Análisis Cuantitativo I

Probabilidad

Carlos Cardona

Universidad del Rosario

19 de agosto de 2016

Distribución Porcentual Acumulada

- Además de la proporción y el porcentaje, una tabla de distribución de frecuencia puede incluir información de la frecuencia porcentual acumulada.

Edad(X)	f	Proporción	Porcentaje (%)	% Acumulado
18	1	$\frac{1}{10} = 0{,}1$	10	10
19	3	$\frac{3}{10} = 0{,}3$	30	40
20	2	$\frac{2}{10} = 0{,}2$	20	60
21	1	$\frac{1}{10} = 0{,}1$	10	70
22	3	$\frac{3}{10} = 0{,}3$	30	100

- Esta frecuencia porcentual acumulada me permite dividir la distribución según cuántas observaciones están por debajo de un valor.

Percentil

- Utilizar percentiles es la manera más común, dividiendo una distribución en 100.
- Describe el porcentaje de casos que son menores o iguales a un valor específico.
- Por ejemplo, en la tabla anterior, 21 años es el percentil 70.

$$p(edad \leq 20) = \frac{6}{10} = 0{,}6 * 100 = 60\,\%$$

- Por tanto, 20 es el percentil 60.
- ¿Cuál es el percentil 50?

Cuartil y Decil

- Los cuartiles y deciles dividen la distribución en 4 y 10 partes, respectivamente.
- Con respecto a los cuartiles:

Cuartil	Percentil
Q_1	25
Q_2	50
Q_3	75
Q_4	100

- Por otro lado, el primer decil es el percentil 10, el segundo es el percentil 20,..., etc.

Probabilidad

- Una investigación inicia con una pregunta general sobre una población entera, pero se realiza usando una muestra.
- En esta situación, el rol de la estadística inferencial es utilizar la muestra como base para generalizar los resultados a la población.
- Para lograr este objetivo, los procedimiento inferenciales están construidos sobre el concepto de probabilidad.
- Específicamente, la relación entre población y muestra usualmente se define en términos de probabilidad.

- Supongamos, por ejemplo, que seleccionamos una canica de un frasco que contiene 50 canicas negras y 50 canicas blancas.
- Aunque no podemos garantizar el color, sabemos que existe una probabilidad de 50-50 de obtener cualquiera de ambos colores.
- Consideremos ahora otro frasco (población) que tiene 90 canicas negras y 10 blancas.
- Nuevamente no podemos garantizar el resultado de la muestra, pero es probable que sea de color negro.
- La probabilidad es una conexión entre población y muestra, la cual es base para la estadística inferencial que veremos más adelante.

¿Qué es Probabilidad?

Probabilidad

Una probabilidad es una estimación de con qué frecuencia es posible que ocurra un evento de interés particular entre un gran número de ensayos.

- Una probabilidad se define como la siguiente proporción :

$$P = \frac{\#\, resultados\, deseados}{\#\, resultados\, posibles}$$

- Por ejemplo, al tirar un dado la probabilidad de obtener un 2 luego de lanzar un dado es:

$$P(2) = \frac{1}{6} = 0{,}166 = 16{,}66\,\%$$

Reglas básicas de la Probabilidad

1. Las probabilidades siempre están entre 0 y 1.
    - Una probabilidad igual a 0 indica que el evento nunca va a ocurrir.
    - Por otro lado, si es igual 1 indica que con toda seguridad el evento tendrá lugar.
2. $\sum P = 1$
3. La probabilidad que un evento **no ocurra** es igual a 1 menos la probabilidad que el evento ocurra.
    - Al tirar un dado:

$$P(\sim 2) = 1 - P(2) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

4. Si A y B son eventos alternativos (no se superponen), entonces $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$
   - Siguiendo con el ejemplo del dado:

$$P(2 \, o \, 3) = P(2) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

5. Si A y B son eventos que se superponen (ocurrencia conjunta), entonces $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$
   - ¿Cuál sería la probabilidad de sacar un número par o un 6?

$$P(Par \, o \, 6) = P(Par) + P(6) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \textit{Incorrecto}$$

$$P(Par \, o \, 6) = P(Par) + P(6) - P(Par \, y \, 6) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \textit{Correcto}$$

6. Si A y B son **independientes**, entonces $P(A\,y\,B) = P(A) * P(B)$
   - ¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 luego de tirar el dados dos veces?
   $$P(2\,luego\,2) = P(2) * P(2) = \frac{1}{6} * \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$
   - Es importante tener en cuenta si existe reemplazo o no.
   - Por ejemplo, si un recipiente tiene 4 pelotas amarrilas y 2 azules. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una amarilla y luego una azul sin reemplazo?

$$P(Amarilla\,luego\,Azul) = P(Amarilla) * P(Azul) = \frac{4}{6} * \frac{2}{5} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

Probabilidad y la Distribución Normal

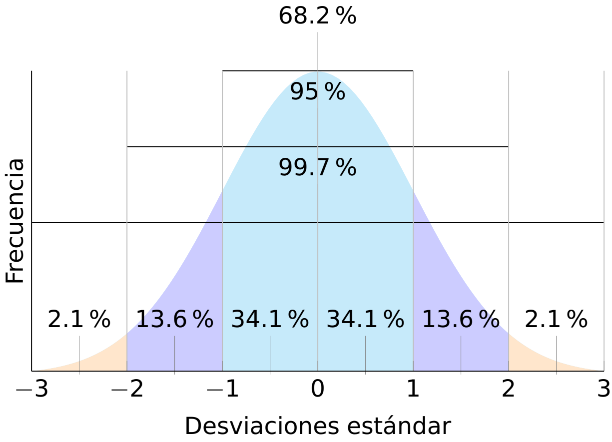
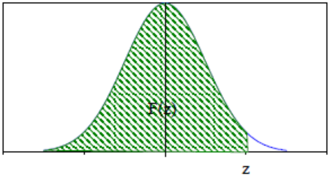


