

PRIMER PARCIAL – TRANSFORMADAS INTEGRALES

APELLIDOS:..... NOMBRES:.....
CARRERA:..... CARNET DE IDENTIDAD:.....

1.- Hallar la serie de Fourier aplicando el método de diferenciación si la siguiente función se expande con $T=4$ (25 pts.)

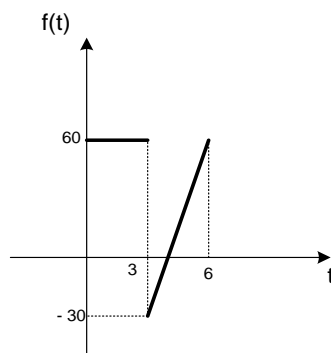
$$f(t) = \begin{cases} t^3 + 1 & 0 < t < 2 \\ 12 - t^2 & 2 < t < 4 \end{cases} \quad T = 4$$

2.- Calcular las transformadas de Fourier: (40 pts.)

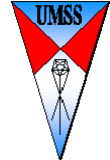
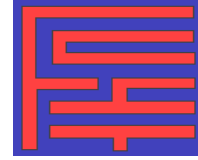
a) $\mathcal{F} \left\{ \frac{te^{jt} + 3}{(t+5)^3} \right\}$ b) $\mathcal{F} \left\{ \frac{t \cos(3t)}{3 - j4t} \right\}$

3.- Si $f(t) = 3\text{sgn}(t-5) + 2u(t+2) - 2u(t-5)$ Graficar la función y hallar su transformada de Fourier. (15 pts.)

4.- Dado el pulso de duración finita: (20 pts.)



- a) Expandirlo con simetría de cuarto de onda par, graficar en el intervalo $-24 < t < 24$
- b) Hallar su serie de Fourier y determinar los primeros 3 armónicos distintos de cero.



SEGUNDO PARCIAL – TRANSFORMADAS INTEGRALES

APELLIDOS:..... NOMBRES:.....
CARRERA:..... CARNET DE IDENTIDAD:.....

1.- Calcular: $\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{j2\omega}}{(4 + \omega^2)(3 - j\omega)} \right\}$

2.- Evaluar la integral: $\int_0^\infty \int_0^t t e^{-2t} \frac{\sin^3(4x)}{x} dx dt$

3.- Resolver la ecuación diferencial: $y'' - 4y' + 4y = e^{3t} \sin(4t)$ si
 $y_{(0)} = -2; y'_{(0)} = 4$

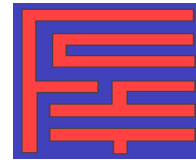
3. Dado el sistema de ecuaciones diferenciales, hallar $y_{(t)}$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - 2x - \frac{dy}{dt} - y = \sin(2t) \\ 2 \frac{dx}{dt} - 3x + \frac{dy}{dt} - 3y = 2 \cos(2t) \end{cases} \quad x_{(0)} = 1; y_{(0)} = -3$$

5.- En un circuito R-C si $R=20 \, \Omega$, $C=40 \, \text{mF}$ se aplica la fuente de tensión:

$$v_{(t)} = \begin{cases} 1-5t \, \text{V} & 0 < t < 0.5s \\ 0 & t > 0.5s \end{cases} \quad \text{determinar la corriente en función del tiempo}$$

sabiendo que $v_{c(0)} = 60V$



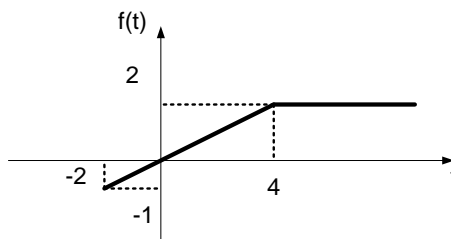
PRIMER PARCIAL – TRANSFORMADAS INTEGRALES

APELLIDOS:..... NOMBRES:.....
CARRERA:..... CARNET DE IDENTIDAD:.....

1.- Calcular la transformada de Fourier de las funciones: (40 pts.)

a) $\mathcal{F} \left\{ \frac{t \cos(5t)}{t^2 - 4t + 20} \right\}$ b) $\mathcal{F} \left\{ (t+1)^2 e^{-j3t} \operatorname{sgn}(t+1) \right\}$

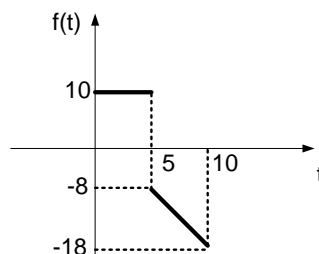
1. Calcular la transformada de Fourier de la siguiente función: (15 pts.)



