

# **PRACTICA Nro. 8 – TRANSFORMADAS INTEGRALES** **APLICACIONES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE**

1.- Resolver las ecuaciones diferenciales aplicando la transformada de Laplace dadas las condiciones iniciales:

- a)  $y' + 4y = 5$ ;  $y_{(0)} = 2$       b)  $2y' - y = 3e^{-4t}$ ;  $y_{(0)} = -1$   
c)  $y'' - 9y = te^{-t}$ ;  $y_{(0)} = 0$ ;  $y'_{(0)} = 3$       d)  $y'' - 4y' + 20y = 3e^{-5t}$ ;  $y_{(0)} = -1$ ;  $y'_{(0)} = 4$   
e)  $y'' + y = t^2 + 2t + 1$ ;  $y_{(0)} = 1$ ;  $y'_{(0)} = -2$       f)  $y'' - 6y' + 9y = 2e^{-t} + e^{3t}$ ;  $y_{(0)} = -4$ ;  $y'_{(0)} = 2$   
g)  $y'' + 4y' + 4y = \text{sen}(5t)$ ;  $y_{(0)} = 4$ ;  $y'_{(0)} = -1$       h)  $y'' - 3y' + 2y = 4\text{sen}(3t)$ ;  $y_{(0)} = 3$ ;  $y'_{(0)} = -2$   
i)  $y'' + 4y = 2\text{sen}(3t)$ ;  $y_{(0)} = 0$ ;  $y'_{(0)} = 1$       j)  $y'' - 3y' + 2y = 4te^{-2t}$ ;  $y_{(0)} = 6$ ;  $y'_{(0)} = -1$   
k)  $y'' - 4y' + 4y = e^{3t}\text{sen}(4t)$ ;  $y_{(0)} = 1$ ;  $y'_{(0)} = -1$       l)  $y'' + 4y' + 10y = 2t^2$ ;  $y_{(0)} = 2$ ;  $y'_{(0)} = 0$   
m)  $y'' + 3y' - 4y = 5e^{-4t} + \cos(2t)$ ;  $y_{(0)} = 3$ ;  $y'_{(0)} = -2$       n)  $y'' + 9y = \text{sen}(3t)$   $y_{(0)} = 1$ ;  $y'_{(0)} = -2$   
o)  $y'' + 25y = 4\cos(5t)$ ;  $y_{(0)} = 1$ ;  $y'_{(0)} = -2$       p)  $y''' + y' = \text{sent}$ ;  $y_{(0)} = 1$ ;  $y'_{(0)} = 2$ ;  $y''_{(0)} = -1$   
q)  $y'' + 9y = t\cos(3t)$ ;  $y_{(0)} = -3$ ;  $y'_{(0)} = 6$       r)  $y'' + 4y = t\text{sen}(3t)$ ;  $y_{(0)} = 5$ ;  $y'_{(0)} = -2$   
s)  $y''' + 2y'' - y' - 2y = 3e^{-4t}$   $y_{(0)} = 0$ ;  $y'_{(0)} = 0$ ;  $y''_{(0)} = 2$       t)  $y''' + 8y = te^{-2t}$ ;  $y_{(0)} = -1$ ;  $y'_{(0)} = 0$ ;  $y''_{(0)} = 0$   
u)  $y''' - 8y = e^{-4t}\text{sen}(2t)$ ;  $y_{(0)} = y'_{(0)} = y''_{(0)} = -2$

