PRACTICA Nro. 4 – TRANSFORMADAS INTEGRALES
TRANSFORMADA DE FOURIER

1.- Graficar $\left|F_{(\varpi)}\right|;\ \theta_{(\varpi)}$ Si

a) $f_{(t)}=e^{-2t}u_{(t)}$; b) $f_{(t)}=e^{4t}u_{(-t)}$; c) $f_{(t)}=5\left(u(t+4)-u(t-4)\right)$

2.- Si $f_{(t)}=4e^{-3t}u_{(t)}-2e^{2t}u_{(-t)}$, hallar:

a) $F_{(\omega)};R_{(\omega)};X_{(\omega)}$ b) $\left|F_{(1)}\right|;\ \theta_{(1)}$

RESPUESTAS

a) $F_{(\omega)}=\dfrac{12}{9+\omega^2}-\dfrac{4}{4+\omega^2}+j\left(\dfrac{-4\omega}{9+\omega^2}-\dfrac{2\omega}{4+\omega^2}\right)$; b) $\left|F_{(1)}\right|=0.89;\ \theta_{(1)}=-1.107\,rad$

3.- Si $f_{(t)}=3\delta(t+4)+4\delta(t-4)$. Hallar

a) $\left|F\left(\frac{\pi}{16}\right)\right|;\ \theta\left(\frac{\pi}{16}\right)$ b) $\left|F\left(\frac{\pi}{12}\right)\right|;\ \theta\left(\frac{\pi}{12}\right)$ R.- a)5; -0.142 rad; b) $\sqrt{13}$, -0.243.

4.- Calcular la transformada de Fourier aplicando propiedades y transformadas conocidas

a) $f_{(t)}=\dfrac{\cos(3t)}{t^2+9}$ b) $f_{(t)}=\dfrac{1}{t^2-4t+10}$ c) $f_{(t)}=\dfrac{1}{(t-2)^4}$

d) $f_{(t)}=\dfrac{te^{-j4t}}{(t+3)^3}$ e) $f_{(t)}=\dfrac{2e^{-j3t}}{3+j4t}$ f) $f_{(t)}=\dfrac{t+1}{t^2-4t+4}$

g) $f_{(t)}=\dfrac{te^{j4t}+3}{t^2+4}$ h) $f_{(t)}=\dfrac{t\cos(3t)}{t^2+4t+4}$ i) $f_{(t)}=\dfrac{t^2 sen(2t)}{t^2+9}$

j) $f_{(t)}=\dfrac{e^{j2t}}{1+jt+2t^2}$ k) $f_{(t)}=\dfrac{t+2}{t^2-6t+5}$ l) $f_{(t)}=3e^{-5|t+3|}\cos(5t+15)$

m) $f_{(t)}=e^{-2t}u(t-3)$ n) $f_{(t)}=\dfrac{e^{-jt}sen(2t-2)}{1-t}$ o) $f_{(t)}=\dfrac{t\cos(2t)}{3+2j(t+1)}$

p) $f_{(t)}=te^{-3t}u(t-5)$ q) $f_{(t)}=t^2e^{-2t}u(t-3)$ r) $f_{(t)}=\dfrac{sen^3(2t)}{t}$

s) $f_{(t)}=|t-2|\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t\right)$ t) $f_{(t)}=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)\operatorname{sgn}(t+3)$ u) $f_{(t)}=(t-2)u(t-2)$

v) $f_{(t)}=\dfrac{e^{-j3t}}{(2+j3t)^4}$ w) $f_{(t)}=\dfrac{t^2e^{j3t}}{t^2-6t+13}$ x) $f_{(t)}=t^2e^{-jt}\operatorname{sgn}(t-3)$

RESPUESTAS:

a) $F_{(\omega)}=\dfrac{\pi}{6}\left(e^{-3|\omega-3|}+e^{-3|\omega+3|}\right)$; b) $F_{(\omega)}=\dfrac{\pi}{\sqrt{6}}e^{-\sqrt{6}|\omega|-j2\omega}$; c) $F_{(\omega)}=\dfrac{\pi}{6}\varpi^3e^{-j2\omega}\operatorname{sgn}(\omega)$;

d) $F_{(\omega)}=-\dfrac{\pi}{2}(\omega+4)e^{j3(\omega+4)}\operatorname{sgn}(\omega+4)(2+j3(\omega+4))$; e) $F_{(\omega)}=\pi e^{\frac{3}{4}(\omega+3)}u(-\omega-3)$;

f) $F_{(\omega)} = -\pi e^{-j2\omega}\operatorname{sgn}(\omega)(3\omega + j)$; g) $F_{(\omega)} = -j\pi e^{-2|\omega-4|}\operatorname{sgn}(\omega-4) + \frac{3\pi}{2}e^{-2|\omega|}$;

h) $F_{(\omega)} = -\frac{\pi}{2}e^{j2\omega}\left[e^{-j6}\operatorname{sgn}(\omega-3)(-2\omega+6+j) + e^{j6}\operatorname{sgn}(\omega+3)(-2\omega-6+j)\right]$;

i) $F_{(\omega)} = \frac{\pi}{2j}\left[-3e^{-3|\omega-2|} + 2\delta_{(\omega-2)} + 3e^{-3|\omega+2|} - 2\delta_{(\omega+2)}\right]$;

j) $F_{(\omega)} = \frac{2\pi}{3}\left(e^{-(\varpi-2)}u(\varpi-2) + e^{\frac{1}{2}(\varpi-2)}u(-\varpi+2)\right)$; k) $F_{(\omega)} = -j\frac{7\pi}{4}e^{-j5\omega}\operatorname{sgn}(\omega) + j\frac{3\pi}{4}e^{-j\omega}\operatorname{sgn}(\omega)$;

