Pregunta1.1.pdf

Pregunta1.2.pdf

Pregunta1.3.pdf

Pregunta1.4.pdf

Pregunta1.5.pdf

Pregunta1.6.pdf

Pregunta1.7.pdf

Pregunta1.8.pdf

Pregunta1.9.pdf

Pregunta1.10.pdf

Pregunta1.11.pdf

Pregunta1.12.pdf

Pregunta1.13.pdf

Pregunta1.14.pdf

Pregunta1.15.pdf

Pregunta1.16.pdf

Pregunta1.17.pdf

Pregunta1.18.pdf

Pregunta1.19.pdf

Pregunta1.20.pdf

Pregunta1.21.pdf

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4$^{\underline{to}}$ CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.1 Un coro se dispone a dar un concierto. Sus integrantes se colocan en filas, según una progresión aritmética. Así, en la cuarta fila hay 20 cantantes, y en la octava fila hay 32 cantantes.

(a) Halle la diferencia común de esta progresión aritmética. *[3 puntos]*

En el coro hay 10 filas. En la primera fila hay 11 cantantes.

(b) Halle el número **total** de cantantes que hay en el coro. *[3 puntos]*

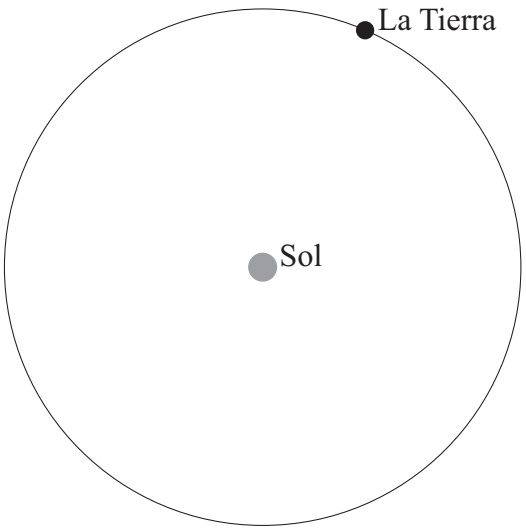
1.2 Astrid invierte 1200 euros a cinco años, con un tipo de interés (tasa de interés) nominal anual del 7,2 %, **compuesto mensualmente**.

(a) Halle los intereses que ha cobrado Astrid durante los cinco años que dura la inversión. **Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales**. *[3 puntos]*

Helen invierte 1200 euros a cinco años, y se le aplica un **tipo de interés** (tasa de interés) anual **simple**. En total, cobra **los mismos** intereses que Astrid.

(b) Halle el tipo de interés (tasa de interés) simple que se le ha aplicado a Helen. *[3 puntos]*

1.3 El planeta Tierra tarda un año en dar una vuelta alrededor del Sol. Suponga que un año son 365 días, y que la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es una circunferencia de radio 150 000 000 km.



la figura no está dibujada a escala

(a) Calcule la distancia que recorre la Tierra en **un día**. *[4 puntos]*

(b) Dé la respuesta al apartado (a) en la forma $a \times 10^k$ donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. *[2 puntos]*

M10/5/MATSD/SP1/SPA/TZ0/XX

22107409

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Miércoles 5 de mayo de 2010 (tarde)

1 hora 30 minutos

Número de convocatoria del alumno

0	0							

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

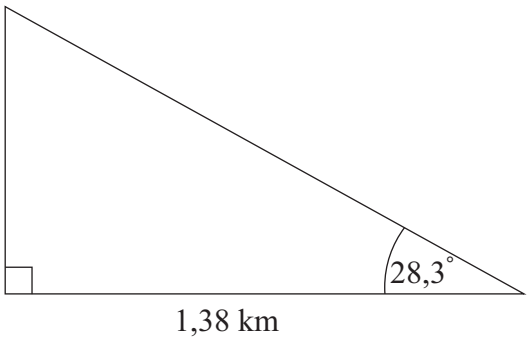
- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos para ello.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o correcta con tres cifras significativas.

5.1 José se encuentra a una distancia de 1,38 kilómetros de un precipicio.

(a) Exprese esta distancia en metros. *[1 punto]*

José estima que el ángulo que hay entre la horizontal y la parte superior del precipicio es $28,3^{\circ}$, y utiliza este valor para hallar la altura del precipicio.

la figura no está dibujada a escala



(b) Halle la altura del precipicio, partiendo de los cálculos realizados por José. **Exprese su respuesta en metros, redondeando al número entero de metros más cercano**. *[3 puntos]*

(c) La altura real del precipicio es de 718 metros. Calcule el porcentaje de error que ha cometido José al calcular la altura del precipicio. *[2 puntos]*

3.1 (a) Complete la tabla de verdad que aparece a continuación. *[3 puntos]*

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	$(p \vee (p \wedge q)) \Rightarrow p$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

(b) Establezca si la proposición compuesta $(p \vee (p \wedge q)) \Rightarrow p$ es una contradicción, una tautología o ninguna de las dos cosas. *[1 punto]*

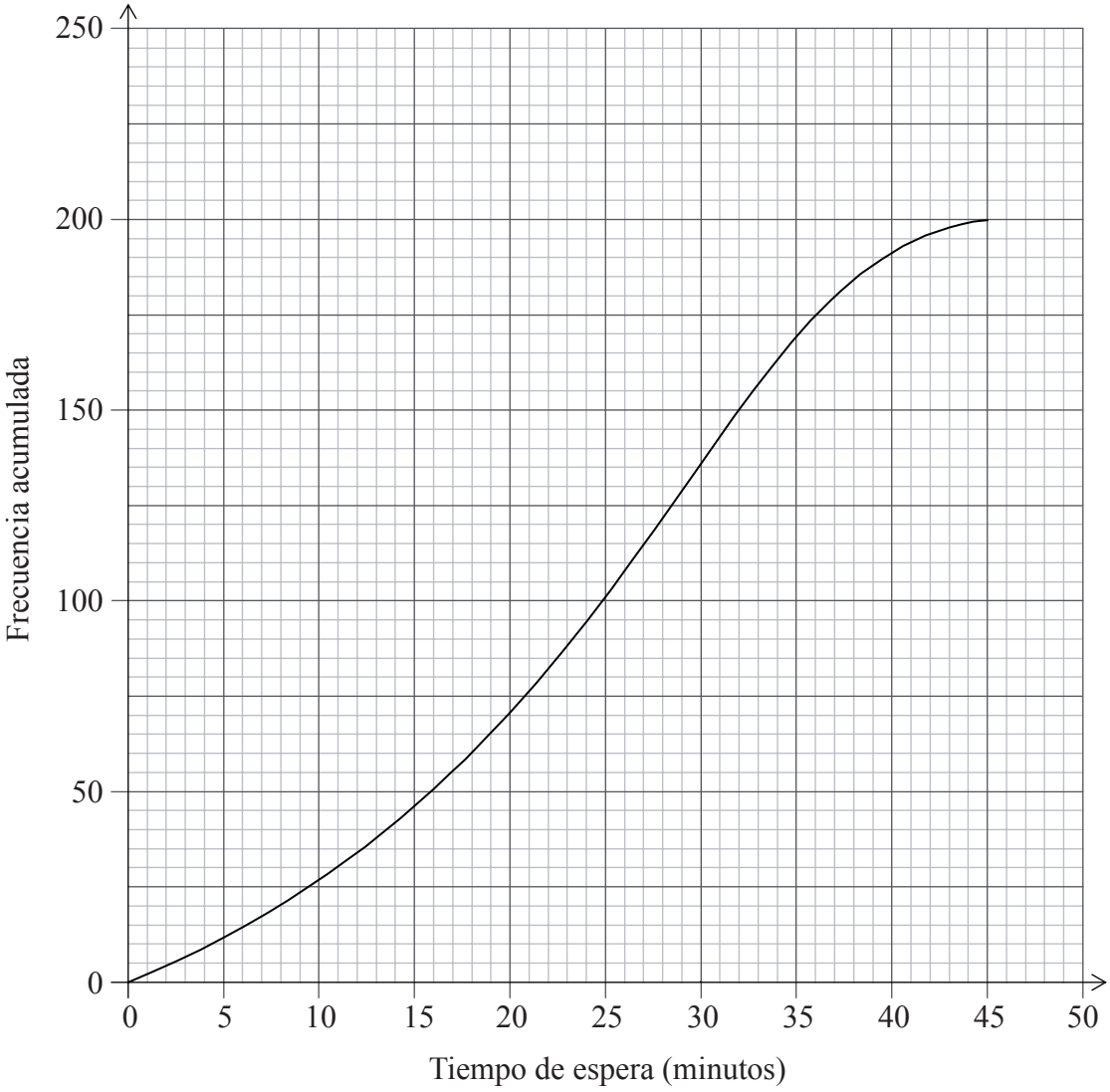
Considere las siguientes proposiciones.

p: Feng acaba los deberes del colegio
q: Feng va al partido de fútbol

(c) Escriba, en forma simbólica, la siguiente proposición.

Si Feng no va al partido de fútbol, entonces Feng acaba los deberes del colegio. *[2 puntos]*

2.1 La gráfica de frecuencias acumuladas muestra el tiempo en minutos que, una mañana concreta, 200 alumnos estuvieron esperando a que llegara el tren.



(a) Escriba el valor de la mediana del tiempo de espera. *[1 punto]*

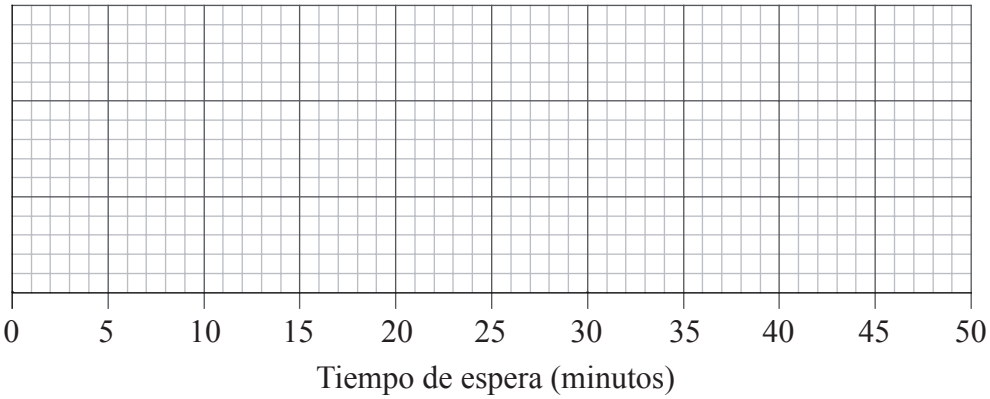
(b) Halle el rango intercuartil correspondiente al tiempo de espera. *[2 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 3: continuación)

El tiempo de espera mínimo es cero y el tiempo de espera máximo es de 45 minutos.

(c) En la cuadrícula que aparece a continuación, dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes para representar esta información. *[3 puntos]*



6.1 La recta L_1 tiene por ecuación $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

(a) Escriba la intersección de L_1 con el eje y. *[1 punto]*

(b) Escriba la pendiente de L_1. *[1 punto]*

La recta L_2 es perpendicular a L_1 y pasa por el punto $(3, 7)$.

(c) Escriba la pendiente de la recta L_2. *[1 punto]*

(d) Halle la ecuación de L_2. Dé su respuesta en la forma $ax + by + d = 0$, donde $a, b, d \in \mathbb{Z}$. *[3 puntos]*

2.2 La media de los diez números que se muestran a continuación es igual a 6,8.

$$8\,;\,5\,;\,5\,;\,10\,;\,8\,;\,4\,;\,9\,;\,7\,;\,p\,;\,q$$

(a) Escriba una ecuación en función de p y q. *[2 puntos]*

El valor de la moda para estos diez números es igual a cinco, y p es menor que q.

(b) Escriba el valor de

(i) p;

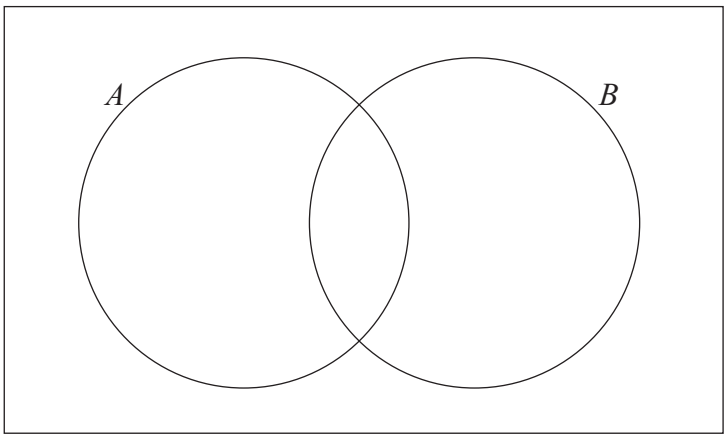
(ii) q. *[2 puntos]*

(c) Halle la mediana de estos diez números. *[2 puntos]*

3.2 A un grupo de 30 alumnos se les pregunta con qué les gusta comer las tostadas.

a 18 les gustan con mantequilla (A)
a 10 les gustan con jalea (B)
a 6 no les gustan ninguna de las dos cosas

(a) Muestre esta información en el siguiente diagrama de Venn. *[2 puntos]*



(b) Halle el número de alumnos a los que les gustan ambos: la mantequilla y la jalea. *[2 puntos]*

(c) Halle la probabilidad de que a un alumno de este grupo, elegido al azar, le guste la mantequilla, sabiendo que también le gusta la jalea. *[2 puntos]*

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4$^{\underline{to}}$ CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.1 Un coro se dispone a dar un concierto. Sus integrantes se colocan en filas, según una progresión aritmética. Así, en la cuarta fila hay 20 cantantes, y en la octava fila hay 32 cantantes.

(a) Halle la diferencia común de esta progresión aritmética. *[3 puntos]*

En el coro hay 10 filas. En la primera fila hay 11 cantantes.

(b) Halle el número **total** de cantantes que hay en el coro. *[3 puntos]*

3,3 Sea $\mathrm{P}(A) = 0,5$, $\mathrm{P}(B) = 0,6$ y $\mathrm{P}(A \cup B) = 0,8$.

(a) Halle $\mathrm{P}(A \cap B)$. *[2 puntos]*

(b) Halle $\mathrm{P}(A \mid B)$. *[2 puntos]*

(c) Decida si A y B son o no sucesos independientes. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

4.1 Un estudio de mercado entrevistó a hombres y a mujeres para determinar si hay una relación entre el tipo de café que suele beber cada uno y el sexo del entrevistado (hombre o mujer). Los tipos de café son Capuchino, Café con leche, Americano, Cortado y Solo. Se llevó a cabo una prueba de χ^2, a un nivel de significación del 5 %, y el valor de χ^2 resultó ser igual a 8,73.

(a) Escriba

(i) la hipótesis nula;

(ii) la hipótesis alternativa. *[2 puntos]*

(b) Escriba el número de grados de libertad de esta prueba. *[1 punto]*

(c) Escriba el valor crítico de esta prueba. *[1 punto]*

(d) Establezca si el tipo de café que bebe una persona es independiente del sexo (hombre o mujer). Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

1.2 Astrid invierte 1200 euros a cinco años, con un tipo de interés (tasa de interés) nominal anual del 7,2 %, **compuesto mensualmente**.

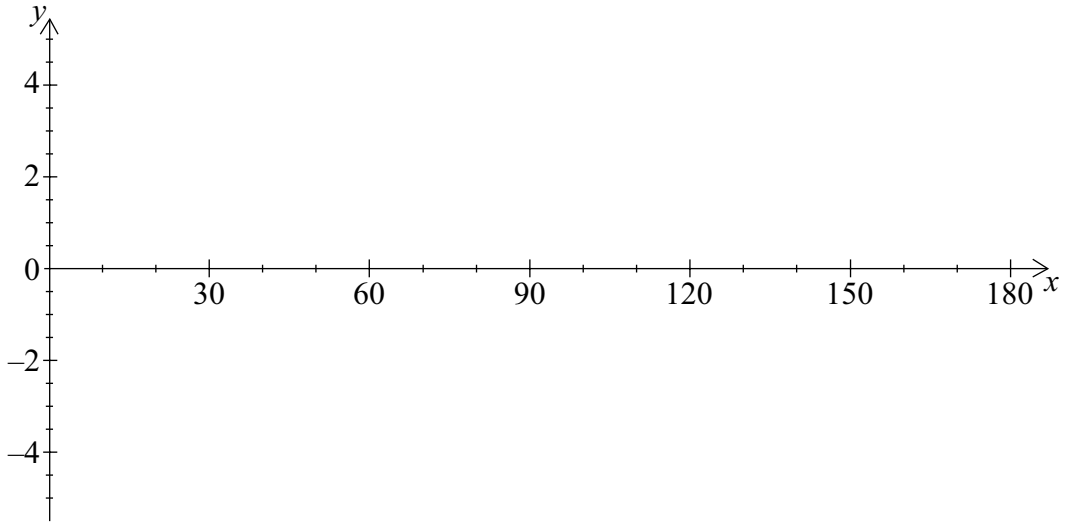
(a) Halle los intereses que ha cobrado Astrid durante los cinco años que dura la inversión. **Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales**. *[3 puntos]*

Helen invierte 1200 euros a cinco años, y se le aplica un **tipo de interés** (tasa de interés) anual **simple**. En total, cobra **los mismos** intereses que Astrid.

