Pru 2_Noviembre 2010.pdf

Pru 2_Noviembre 2011.pdf

Pru 2_Noviembre 2012.pdf

Pru 2_Noviembre 2013.pdf

Pru 2_Noviembre 2014.pdf

Pru 2_Noviembre 2015.pdf

Pru 2_Noviembre 2016.pdf

88107410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Viernes 5 de noviembre de 2010 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. *[Puntuación máxima: 24]*

Apartado A

Se hace una encuesta a 100 alumnos, y se les pregunta qué desayunaron esa mañana. Había tres opciones: cereales (X), pan (Y) y fruta (Z). Se obtuvieron los siguientes resultados

10 alumnos desayunaron las tres opciones
17 alumnos desayunaron únicamente pan y fruta
15 alumnos desayunaron únicamente cereales y fruta
12 alumnos desayunaron únicamente cereales y pan
13 alumnos desayunaron únicamente pan
8 alumnos desayunaron únicamente cereales
9 alumnos desayunaron únicamente fruta

(a) Represente esta información en un diagrama de Venn. *[4 puntos]*

(b) Halle el número de alumnos que no desayunaron ninguna de las tres opciones. *[2 puntos]*

(c) Escriba el porcentaje de alumnos que desayunaron fruta. *[2 puntos]*

(d) Describa con palabras qué desayunaron los alumnos pertenecientes al conjunto $\boldsymbol{X \cap Y'}$. *[2 puntos]*

(e) Halle la probabilidad de que un alumno dado haya desayunado **al menos** dos de las tres opciones mencionadas. *[2 puntos]*

(f) Se escogen dos alumnos al azar. Halle la probabilidad de que ambos alumnos hayan desayunado las tres opciones mencionadas. *[3 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

Apartado B

A esos mismos 100 alumnos se les pregunta también cuántas comidas, en promedio, tienen al día. Los datos recabados se han organizado en la siguiente tabla.

	3 comidas al día o menos	**4 ó 5 comidas al día**	**Más de 5 comidas al día**	**Total**
Hombres	15	25	15	55
Mujeres	12	20	13	45
Total	27	45	28	100

Se lleva a cabo una prueba de χ^2 a un nivel de significación del 5 % .

(a) Escriba para esta prueba la hipótesis nula, H_0. *[1 punto]*

(b) Escriba el número de grados de libertad de esta prueba. *[1 punto]*

(c) Escriba el valor crítico de esta prueba. *[1 punto]*

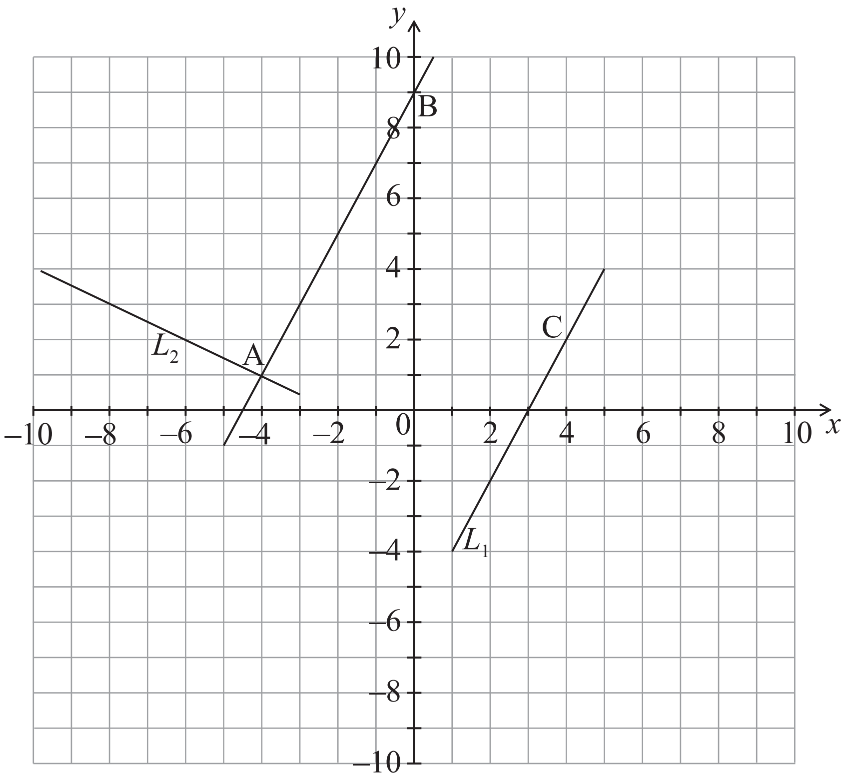
(d) Compruebe que el número esperado de mujeres que hacen más de 5 comidas al día es igual a 13 (redondeando al número entero más próximo). *[2 puntos]*