l) $F_{(\omega)} = \frac{30e^{j3\omega}\left(\omega^2+50\right)}{\left(\omega^2-10\omega+50\right)\left(\omega^2+10\omega+50\right)}$; m) $F_{(\omega)} = \frac{e^{-j3\omega-6}}{2+j\omega}$; n) $F_{(\omega)} = -\pi e^{-j(\omega+1)}\left(u(\omega+3) - u(\omega-1)\right)$

o) $\frac{\pi}{2}\left[e^{\frac{3}{2}(\varpi-2)+j(\varpi-2)}\left(-1+j\frac{3}{2}\right)u(-\varpi+2) - j\delta(\varpi-2) + e^{\frac{3}{2}(\varpi+2)+j(\varpi+2)}\left(-1+j\frac{3}{2}\right)u(-\varpi-2) - j\delta(\varpi+2)\right]$;

p) $F_{(\omega)} = \frac{e^{-j5\omega-15}(16+j5\omega)}{(3+j\omega)^2}$;q) $F_{(\omega)} = e^{-6-j3\omega}\left(\frac{50+j42\omega-9\omega^2}{(2+j\omega)^3}\right)$;

r) $F_{(\omega)} = \frac{\pi}{4}\left(-u(\omega+6) + u(\omega-6) + 3u(\omega+2) - 3u(\omega-2)\right)$;

s) $F_{(\omega)} = e^{-j2\varpi}\left(\frac{2\varpi^2 + \frac{\pi^2}{2}}{\left(\varpi^2 - \frac{\pi^2}{4}\right)^2}\right)$; t) $F_{(\omega)} = \frac{j18\omega e^{j3\omega}}{9\omega^2 - \pi^2}$; u) $F_{(\omega)} = \left(-\frac{1}{\omega^2} + j\pi\delta'_{(\omega)}\right)e^{-j2\omega}$;

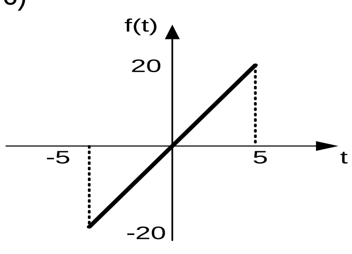
v) $F_{(\omega)} = -\frac{\pi}{243}(\omega+3)^3 e^{\frac{2}{3}\omega+2}u(-\omega-3)$; w) $F_{(\omega)} = \frac{\pi}{2}e^{-2|\omega-3|-j3(\omega-3)}\left[(3-j2\operatorname{sgn}(\omega-3))^2 + 4\delta(\omega-3)\right]$;

x) $F_{(\omega)} = \frac{2e^{-j3(\omega+1)}\left[-6(\omega+1) + j\left(2-9(\omega+1)^2\right)\right]}{(\varpi+1)^3}$

5.- Expresar en términos de u(t) y hallar su transformada de Fourier de las funciones

a) $f_{(t)} = \begin{cases} -2 & t < -1 \\ 4 & -1 < t < 1 \\ 3 & t > 1 \end{cases}$ b) $f_{(t)} = \begin{cases} 2 & t < -3 \\ -3 & -3 < t < 5 \\ 4 & t > 5 \end{cases}$

c)



RESPUESTAS:

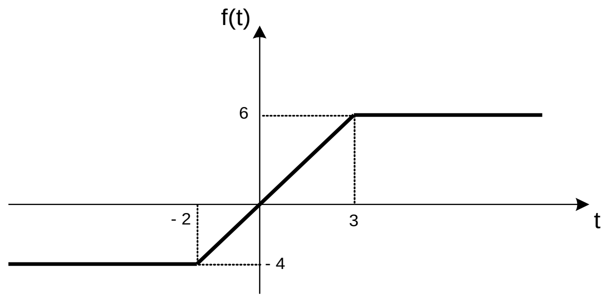
a) $F_{(\omega)} = \frac{6e^{j\omega} - e^{-j\omega}}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$; b) $F_{(\omega)} = \frac{-5e^{j3\omega} + 7e^{-j5\omega}}{j\omega} + 6\pi\delta(\omega)$; c) $F_{(\omega)} = -j\frac{8}{\varpi^2}sen(5\varpi) + j\frac{40}{\varpi}\cos(5\varpi)$

7.- Si $f_{(t)} = 3\operatorname{sgn}(t-4) + u(t+2) - u(t-4)$

a) Graficar la función y hallar su transformada de Fourier.
b) Expresar la función en términos u(t) y hallar su transformada, verifique que es el mismo resultado que a)

R.- En ambos casos: $F_{(\omega)} = \dfrac{5e^{-j4\omega} + e^{j2\omega}}{j\omega}$

8.- Calcular la transformada de Fourier de la siguiente función:



R.- $F_{(\omega)} = 2\pi\delta(\varpi) + \dfrac{-2e^{j2\varpi} + 2e^{-j3\varpi}}{\varpi^2}$

9.- Demostrar que $\mathcal{F}\left\{t^n e^{-at} u_{(t)}\right\} = \dfrac{n!}{(a + j\varpi)^{n+1}}$ sabiendo que: $\mathcal{F}\left\{e^{-at} u_{(t)}\right\} = \dfrac{1}{a + j\varpi}$; $a > 0;\ n \in N$

10.- Demostrar que $\mathcal{F}\left\{\dfrac{1}{t^n}\right\} = \dfrac{(-j)^n \pi \varpi^{n-1} \operatorname{sgn}(\varpi)}{(n-1)!}$ sabiendo que: $\mathcal{F}\{\operatorname{sgn}(t)\} = \dfrac{2}{j\varpi}$

11.-Obtener una fórmula para: $\mathcal{F}\left\{t^n e^{at} u_{(-t)}\right\}$ para $a > 0;\quad n \in N$