + j\frac{40}{\omega} \cos(5\omega)$

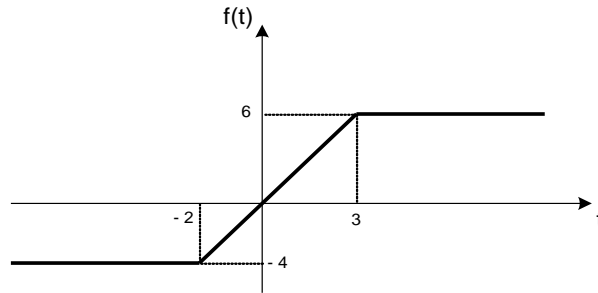
7.- Si $f(t) = 3\text{sgn}(t-4) + u(t+2) - u(t-4)$

a) Graficar la función y hallar su transformada de Fourier.

b) Expresar la función en términos $u(t)$ y hallar su transformada, verifique que es el mismo resultado que a)

R.- En ambos casos: $F(\omega) = \frac{5e^{-j4\omega} + e^{j2\omega}}{j\omega}$

8.- Calcular la transformada de Fourier de la siguiente función:



R.- $F(\omega) = 2\pi\delta(\omega) + \frac{-2e^{j2\omega} + 2e^{-j3\omega}}{\omega^2}$

9.- Demostrar que $\mathcal{F}\{t^n e^{-at} u(t)\} = \frac{n!}{(a + j\omega)^{n+1}}$ sabiendo que: $\mathcal{F}\{e^{-at} u(t)\} = \frac{1}{a + j\omega}$; $a > 0; n \in N$

10.- Demostrar que $\mathcal{F}\left\{\frac{1}{t^n}\right\} = \frac{(-j)^n \pi \omega^{n-1} \text{sgn}(\omega)}{(n-1)!}$ sabiendo que: $\mathcal{F}\{\text{sgn}(t)\} = \frac{2}{j\omega}$

11.-Obtener una fórmula para: $\mathcal{F}\{t^n e^{at} u(-t)\}$ para $a > 0; n \in N$