## **RESPUESTAS**

- a)  $y_{(t)} = \frac{3}{4}e^{-4t} + \frac{5}{4}$ ; b)  $y_{(t)} = -\frac{2}{3}e^{\frac{t}{2}} - \frac{1}{3}e^{-4t}$ ; c)  $y_{(t)} = \frac{e^{-t}}{32} - \frac{te^{-t}}{8} - \frac{13}{24}e^{-3t} + \frac{49}{96}e^{3t}$ ;  
d)  $y_{(t)} = \frac{3}{65}e^{-5t} + e^{2t}\left(-\frac{68}{65}\cos(4t) + \frac{411}{260}\text{sen}(4t)\right)$ ; e)  $y_{(t)} = -4\text{sent} + 2\cos t + t^2 + 2t - 1$ ;  
f)  $y_{(t)} = \frac{1}{8}e^{-t} - \frac{33}{8}e^{3t} + \frac{29}{2}te^{3t} + \frac{t^2e^{3t}}{2}$ ; g)  $y_{(t)} = 4.024e^{-2t} + 7.172te^{-2t} - 0.024\cos(5t) - 0.025\text{sen}(5t)$ ;  
h)  $y_{(t)} = -\frac{53}{13}e^{2t} + \frac{34}{5}e^t + \frac{18}{65}\cos(3t) - \frac{14}{65}\text{sen}(3t)$ ; i)  $y_{(t)} = \frac{11\text{sen}(2t)}{10} - \frac{2}{5}\text{sen}(3t)$   
j)  $y_{(t)} = \frac{7}{36}e^{-2t} + \frac{t}{3}e^{-2t} - \frac{27}{4}e^{2t} + \frac{113}{9}e^t$ ; k)  $y_{(t)} = \frac{297}{289}e^{2t} - \frac{47}{17}te^{2t} + e^{3t}\left(-\frac{8}{289}\cos(4t) - \frac{15}{289}\text{sen}(4t)\right)$ ;  
l)  $y_{(t)} = \frac{3}{125} - \frac{4}{25}t + \frac{t^2}{5} + e^{-2t}\left(\frac{247}{125}\cos(\sqrt{6}t) + \frac{514}{125\sqrt{6}}\text{sen}(\sqrt{6}t)\right)$ ;  
m)  $y_{(t)} = \frac{21}{25}e^{-4t} - te^{-4t} + \frac{56}{25}e^t - \frac{2}{25}\cos(2t) + \frac{3}{50}\text{sen}(2t)$ ; n)  $y_{(t)} = \cos(3t) - \frac{11}{18}\text{sen}(3t) - \frac{t\cos(3t)}{6}$ ;  
o)  $y_{(t)} = \cos(5t) - \frac{2}{5}\text{sen}(5t) + \frac{2}{5}t\text{sen}(5t)$ ; p)  $y_{(t)} = 2\text{sent} - \frac{t\text{sent}}{2} + 1$ ;  
q)  $y_{(t)} = -3\cos(3t) + \frac{215}{108}\text{sen}(3t) + \frac{t^2\text{sen}(3t)}{12} + \frac{t\cos(3t)}{36}$ ; r)  $y = \frac{131}{25}\cos(2t) - \text{sen}(2t) - \frac{t\text{sen}(3t)}{5} - \frac{6}{25}\cos(3t)$ ;  
s)  $y_{(t)} = -\frac{e^{-4t}}{10} + \frac{13}{30}e^t - \frac{3e^{-t}}{2} + \frac{7e^{-2t}}{6}$ ; t)  $y_{(t)} = \frac{t^2e^{-2t}}{24} + \frac{te^{-2t}}{24} - \frac{23}{72}e^{-2t} - \frac{49}{72}e^t\cos(\sqrt{3}t)$ ;  
u)  $y_{(t)} = -1.1625e^{2t} + e^{-t}(-0.827\cos(\sqrt{3}t) - 0.311\text{sen}(\sqrt{3}t)) + e^{-4t}(-0.0106\cos(2t) - 0.0028\text{sen}(2t))$