(e) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar, para estos datos, el valor de χ^2_{calc} . *[2 puntos]*

(f) Decida si se debe o no aceptar H_0. Justifique su respuesta. *[2 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 13]*

Los puntos $A(-4, 1)$, $B(0, 9)$ y $C(4, 2)$ están representados en el siguiente diagrama.
El diagrama también muestra las rectas AB, L_1 y L_2.



(a) Halle la pendiente de AB. *[2 puntos]*

L_1 pasa por C y es paralela a AB.

(b) Escriba cuál es el punto de corte de L_1 con el eje y. *[1 punto]*

L_2 pasa por A y es perpendicular a AB.

(c) Escriba la ecuación de L_2. Dé la respuesta en la forma $\boldsymbol{ax} + \boldsymbol{by} + \boldsymbol{d} = 0$ donde a, b y $\boldsymbol{d} \in \mathbb{Z}$. *[3 puntos]*

(d) Escriba las coordenadas de D, el punto donde se cortan L_1 y L_2. *[1 punto]*

R es un punto perteneciente a L_1, de forma tal que ABRD es un rectángulo.

(e) Escriba las coordenadas de R. *[2 puntos]*

La distancia entre A y D es igual a $\sqrt{45}$.

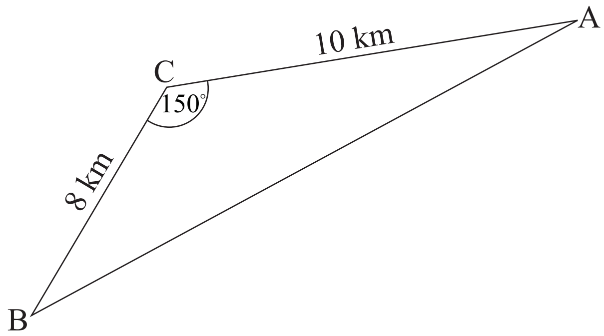
(f) (i) Halle la distancia que hay entre D y R.

(ii) Halle el área del triángulo BDR. *[4 puntos]*

3. *[Puntuación máxima: 16]*

En la figura que se muestra a continuación, A, B y C representan tres pueblos, y los segmentos de recta AB, BC y CA representan las carreteras que los unen. Las longitudes de AC y CB son 10 km y 8 km respectivamente, y el ángulo que forman es igual a 150°.

la figura no está dibujada a escala

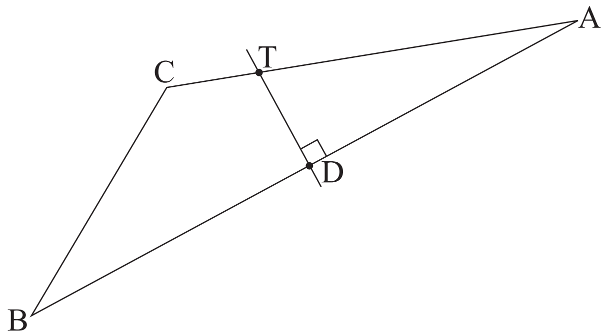


(a) Halle la longitud de la carretera AB. *[3 puntos]*

(b) Halle el valor del ángulo CAB. *[3 puntos]*

El pueblo D está a medio camino entre A y B. Se construye una carretera nueva, que es perpendicular a AB y pasa por D. Sea T el punto donde esta carretera corta a AC. Esta información se muestra en el diagrama que aparece a continuación.