(b) Halle el tipo de interés (tasa de interés) simple que se le ha aplicado a Helen. *[3 puntos]*

5.2 Considere la función $y = 3\cos(2x) + 1$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de esta función para $0 \le x \le 180^\circ$. *[3 puntos]*



(b) Escriba el período de la función. *[1 punto]*

(c) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica, halle el **menor valor** de x, $0 \le x \le 180^\circ$, para el cual se cumple $3\cos(2x) + 1 = 2$. *[2 puntos]*

6.2 Un rumor se propaga entre un grupo de adolescentes, según un modelo exponencial.

$$N = 2 \times (1,81)^{0,7t}$$

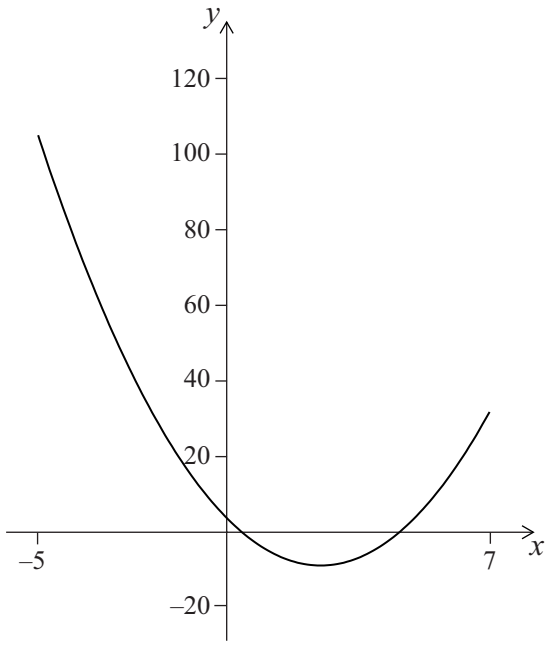
donde N es el número de adolescentes que se han enterado del rumor t horas después de que empezara a propagarse.

(a) Halle el número de adolescentes que empezaron a propagar el rumor. *[2 puntos]*

(b) Escriba el número de adolescentes que se han enterado del rumor cinco horas después de que empezara a propagarse. *[1 punto]*

(c) Determine cuánto tiempo ha de transcurrir para que se enteren del rumor 150 adolescentes. **Dé la respuesta redondeando al número de minutos más cercano.** *[3 puntos]*

6.3 A continuación se muestra la gráfica de $y = 2x^2 - rx + q$, para $-5 \le x \le 7$.



La gráfica corta al eje y en el punto $(0, 4)$.

(a) Escriba el valor de q. *[1 punto]*

El eje de simetría es $x = 2,5$.

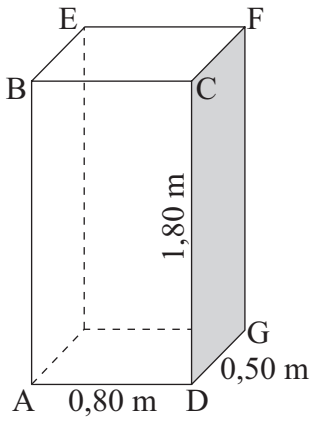
(b) Halle el valor de r. *[2 puntos]*

(c) Escriba el valor mínimo de y. *[1 punto]*

(d) Escriba el recorrido de y. *[2 puntos]*

5.3 Un ortoedro tiene las siguientes dimensiones.

Largo	0,80 metros	(AD)
Ancho	0,50 metros	(DG)
Alto	1,80 metros	(DC)



la figura no está dibujada a escala

(a) Calcule la longitud de AG. *[2 puntos]*

(b) Calcule la longitud de AF. *[2 puntos]*

(c) Halle el valor del ángulo que hay entre AF y AG. *[2 puntos]*

6.4 En la siguiente tabla se describe el comportamiento de $f'(x)$, la función derivada de $f(x)$, en el dominio $-4 < x < 2$.

x	$f'(x)$
$-4 < x < -2$	< 0
-2	0
$-2 < x < 1$	> 0
1	0
$1 < x < 2$	> 0

(a) Establezca si $f(0)$ es mayor, menor o igual que $f(-2)$. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

El punto $\mathrm{P}(-2, 3)$ está en la gráfica de $f(x)$.

(b) Escriba la ecuación de la tangente al gráfico de $f(x)$ en el punto P. *[2 puntos]*

(c) A partir de la información que le hemos dado acerca de $f'(x)$, establezca si el punto $(-2, 3)$ es un máximo, un mínimo o ninguna de las dos cosas. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

22117409

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Miércoles 4 de mayo de 2011 (tarde)

Código del examen

2	2	1	1	–	7	4	0	9

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.

16 páginas
© International Baccalaureate Organization 2011

3.4 U es el conjunto de todos los números enteros **positivos** menores que o iguales a 12. A, B y C son subconjuntos de U.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

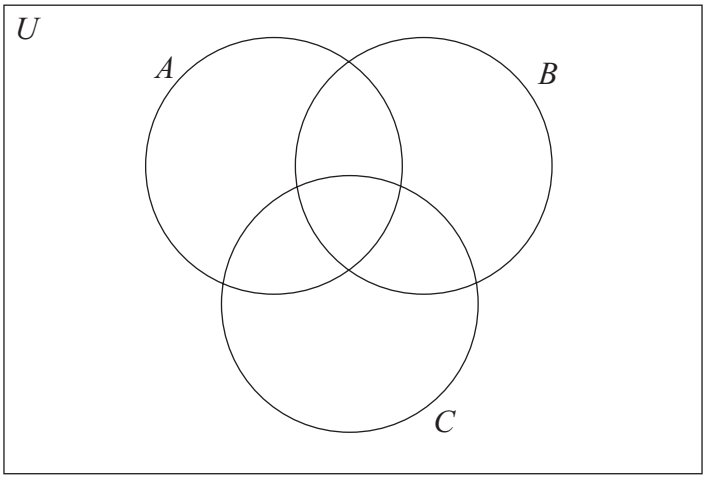
$$B = \{\text{enteros impares}\}$$

$$C = \{5, 6, 8\}$$

(a) Escriba el número de elementos que hay en $A \cap C$. *[1 punto]*

(b) Enumere todos los elementos de B. *[1 punto]*

(c) Complete el siguiente diagrama de Venn, incluyendo en él **todos** los elementos de U. *[4 puntos]*



2.3 A 31 alumnos de una clase se les pidió que hicieran una estimación de cuántos caramelos había en un tarro de cristal. El siguiente diagrama de tallo y hojas muestra sus estimaciones.

Tallo	Hoja
4	2, 4, 7, 8, 9
5	1, 1, 2, 3, 8, 9
6	0, 2, 2, 4, 6, 6, 7, 8, 8
7	0, 0, 1, 3, 4, 5, 5, 7
8	1, 2, 2

Clave: 4|7 significa 47 caramelos

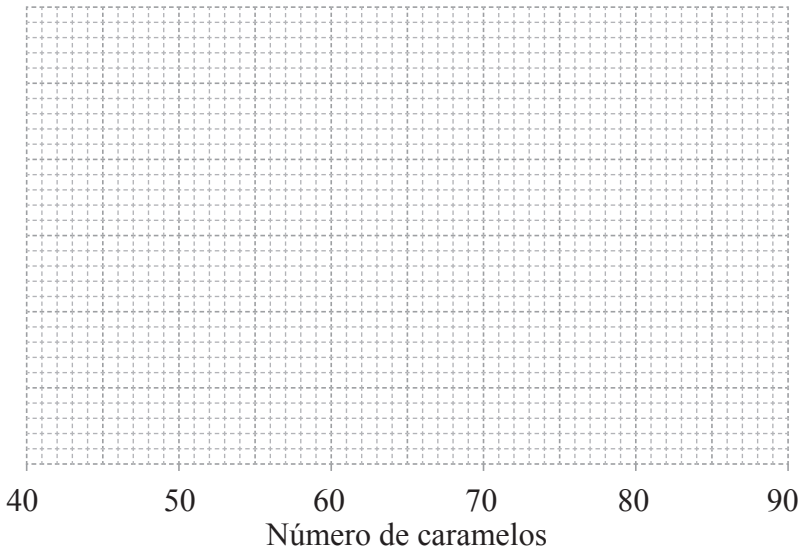
(a) Siempre en relación con estas estimaciones que han realizado los alumnos, escriba

(i) la mediana;

(ii) el primer cuartil;

(iii) el tercer cuartil. *[3 puntos]*

(b) Dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes para las estimaciones de los alumnos, utilizando para ello la siguiente cuadrícula. *[3 puntos]*



3.5 En un colegio dado, los alumnos pueden elegir entre tres asignaturas optativas: arte, psicología o historia.

Considere las siguientes proposiciones

a: Elijo arte,
p: Elijo psicología,
h: Elijo historia.

(a) Escriba con palabras la siguiente proposición compuesta

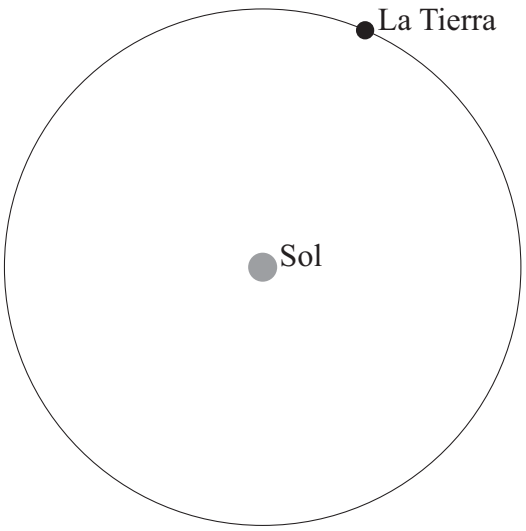
$$\neg h \Rightarrow (p \vee a).$$ *[3 puntos]*

(b) Complete la tabla de verdad para $\neg a \Rightarrow p$. *[1 punto]*

a	p	$\neg a$	$\neg a \Rightarrow p$
V	V	F	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

(c) Establezca si $\neg a \Rightarrow p$ es una tautología, una contradicción **o** ninguna de las dos cosas. Justifique su respuesta. *[2 puntos]*

1.3 El planeta Tierra tarda un año en dar una vuelta alrededor del Sol. Suponga que un año son 365 días, y que la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es una circunferencia de radio 150 000 000 km.



la figura no está dibujada a escala

(a) Calcule la distancia que recorre la Tierra en **un día**. *[4 puntos]*

(b) Dé la respuesta al apartado (a) en la forma $a \times 10^k$ donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. *[2 puntos]*

6.5 La recta L pasa por los puntos $\mathrm{A}(-1, 4)$ y $\mathrm{B}(5, 8)$.

(a) Calcule la pendiente de L. *[2 puntos]*

(b) Halle la ecuación de L. *[2 puntos]*

La recta L también pasa por el punto $\mathrm{P}(8, y)$.

(c) Halle el valor de y. *[2 puntos]*

2.4 En un campeonato de fútbol se han jugado 80 partidos. La siguiente tabla muestra el número de goles que se han marcado en estos 80 partidos.

Número de goles	0	1	2	3	4	5
Número de partidos	16	22	19	17	1	5

(a) Halle la media del número de goles que se han marcado por partido. *[2 puntos]*

(b) Halle la mediana del número de goles que se han marcado por partido. *[2 puntos]*

Un periódico local afirma que la media del número de goles marcados por partido es igual a dos.

(c) Calcule el porcentaje de error cometido por el periódico local con dicha afirmación. *[2 puntos]*

6.6 10 000 personas acuden a ver un partido de un deporte dado. Sea x el número de adultos que asisten a dicho partido, e y el número de niños que asisten a dicho partido.

(a) Escriba una ecuación que relacione x e y. *[1 punto]*

El precio de una entrada de adulto es igual a 12 dólares australianos (AUD). El precio de una entrada de niño es igual a 5 dólares australianos (AUD).

(b) Halle cuánto ha de pagar una familia compuesta por 2 adultos y 3 niños. *[2 puntos]*

Para dicho partido se vendieron entradas por un valor total de 108 800 AUD.

(c) Escriba una segunda ecuación que relacione x e y. *[1 punto]*

(d) Escriba el valor de x y el valor de y. *[2 puntos]*

5.4 De unas excavaciones realizadas en un campo de batalla de los tiempos de las Guerras Napoleónicas, se extrajeron 75 bolas de cañón, todas ellas esféricas y metálicas y con un diámetro de 10 cm.

(a) Calcule el volumen total de esas 75 bolas de cañón metálicas que se extrajeron. *[3 puntos]*

Las bolas de cañón se van a fundir para realizar una estatua en forma de cono. El radio de la base del cono es igual a 20 cm.

(b) Calcule la altura del cono, suponiendo que no se desperdicia nada de metal. *[3 puntos]*

3.6 En un aeropuerto internacional se lleva a cabo una encuesta. Se entrevistó a un determinado número de viajeros, preguntándoles cuál era el destino de su vuelo. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Destino	**América**	**África**	**Asia**
Número de hombres	45	62	37
Número de mujeres	35	46	25

Se escoge un viajero (hombre o mujer) al azar de entre todos los entrevistados.

(a) Halle la probabilidad de que este viajero vaya a volar a África. *[2 puntos]*

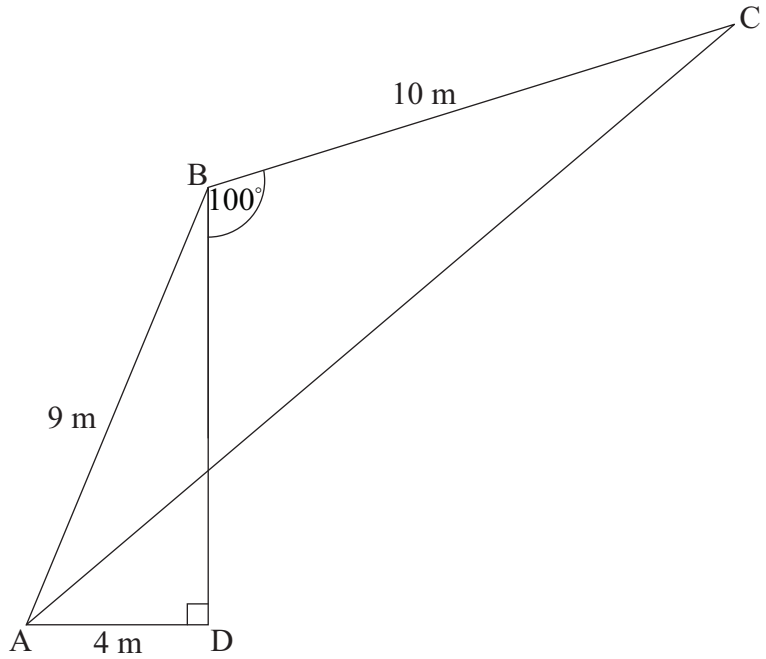
Se escoge una mujer al azar de entre todos los viajeros entrevistados.

(b) Halle la probabilidad de que esta mujer vaya a volar a Asia. *[2 puntos]*

Se escoge un viajero al azar de entre aquellos entrevistados que **no** van a volar a América.

(c) Halle la probabilidad de que el viajero escogido sea una mujer. *[2 puntos]*

5.5 En el siguiente diagrama, $AD = 4\text{ m}$, $AB = 9\text{ m}$, $BC = 10\text{ m}$, $B\hat{D}A = 90^\circ$ y $D\hat{B}C = 100^\circ$.