2.- Resolver las ecuaciones diferenciales con funciones definidas por partes:

a)  $y' + 2y = f(t)$ ;  $y(0) = 2$  donde  $f(t) = 2u(t) - 2u(t-4)$

b)  $y'' + 4y = f(t)$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = -5$  donde  $f(t) = \begin{cases} 4t+1 & 0 < t < 5 \\ 0 & t > 5 \end{cases}$

c)  $y'' + 25y = f(t)$ ;  $y(0) = 4$ ;  $y'(0) = -2$  donde  $f(t) = \begin{cases} t^2 & 0 < t < 4 \\ 0 & t > 4 \end{cases}$

d)  $y'' + 9y = f(t)$ ;  $y(0) = -3$ ;  $y'(0) = 1$  donde:  $f(t) = \begin{cases} 3t & 0 < t < 3 \\ 4 & 3 < t < 6 \end{cases}$

e)  $y'' + 4y = f(t)$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = -3$  donde  $f(t) = \begin{cases} 5 & 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ \sin(2t) & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$

f)  $y'' + 5y' + 6y = f(t)$ ;  $y(0) = 3$ ;  $y'(0) = 0$  donde  $f(t) = \begin{cases} e^{-3t} & 0 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$

g)  $y'' + 5y' + 4y = f(t)$ ;  $y(0) = y'(0) = 2$  donde  $f(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 < t < 4 \\ 3 & t > 4 \end{cases}$

h)  $y'' + 3y' + 2y = f(t)$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$   $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 2 \\ -\frac{t}{2} + 2 & 2 < t < 4 \end{cases}$

RESPUESTAS

a)  $y(t) = (e^{-2t} + 1)u(t) - (1 - e^{-2(t-4)})u(t-4)$

b)  $y(t) = \left[ \frac{7}{4} \cos(2t) - 3 \sin(2t) + t + \frac{1}{4} \right] u(t) + \left( -t - \frac{1}{4} + \frac{\sin(2t-10)}{2} + \frac{21}{4} \cos(2t-10) \right) u(t-5)$

c)  $y(t) = \left[ -\frac{2}{5} \sin(5t) + \frac{2502}{625} \cos(5t) - \frac{2}{625} + \frac{t^2}{25} \right] u(t) + \left[ \frac{398}{625} \cos(5t-20) + \frac{8}{125} \sin(5t-20) - \frac{(t-4)^2}{25} - \frac{8t}{25} + \frac{402}{625} \right] u(t-4)$

d)  $y(t) = \left[ -3 \cos(3t) + \frac{2}{9} \sin(3t) + \frac{t}{3} \right] u(t) + \left( -\frac{t}{3} + \frac{4}{9} + \frac{\sin(3t-9)}{9} + \frac{5 \cos(3t-9)}{9} \right) u(t-3) + \left[ -\frac{4}{9} + \frac{4}{9} \cos(3t-18) \right] u(t-6)$

e)  $y(t) = \left[ \frac{5}{4} - \frac{\cos(2t)}{4} - \frac{3}{2} \sin(2t) \right] u(t) + \left( -\frac{5}{4} - \frac{5}{4} \cos(2t) + \frac{(t-\frac{\pi}{2}) \sin(2t)}{4} \right) u(t-\frac{\pi}{2}) + \left[ -\frac{\sin(2t)}{16} + \frac{t-\pi}{8} \cos(2t) \right] u(t-\pi)$

f)  $y(t) = (-7e^{-3t} + 10e^{-2t} - te^{-3t})u(t) + (te^{-3t} - e^{-3t} - e^{-2t-2})u(t-2)$

g)  $y(t) = \left( -\frac{11}{9} e^{-4t} + \frac{29}{9} e^{-t} + \frac{te^{-t}}{3} \right) u(t) + \left[ -\frac{(t-4)}{3} e^{-t} + \frac{e^{-t}}{9} + \frac{5}{36} e^{-4t+12} + \frac{3}{4} - e^{-t+4} \right] u(t-4)$

h)  $y(t) = \left( \frac{1}{2} - \frac{e^{-2t}}{2} + e^{-t} \right) u(t) + \left( \frac{3}{8} - \frac{t-2}{4} + \frac{e^{-2(t-2)}}{8} - \frac{e^{-(t-2)}}{2} \right) u(t-2) + \left( -\frac{3}{8} + \frac{t-4}{4} - \frac{e^{-2(t-4)}}{8} + \frac{e^{-(t-4)}}{2} \right) u(t-4)$