la figura no está dibujada a escala



(c) Escriba la distancia que hay entre A y D. *[1 punto]*

(d) Compruebe que la distancia entre D y T es igual a 2,06 km (redondeando a tres cifras significativas). *[2 puntos]*

Un autobús comienza y termina su viaje en A, haciendo la ruta AD a DT y volviendo por TA.

(e) Halle la distancia total recorrida en este viaje. *[3 puntos]*

La velocidad media del autobús en carretera mientras está en movimiento es de 70 km h^{-1}. El autobús hace una parada de 5 **minutos** tanto en D como en T.

(f) Estime cuánto tiempo tarda el autobús en completar el viaje. Dé la respuesta redondeando al número de minutos más cercano. *[4 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 16]*

En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos cifras decimales.

Apartado A

Estela vive en Brasil y quiere cambiar 4000 BRL (reales brasileños) a GBP (libras esterlinas británicas). El tipo de cambio es $1,00\,\text{BRL} = 0,3071\,\text{GBP}$. El banco cobra uns 3 % de comisión sobre la cantidad de BRL.

(a) Halle, **en BRL**, cuánto dinero tiene Estela después de pagar la comisión. *[2 puntos]*

(b) Halle, en GBP, cuánto dinero recibe Estela. *[2 puntos]*

Tras su viaje al Reino Unido, a Estela le han sobrado 400 GBP. En el aeropuerto vuelve a cambiar este dinero a BRL. El tipo de cambio es ahora $1,00\,\text{BRL} = 0,3125\,\text{GBP}$.

(c) Halle, en BRL, cuánto dinero debería recibir Estela. *[2 puntos]*

En realidad, y después de pagar una comisión, Estela acaba recibiendo 1216,80 BRL.

(d) Halle, en BRL, qué comisión se le ha cobrado a Estela. *[1 punto]*

(e) El porcentaje de comisión es el t %. Halle el valor de t. *[2 puntos]*

Apartado B

Daniel invierte \$1000 (dólares estadounidenses) en una cuenta que ofrece un tipo de interés nominal anual del 3,5 %, **compuesto semestralmente**.

(a) Compruebe que después de tres años, Daniel tendrá en su cuenta \$1109,70 (redondeando a dos cifras decimales). *[3 puntos]*

(b) Escriba el interés que recibe Daniel una vez transcurridos estos tres años. *[1 punto]*

Helen invierte \$1000 en una cuenta que ofrece un interés **simple anual**.

(c) Halle el tipo de interés simple anual necesario para que Helen tenga en su cuenta \$1109,70 después de tres años. *[3 puntos]*

5. *[Puntuación máxima: 21]*

Considere la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 30$.

(a) Escriba $f(0)$. *[1 punto]*

(b) Halle $f'(x)$. *[3 puntos]*

(c) Halle la pendiente de la gráfica de $f(x)$ en el punto donde $x = 1$. *[2 puntos]*

La gráfica de $f(x)$ tiene un máximo local, M, y un mínimo local, N.

(d) (i) Utilice $f'(x)$ para hallar la abscisa (coordenada *x*) de M y de N.

(ii) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, escriba las coordenadas de M y de N. *[5 puntos]*

(e) Dibuje aproximadamente la gráfica de $f(x)$ para $-5 \le x \le 7$ y $-60 \le y \le 60$. Indique claramente en la gráfica a M y a N. *[4 puntos]*

Las rectas L_1 y L_2 son paralelas, y además son tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos A y B respectivamente. L_1 tiene por ecuación $y = 21x + 111$.