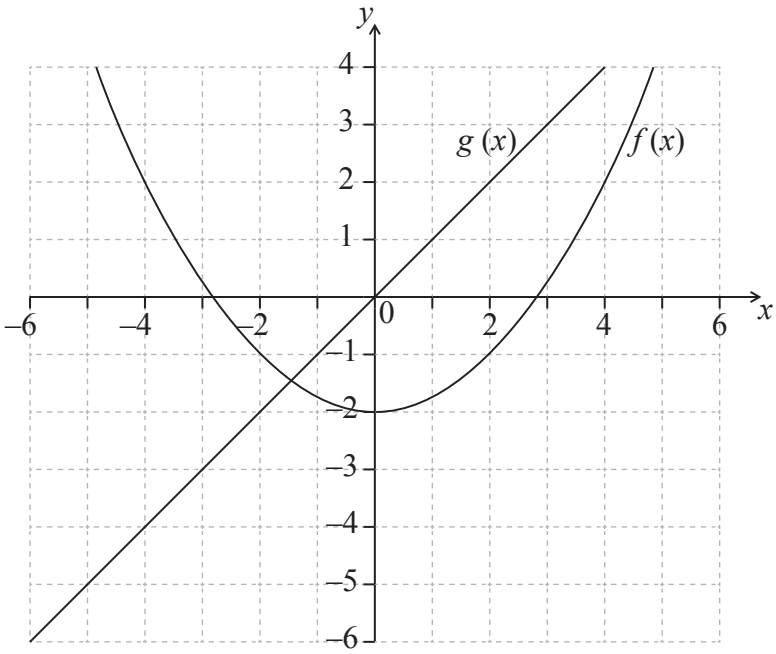


la figura no está dibujada a escala

(a) Calcule el valor del ángulo $A\hat{B}C$. *[3 puntos]*

(b) Calcule la longitud de AC. *[3 puntos]*

6.7 La siguiente figura muestra las gráficas de las funciones $f(x)=\frac{1}{4}x^2-2$ y $g(x)=x$.



(a) Derive $f(x)$ con respecto a x. *[1 punto]*

(b) Derive $g(x)$ con respecto a x. *[1 punto]*

(c) Calcule para qué valor de x tienen las dos gráficas la misma pendiente. *[2 puntos]*

(d) Dibuje la tangente a la parábola en el punto donde el valor de x es el hallado en el apartado (c). *[2 puntos]*

1.4 Un fabricante en Inglaterra fabrica 16 000 estatuas de jardín. El 12 % están defectuosas y no se pueden vender.

(a) Halle el número de estatuas que no son defectuosas. *[2 puntos]*

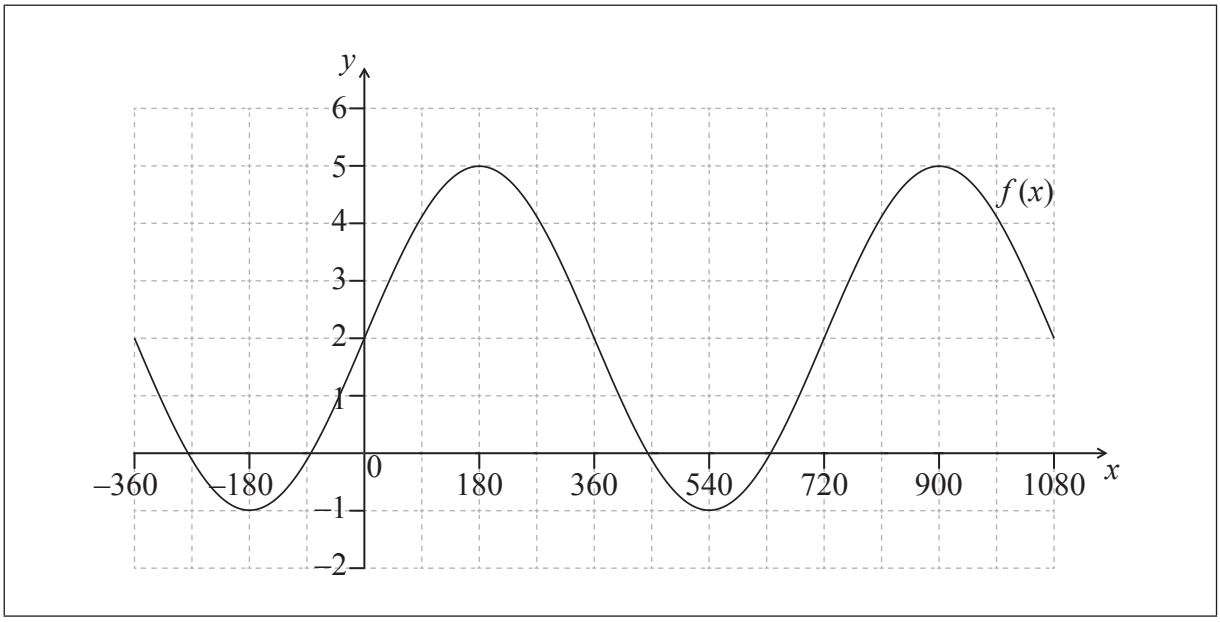
El fabricante vende cada estatua no defectuosa por 5,25 libras esterlinas británicas (GBP) a una empresa de Estados Unidos. El tipo de cambio de GBP a dólares estadounidenses (USD) es $1\,\text{GBP} = 1{,}6407\,\text{USD}$.

(b) Calcule, en USD, la cantidad que paga la empresa estadounidense por todas las estatuas no defectuosas. Dé la respuesta redondeando a **dos cifras decimales**. *[2 puntos]*

La empresa estadounidense vende a un cliente australiano una de las estatuas por 12 USD. El tipo de cambio de dólares australianos (AUD) a USD es $1\,\text{AUD} = 0{,}8739\,\text{USD}$.

(c) Calcule, en AUD, la cantidad que paga este cliente australiano por esta estatua. Dé la respuesta redondeando a **dos cifras decimales**. *[2 puntos]*

5.6 La siguiente figura muestra la gráfica de la función $f(x) = a\,\text{sen}(bx) + c$ para $-360^\circ \le x \le 1080^\circ$.



(a) Escriba el período de $f(x)$. *[1 punto]*

(b) Escriba el valor de

(i) a;

(ii) b;

(iii) c. *[3 puntos]*

P es uno de los puntos donde la gráfica de $y = f(x)$ corta al eje x. La coordenada x de P se encuentra entre -180° y 180°.

(c) (i) Marque y rotule sobre la gráfica anterior el punto P.

(ii) **Estime** la coordenada x del punto P. *[2 puntos]*

6.8 Shiyun se compró un coche en 1999. El valor del coche, V, en USD, está disminuyendo, según el siguiente modelo exponencial

$$V = 25\,000 \times 1{,}5^{-0{,}2t},\ t \geq 0,$$

donde t es el tiempo, en años, que hace que Shiyun se compró el coche.

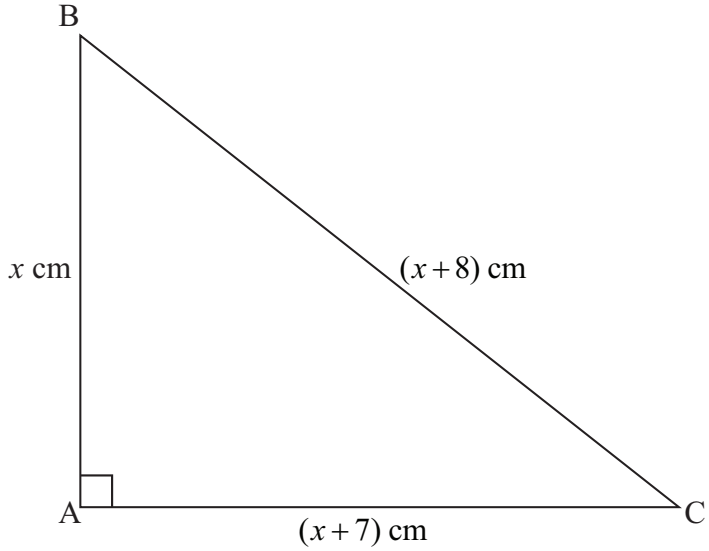
(a) Escriba el valor del coche cuando Shiyun se lo compró. *[1 punto]*

(b) Calcule el valor del coche tres años después de que Shiyun se lo compró. Dé la respuesta redondeando a **dos cifras decimales**. *[2 puntos]*

(c) Calcule el tiempo que ha de transcurrir para que el valor del coche disminuya a la mitad del valor que tenía cuando Shiyun lo compró. *[3 puntos]*

6.9 En el siguiente diagrama, $B\hat{A}C = 90^\circ$. La longitud de los tres lados es igual a x cm, $(x+7)$ cm y $(x+8)$ cm.

la figura no está dibujada a escala



(a) Escriba y **simplifique** una ecuación de segundo grado en x que relacione los tres lados del triángulo. *[3 puntos]*

(b) Resuelva la ecuación de segundo grado que obtuvo en el apartado (a). *[2 puntos]*

(c) Escriba cuánto mide el perímetro del triángulo. *[1 punto]*

22127409

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Jueves 3 de mayo de 2012 (tarde)

Código del examen

2	2	1	2	–	7	4	0	9

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de* ***Estudios Matemáticos NM*** para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

17 páginas
© International Baccalaureate Organization 2012

1.5 Considere $c = 5200$ y $d = 0,0000037$.

(a) Escriba el valor de $r = c \times d$. *[1 punto]*

(b) Escriba el valor de r de la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. *[2 puntos]*

(c) Considere los siguientes enunciados sobre c, d y r. Únicamente **tres** de estos enunciados son verdaderos.

Circule los enunciados verdaderos.

$c \in \mathbb{N}$
$d \in \mathbb{Z}$
$d \in \mathbb{Q}$
$r < d$
$c + d \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{r} > c$

[3 puntos]

3.7 Considere las proposición p y q.

p: *Voy a clases de natación*
q: *Soy capaz de nadar 50 metros*

(a) Complete la tabla de verdad que aparece a continuación.

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

[2 puntos]

(b) Escriba, en forma simbólica, la siguiente proposición compuesta.

"No soy capaz de nadar 50 metros y voy a clases de natación." *[2 puntos]*

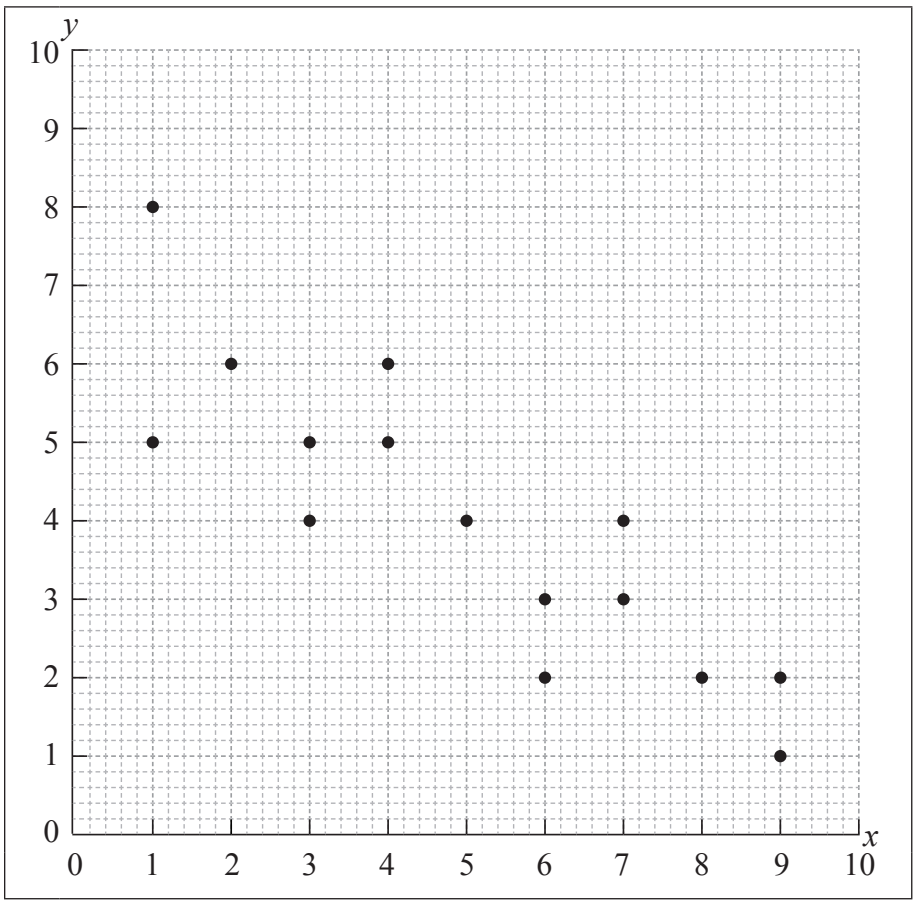
(c) Escriba con palabras la siguiente proposición compuesta.

$$q \Rightarrow \neg p$$

[2 puntos]

2.5 Considere los siguientes valores de x e y y el diagrama de dispersión, que representa la información que aparece en la tabla.

x	1	1	2	3	3	4	4	$\boldsymbol{b}$	6	6	7	7	8	9	9
y	5	$\boldsymbol{a}$	6	4	5	5	6	4	2	3	3	4	2	1	2



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(a) Escriba el valor de

(i) a;

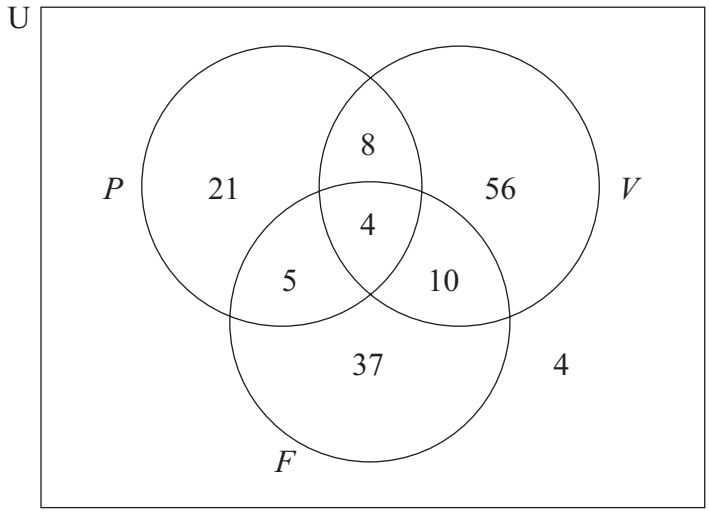
(ii) b. *[2 puntos]*

(b) La media de los valores de x es igual a 5 y la media de los valores de y es igual a 4. Sobre el diagrama de dispersión anterior, dibuje con precisión la recta de ajuste óptimo. *[2 puntos]*

(c) Utilice su recta de ajuste óptimo para estimar el valor de y cuando $x = 6,5$. *[2 puntos]*

3.8 El colegio ofrece a los alumnos clases de música de Piano (P), de Violín (V) y de Flauta (F).

El diagrama de Venn muestra el número de alumnos que están aprendiendo a tocar cada tipo de instrumento.



(a) Escriba el número total de alumnos que hay en el colegio. *[1 punto]*

(b) Escriba el número de alumnos que

(i) están aprendiendo a tocar el violín únicamente;

(ii) están aprendiendo a tocar el piano, la flauta o ambos;

(iii) no están aprendiendo a tocar la flauta. *[3 puntos]*

(c) Explique, con palabras, el significado de la parte del diagrama que representa el conjunto $P \cap F'$. *[2 puntos]*

1.6 El décimo término de una progresión aritmética es 32 y la diferencia común es –6.

(a) Halle el primer término de la progresión. *[2 puntos]*

(b) Halle el término 21 de la progresión. *[2 puntos]*

(c) Halle la suma de los 30 primeros términos de la progresión. *[2 puntos]*

6.10 El agua tiene una menor temperatura de ebullición cuanto mayor es la altitud. La relación entre la temperatura de ebullición del agua (T) y la altura por encima del nivel del mar (h) se puede describir mediante el modelo $T = -0,0034h + 100$, donde T se expresa en grados Celsius $(^\circ\text{C})$ y h se expresa en **metros** sobre el nivel del mar.

(a) Escriba cuál es la temperatura de ebullición del agua a nivel del mar. *[1 punto]*

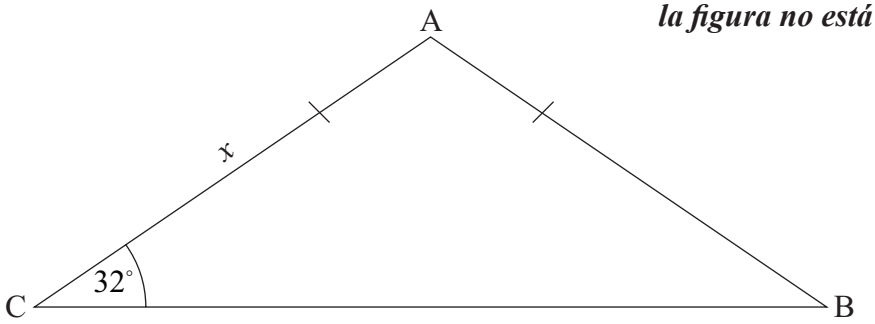
(b) Utilice el modelo para calcular la temperatura de ebullición del agua a una altura de 1,37 km sobre el nivel del mar. *[3 puntos]*

En la cumbre del Monte Everest, el agua hierve a $70\,^\circ\text{C}$.

(c) Utilice el modelo para calcular cuál es la altura sobre el nivel del mar del Monte Everest. *[2 puntos]*

3.9 El triángulo ABC que aparece en la figura es isósceles. $AB = AC$ y el ángulo ACB es igual a 32°. El lado AC mide x cm.

la figura no está dibujada a escala



(a) Escriba el valor del ángulo CBA. *[1 punto]*

(b) Escriba el valor del ángulo CAB. *[1 punto]*

(c) El área del triángulo ABC es igual a 360 cm^2. Calcule la longitud del lado AC. Exprese la respuesta en **milímetros**. *[4 puntos]*

4.2 Un investigador entrevista a 500 hombres y mujeres para averiguar si el color de su coche es independiente del sexo del conductor. Se realiza una prueba de χ^2 para la independencia.

(a) Escriba la hipótesis nula. *[1 punto]*

Los colores de los coches fueron: rojo, verde, azul, negro y plateado.

(b) Halle el número de grados de libertad de esta prueba. *[2 puntos]*

A un nivel de significación del 5 %, el valor que se obtuvo para χ^2_{calc} fue de 8,73.

(c) Escriba el valor crítico χ^2_{crit} correspondiente a esta prueba. *[1 punto]*

(d) Establezca si se acepta o no la hipótesis nula. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

1.7 ***En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos cifras decimales.***

Chiara es una turista italiana que está de visita en Suecia. El tipo de cambio de euros (€) a coronas suecas (SEK) es $1€ = 10,275\,\text{SEK}$. Chiara cambia 350 euros a coronas suecas en un banco que cobra una comisión del 2 %.

(a) Calcule, en **SEK**, la comisión que le cobran. *[3 puntos]*

(b) Escriba cuánto dinero le da el banco a Chiara una vez que ya le ha cobrado la comisión. *[1 punto]*

Chiara vuelve a Italia con 296 SEK. Vuelve a cambiar este dinero a euros en un banco, y recibe 32€. El banco no le cobra ninguna comisión.