3.- Resolver las ecuaciones diferenciales con coeficientes variables dadas las condiciones iniciales: (tema opcional)

a)  $y'' + ty' - 2y = 10$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$  R.-  $y(t) = 5t^2$

b)  $y'' + 5ty' - 10y = 1$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$  R.-  $y(t) = \frac{t^2}{2}$

c)  $ty'' + 4y' + 6ty = \cos(\sqrt{6}t)$ ;  $y_{(0)} = 0$ ;  $y'_{(0)} = \frac{1}{4}$  R.-  $y_{(t)} = \frac{\sin(\sqrt{6}t)}{4\sqrt{6}}$

d)  $ty'' + 6ty' + 6y = 0$ ;  $y_{(0)} = 0$ ;  $y'_{(0)} = -4$  R.-  $y_{(t)} = -4te^{-6t}$

4.- Resolver las ecuaciones diferenciales simultáneas aplicando la transformada de Laplace.

a)  $\begin{cases} 2\frac{dx}{dt} - 5x + \frac{dy}{dt} = e^t \\ \frac{dx}{dt} - x + \frac{dy}{dt} = 5e^{2t} \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = 1$ ;  $y_{(0)} = 2$  b)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} + 3x + y = 2t \\ \frac{dy}{dt} - x + y = 4t \end{cases}$   $x_{(0)} = -1$ ;  $y_{(0)} = 3$

c)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + y = 4e^{-2t} \\ 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2y = 3\cos t \end{cases}$   $x_{(0)} = 2$ ;  $y_{(0)} = 1$  d)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} + 3x + y = e^{-3t} \\ \frac{dy}{dt} - x + y = 3e^{-3t} \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = y_{(0)} = 1$

e)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8y + t \\ \frac{dy}{dt} = -3y - x + 4t \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = 6$ ;  $y_{(0)} = -2$  f)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y + 4\sin(2t) \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y + 3\sin(2t) \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = -2$ ;  $y_{(0)} = -4$

g)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y = e^{3t} \\ x + \frac{dy}{dt} - y = 2e^{2t} \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = 1$ ;  $y_{(0)} = 4$  h)  $\begin{cases} 2\frac{dx}{dt} + 2x + \frac{dy}{dt} - y = 3t \\ \frac{dx}{dt} + x + \frac{dy}{dt} + y = 1 \end{cases}$   $x_{(0)} = 1$ ;  $y_{(0)} = 3$

i)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} - 2x - \frac{dy}{dt} - y = 4e^{-5t} \\ 2\frac{dx}{dt} - 3x + \frac{dy}{dt} - 3y = te^{-5t} \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = -1$ ;  $y_{(0)} = -3$  j)  $\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + 2x - \frac{dy}{dt} - y = 2t + 5 \\ \frac{dx}{dt} - x + \frac{dy}{dt} + y = 1 \end{cases}$   $x_{(0)} = 3$ ;  $x'_{(0)} = 0$ ;  $y_{(0)} = -3$

k)  $\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + x - y = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} + y - x = 0 \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = 0$ ;  $x'_{(0)} = -2$ ;  $y_{(0)} = 0$ ;  $y'_{(0)} = -1$  l)  $\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + x - 3y = 2 \\ \frac{d^2y}{dt^2} - 2x + 2y = -4 \end{cases}$ ;  $x_{(0)} = -1$ ;  $x'_{(0)} = 4$ ;  $y_{(0)} = 1$ ;  $y'_{(0)} = -3$