(f) (i) Halle la abscisa (coordenada *x*) de A y de B.

(ii) Halle la ordenada (coordenada *y*) de B. *[6 puntos]*

N11/5/MATSD/SP2/SPA/TZ0/XX

88117410

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Jueves 3 de noviembre de 2011 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. *[Puntuación máxima: 18]*

Se mide la velocidad s en km h^{-1} de 120 vehículos al pasar por un determinado punto de la carretera. Los resultados de dicha medición se muestran a continuación.

Velocidad s (km h^{-1})	$0 < s \le 50$	$50 < s \le 60$	$60 < s \le 70$	$70 < s \le 80$	$80 < s \le 90$	$90 < s \le 100$
Número de vehículos	30	46	22	12	8	2

(a) Escriba el punto medio del intervalo $60 < s \le 70$. *[1 punto]*

(b) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para obtener una estimación de

(i) la velocidad media de los vehículos;

(ii) la desviación típica de las velocidades de los vehículos. *[3 puntos]*

(c) Escriba el número de vehículos que van a una velocidad igual o menor a 60 km h^{-1}. *[1 punto]*

Considere la siguiente tabla de frecuencias acumuladas.

Velocidad s (km h^{-1})	$s \le 50$	$s \le 60$	$s \le 70$	$s \le 80$	$s \le 90$	$s \le 100$
Número de vehículos	30	a	b	110	c	120

(d) Escriba el valor de a, de b y de c. *[2 puntos]*

(e) Dibuje con precisión una gráfica de frecuencias acumuladas que refleje la información que aparece en la tabla. Utilice 1 cm para representar 10 km h^{-1} sobre el eje horizontal, y 1 cm para representar 10 vehículos en el eje vertical. *[4 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

(f) Utilice su gráfica de frecuencias acumuladas para estimar

(i) el valor de la mediana de las velocidades de los vehículos;

(ii) el número de vehículos que han pasado a una velocidad igual o menor a 65 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$. *[4 puntos]*

Todos los conductores cuyos vehículos midan una velocidad mayor que una desviación típica por encima del límite de velocidad de 50 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$ serán multados.

(g) Utilice su gráfica para estimar cuántos conductores serán multados. *[3 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 19]*

Pam ha estado recabando datos de un grupo de 400 alumnos del Diploma del BI. Les ha preguntado qué asignatura de Matemáticas han estudiado y en qué idioma han hecho el examen (inglés, español o francés). A continuación se muestra un resumen de los datos recogidos.

	Matemáticas NS	Matemáticas NM	Estudios Matemáticos NM	**Total**
Inglés	50	70	80	200
Español	30	50	30	110
Francés	20	30	40	90
Total	100	150	150	400

Se elige al azar a un estudiante del grupo.

(a) Halle la probabilidad de que el estudiante

(i) haya estudiado Matemáticas NS;

(ii) haya hecho el examen en francés;

(iii) haya estudiado Matemáticas NS y haya hecho el examen en francés;

(iv) no haya estudiado Matemáticas NM y no haya hecho el examen en inglés;

(v) haya estudiado Estudios Matemáticos NM, sabiendo que dicho estudiante hizo el examen en español. *[8 puntos]*

Pam cree que la asignatura de Matemáticas que elige cada estudiante es independiente del idioma en el que dicho estudiante hace el examen.

(b) Utilizando las respuestas anteriores de los apartados (a) (i), (ii) y (iii), indique si hay o no pruebas que sustenten la teoría de Pam. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 2: continuación)

Pam decide poner a prueba su teoría utilizando una prueba de chi-cuadrado a un nivel de significación del 5 % .

(c) (i) Establezca la hipótesis nula para esta prueba.