Tabla de la Distribución Normal

Table 1: Normal Distribution

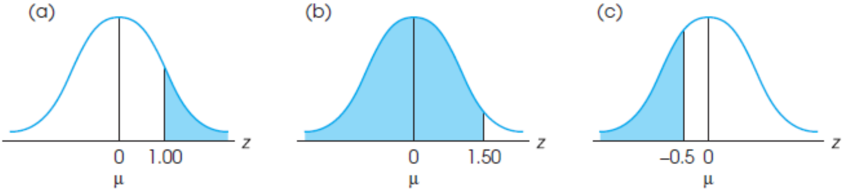


$$\Pr(Z \le z) = F(z)$$

z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)
0.00	0.500	0.50	0.691	1.00	0.841	1.50	0.933	2.00	0.977	2.50	0.994	3.00	0.999
0.01	0.504	0.51	0.695	1.01	0.844	1.51	0.934	2.01	0.978	2.51	0.994	3.01	0.999
0.02	0.508	0.52	0.698	1.02	0.846	1.52	0.936	2.02	0.978	2.52	0.994	3.02	0.999
0.03	0.512	0.53	0.702	1.03	0.848	1.53	0.937	2.03	0.979	2.53	0.994	3.03	0.999
0.04	0.516	0.54	0.705	1.04	0.851	1.54	0.938	2.04	0.979	2.54	0.994	3.04	0.999
0.05	0.520	0.55	0.709	1.05	0.853	1.55	0.939	2.05	0.980	2.55	0.995	3.05	0.999
0.06	0.524	0.56	0.712	1.06	0.855	1.56	0.941	2.06	0.980	2.56	0.995	3.06	0.999
0.07	0.528	0.57	0.716	1.07	0.858	1.57	0.942	2.07	0.981	2.57	0.995	3.07	0.999
0.08	0.532	0.58	0.719	1.08	0.860	1.58	0.943	2.08	0.981	2.58	0.995	3.08	0.999

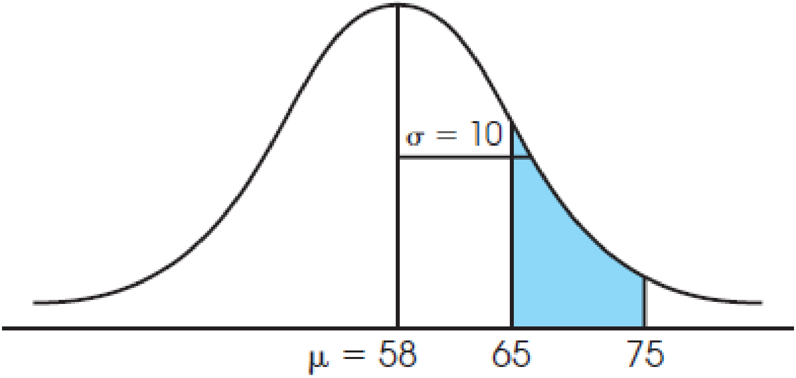
Algunos ejemplos

Figura 1



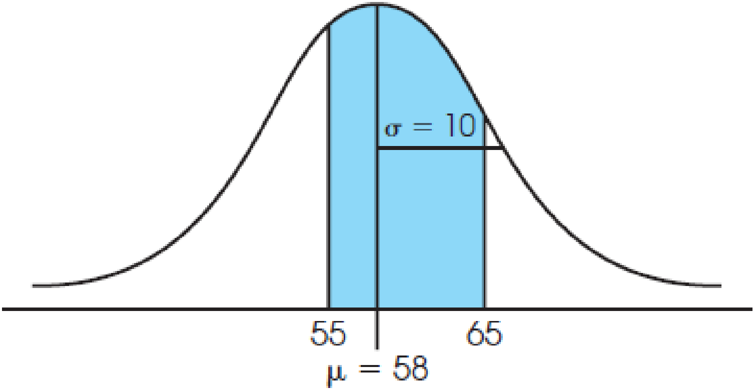
Algunos ejemplos

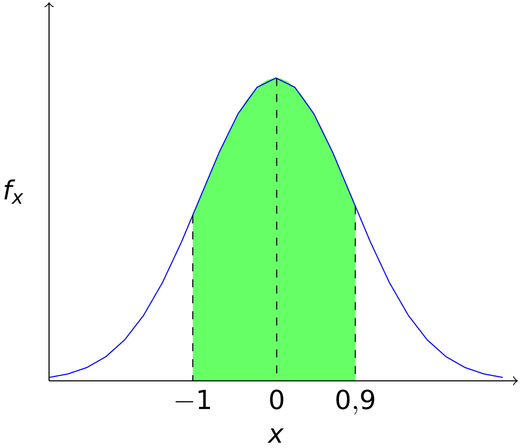
Figura 2



Algunos ejemplos

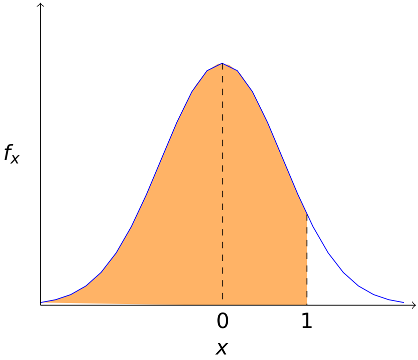
Figura 3




f_x
-1
0
0,9
x

test

The plot of $\exp x$



The plot of $\sin x$