(c) Calcule cuál es el valor en SEK de 1€. *[2 puntos]*

2.6 A continuación se muestra el número de pulsaciones en reposo por minuto un grupo de 10 alumnos que hacen deporte regularmente.

65, 62, 75, 63, 69, 58, 65, 67, 55, 60

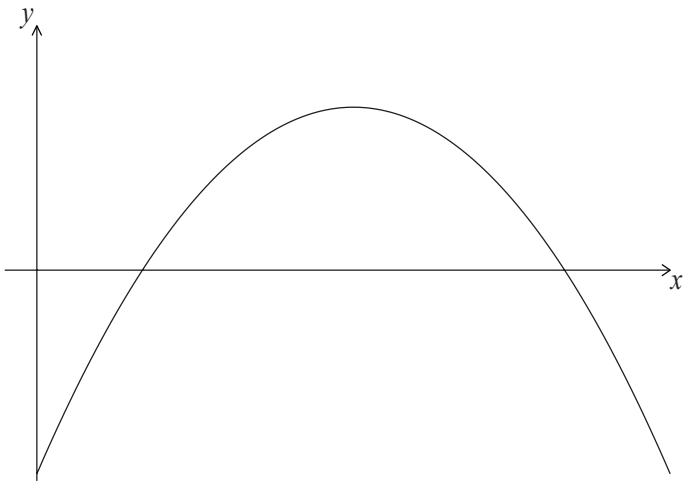
(a) Halle la mediana del número de pulsaciones en reposo por minuto de los alumnos. *[2 puntos]*

(b) Halle la media del número de pulsaciones en reposo por minuto de los alumnos. *[2 puntos]*

Se incorpora a la clase un nuevo alumno y la media del número de pulsaciones en reposo por minuto del grupo de 11 alumnos pasa a ser 65.

(c) Halle el número de pulsaciones en reposo por minuto del alumno que se acaba de incorporar al grupo. *[2 puntos]*

6.11 La figura que aparece a continuación muestra una parte del gráfico de la función cuadrática *f*.



Uno de los puntos de intersección con el eje x de este gráfico es el punto $(5, 0)$. La coordenada x del máximo es 3.

La función *f* está dada por $f(x) = -x^2 + bx + c$, donde $b, c \in \mathbb{Z}$

(a) Halle el valor de

(i) b;

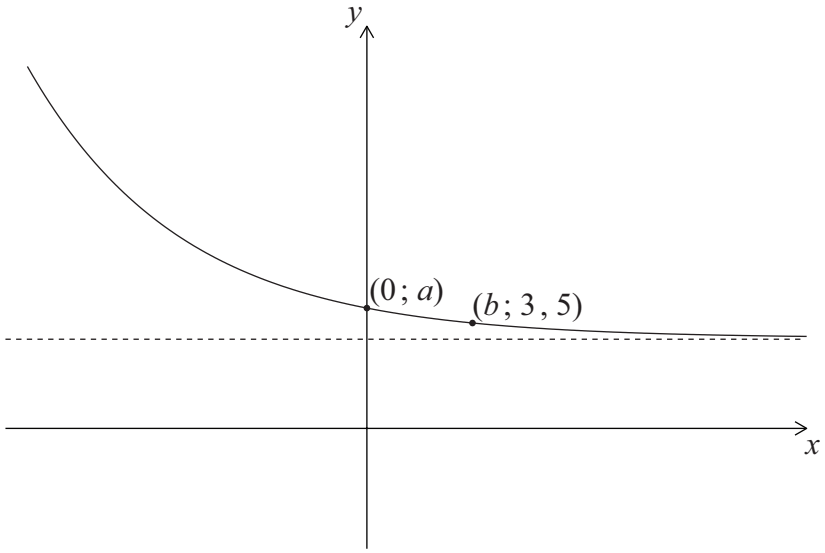
(ii) c. *[3 puntos]*

El dominio de *f* es $0 \le x \le 6$.

(b) Halle el recorrido de *f*. *[3 puntos]*

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.12 La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $y = 2^{-x} + 3$, y su asíntota horizontal. El gráfico pasa por los puntos $(0; a)$ y $(b; 3,5)$.



(a) Halle el valor de

(i) a;

(ii) b. *[4 puntos]*

(b) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal de este gráfico. *[2 puntos]*

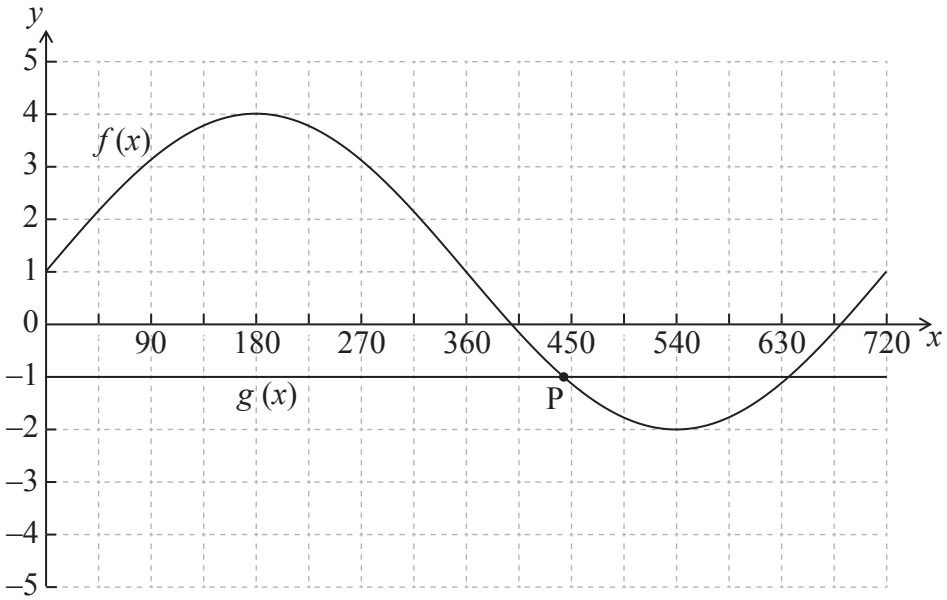
7.1 La ecuación de una curva viene dada por $y = 2x^2 - 5x + 4$.

(a) Halle $\frac{dy}{dx}$. *[2 puntos]*

La ecuación de la recta L es $6x + 2y = -1$.

(b) Halle la coordenada x del punto de la curva $y = 2x^2 - 5x + 4$ donde la tangente es paralela a L. *[4 puntos]*

5.7 En el siguiente diagrama se muestra el gráfico de $f(x)$ y de $g(x)$ para $0^\circ \le x \le 720^\circ$. P es un punto de intersección de los dos gráficos.



Sea $f(x) = a\,\text{sen}(bx^\circ) + 1$.

(a) (i) Escriba el valor de a.

(ii) Halle el valor de b. *[3 puntos]*

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar la coordenada x de P. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales. *[3 puntos]*

22137409

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Jueves 9 de mayo de 2013 (tarde)

Código del examen

2	2	1	3	–	7	4	0	9

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de* ***Estudios Matemáticos NM*** para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

16 páginas
© International Baccalaureate Organization 2013

5.8 Un ortoedro tiene las siguientes dimensiones: longitud $= 8,7$ cm, anchura $= 5,6$ cm y altura $= 3,4$ cm.

(a) Calcule el valor **exacto** del volumen del ortoedro, en cm^3. *[2 puntos]*

(b) Escriba la respuesta del apartado (a) redondeando a

(i) un lugar decimal;

(ii) tres cifras significativas. *[2 puntos]*

(c) Escriba la respuesta del **apartado (b)(ii)** de la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. *[2 puntos]*

3.10 Considere las siguientes proposiciones.

p : *Los alumnos trasnochan.*
q : *Los alumnos se quedan dormidos en clase.*

(a) Escriba, en forma simbólica, la siguiente proposición compuesta. *[2 puntos]*

Si los alumnos no trasnochan entonces no se quedan dormidos en clase.

(b) Complete la siguiente tabla de verdad.

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$\neg(p \vee \neg q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

[3 puntos]

(c) Escriba una razón por la cual el enunciado $\neg(p \vee \neg q)$ no es una contradicción. *[1 punto]*

1.8 Considere los números 3, -5, $\sqrt{7}$, 2^{-3} y $1{,}75$.
Complete la tabla que aparece a continuación, colocando los tics (✓) necesarios para indicar a cuáles de los conjuntos de números, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$, pertenece cada uno de estos números. Se ha completado la primera fila a modo de ejemplo.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
3	✓	✓	✓
-5			
$\sqrt{7}$			
2^{-3}			
$1{,}75$			

[6 puntos]

2.7 La siguiente tabla muestra el número de bicicletas que hay en 50 hogares.

Número de bicicletas por hogar	**Frecuencia (número de hogares)**	**Frecuencia acumulada**
0	3	3
1	7	10
2	12	22
3	14	36
4	4	40
5	t	w
6	2	50

(a) Escriba el valor de

(i) t;

(ii) w. *[2 puntos]*

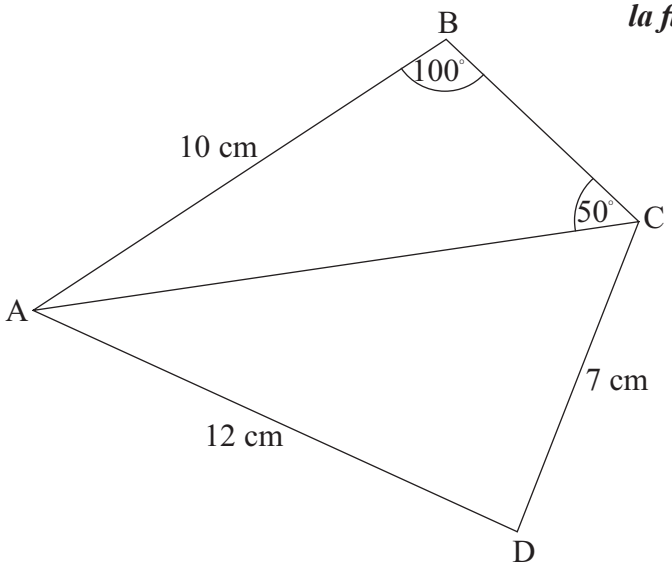
(b) Para cada uno de los siguientes enunciados, indique mediante un tic (✓) si es Verdadero o Falso.

Enunciado	**Verdadero**	**Falso**
En cada hogar hay al menos 1 bicicleta.		
La mediana del número de bicicletas por hogar es igual a 3.		
El percentil 25 es 1 bicicleta por hogar.		
Hay 10 hogares donde hay como mucho 1 bicicleta.		

[4 puntos]

5.9 El cuadrilátero ABCD tiene las siguientes dimensiones: $AB = 10\text{ cm}$, $AD = 12\text{ cm}$ y $CD = 7\text{ cm}$.
El ángulo ABC es igual a 100° y el ángulo ACB es igual a 50°.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle la longitud de AC en centímetros. *[3 puntos]*

(b) Halle el valor del ángulo ADC. *[3 puntos]*

4.3 Un investigador hace una encuesta entre hombres y mujeres para saber cuál sería su destino de vacaciones preferido. Les daban las siguientes opciones como destino de vacaciones: Antigua, Barbados, Cuba, Guadalupe y Jamaica.
Se llevó a cabo una prueba de χ^2 para la independencia a un nivel de significación del 5 %.
El valor calculado de χ^2 fue 8,73.

(a) Escriba la hipótesis nula. *[1 punto]*

(b) Halle el número de grados de libertad de esta prueba. *[2 puntos]*

(c) Escriba el valor crítico de esta prueba. *[1 punto]*

(d) Indique la conclusión de esta prueba. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

5.10 Considere la función $f(x) = -2\cos(x) + 1$, donde $-180^\circ \le x \le 360^\circ$.

(a) Para la función $f(x)$, escriba

(i) el período;

(ii) la amplitud. *[2 puntos]*

(b) Halle el recorrido de $f(x)$. *[2 puntos]*

(c) Halle cuántas soluciones tiene la ecuación $f(x) = 1$ en el dominio dado. *[2 puntos]*

6.13 La ecuación de una recta L_1 es $2x+5y=-4$.

(a) Escriba la pendiente de la recta L_1. *[1 punto]*

Una segunda recta L_2 es perpendicular a L_1.

(b) Escriba la pendiente de L_2. *[1 punto]*

El punto $(5,3)$ está en L_2.

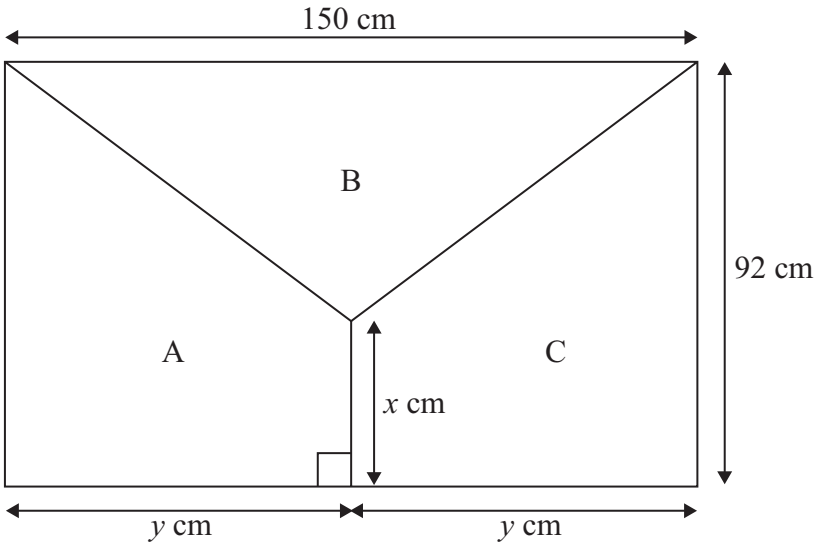
(c) Determine la ecuación de L_2. *[2 puntos]*

Las rectas L_1 y L_2 se cortan en el punto P.

(d) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica o de cualquier otro modo, halle las coordenadas de P. *[2 puntos]*

5.11 La siguiente figura representa una bandera rectangular, cuyas dimensiones son 150 cm por 92 cm. La bandera está dividida en tres regiones: A, B y C.

la figura no está dibujada a escala



(a) Escriba el área total de la bandera. *[1 punto]*

(b) Escriba el valor de y. *[1 punto]*

Las regiones A, B y C tienen la misma área.

(c) Escriba cuál es el área de la región A. *[1 punto]*

(d) Utilizando las respuestas obtenidas en los **apartados (b) y (c)**, halle el valor de x. *[3 puntos]*

3.11 El cesto de la ropa sucia de Alan contiene dos calcetines verdes, tres rojos y siete negros.
Alan elige un calcetín al azar de este cesto de la ropa sucia.

(a) Escriba la probabilidad de que el calcetín que elija sea rojo. *[1 punto]*

Alan devuelve el calcetín al cesto y, a continuación, elige al azar dos calcetines.

(b) Halle la probabilidad de que el primer calcetín que elija sea verde y el segundo calcetín sea negro. *[2 puntos]*

Alan devuelve los calcetines al cesto y, a continuación, vuelve a elegir al azar dos calcetines.

(c) Halle la probabilidad de que elija dos calcetines del mismo color. *[3 puntos]*

7.2 Una curva viene descrita por la función $f(x) = 3x - \frac{2}{x^2}$, $x \neq 0$.

(a) Halle $f'(x)$. *[3 puntos]*

La pendiente de la curva en el punto A es 35.

(b) Halle la coordenada x del punto A. *[3 puntos]*

1.9 Yoshi se va a pasar un año viajando: primero va a ir de Japón a Italia, y luego a Estados Unidos.
Antes de salir de Japón, Yoshi cambia 100 000 yenes japoneses (JPY) a euros (EUR).
El tipo de cambio es: $1\,\text{JPY} = 0{,}006\,\text{EUR}$.

(a) Calcule cuánto dinero recibe Yoshi, en EUR. *[2 puntos]*

Yoshi se gasta en Italia 426,70 EUR. En un banco estadounidense cambia el dinero que le ha sobrado a dólares estadounidenses (USD), con el siguiente tipo de cambio: $1\,\text{USD} = 0{,}673\,\text{EUR}$.
El banco le cobra una comisión del 1,5 %.

(b) Calcule cuánto dinero recibe Yoshi en USD, una vez que ya ha pagado la comisión. **Dé la respuesta redondeando al número entero de USD más cercano.** *[4 puntos]*

6.14 El número de bacterias que hay en una colonia está modelado por la función:

$$N(t) = 800 \times 3^{0,5t}\ ,\ t \geq 0\ ,$$

donde N es el número de bacterias y t representa el tiempo en horas.

(a) Escriba el número de bacterias que hay en la colonia en el instante $t = 0$. *[1 punto]*

(b) Calcule el número de bacterias que habrá presentes transcurridas 2 horas y 30 minutos. Dé la respuesta redondeando al número de centenas de bacterias más próximo. *[3 puntos]*

(c) Calcule el tiempo, en horas, que ha de transcurrir para que el número de bacterias llegue a 5500. *[2 puntos]*

2.8 El número de pasajeros que hay en los diez primeros vagones de un tren se muestra a continuación:

$$6, 8, 6, 3, 8, 4, 8, 5, p, p$$

La media del número de pasajeros por vagón es de 5,6.