RESPUESTAS:

a)  $x_{(t)} = -\frac{7}{6}e^{4t} - \frac{1}{3}e^t + \frac{5}{2}e^{2t}$ ;  $y_{(t)} = -\frac{17}{8} + \frac{7}{8}e^{4t} + \frac{5}{4}e^{2t}$  b)  $x_{(t)} = e^{-2t}(-2 - \frac{7}{2}t) - \frac{t}{2} + 1$ ;  $y_{(t)} = e^{-2t}(\frac{11}{2} + \frac{7}{2}t) + \frac{7}{2}t - \frac{5}{2}$  c)  $x_{(t)} = 5 - 5t - 3\cos t + 3\sin t$ ;  $y_{(t)} = 5 - 3\sin t - 4e^{-2t}$

d)  $x_{(t)} = -5e^{-3t} + 6e^{-2t} - 6te^{-2t}$ ;  $y_{(t)} = e^{-3t} + 6te^{-2t}$  e)  $x_{(t)} = -1 - 35t - 15e^{-t} + 22e^t$ ;  $y_{(t)} = -4 + 13t - \frac{11}{2}e^t + \frac{15}{2}e^{-t}$  f)  $x_{(t)} = -\frac{32}{25}\cos(2t) - \frac{26}{25}\sin(2t) - \frac{18}{25}e^t + \frac{24}{5}te^t$ ;  $y_{(t)} = \frac{2}{19}\cos(2t) - \frac{30}{19}\sin(2t) - \frac{78}{19}e^t + \frac{138}{19}te^t$

g)  $x_{(t)} = -\frac{2}{5}\cos t + 7\sin t + \frac{1}{5}e^{3t} + \frac{6}{5}e^{2t}$ ;  $y_{(t)} = \frac{33}{10}\cos t + \frac{37}{10}\sin t + \frac{4}{5}e^{2t} - \frac{1}{10}e^{3t}$  h)  $x_{(t)} = t - 2e^{-3t} + 3e^{-t}$ ;  $y_{(t)} = 1 - t + 2e^{-3t}$  i)  $x_{(t)} = -\frac{97}{324}e^{-5t} - \frac{t}{27}e^{-5t} - \frac{227}{324}e^t - \frac{275}{54}te^t$ ;  $y_{(t)} = \frac{275}{108}te^t - \frac{281}{81}e^t - \frac{7}{108}te^{-5t} + \frac{38}{81}e^{-5t}$

k)  $x_{(t)} = -\frac{3}{2}t - \frac{\sin(\sqrt{2}t)}{2\sqrt{2}}$

5.- Resolver las ecuaciones integro-diferenciales:

a)  $50x_{(t)} + 200\int_0^t x_{(t)}dt + 10 = te^{-4t}$  b)  $20x_{(t)} + 100\int_0^t x_{(t)}dt - 30 = e^{-2t}\sin t$

c)  $x'(t) + 40 \int_0^t x(\tau) d\tau + 10x(t) = 5e^{-3t}; x(0) = 2$  d)  $x'(t) + 15 \int_0^t x(\tau) d\tau + 8x(t) = 5 \cos(4t); x(0) = -3$

e)  $x'(t) = \cos t + \int_0^t x(\tau) \cos(t - \tau) d\tau; x(0) = 1$  f)  $x(t) = e^{-3t} + 2 \int_0^t x(\tau) e^{-4t+4\tau} d\tau$

g)  $x(t) = 2t + \int_0^t x(\tau) \cos(3t - 3\tau) d\tau$  h)  $x(t) = 3t^2 + 4 \int_0^t x(\tau) (t^2 - 2t\tau + \tau^2) d\tau$

i)  $x(t) = 1 + t + \frac{8}{3} \int_0^t (t - \tau)^3 x(\tau) d\tau$  j)  $x'(t) + 3 \int_0^t x(\tau) e^{-2t+2\tau} d\tau = 3 \cos t; x(0) = -2$