(ii) Compruebe que el número esperado de alumnos de Estudios Matemáticos NM que hicieron el examen en español es 41,3, redondeando a 3 cifras significativas. *[3 puntos]*

(d) Escriba

(i) el valor calculado de chi-cuadrado;

(ii) el número de grados de libertad;

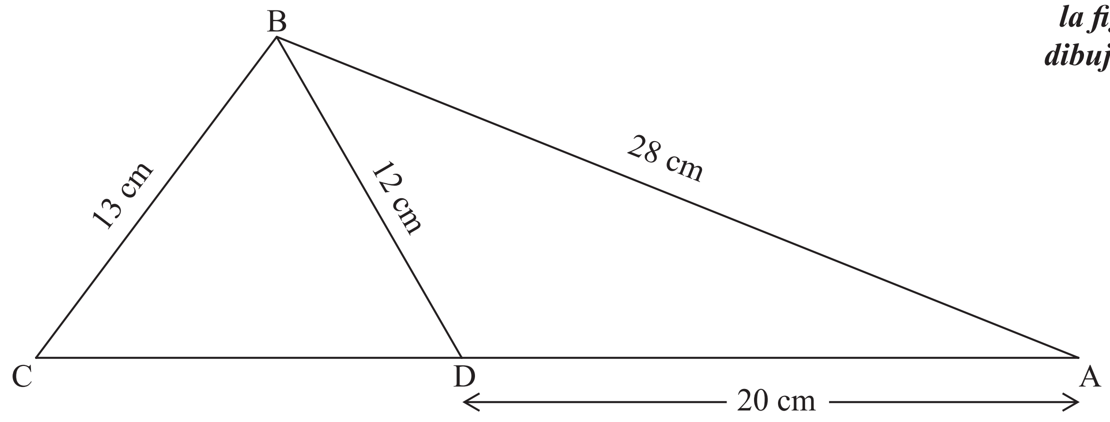
(iii) el valor crítico de chi-cuadrado. *[4 puntos]*

(e) Indique, dando una razón, si a un nivel de significación del 5 % hay suficientes pruebas que indiquen que la teoría de Pam es correcta. *[2 puntos]*

3. *[Puntuación máxima: 14]*

La figura muestra el triángulo ABC, donde $AB = 28\text{ cm}$, $BC = 13\text{ cm}$, $BD = 12\text{ cm}$ y $AD = 20\text{ cm}$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule el valor del ángulo ADB. *[3 puntos]*

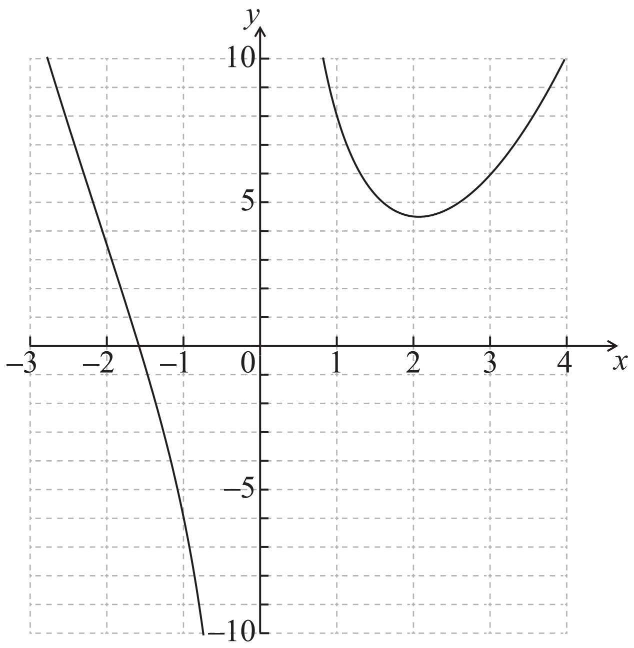
(b) Halle el área del triángulo ADB. *[3 puntos]*

(c) Calcule el valor del ángulo BCD. *[4 puntos]*

(d) Compruebe que el triángulo ABC no es rectángulo. *[4 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 19]*