(a) Calcule el valor de p. *[2 puntos]*

(b) Halle la mediana del número de pasajeros por vagón. *[2 puntos]*

Si incluimos también a los pasajeros del undécimo vagón, la media del número de pasajeros por vagón sube a 6,0.

(c) Determine cuántos pasajeros viajan en el undécimo vagón del tren. *[2 puntos]*

1.10 A Marcus le da su abuela 500 dólares australianos (AUD) por su 18º cumpleaños. Tiene previsto ingresar ese dinero en un banco que le ofrece, durante tres años, un tipo de interés nominal anual del 6,0 % **compuesto trimestralmente**.

(a) Calcule la cantidad total de intereses, en AUD, que cobraría Marcus durante estos tres años. **Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales**. *[3 puntos]*

Marcus cobraría a lo largo de esos tres años los mismos intereses si ingresase los 500 AUD en un segundo banco que ofrece un interés **compuesto anualmente**.

(b) Calcule el tipo de interés que ofrece ese segundo banco. *[3 puntos]*

22147405

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATHEMATICAL STUDIES
STANDARD LEVEL
PAPER 1

Candidate session number

Tuesday 13 May 2014 (afternoon)

1 hour 30 minutes

Examination code

				–				
2	2	1	4	–	7	4	0	5

INSTRUCTIONS TO CANDIDATES

- Write your session number in the boxes above.
- Do not open this examination paper until instructed to do so.
- A graphic display calculator is required for this paper.
- A clean copy of the ***Mathematical Studies SL*** *formula booklet* is required for this paper.
- Answer all questions.
- Write your answers in the boxes provided.
- Unless otherwise stated in the question, all numerical answers should be given exactly or correct to three significant figures.
- The maximum mark for this examination paper is *[90 marks]*.

19 pages
© International Baccalaureate Organization 2014

Diploma Programme
Programme du diplôme

Gimnasio Femenino

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

Martes 12 de mayo de 2015 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin usar del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

19 páginas

2215–7409
© International Baccalaureate Organization 2015

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.11 La distancia d desde un punto $\mathrm{P}(x, y)$ al punto $\mathrm{A}(1, -2)$ viene dada por $d = \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}$.

(a) Halle la distancia que hay entre $\mathrm{P}(100, 200)$ y A. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

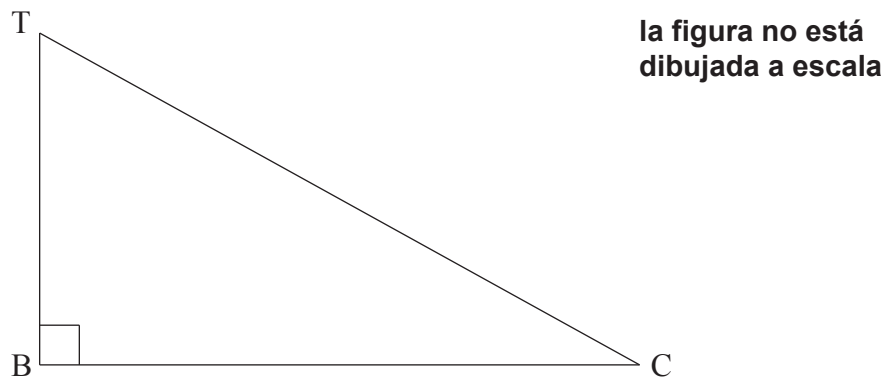
(b) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (a)** redondeando a tres cifras significativas. [1]

(c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)** de la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.12 Fabián está en la azotea de un edificio, T, el cual se encuentra en una calle horizontal. Observa un coche, C, que está en la calle, con un ángulo de depresión de 30°. La base del edificio está en B. El edificio tiene una altura de 80 metros.

La siguiente figura muestra la posición de T, B y C.



(a) Muestre, en el lugar apropiado de la figura, **el valor** de

(i) la altura del edificio;

(ii) el ángulo de depresión. [2]

(b) Halle la distancia, BC, que hay entre la base del edificio y el coche. [2]

(c) Fabián estima que la distancia que hay entre la base del edificio y el coche es igual a 150 metros. Calcule el porcentaje de error de la estimación de Fabián. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.15 La ecuación de la recta L_1 es $2x + y = 10$.

(a) Escriba

(i) la pendiente de L_1;

(ii) la intersección con el eje y de L_1. [2]

La recta L_2 es paralela a L_1 y pasa por el punto $\mathrm{P}(0, 3)$.

(b) Escriba la ecuación de L_2. [2]

(c) Halle la coordenada x del punto donde L_2 corta al eje x. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

4.4 A dos grupos de 40 alumnos cada uno se les pregunta cuántos libros han leído en los dos últimos meses. Los resultados correspondientes **al primer grupo** se muestran en la siguiente tabla.

Número de libros leídos	**Frecuencia**
2	5
3	8
4	13
5	7
6	4
7	2
8	1

Los cuartiles correspondientes a estos resultados son 3 y 5.

(a) Escriba el valor de la mediana de estos resultados. [1]

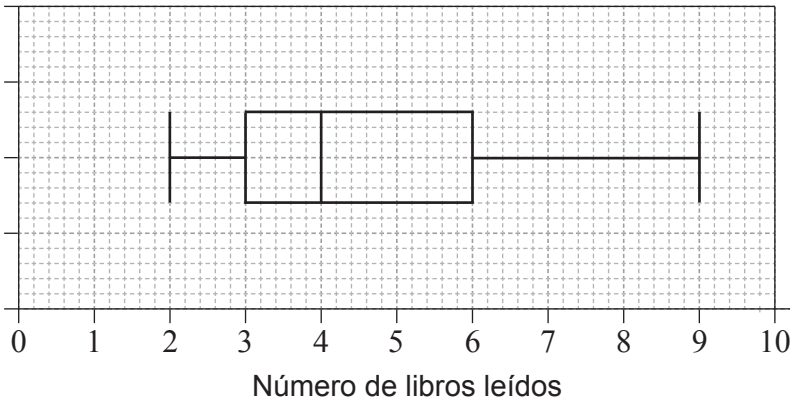
(b) Dibuje con precisión en la siguiente cuadrícula un diagrama de caja y bigotes correspondiente a estos resultados. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

(Pregunta 4: continuación)

Los resultados del **segundo grupo** de 40 alumnos se muestran en el siguiente diagrama de caja y bigotes.



(c) Estime cuántos alumnos **del segundo grupo** han leído al menos 6 libros. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

3.12 Considere las proposiciones r, p y q.

(a) Complete la siguiente tabla de verdad. [4]

r	p	q	$r \wedge p$	$\neg q$	$(r \wedge p) \vee \neg q$	$\neg\big((r \wedge p) \vee \neg q\big)$	$\neg(r \wedge p)$	$\neg(r \wedge p) \wedge q$
V	V	V		F			F	
V	V	F		V			F	
V	F	V		F			V	
V	F	F		V			V	
F	V	V		F			V	
F	V	F		V			V	
F	F	V		F			V	
F	F	F		V			V	

(b) Determine si la proposición compuesta $\neg\big((r \wedge p) \vee \neg q\big) \Leftrightarrow \neg(r \wedge p) \wedge q$ es una tautología, una contradicción o ninguna de las dos cosas.

Dé una respuesta razonada. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

3.13 Considere los siguientes diagramas de Venn. Cada diagrama está sombreado de manera diferente.

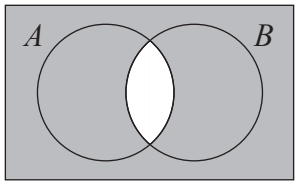


Diagrama 1

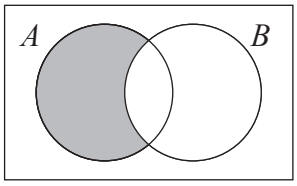


Diagrama 2

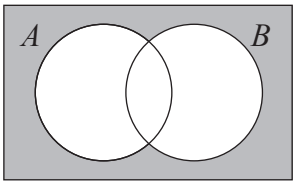


Diagrama 3

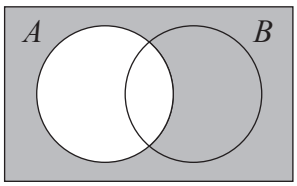


Diagrama 4

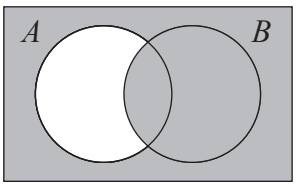


Diagrama 5

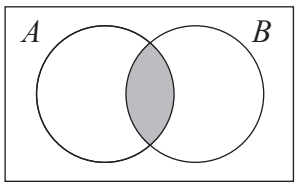


Diagrama 6

En la siguiente tabla hay seis conjuntos. Cada uno de estos conjuntos corresponde a la región sombreada de uno de los diagramas de Venn. En el espacio correcto, escriba el número del diagrama al que corresponde dicho conjunto.

Conjunto	**Diagrama**
$(A \cup B)'$	. . . . .
$A' \cup B'$	. . . . .
$A \cap B'$	. . . . .
$A \cap B$	. . . . .
$A' \cup B$	. . . . .
A'	. . . . .

[6]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

4.5 El productor de un programa de TV de baile les preguntó a un grupo de 150 telespectadores por su edad y por el tipo de baile latino que más les gusta. Los bailes latinos incluidos en el programa eran tango argentino, samba, rumba y chachachá. Los datos obtenidos se organizaron en la siguiente tabla.

	Baile			
	Tango argentino	**Samba**	**Rumba**	**Chachachá**
20 años o menos	35	23	12	10
Mayores de 20 años	20	17	18	15

Se llevó a cabo una prueba de χ^2 a un nivel de significación del $5\,\%$.

(a) Escriba la hipótesis nula para esta prueba. [1]

(b) Escriba el número observado de telespectadores que preferían la rumba **y** tenían más de 20 años. [1]

(c) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar el valor p correspondiente a esta prueba. [2]

El productor afirma que el tipo de baile latino que prefiere un telespectador dado es independiente de su edad.

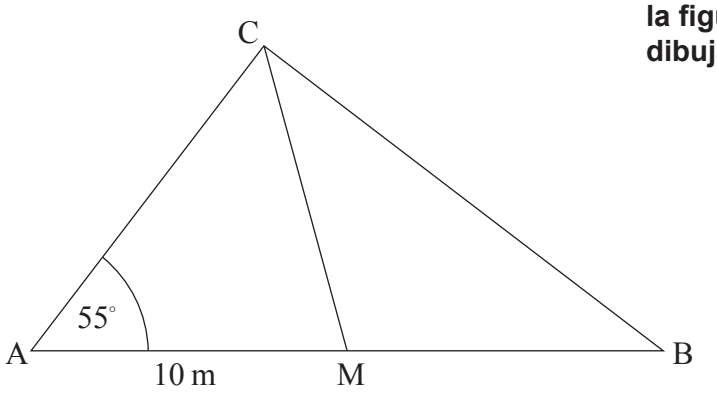
(d) Decida si esta afirmación está justificada o no. Dé una razón que explique por qué ha llegado a esta conclusión. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.13 La siguiente figura muestra el triángulo ABC. El valor del ángulo $\mathrm{C\hat{A}B}$ es 55° y la longitud de AM es igual a $10\,\mathrm{m}$, donde M es el punto medio de AB. El triángulo CMB es isósceles, siendo $\mathrm{CM} = \mathrm{MB}$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Escriba la longitud de MB. [1]

(b) Halle el valor del ángulo $\mathrm{C\hat{M}B}$. [2]

(c) Halle la longitud de CB. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.12 De las cuatro progresiones que se muestran a continuación, solo hay una que es aritmética y solo hay una que es geométrica.

$$a_n = 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 5\ ,\ \ldots$$
$$b_n = 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \ldots$$
$$c_n = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$$
$$d_n = 1\ ;\ 0{,}95\ ;\ 0{,}90\ ;\ 0{,}85\ ;\ \ldots$$

(a) Indique qué progresión es

(i) aritmética;

(ii) geométrica. [2]

(b) Para esta **otra** progresión geométrica $e_n = -6, -3, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, \ldots$

(i) escriba la razón común; [1]

(ii) halle el valor **exacto** del décimo término. Dé la respuesta como una fracción. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4$^{\underline{to}}$ CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.13 Minta deposita 1000 euros en una cuenta bancaria. El banco paga un tipo de interés nominal anual del $5\,\%$, **compuesto trimestralmente**.

(a) Halle cuánto dinero tendrá Minta en el banco al cabo de 3 años. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Minta sacará el dinero de su cuenta bancaria cuando el interés que ha ganado sea igual a 300 euros.

(b) Halle cuánto tiempo, en años, va a pasar hasta que Minta saque su dinero de la cuenta bancaria. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

3.14 Considere las siguientes proposiciones

p: x es múltiplo de 12
q: x es múltiplo de 6.

(a) Escriba con palabras $\neg p$. [1]

(b) Escriba en forma simbólica la proposición compuesta

r: Si x es múltiplo de 12, entonces x es múltiplo de 6. [2]

Considere la proposición compuesta

s: Si x es múltiplo de 6, entonces x es múltiplo de 12.

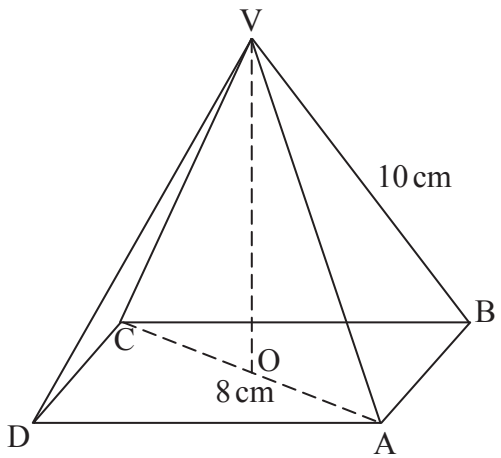
(c) Identifique si s es la contraria, la recíproca o la contrarrecíproca de r. [1]

(d) Determine la validez de s. Justifique cómo ha llegado hasta esa conclusión. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.14 En la siguiente figura, $ABCD$ es la base cuadrada de una pirámide recta de vértice V. El centro de la base es O. La diagonal de la base, AC, mide $8\,\text{cm}$. Las aristas inclinadas miden $10\,\text{cm}$ de longitud.

la figura no está dibujada a escala



(a) Escriba la longitud de AO. [1]

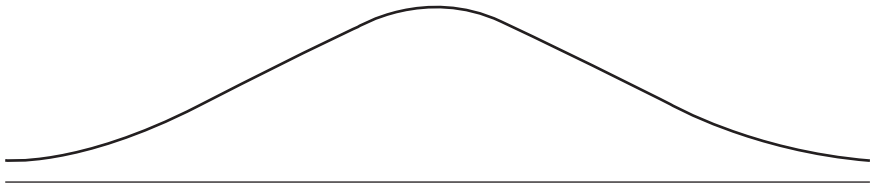
(b) Halle el ángulo que forma la arista inclinada VA con la base de la pirámide. [2]

(c) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle el área del triángulo CAV. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

4.6 En una fábrica se elaboran barras de metal. Se supone que la longitud de dichas barras sigue una distribución normal, de media $180\,\text{cm}$ y con una desviación típica de $5\,\text{cm}$.

(a) En el siguiente diagrama, sombree la región que representa la probabilidad de que una barra de metal elegida al azar tenga una longitud menor que $175\,\text{cm}$. [2]



Longitud de la barra de metal

Se escoge una barra de metal al azar.

(b) (i) La probabilidad de que la longitud de dicha barra de metal sea menor que $175\,\text{cm}$ es igual a la probabilidad de que la longitud sea mayor que $h\,\text{cm}$. Escriba el valor de h.

(ii) Halle la probabilidad de que la longitud de la barra de metal sea mayor que una desviación típica por encima de la media. [4]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.16 El número N, de peces que hay en un estanque está disminuyendo según el modelo

$$N(t) = ab^{-t} + 40\,,\ t \geq 0$$

donde a y b son constantes positivas, y t es el tiempo, en meses, transcurrido desde que por primera vez se contó el número de peces que había en el estanque.

Esa primera vez se contaron 840 peces.

(a) Halle el valor de a. [2]

Al cabo de 4 meses se contaron 90 peces.

(b) Halle el valor de b. [3]

El número de peces que hay en el estanque **no** caerá por debajo de p.

(c) Escriba el valor de p. [1]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.17 Una empresa de construcción tiene muchos terrenos rectangulares, de distintas anchuras, situados a lo largo de una carretera. El área, A, de cada terreno viene dado por la función

$$A(x) = x(200 - x)$$

donde x es la **anchura** del terreno (en metros) y $20 \le x \le 180$.

(a) El terreno S tiene una anchura de $20\,\mathrm{m}$. Escriba el área de S. [1]

(b) El terreno T tiene la misma área que el terreno S, pero una anchura diferente. Halle la anchura de T. [2]

Cuando la anchura del terreno es igual a b metros, el área del terreno es máxima.

(c) (i) Escriba el valor de b.

(ii) Escriba el área máxima. [2]

El recorrido de $A(x)$ es $m \le A(x) \le n$.