RESPUESTAS:

a)  $x(t) = -\frac{e^{-4t}}{5} + \frac{te^{-4t}}{50} - \frac{t^2 e^{-4t}}{25};$  b)  $x(t) = \frac{59}{40} e^{-5t} + \frac{e^{-2t}}{40} (\cos t - \sin t);$

c)  $x(t) = -\frac{15}{19} e^{-3t} + e^{-5t} \left( \frac{53}{19} \cos(\sqrt{15}t) - \frac{65}{19\sqrt{15}} \sin(\sqrt{15}t) \right);$  d)  $x(t) = \frac{128}{205} \cos(4t) + \frac{4}{205} \sin(4t) - \frac{370}{41} e^{-5t} + \frac{27}{5} e^{-3t};$

e)  $x(t) = 1 + t + \frac{t^2}{2};$  f)  $x(t) = -e^{-3t} + 2e^{-2t};$  g)  $x(t) = \frac{2}{9} + 2t + e^{\frac{t}{2}} \left( -\frac{2}{9} \cos\left(\frac{\sqrt{35}}{2}t\right) + \frac{2}{9\sqrt{35}} \sin\left(\frac{\sqrt{35}}{2}t\right) \right);$

h)  $x(t) = \frac{1}{2} e^{2t} + e^{-t} \left( -\frac{1}{2} \cos(\sqrt{3}t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\sqrt{3}t) \right);$  i)  $x(t) = \frac{1}{2} \cos(2t) + \frac{1}{4} \sin(2t) + \frac{1}{8} e^{-2t} + \frac{3}{8} e^{2t};$

j)  $x(t) = \frac{9}{4} \cos t + \frac{3}{4} \sin t + e^{-t} \left( -\frac{17}{4} \cos(\sqrt{2}t) - \sqrt{2} \sin(\sqrt{2}t) \right)$

6.- Determine la ecuación del movimiento para una masa de 2 [kg]; suspendida de un resorte de constante  $k = 8 \left[ \frac{N}{m} \right]$  y coeficiente de amortiguación  $10 \left[ \frac{kg}{s} \right]$  que se suelta con velocidad inicial:  $v_{(0)} = 4 \left[ \frac{m}{s} \right]$ . Si sobre la masa actúa una fuerza externa:  $F(t) = 4 \sin(3t) [N]$  y se suelta desde una distancia del punto de equilibrio igual a 0.25[m]. R.-  $x(t) = 1.87 e^{-t} - 1.5 e^{-4t} - \frac{3}{25} \cos(3t) - \frac{1}{25} \sin(3t) [m]$

7.- Una masa de 10 [kg] suspendida de un resorte de constante  $k = 160 \left[ \frac{N}{m} \right]$  inicia su movimiento a 0.4 [m] del punto de equilibrio. Si se suelta con  $v_0 = 8 \left[ \frac{m}{s} \right]$ , despreciando la resistencia del aire hallar la posición en función del tiempo si sobre la masa actúa una fuerza externa:  $F(t) = e^{-t} \sin(2t) [N]$ .

R.-  $x(t) = 1.997 \cos(4t) + 0.398 \sin(4t) + \frac{e^{-t}}{10} \left( \frac{4}{185} \cos(2t) + \frac{13}{185} \sin(2t) \right) [m]$

8.- En un sistema masa resorte si  $m=2$  [kg], el coeficiente de amortiguación es igual a 4 [kg/s] y la constante del resorte es igual a 2 [N/m]. Encontrar aplicando la transformada de Laplace la posición en función del tiempo sabiendo que las condiciones iniciales son:  $x_0 = 0.12 [m]; v_0 = 0.35 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y además actúa sobre la masa una fuerza externa:  $F(t) = 50te^{-4t} [N]$ . R.-  $x(t) = 1.86e^{-4t} + 2.78te^{-4t} - 1.74e^{-t} + 3.25te^{-t} [m]$