3.- Hallar la serie de Fourier de la función aplicando el método de diferenciación si se expande con Período T=6: (25 pts)

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t^3}{3} - 4 & 0 < t < 3 \\ 3 & \\ -1 & 3 < t < 6 \end{cases}$$

4.- Dada la función:



- Graficar su expansión con simetría de cuarto de onda par e impar, muestre en la gráfica 2 periodos completos
- Hallar la serie de Fourier de la simetría cuarto de onda par solamente



SEGUNDO PARCIAL – TRANSFORMADAS INTEGRALES

APELLIDOS:..... NOMBRES:.....
CARRERA:..... CARNET DE IDENTIDAD:.....

1.- Calcular: $\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{(4 + j\omega)^2 (2 - j\omega)} \right\}$

2.- Evaluar la integral: $\int_0^\infty \int_0^t \left(\frac{\sin^2(2x)}{x} \right) t e^{-2t-3x} dx dt$

3- Resolver la ecuación diferencial: $y'' + 3y' + 2y = e^{-2t} \cos(4t)$ dadas las condiciones iniciales: $y_{(0)} = -3; y'_{(0)} = 5$

4.- Hallar $y_{(t)}$ del sistema de ecuaciones diferenciales y condiciones iniciales:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y = 3te^{-t} \\ x + \frac{dy}{dt} - y = 4e^{-t} \end{cases} \quad x_{(0)} = 2; \quad y_{(0)} = -4$$

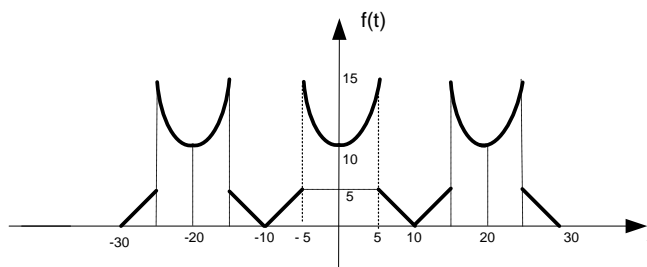
5.- Calcular por la integral de convolución: $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 (s^2 + 4)^2} \right\}$



PRIMER PARCIAL – TRANSFORMADAS INTEGRALES

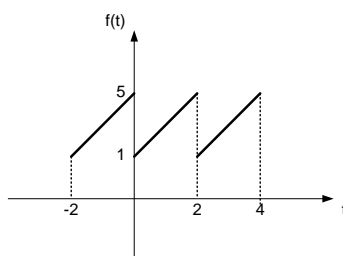
APELLIDOS:..... NOMBRES:.....
CARRERA:..... CARNET DE IDENTIDAD:.....

1.- Hallar la serie de Fourier de la función (las curvas son parábolas). (25 pts)



2.- A partir de la siguiente función periódica, demostrar aplicando el teorema de

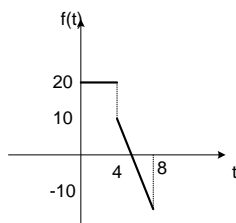
Parseval: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ (20 pts)



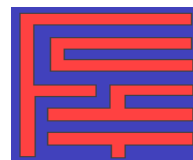
3.- Calcular: (40 pts)

a) $\mathcal{F} \left\{ (t+4)^2 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \text{sgn}(t+4) \right\}$ b) $\mathcal{F} \left\{ \frac{(t+3)e^{j2t}}{t^2 - 6t + 10} \right\}$

4.- Expandir la siguiente función graficando en cada caso 3 períodos (15 pts)



- a) Con simetría de media onda
- b) Con simetría de cuarto de onda par
- c) Con simetría de cuarto de onda impar



SEGUNDO PARCIAL – TRANSFORMADAS INTEGRALES

APELLIDOS:..... NOMBRES:.....
CARRERA:..... CARNET DE IDENTIDAD:.....

1.- Calcular la transformada inversa de Fourier de: $F(\omega) = \frac{\sin(4\omega)}{\omega(5 + j\omega)^2}$

2.- En un circuito RLC se tiene $R= 100 [\Omega]$, $L=50 [H]$, $C= 20 [mF]$. Determinar la corriente en función del tiempo si se aplica una tensión variable: $v(t) = 200\sin(3t)[V]$ y las condiciones iniciales son: $V_{c(0)} = 120[V]$; $i_{L(0)} = 3[A]$.

1. Dado el sistema de ecuaciones diferenciales encontrar $x(t)$ sabiendo las condiciones iniciales:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y = 5te^{-3t} \\ x + \frac{dy}{dt} - y = 2e^{-3t} \end{cases} \quad x_{(0)} = 2; \quad y_{(0)} = -4$$

4.- Resolver la ecuación diferencial si: $y_{(0)} = 4$; $y'_{(0)} = -5$:

$$y'' + 4y' + 10y = te^{-5t}$$

5.- Resolver la ecuación diferencial sabiendo que: $y_{(0)} = 4$; $y'_{(0)} = -1$

$$y'' + 9y = f(t) \text{ donde } f(t) = \begin{cases} 2t^2 & 0 < t < 4 \\ 0 & t > 4 \end{cases}$$