(d) A partir de lo anterior, escriba el valor de m y de n. [1]

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 1

Martes 10 de mayo de 2016 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

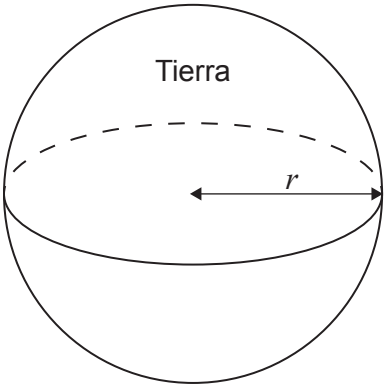
19 páginas

2216 – 7409
© International Baccalaureate Organization 2016

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.13 Suponga que la Tierra es una esfera de radio $r = 6{,}38 \times 10^3\,\text{km}$.



(a) (i) Calcule el área de la superficie de la Tierra en km^2.

(ii) Escriba la respuesta dada en el apartado (a)(i) en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [4]

La superficie de la Tierra que está cubierta por agua ocupa un área aproximada de $3{,}61 \times 10^8\,\text{km}^2$.

(b) Calcule el porcentaje de la superficie de la Tierra que está cubierta por agua. [2]

Véase al dorso

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.14 Considere los números -1 ; 4 ; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{2}$; $0{,}35$ y -2^2.

Complete la siguiente tabla. En cada casilla, ponga un tic (✓) si el número pertenece a ese conjunto de números. Hemos completado la primera fila a modo de ejemplo.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-1		✓	✓	✓
4				
$\frac{2}{3}$				
$\sqrt{2}$				
$0{,}35$				
-2^2				

[6]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.15 Una escalera de mano está de pie sobre un suelo horizontal y se apoya en un muro vertical. La escalera tiene una longitud de $4{,}5$ metros. La distancia que hay entre la parte inferior de la escalera y la base del muro es igual a $2{,}2$ metros.

(a) Utilice la información anterior para dibujar aproximadamente un diagrama rotulado donde se muestre el suelo, la escalera y el muro. [1]

(b) Calcule la distancia que hay entre la parte superior de la escalera y la base del muro. [2]

(c) Calcule el ángulo **obtuso** que forma la escalera con el suelo. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

3.16 Considere las siguientes proposiciones:

p: Se ha suspendido la clase
q: El profesor no ha venido a clase
r: Los alumnos están en la biblioteca.

(a) Escriba con palabras la proposición compuesta $q \Rightarrow (p \wedge r)$. [3]

(b) Complete la siguiente tabla de verdad. [2]

q	r	$\neg r$	$q \Rightarrow \neg r$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

(c) **A partir de lo anterior**, justifique por qué $q \Rightarrow \neg r$ no es una tautología. [1]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

3.17 Dos amigos, Sensen y Cruz, están llevando a cabo una investigación sobre probabilidad.

Sensen tiene un dado equilibrado de seis caras numeradas 1, 2, 2, 4, 4 y 4. Cruz tiene un disco equilibrado que tiene un lado rojo y un lado azul.

El dado y el disco se lanzan a la vez.

Halle la probabilidad de que

(a) en el dado salga un 1 **y** el disco caiga del lado de color azul; [2]

(b) en el dado salga un 1 **o** el disco caiga del lado de color azul; [2]

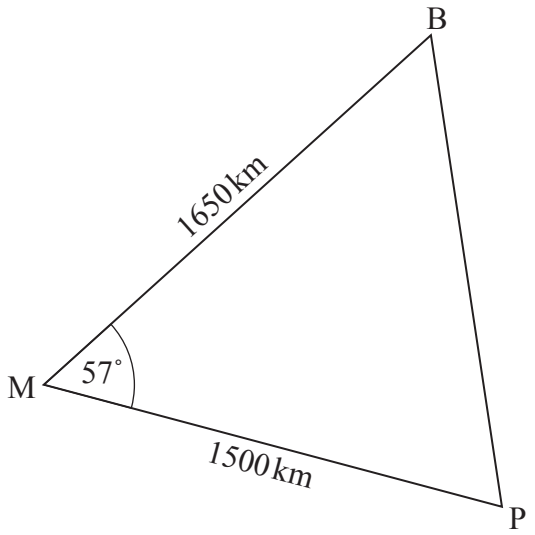
(c) en el dado salga un número par, sabiendo que el disco ha caído del lado de color rojo. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.16 Cuando Bermudas (B), Puerto Rico (P), y Miami (M) se unen en un mapa utilizando líneas rectas se forma un triángulo. A este triángulo se le conoce con el nombre de Triángulo de las Bermudas.

Según el mapa, la distancia MB es igual a $1650\,\mathrm{km}$, la distancia MP es igual a $1500\,\mathrm{km}$ y el ángulo BMP mide 57°.

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule la distancia que hay entre Bermudas y Puerto Rico, BP. [3]

(b) Calcule el área del Triángulo de las Bermudas. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

4.7 Se hizo una encuesta tomando una muestra aleatoria de personas y se les preguntó cuál era su programa de TV preferido. A estas personas se les agrupó por sexo y por el tipo de programas de TV que preferían ver (Deportes, Documentales, Informativos y programas de Telerrealidad).

Los resultados se muestran en la siguiente tabla de contingencia:

	Deportes	**Documentales**	**Informativos**	**Telerrealidad**	**Total**
Hombres	20	24	32	11	87
Mujeres	18	30	20	25	93
Total	38	54	52	36	180

(a) Halle el número esperado de mujeres que prefieren ver documentales. [2]

Se utiliza una prueba de χ^2 a un nivel de significación del $5\,\%$ para determinar si el tipo programa de TV que prefiere ver una persona es independiente del sexo.

(b) Escriba el valor del parámetro p para esta prueba. [2]

(c) Indique la conclusión de esta prueba. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

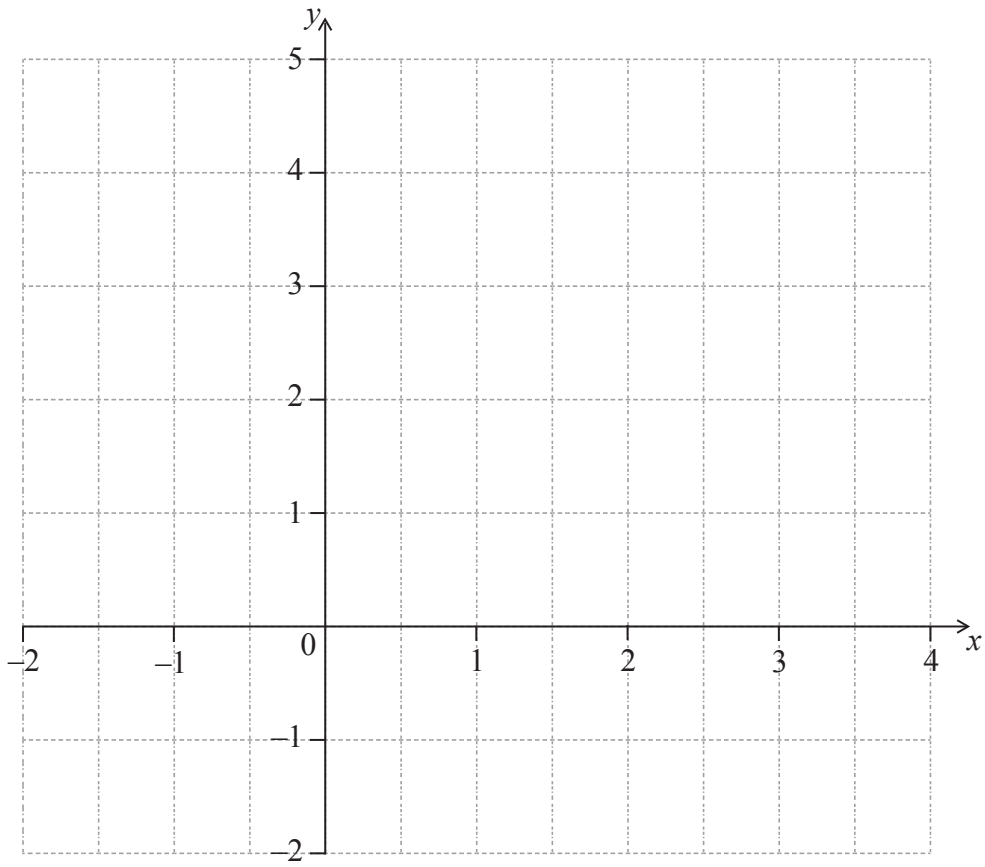
6.18 Considere la curva $y = 1 + \frac{1}{2x}$, $x \neq 0$.

(a) Para esta curva, escriba

(i) el valor de la intersección con el eje x;

(ii) la ecuación de la asíntota vertical. [3]

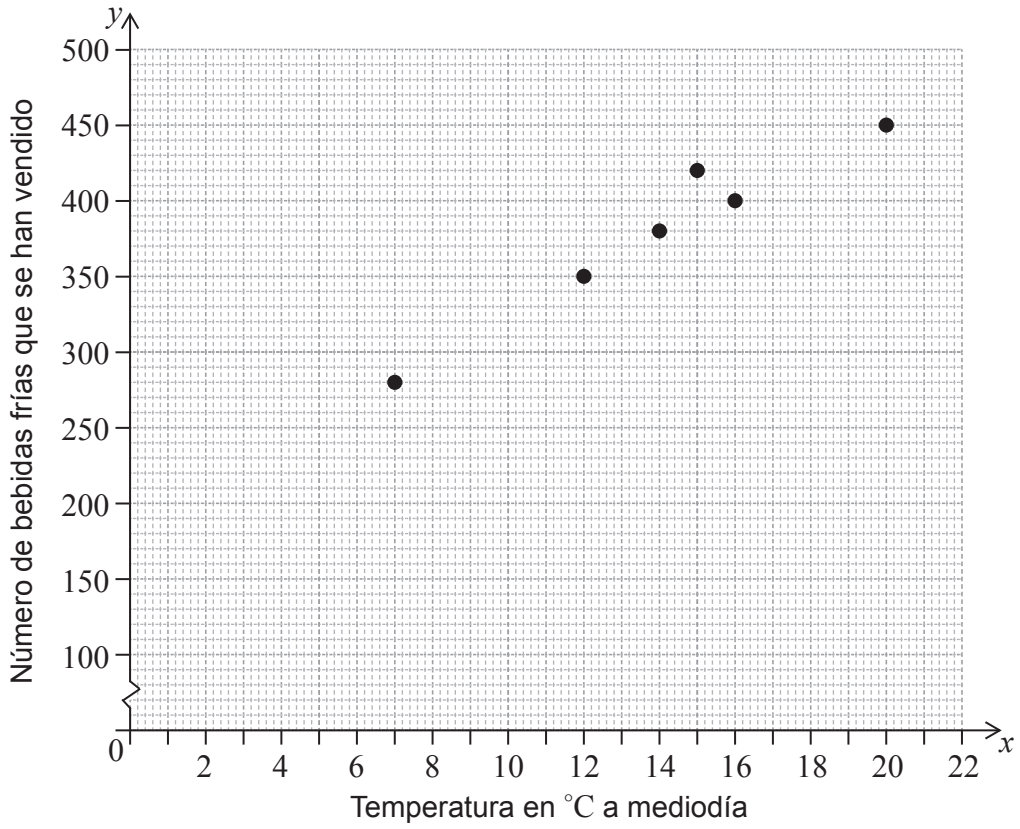
(b) En los siguientes ejes de coordenadas dibuje aproximadamente la curva para $-2 \leq x \leq 4$. [3]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

2.9 Hay un supermercado que anota diariamente la temperatura que hizo a mediodía y el número de bebidas frías que se han vendido ese día. La siguiente tabla muestra los datos que ha recogido el supermercado en los últimos 6 días. Estos datos también se muestran en un diagrama de dispersión.

Temperatura en °C a mediodía (x)	7	12	14	15	16	20
Número de bebidas frías que se han vendido (y)	280	350	380	420	400	450



(a) Escriba

(i) la media de la temperatura, $\bar{x}$;

(ii) la media del número de bebidas frías que se han vendido, $\bar{y}$. [2]

(b) En el mismo diagrama de dispersión, dibuje con precisión la recta de ajuste óptimo. [2]

(c) Utilice la recta de ajuste óptimo para estimar el número de bebidas frías que se venden en un día en el que la temperatura a mediodía es igual a 10°C. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.15 Obi viaja de Dubái a Pretoria y, para ello, cambia en un banco 2000 dírhams de Emiratos Árabes Unidos (AED). A cambio recibe 6160 rands sudafricanos (ZAR).
El tipo de cambio aplicado es $1\ \text{AED} = x\ \text{ZAR}$.

(a) Calcule el valor de x. [2]

Obi decide invertir la mitad del dinero que ha recibido, es decir, $3080\ \text{ZAR}$, en una cuenta donde le pagan un tipo de interés nominal del 9%, **compuesto mensualmente**.

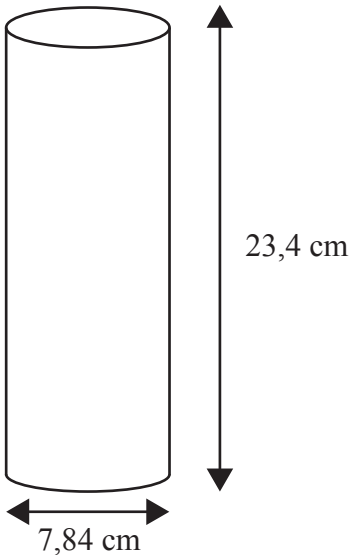
La cantidad de dinero que hay en la cuenta se habrá duplicado antes de que finalice el n-ésimo año de inversión.

(b) Calcule el mínimo valor de n. [4]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.17 El bote donde se venden unos aperitivos tiene forma cilíndrica. El diámetro de la base es igual a $7{,}84\,\text{cm}$. La altura del bote es igual a $23{,}4\,\text{cm}$. Esta información se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(a) Escriba el radio, en cm, de la base del bote. [1]

(b) Calcule el área de la base del bote. [2]

Dan tiene previsto pintar la superficie curva y la base del bote.

(c) Calcule el área que va a pintar. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.19 La ecuación de la recta L_1 es $y = 2x - 3$.

(a) Escriba cuál es la intersección de L_1 con el eje y. [1]

(b) Escriba la pendiente de L_1. [1]

La recta L_2 es paralela a L_1 y pasa por el punto $(0, 3)$.

(c) Escriba la ecuación de L_2. [1]

La recta L_3 es perpendicular a L_1 y pasa por el punto $(-2, 6)$.

(d) Escriba la pendiente de L_3. [1]

(e) Halle la ecuación de L_3. Dé la respuesta en la forma $ax + by + d = 0$, donde a, b y d son números enteros. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.20 Una población de mosquitos disminuye de manera exponencial. El tamaño de la población, P, al cabo de t días está modelado por

$$P = 3200 \times 2^{-t} + 50, \text{ donde } t \geq 0.$$

(a) Escriba el tamaño **exacto** de la población inicial. [1]

(b) Halle el tamaño de la población al cabo de 4 días. [2]

(c) Calcule el tiempo que ha de transcurrir para que el tamaño de la población disminuya hasta 60. [2]

La población se estabilizará cuando alcance un tamaño igual a k.

(d) Escriba el valor de k. [1]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

2.10 A un grupo de alumnos les preguntaron cuándo tiempo dedicaban a la semana a practicar matemáticas. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tiempo, *t* (horas)	**Número de alumnos**
$0 \le t < 1$	35
$1 \le t < 2$	30
$2 \le t < 3$	a
$3 \le t < 4$	52
$4 \le t < 5$	43

Se sabe que $35 < a < 52$.

(a) Escriba

(i) la clase modal;

(ii) el valor central del intervalo correspondiente a la clase modal;

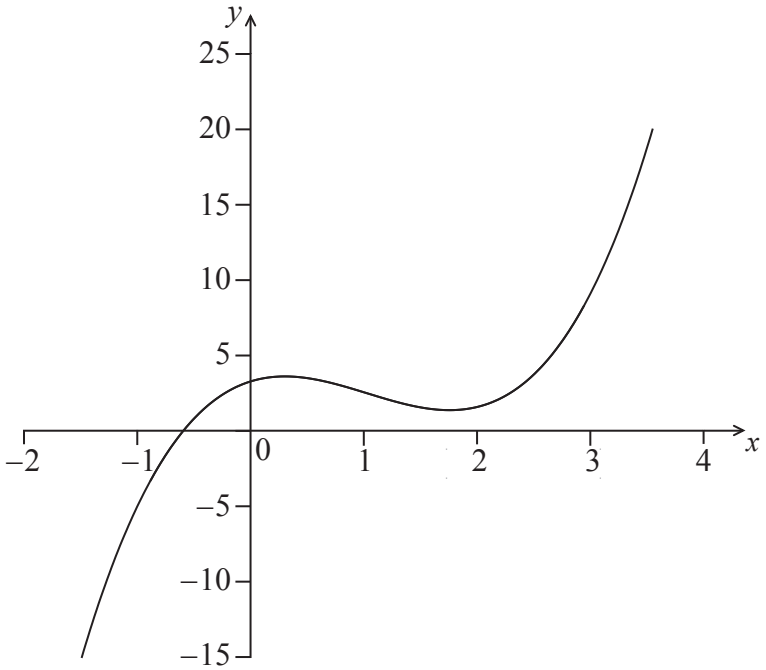
(iii) la clase en la que se encuentra la mediana. [3]

Para este grupo de alumnos, la media estimada del número de horas que dedican a practicar matemáticas es igual a $2{,}69$.