9.- Un circuito RLC tiene como componentes:  $R=100 [\Omega]; L=50 [H]; C=20 [mF]$  dadas las condiciones iniciales:  $V_{c(0)} = 50 [V]; i_{L(0)} = 5 [A]$ . Determinar la corriente en función del tiempo si:

a)  $v = 200 [V]$  b)  $v(t) = 200 \sin(10t) [V]$

R.- a)  $i_{(t)} = (5 - 2t)e^{-t} [A]$ ; b)  $i_{(t)} = (5.388 - 6.396t)e^{-t} + 0.0784 \sin(10t) - 0.388 \cos(10t) [A]$

10.- En un circuito RLC se tiene  $R=20[\Omega]$ ,  $L=2[H]$ ,  $C=10[mF]$ . Si  $V_{c(0)} = 10[V]$ ;  $i_{L(0)} = 2[A]$ , determinar la corriente del circuito en función del tiempo si

a)  $v_{(t)} = 80e^{-2t} [V]$  b)  $v_{(t)} = 200te^{-4t} V$

R.-a)  $i_{(t)} = e^{-5t} \left( \frac{109}{17} \sin(5t) + \frac{74}{17} \cos(5t) \right) - \frac{40}{17} e^{-2t} [A]$ ;

b)  $i_{(t)} = 5.03e^{-4t} - 15.38te^{-4t} + e^{-5t} (-3.03 \cos(5t) - 0.93 \sin(5t)) [A]$

11.- En un circuito RC en serie:  $R=10 \Omega$ ,  $C=500 mF$  y se conoce que  $V_{c(0)} = 20V$ . Determine la corriente en función del tiempo para  $t>0$  si se conecta a una fuente de voltaje:

a)  $v_{(t)} = \begin{cases} 40t V & 0 < t < 1s \\ 0 & t > 1s \end{cases}$

b)  $v_{(t)} = \begin{cases} 200e^{3t} V & 0 < t < 0.2s \\ 100 V & 0.2 < t < 0.6s \end{cases}$

R.-

b)  $i_{(t)} = (-0.75e^{-0.2t} + 18.75e^{3t})u(t) + (-1.25e^{-0.2t+0.64} - 18.75e^{3t} + 10e^{-0.2t+0.04})u(t-0.2) - 10e^{-0.2t+0.12}u(t-0.6) [A]$

12.- En un circuito RL en serie:  $R=40 \Omega$ ;  $L=5H$  además  $i_{L(o)} = 1A$ . Determine la corriente en función del tiempo si se conecta una fuente de voltaje:

a)  $v_{(t)} = \begin{cases} 20t V & 0 < t < 3s \\ 0 & t > 3s \end{cases}$

b)  $v_{(t)} = \begin{cases} 80 \sin t V & 0 < t < \frac{3\pi}{2} s \\ 0 & t > \frac{3\pi}{2} s \end{cases}$

R.- a)  $i_{(t)} = \left( \frac{17}{16} e^{-8t} + \frac{t}{2} - \frac{1}{16} \right) u(t) + \left( \frac{23}{16} e^{-8t+24} - \frac{t}{2} + \frac{1}{16} \right) u(t-3) A$

13.- En un circuito RLC en serie:  $R=20 \Omega$ ,  $L=2 H$  y  $C=20 mF$ . Sabiendo las condiciones iniciales:  $i_{L(o)} = 3A$ ;  $V_{c(o)} = 20V$  determine la corriente en función del tiempo si se conecta una fuente de voltaje:

a)  $v_{(t)} = \begin{cases} 40V & 0 < t < 5s \\ 0 & t > 5s \end{cases}$

b)  $v_{(t)} = \begin{cases} 20e^{-2t} V & 0 < t < 0.5s \\ 0 & t > 0.5s \end{cases}$

R.- a)  $i_{(t)} = (-5te^{-5t} + 3e^{-5t})u(t) - 20(t-5)e^{-5t+25}u(t-5) A$