La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de $f(x) = x^2 - 2x + \dfrac{9}{x}$, donde $x \neq 0$



(a) Escriba

(i) la ecuación de la asíntota vertical de la gráfica de $y = f(x)$;

(ii) la solución de la ecuación $f(x) = 0$;

(iii) las coordenadas del mínimo local. *[5 puntos]*

(b) Halle $f'(x)$. *[4 puntos]*

(c) Compruebe que $f'(x)$ se puede escribir como $f'(x) = \dfrac{2x^3 - 2x^2 - 9}{x^2}$. *[2 puntos]*

(d) Halle la pendiente de la tangente a $y = f(x)$ en el punto $\mathrm{A}(1, 8)$. *[2 puntos]*

La recta L pasa por el punto A y es perpendicular a la tangente en A.

(e) Escriba la pendiente de L. *[1 punto]*

(f) Halle la ecuación de L. Dé la respuesta en la forma $y = mx + c$. *[3 puntos]*

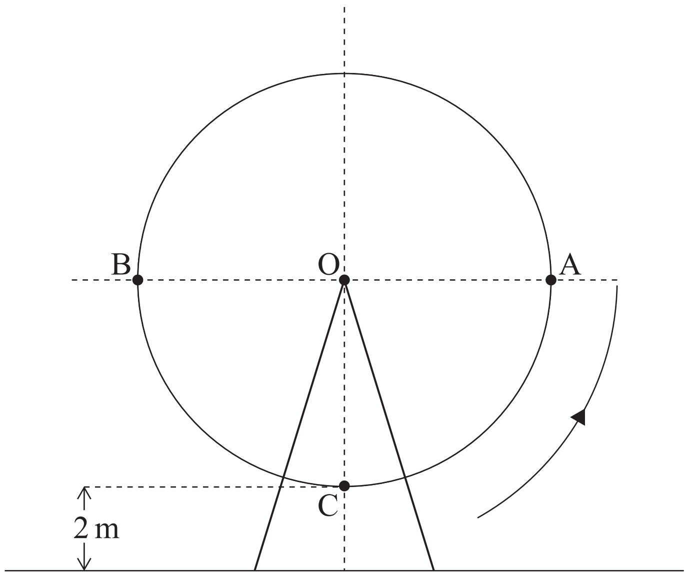
L también corta a la gráfica de $y = f(x)$ en los puntos B y C.

(g) Escriba la **abscisa (coordenada *x*)** de B y de C. *[2 puntos]*

5. *[Puntuación máxima: 20]*

La figura muestra una noria que se mueve a velocidad constante y que completa una vuelta cada 40 segundos. La noria tiene un radio de 12 m y su punto más bajo se encuentra a 2 m del suelo.

la figura no está dibujada a escala



Inicialmente, el asiento C está situado justo debajo del centro de la noria O. A continuación la noria empieza a girar en sentido contrario a las agujas del reloj.

(a) Escriba

(i) la altura sobre el nivel del suelo a la que está O;

(ii) la altura máxima sobre el nivel del suelo que alcanza C. *[2 puntos]*

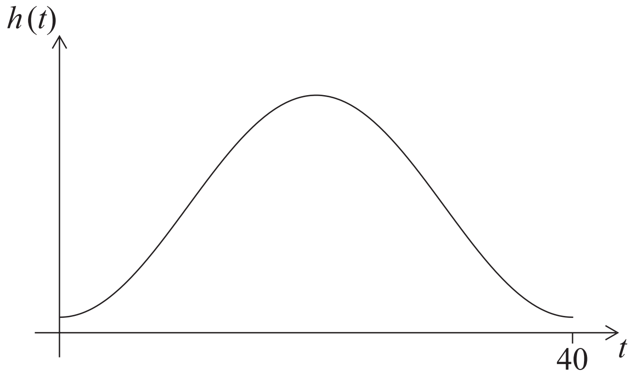
Cuando da una vuelta, C pasa por los puntos A y B, los cuales se encuentran a la misma altura sobre el nivel del suelo que el centro de la noria.