(b) Calcule el valor de a. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

7.3 Considere la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$. A continuación se muestra una parte del gráfico de f.



(a) Halle $f'(x)$. [3]

(b) Hay dos puntos en los que la pendiente del gráfico de f es igual a 11. Halle la abscisa (coordenada x) de esos puntos. [3]

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 1

Jueves 4 de mayo de 2017 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

23 páginas

2217 – 7409
© International Baccalaureate Organization 2017

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.16 Considere los números $p = 2{,}78 \times 10^{11}$ y $q = 3{,}12 \times 10^{-3}$.

(a) Calcule $\sqrt[3]{\frac{p}{q}}$. Escriba el valor completo que aparece en la pantalla de su calculadora. [2]

(b) Escriba la respuesta que dio en el apartado (a)

(i) redondeando a dos lugares decimales;

(ii) redondeando a tres cifras significativas. [2]

(c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)(ii)** en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

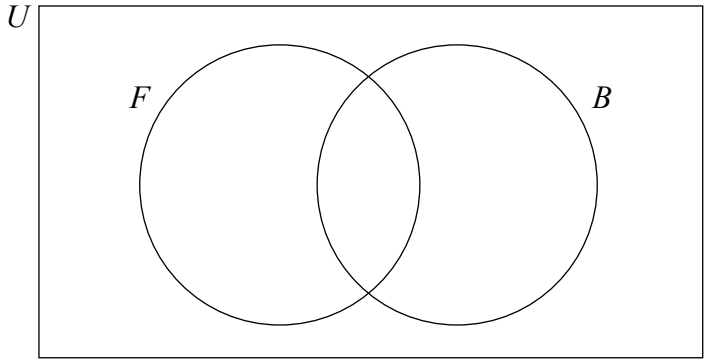
3.18 En un campamento de verano, todos los niños han de practicar al menos un deporte. Pueden elegir entre fútbol (F) y baloncesto (B). Hay 15 niños que practican los dos deportes.

El número de niños que juegan solo al fútbol es el doble que el número de niños que juegan solo al baloncesto.

Sea x el número de niños que juegan solo al fútbol.

(a) Escriba una expresión, en función de x, para representar el número de niños que juegan solo al baloncesto. [1]

(b) Complete el diagrama de Venn utilizando los datos anteriores. [2]



En este campamento de verano hay 120 niños.

(c) Halle el número de niños que juegan solo al fútbol. [2]

(d) Escriba el valor de $n(F)$. [1]

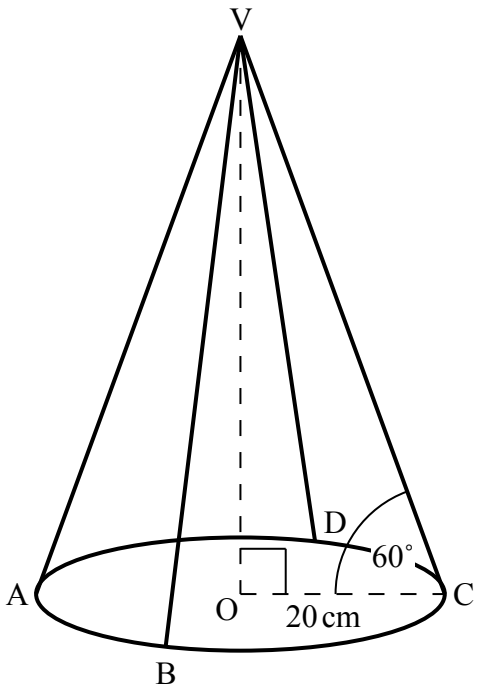
GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.18 La pantalla de una lámpara tiene forma de cono. Su estructura de alambre consta de un anillo circular y cuatro piezas rectas de igual longitud que van unidas al anillo en los puntos A, B, C y D.

El anillo tiene su centro en el punto O y un radio de 20 centímetros. Las piezas rectas se encuentran en el punto V, que está sobre la vertical del punto O, y el ángulo que forman con la base de la pantalla de la lámpara es igual a 60°.

Toda esta información se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala

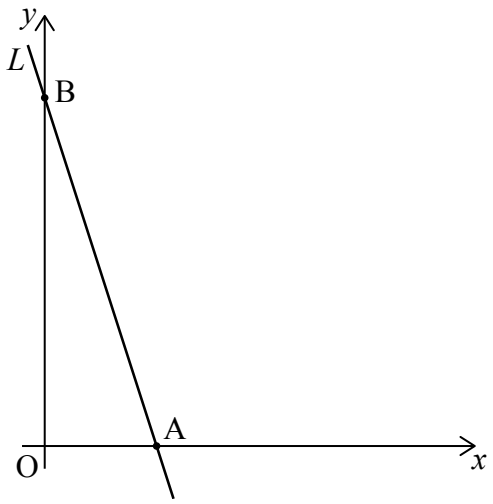


(a) Halle la longitud de una de estas piezas rectas que tiene la estructura de alambre. [2]

(b) Halle la longitud total de alambre que se necesita para construir esta estructura de alambre. Dé la respuesta en centímetros, redondeando al número de milímetros más cercano. [4]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.21 La recta L corta al eje x en el punto A y al eje y en el punto B, tal y como se muestra en la figura.



La longitud del segmento de recta OB es tres veces la longitud del segmento de recta OA, donde O es el origen.

(a) Halle la pendiente de L. [2]

El punto $(2, 6)$ pertenece a L.

(b) Halle la ecuación de L en la forma $y = mx + c$. [2]

(c) Halle la coordenada x del punto A. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.17 Tomás está jugando con unos palos y con ellos forma los tres primeros diagramas de un patrón. Estos diagramas se muestran a continuación.

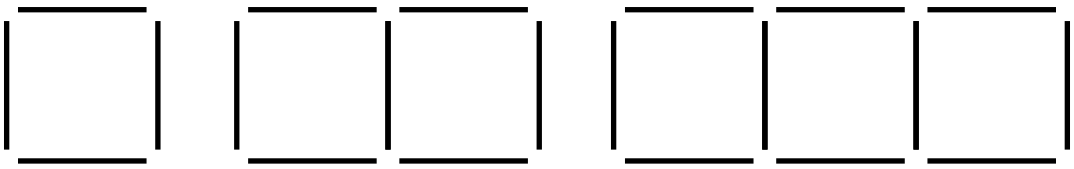


Diagrama 1 Diagrama 2 Diagrama 3

Tomás continúa formando diagramas siguiendo este mismo patrón.

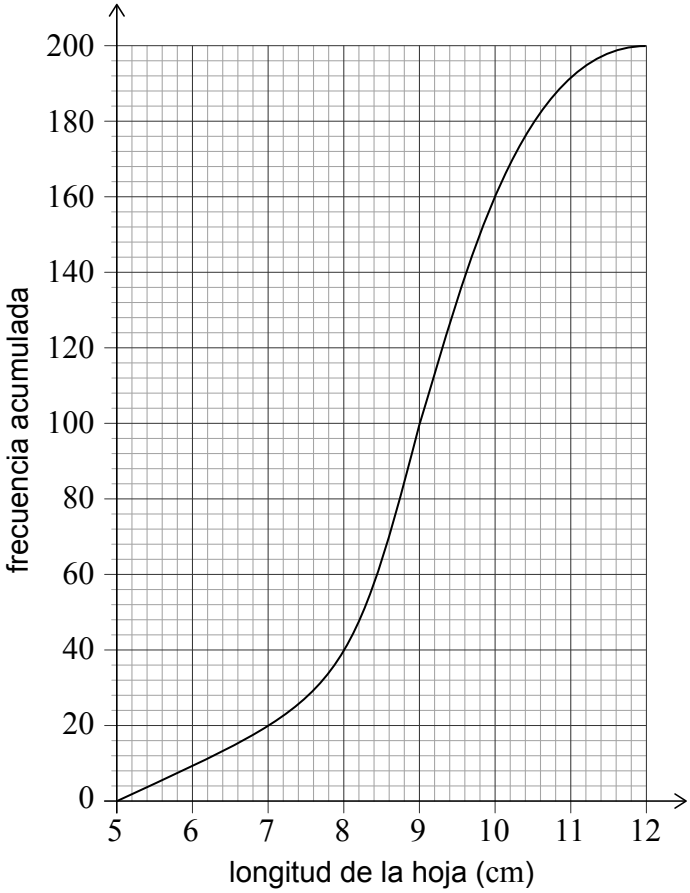
(a) Para formar el diagrama n utiliza 52 palos. Halle el valor de n. [3]

Tomás forma, en total, 24 diagramas.

(b) Halle el número total de palos que ha utilizado Tomás para formar estos 24 diagramas. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

2.11 Para un estudio, una investigadora recogió 200 hojas de roble. Después de medir la longitud de cada hoja, en cm, elaboró el siguiente gráfico de frecuencias acumuladas.



(a) Escriba la mediana de las longitudes de estas hojas. [1]

(b) Escriba el número de hojas cuya longitud es menor o igual que $8\,\text{cm}$. [1]

La investigadora ha observado que el $10\,\%$ de las hojas tienen una longitud mayor que $k\,\text{cm}$.

(c) (i) Utilice el gráfico para hallar el valor de k.

(ii) Antes de medir las hojas, la investigadora estimó que el valor de k era aproximadamente igual a $9{,}5\,\text{cm}$. Halle el porcentaje de error de esta estimación. [4]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.22 Un dado tetraédrico (de cuatro caras) lleva escritos los números 1, 2, 3 y 4. El dado se tira muchas veces y se va anotando la puntuación que sale. La siguiente tabla muestra la distribución de frecuencias resultante.

Puntuación	**1**	**2**	**3**	**4**
Frecuencia	18	x	y	22

El dado se tira 100 veces en total.

(a) Escriba una ecuación que exprese, en función de x e y, el número total de veces que se ha tirado el dado. [1]

La media de las puntuaciones es $2{,}71$.

(b) Utilizando esta media de las puntuaciones, escriba una segunda ecuación en función de x e y. [2]

(c) Halle el valor de x y el de y. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.18 Claudia viaja de Buenos Aires a Barcelona. Cambia 8000 pesos argentinos (ARS) a euros (EUR).

El tipo de cambio aplicado es $1\ \text{ARS} = 0{,}09819\ \text{EUR}$. El banco cobra una comisión del $2\,\%$ por realizar este cambio de divisa.

(a) Halle cuántos euros recibe Claudia. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Cuando Claudia regresa a Buenos Aires aún tiene $85\ \text{EUR}$ y decide volver a cambiar este dinero a ARS. El tipo de cambio aplicado es $1\ \text{ARS} = 0{,}08753\ \text{EUR}$. El banco le cobra una comisión del $r\,\%$. La comisión que le han cobrado por cambiar este dinero es de $14{,}57\ \text{ARS}$.

(b) Halle el valor de r. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.19 Considere la progresión geométrica $u_1 = 18$; $u_2 = 9$; $u_3 = 4{,}5$; ….

(a) Escriba la razón común de la progresión. [1]

(b) Halle el valor de u_5. [2]

(c) Halle el valor más pequeño de n para el cual se cumple que u_n es menor que 10^{-3}. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

3.19 La marca Home Shine fabrica bombillas. Se sabe que 7% de las que se fabrican están defectuosas.

(a) Escriba la probabilidad de que una bombilla de la marca Home Shine no sea defectuosa. [1]

Francesco compra dos bombillas de la marca Home Shine.

(b) (i) Halle la probabilidad de que ninguna de las dos bombillas sea defectuosa.

(ii) Halle la probabilidad de que al menos una de las bombillas de Francesco sea defectuosa. [4]

La marca Bright Light también fabrica bombillas. La probabilidad de que una bombilla de la marca Bright Light no sea defectuosa es igual a a.

Deborah compra tres bombillas de la marca Bright Light.

(c) Escriba una expresión, en función de a, que represente la probabilidad de que al menos una de las tres bombillas que ha comprado Deborah sea defectuosa. [1]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

4.8 La masa de un determinado tipo de mazorca de maíz chilena sigue una distribución normal de media 400 gramos y con una desviación típica igual a 50 gramos.

(a) Escriba la probabilidad de que la masa de una de estas mazorcas de maíz sea mayor que 400 gramos. [1]

Cada una de estas mazorcas de maíz es considerada «de calidad superior» si su masa es mayor que a gramos. El 25% de estas mazorcas de maíz son consideradas «de calidad superior».

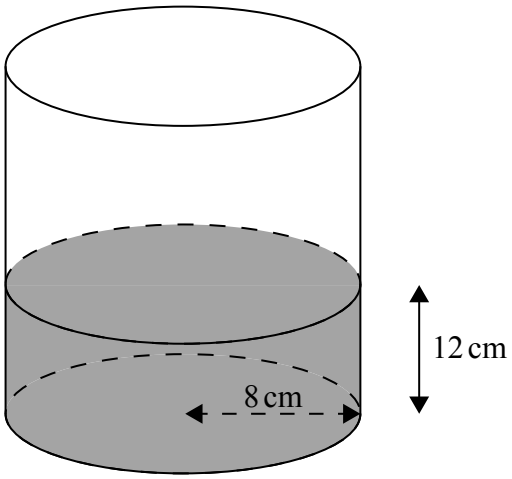
(b) Halle el valor de a. [2]

(c) Estime el rango intercuartil de esta distribución. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

5.19 Un contenedor cilíndrico de $8\,\text{cm}$ de radio se coloca sobre una superficie plana. El contenedor se llena de agua hasta una altura de $12\,\text{cm}$, tal y como se muestra en la siguiente figura.

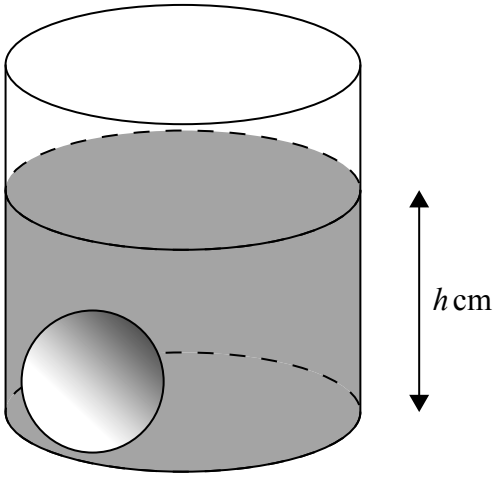
la figura no está dibujada a escala



(a) Halle el volumen de agua que hay en el contenedor. [2]

Una bola pesada de $2{,}9\,\text{cm}$ de radio se deja caer dentro del contenedor. Como resultado de ello, la altura del agua aumenta hasta alcanzar los h cm, tal y como se muestra en la siguiente figura.

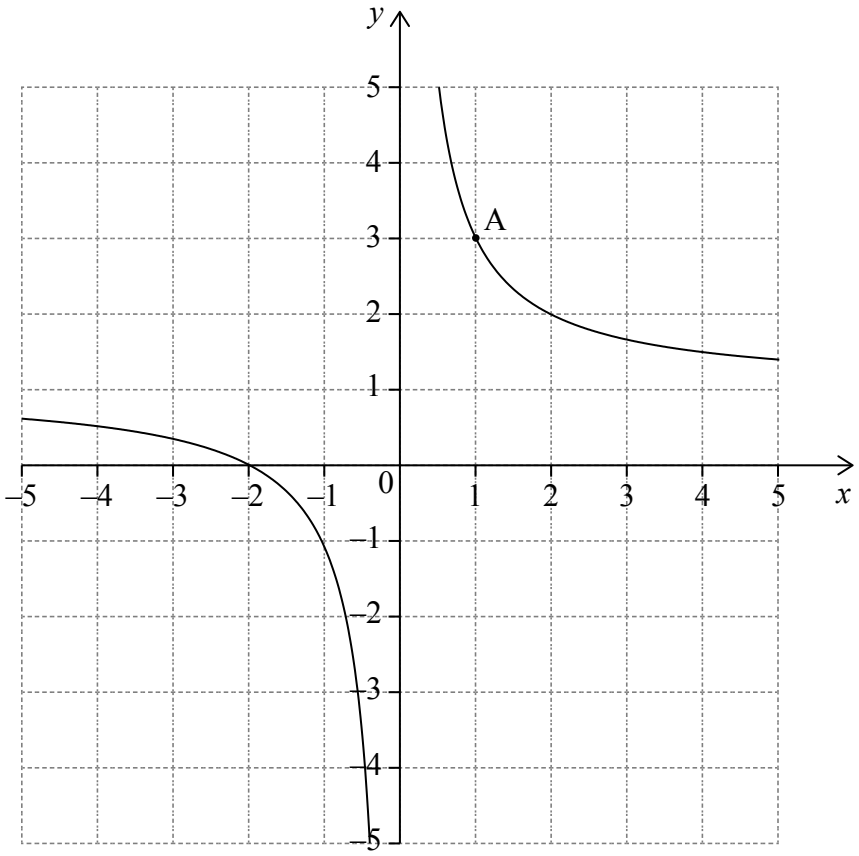
la figura no está dibujada a escala



(b) Halle el valor de h. [4]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

7.4 La siguiente figura muestra una parte del gráfico de la función $y = f(x)$. El gráfico pasa por el punto $\mathrm{A}(1, 3)$.



(a) Escriba el valor de $f(1)$. [1]

La tangente al gráfico de $y = f(x)$ en A tiene por ecuación $y = -2x + 5$. Sea N la normal al gráfico de $y = f(x)$ en A.

