Modèle Mathématique

Les durées sont exprimées en minutes. L'horizon de planification est une journée d'environ 10 heure. Une mission est un transport de patient d'un lieu de prise en charge vers une destination connue. Les brancardiers partent d'une base connue en début de service et reviennent à cette base en fin de service.

Paramètres		Domaine de définition
N	Nombre de missions	Entier
$N1$	Nombre de missions nécessitant 1 brancardier	Entier
$N2$	Nombre de missions nécessitant 2 brancardiers	Entier
B	Nombre de brancardiers	Entier
D_i	Durée estimée de la mission i	Entier
$D_{moyen_{ij}}$	Durée moyenne à vide entre la mission i et j	Réel
$Hrdv_i$	Heure de rendez-vous de la mission i	Entier
$Hdeb_{mat_k}$	Heure de début de travail matinal pour le brancardier k	Entier
$Hdeb_{apm_k}$	Heure de début de travail de l'après-midi pour le brancardier k	Entier
$Hfin_{mat_k}$	Heure de fin de travail matinal pour le brancardier k	Entier
$Hfin_{apm_k}$	Heure de fin de travail de l'après-midi pour le brancardier k	Entier
Tra_{max_k}	Temps de travail maximal pour le brancardier k	Réel
M	Un grand nombre	Entier
R_i	Retard maximal accepté pour la mission i	Réel

Variables		
$Hdep_{ik}$	Heure de départ de la mission i pour le brancardier k	Réel
x_{ij}^k	Brancardier k enchaîne la mission i et la mission j	Booléen
y_i^k	Brancardier k effectue la mission i	Booléen
$late_i^k$	Retard du brancardier k à l'heure prévue de début de mission i	Réel
m_k	Nombre de missions attribuées au brancardier k	Entier positif ou nul
$charge_k$	Charge temporelle du brancardier k	Réel
$charge\ moy$	Charge moyenne du pool des brancardiers	Réel positif ou nul
$p_{ST}{}_i^k$	Pointeur de sous tournée	

Modèle

(f1)	$\min Z = \left(\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=1}^{B}\left(late_i^k\right)\right)$	
(c1)	$Hdep_{ik} \geq 0$	$\forall i \in N$ $\forall k \in B$
(c2)	$late_i^k \geq 0$	$\forall i \in N$ $\forall k \in B$
(c3)	$late_i^k \leq M \times y_i^k$	$\forall i \in N$ $\forall k \in B$
(c4)	$\sum_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{N} x_{ij}^k = y_j^k$	$\forall j \in N$ $\forall k \in B$
(c5)	$\sum_{\substack{j=0 \\ i\neq j}}^{N} x_{ij}^k = y_i^k$	$\forall i \in N$ $\forall k \in B$
(c6)	$\sum_{k=1}^{B} y_i^k = 1$	$\forall i \in N1$ $\forall k \in B$
(c7)	$\sum_{k=1}^{B} y_i^k = 2$	$\forall i \in N2$ $\forall k \in B$
(c8)	$\sum_{k=1}^{B}\sum_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{N} x_{ij}^k = \sum_{k=1}^{B} y_j^k$	$\forall j \in N2$
(c9)	$\sum_{k=1}^{B}\sum_{\substack{j=0 \\ i\neq j}}^{N} x_{ij}^k = \sum_{k=1}^{B} y_i^k$	$\forall i \in N2$
(c10)	$\sum_{j=1}^{N} x_{0j}^k = 1$	$\forall k \in B$
(c11)	$\sum_{i=1}^{N} x_{i0}^k = 1$	$\forall k \in B$
(c12)	$x_{ii}^k = 0$	$\forall i \in N$ $\forall k \in B$
(c13)	${p_{ST}}_i^k + M \times \left(x_{ij}^k - 1\right) + 2 \leq {p_{ST}}_j^k \;\&\&\; {p_{ST}}_j^k \leq 2 \times N$	$\forall j \in N$ $\forall i \neq j \in N$ $\forall k \in B$

(c14) $$\sum_{i=1}^{N} y_i^k = m_k \qquad \forall k \in B$$

(c15) $$m_k \leq 20 \qquad \forall k \in B$$

(c16) $$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^{N} \left(\left(D_i + D_{moyen_{ij}} \right) * x_{ij}^k \right) = charge_k \qquad \forall k \in B$$