(b) Halle la ecuación de N. Dé la respuesta en la forma $ax + by + d = 0$ donde $a, b, d \in \mathbb{Z}$. [3]

(c) Dibuje con precisión la recta N, en la misma figura que aparece más arriba. [2]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.20 Jashanti está ahorrando dinero para comprarse un coche. El precio del coche, en dólares estadounidenses (USD), se puede modelizar mediante la siguiente ecuación

$$P = 8500\,(0{,}95)^t.$$

Los ahorros de Jashanti, en USD, se pueden modelizar mediante la siguiente ecuación

$$S = 400t + 2000.$$

En las dos ecuaciones t es el tiempo, en meses, que ha transcurrido desde que Jashanti empezó a ahorrar para comprarse el coche.

(a) Escriba la cantidad de dinero que Jashanti ahorra cada mes. [1]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar cuánto tiempo tardará Jashanti en tener suficiente dinero ahorrado para comprarse el coche. [2]

Jashanti no quiere esperar demasiado y quiere comprarse el coche dos meses después de haber empezado a ahorrar. Decide pedirle a sus padres el dinero que le falta.

(c) Calcule cuánto dinero le falta a Jashanti. [3]

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

6.23 Considere los siguientes gráficos de funciones cuadráticas.

Gráfico 1.

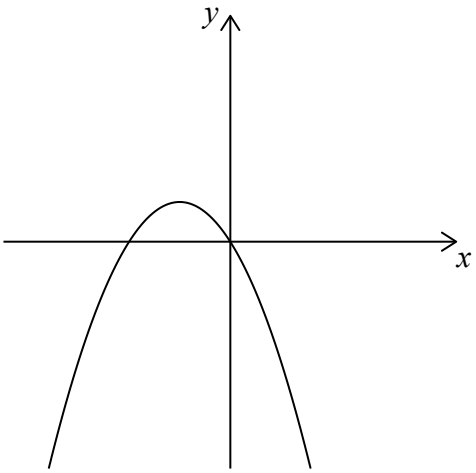


Gráfico 2.

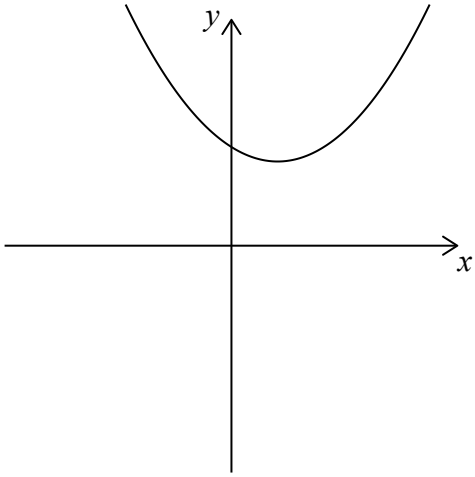


Gráfico 3.

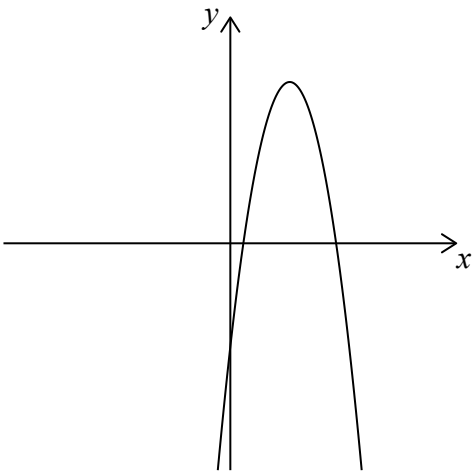
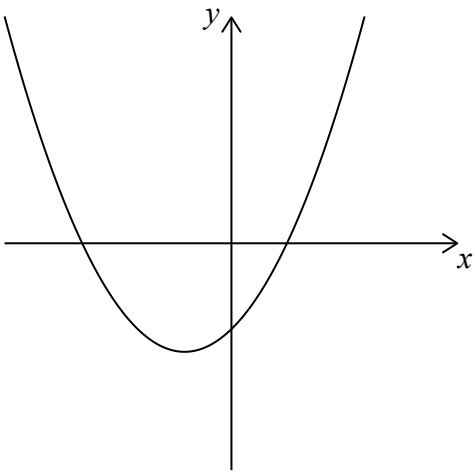


Gráfico 4.



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

Gráfico 5.

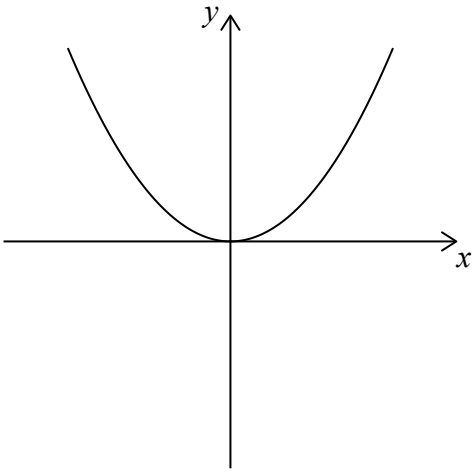
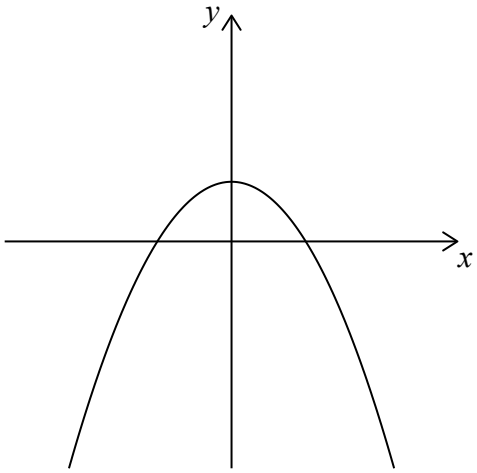


Gráfico 6.



La ecuación de cada una de esas funciones cuadráticas se puede escribir de la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$.

En la siguiente tabla, cada conjunto de condiciones referidas a las constantes a, b y c, corresponde a uno de los gráficos de la página contigua.

Escriba el número del gráfico correspondiente, junto a cada conjunto de condiciones. [6]

Condiciones	**Número del gráfico**
$a > 0$, $b < 0$, $c > 0$	
$a < 0$, $b = 0$, $c > 0$	
$a < 0$, $b > 0$, $c < 0$	
$a > 0$, $b = 0$, $c = 0$	
$a > 0$, $b > 0$, $c < 0$	
$a < 0$, $b < 0$, $c = 0$	

1.5 Considere $c = 5200$ y $d = 0,0000037$.

(a) Escriba el valor de $r = c \times d$. *[1 punto]*

(b) Escriba el valor de r de la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. *[2 puntos]*

(c) Considere los siguientes enunciados sobre c, d y r. Únicamente **tres** de estos enunciados son verdaderos.

Circule los enunciados verdaderos.

$c \in \mathbb{N}$
$d \in \mathbb{Z}$
$d \in \mathbb{Q}$
$r < d$
$c + d \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{r} > c$

[3 puntos]

1.6 El décimo término de una progresión aritmética es 32 y la diferencia común es –6.

(a) Halle el primer término de la progresión. *[2 puntos]*

(b) Halle el término 21 de la progresión. *[2 puntos]*

(c) Halle la suma de los 30 primeros términos de la progresión. *[2 puntos]*

1.7 ***En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos cifras decimales.***

Chiara es una turista italiana que está de visita en Suecia. El tipo de cambio de euros (€) a coronas suecas (SEK) es $1€ = 10,275\,\text{SEK}$. Chiara cambia 350 euros a coronas suecas en un banco que cobra una comisión del 2 %.

(a) Calcule, en **SEK**, la comisión que le cobran. *[3 puntos]*

(b) Escriba cuánto dinero le da el banco a Chiara una vez que ya le ha cobrado la comisión. *[1 punto]*

Chiara vuelve a Italia con 296 SEK. Vuelve a cambiar este dinero a euros en un banco, y recibe 32€. El banco no le cobra ninguna comisión.

(c) Calcule cuál es el valor en SEK de 1€. *[2 puntos]*

1.8 Considere los números 3, -5, $\sqrt{7}$, 2^{-3} y $1{,}75$.
Complete la tabla que aparece a continuación, colocando los tics (✓) necesarios para indicar a cuáles de los conjuntos de números, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$, pertenece cada uno de estos números. Se ha completado la primera fila a modo de ejemplo.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
3	✓	✓	✓
-5			
$\sqrt{7}$			
2^{-3}			
$1{,}75$			

[6 puntos]

1.9 Yoshi se va a pasar un año viajando: primero va a ir de Japón a Italia, y luego a Estados Unidos.
Antes de salir de Japón, Yoshi cambia 100 000 yenes japoneses (JPY) a euros (EUR).
El tipo de cambio es: $1\,\text{JPY} = 0{,}006\,\text{EUR}$.

(a) Calcule cuánto dinero recibe Yoshi, en EUR. *[2 puntos]*

Yoshi se gasta en Italia 426,70 EUR. En un banco estadounidense cambia el dinero que le ha sobrado a dólares estadounidenses (USD), con el siguiente tipo de cambio: $1\,\text{USD} = 0{,}673\,\text{EUR}$.
El banco le cobra una comisión del 1,5 %.

(b) Calcule cuánto dinero recibe Yoshi en USD, una vez que ya ha pagado la comisión. **Dé la respuesta redondeando al número entero de USD más cercano.** *[4 puntos]*

1.10 A Marcus le da su abuela 500 dólares australianos (AUD) por su 18º cumpleaños. Tiene previsto ingresar ese dinero en un banco que le ofrece, durante tres años, un tipo de interés nominal anual del 6,0 % **compuesto trimestralmente**.

(a) Calcule la cantidad total de intereses, en AUD, que cobraría Marcus durante estos tres años. **Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales**. *[3 puntos]*

Marcus cobraría a lo largo de esos tres años los mismos intereses si ingresase los 500 AUD en un segundo banco que ofrece un interés **compuesto anualmente**.

(b) Calcule el tipo de interés que ofrece ese segundo banco. *[3 puntos]*

GIMNASIO FEMENINO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
4to CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS IB
PRUEBA 1 Y 2 – ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM
2017 – 2018

1.11 La distancia d desde un punto $\mathrm{P}(x, y)$ al punto $\mathrm{A}(1, -2)$ viene dada por $d = \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}$.

(a) Halle la distancia que hay entre $\mathrm{P}(100, 200)$ y A. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

(b) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (a)** redondeando a tres cifras significativas. [1]

(c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)** de la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [2]

1.12 De las cuatro progresiones que se muestran a continuación, solo hay una que es aritmética y solo hay una que es geométrica.

$$a_n = 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 5\ ,\ \ldots$$
$$b_n = 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \ldots$$
$$c_n = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$$
$$d_n = 1\ ;\ 0{,}95\ ;\ 0{,}90\ ;\ 0{,}85\ ;\ \ldots$$

(a) Indique qué progresión es

(i) aritmética;

(ii) geométrica. [2]

(b) Para esta **otra** progresión geométrica $e_n = -6, -3, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, \ldots$

(i) escriba la razón común; [1]

(ii) halle el valor **exacto** del décimo término. Dé la respuesta como una fracción. [3]

1.13 Minta deposita 1000 euros en una cuenta bancaria. El banco paga un tipo de interés nominal anual del $5\,\%$, **compuesto trimestralmente**.

(a) Halle cuánto dinero tendrá Minta en el banco al cabo de 3 años. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Minta sacará el dinero de su cuenta bancaria cuando el interés que ha ganado sea igual a 300 euros.

(b) Halle cuánto tiempo, en años, va a pasar hasta que Minta saque su dinero de la cuenta bancaria. [3]

1.14 Considere los números -1 ; 4 ; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{2}$; $0{,}35$ y -2^2.

Complete la siguiente tabla. En cada casilla, ponga un tic (✓) si el número pertenece a ese conjunto de números. Hemos completado la primera fila a modo de ejemplo.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-1		✓	✓	✓
4				
$\frac{2}{3}$				
$\sqrt{2}$				
$0{,}35$				
-2^2				

[6]

1.15 Obi viaja de Dubái a Pretoria y, para ello, cambia en un banco 2000 dírhams de Emiratos Árabes Unidos (AED). A cambio recibe 6160 rands sudafricanos (ZAR).
El tipo de cambio aplicado es $1\ \text{AED} = x\ \text{ZAR}$.

(a) Calcule el valor de x. [2]

Obi decide invertir la mitad del dinero que ha recibido, es decir, $3080\ \text{ZAR}$, en una cuenta donde le pagan un tipo de interés nominal del 9%, **compuesto mensualmente**.

La cantidad de dinero que hay en la cuenta se habrá duplicado antes de que finalice el n-ésimo año de inversión.

(b) Calcule el mínimo valor de n. [4]

1.16 Considere los números $p = 2{,}78 \times 10^{11}$ y $q = 3{,}12 \times 10^{-3}$.

(a) Calcule $\sqrt[3]{\dfrac{p}{q}}$. Escriba el valor completo que aparece en la pantalla de su calculadora. [2]

(b) Escriba la respuesta que dio en el apartado (a)

(i) redondeando a dos lugares decimales;

(ii) redondeando a tres cifras significativas. [2]

(c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)(ii)** en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [2]

1.17 Tomás está jugando con unos palos y con ellos forma los tres primeros diagramas de un patrón. Estos diagramas se muestran a continuación.

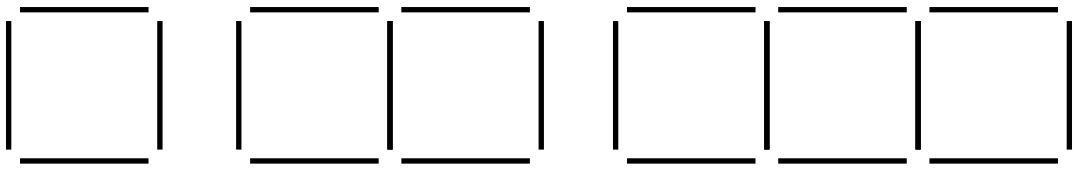


Diagrama 1 Diagrama 2 Diagrama 3

Tomás continúa formando diagramas siguiendo este mismo patrón.

(a) Para formar el diagrama n utiliza 52 palos. Halle el valor de n. [3]

Tomás forma, en total, 24 diagramas.

(b) Halle el número total de palos que ha utilizado Tomás para formar estos 24 diagramas. [3]

1.18 Claudia viaja de Buenos Aires a Barcelona. Cambia 8000 pesos argentinos (ARS) a euros (EUR).

El tipo de cambio aplicado es $1\ \text{ARS} = 0{,}09819\ \text{EUR}$. El banco cobra una comisión del $2\,\%$ por realizar este cambio de divisa.

(a) Halle cuántos euros recibe Claudia. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Cuando Claudia regresa a Buenos Aires aún tiene $85\ \text{EUR}$ y decide volver a cambiar este dinero a ARS. El tipo de cambio aplicado es $1\ \text{ARS} = 0{,}08753\ \text{EUR}$. El banco le cobra una comisión del $r\,\%$. La comisión que le han cobrado por cambiar este dinero es de $14{,}57\ \text{ARS}$.

(b) Halle el valor de r. [3]

1.19 Considere la progresión geométrica $u_1 = 18$; $u_2 = 9$; $u_3 = 4{,}5$; ….

(a) Escriba la razón común de la progresión. [1]

(b) Halle el valor de u_5. [2]

(c) Halle el valor más pequeño de n para el cual se cumple que u_n es menor que 10^{-3}. [3]

1.20 Jashanti está ahorrando dinero para comprarse un coche. El precio del coche, en dólares estadounidenses (USD), se puede modelizar mediante la siguiente ecuación

$$P = 8500\,(0{,}95)^t.$$

Los ahorros de Jashanti, en USD, se pueden modelizar mediante la siguiente ecuación

$$S = 400t + 2000.$$

En las dos ecuaciones t es el tiempo, en meses, que ha transcurrido desde que Jashanti empezó a ahorrar para comprarse el coche.

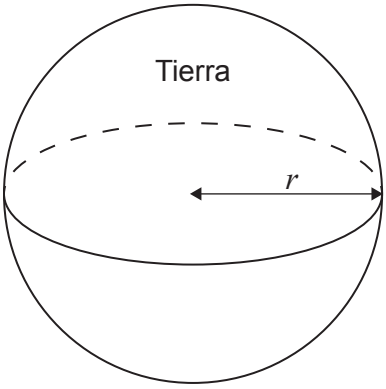
(a) Escriba la cantidad de dinero que Jashanti ahorra cada mes. [1]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar cuánto tiempo tardará Jashanti en tener suficiente dinero ahorrado para comprarse el coche. [2]

Jashanti no quiere esperar demasiado y quiere comprarse el coche dos meses después de haber empezado a ahorrar. Decide pedirle a sus padres el dinero que le falta.

(c) Calcule cuánto dinero le falta a Jashanti. [3]

1.21 Suponga que la Tierra es una esfera de radio $r = 6{,}38 \times 10^3\,\text{km}$.



(a) (i) Calcule el área de la superficie de la Tierra en km^2.

(ii) Escriba la respuesta dada en el apartado (a)(i) en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [4]

La superficie de la Tierra que está cubierta por agua ocupa un área aproximada de $3{,}61 \times 10^8\,\text{km}^2$.

(b) Calcule el porcentaje de la superficie de la Tierra que está cubierta por agua. [2]