(c17) $$charge_k \leq Tra_{max_k} \qquad \forall k \in B$$

(c18) $$(Hdep_i^k + D_i + D_{moyen_{ij}}) + \left(x_{ij}^k - 1 \right) * M \leq Hdep_j^k \qquad \forall j \in N,\ \forall i \in N,\ \forall k \in B$$

(c19) $$Hdep_i^k \geq Hrdv_i \times y_i^k \&\& (Hdep_i^k \leq (Hrdv_i + R_i) \times y_i^k \qquad \forall i \in N,\ \forall k \in B$$

(c20) $$Hdep_i^k \leq Hdep_i^l + M * (1 - \max(0, y_i^k + y_i^l - 1)) \;\&\&\; Hdep_i^k + M * (1 - \max(0, y_i^k + y_i^l - 1)) \geq Hdep_i^l \qquad \forall i \in N,\ \forall k, l \in B$$

(c21) $$\max(0 - M * y_i^k, Hdep_i^k - Hrdv_i * y_i^k) = late_i^k \qquad \forall i \in N,\ \forall k \in B$$

La fonction (1) est notre fonction objective. On cherche une solution optimale en minimisant le retard.

Les contraintes du modèle sont les suivantes :

(c1) : Vérifie que l'heure de départ (Hdep) pour chaque mission est supérieure ou égale à zéro, évitant ainsi les départs négatifs.

(c2) : Garantit que le retard (late) du brancardier k à la mission i est également supérieur ou égal à zéro, évitant ainsi les retards négatifs.

(c3) : Assure que le retard (late) du brancardier k à la mission i ne dépasse pas une valeur maximale acceptable, garantissant ainsi un retard raisonnable.

(c4) : Garantit l'ordre entre les missions, où la mission j est postérieure à la mission i, assurant ainsi une séquence cohérente.

(c5) : Assure que la mission i a une mission successeure j, maintenant ainsi une continuité logique.

(c6) : Permet à un seul brancardier d'effectuer le trajet vers une mission j qui ne nécessite qu'un seul brancardier.

(c7) : Assure que deux brancardiers effectuent le trajet vers une mission j nécessitant deux brancardiers.

(c8) : Garantit qu'il y ait deux chemins menant vers une mission j nécessitant deux brancardiers.

(c9) : Assure qu'il y ait deux chemins provenant d'une mission i nécessitant deux brancardiers.

(c10) : Permet au brancardier k de retourner à la mission 0 (le dépôt) ou à la salle de repos des brancardiers.

(c11) : Assure que le brancardier k part de la mission 0 (le dépôt) ou de la salle de repos des brancardiers.

(c12) : Évite à une mission de revenir sur elle-même, évitant ainsi les boucles répétitives.

(c13) : Garantit l'absence de sous-tournées pour chaque brancardier, en utilisant la formule de Miller-Tucker-Zemlin.

(c14) : Compte le nombre de missions effectuées par chaque brancardier.

(c15) : Limite le nombre de missions qu'un brancardier peut effectuer à un maximum de 20, évitant ainsi une surcharge de travail.

(c16) : Calcule et vérifie la charge de travail de chaque brancardier, en fonction de la capacité de travail préétablie.

(c17) : Garantit que la charge de travail du brancardier respecte sa capacité de travail.

(c18) : Évite le chevauchement de deux missions successives, maintenant ainsi un enchaînement sans interruption.

(c19) : Encadre l'heure de départ pour une mission i en tenant compte de la tolérance du retard maximal accepté pour cette mission.

(c20) : Établit que les dates de départ (Hdep) des brancardiers k1 et k2 seront les mêmes si leurs variables d'affectation (y) sont toutes deux égales à 1. Cette condition conduit à l'égalité des dates de départ des brancardiers.

(c21) : Liée à la contrainte (c13), elle stipule que si le brancardier k est affecté à une mission i (y = 1), alors la différence entre l'heure de départ (Tdep) de la mission i pour le brancardier k et le temps de trajet vers cette mission (Trdv) doit être égale au retard (late) de la mission i pour le brancardier k. Si le brancardier n'est pas affecté à la mission i (y = 0), alors l'heure de départ (Tdep) de la mission i pour le brancardier k doit être égale au retard (late) de la mission i pour le brancardier k.