(b) Escriba cuántos segundos tarda C en llegar por primera vez a A y a B. *[2 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 5: continuación)

El siguiente dibujo aproximado muestra la gráfica de la función $h(t)$. Esta función representa la altura de C sobre el nivel de suelo, donde h se mide en metros y t es el tiempo transcurrido en segundos, siendo $0 \le t \le 40$.



(c) **Copie** el dibujo y muestre en su diagrama el resultado de los apartados (a) y (b). Rotule claramente los puntos junto con sus coordenadas. *[4 puntos]*

La altura sobre el suelo de C viene dada por la función $h(t) = a\cos(bt) + c$, donde bt está en grados y t es el tiempo transcurrido en segundos.

(d) Halle el valor de

(i) a;

(ii) b;

(iii) c. *[5 puntos]*

C alcanza **por primera vez** una altura de 20 m sobre el suelo cuando han transcurrido T segundos.

(e) (i) Dibuje aproximadamente un diagrama de la noria claramente rotulado donde se muestre la posición de C.

(ii) Halle el ángulo que ha tenido que girar C hasta alcanzar esta posición.

(iii) Halle el valor de T. *[7 puntos]*

88127410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Miércoles 7 de noviembre de 2012 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de* ***Estudios Matemáticos NM*** para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. *[Puntuación máxima: 13]*

La siguiente tabla muestra las puntuaciones obtenidas por 12 golfistas en las dos primeras jornadas de un torneo de golf regional.

Jornada 1 (x)	71	79	66	73	69	76	68	75	82	67	69	74
Jornada 2 (y)	73	81	68	75	70	79	69	77	83	68	72	76

(a) (i) Escriba la media de las puntuaciones de la Jornada 1.

(ii) Escriba la desviación típica correspondiente a la Jornada 1.

(iii) Halle cuántos de estos golfistas obtuvieron en la Jornada 1 una puntuación mayor que una desviación típica por encima de la media. *[5 puntos]*

(b) Escriba el coeficiente de correlación, r. *[2 puntos]*

(c) Escriba la ecuación de la recta de regresión de y sobre x. *[2 puntos]*

Otro golfista obtuvo una puntuación de 70 en la Jornada 1.

(d) Calcule una estimación de la puntuación que obtuvo en la Jornada 2. *[2 puntos]*

Otro golfista obtuvo una puntuación de 89 en la Jornada 1.

(e) Determine si se puede o no utilizar la ecuación de la recta de regresión para estimar la puntuación obtenida por este golfista en la Jornada 2. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 21]*

Se realizó una encuesta entre 450 estudiantes universitarios, obteniéndose los siguientes resultados

150 tienen un televisor
205 tienen un computador
220 tienen un iPhone
75 tienen un iPhone y un computador
60 tienen un televisor y un computador
70 tienen un televisor y un iPhone
40 tienen los tres dispositivos.

(a) Dibuje con precisión un diagrama de Venn que represente esta información. Utilice T para representar al conjunto de estudiantes que tienen un televisor, C para el conjunto de estudiantes que tienen un computador e I para el conjunto de estudiantes que tienen un iPhone. *[4 puntos]*

(b) Escriba el número de estudiantes que

(i) sólo tienen un computador;

(ii) tienen un iPhone y un computador, pero no tienen televisor. *[2 puntos]*

(c) Escriba $n[T \cap (C \cup I)']$. *[1 punto]*

(d) Calcule cuántos estudiantes no tienen ninguno de los tres dispositivos. *[2 puntos]*

De los 450 estudiantes encuestados se eligen dos estudiantes al azar. Calcule la probabilidad de que

(e) (i) ninguno de los dos estudiantes tenga un iPhone;

(ii) sólo uno de los estudiantes tenga un iPhone. *[6 puntos]*

Se les pide a los estudiantes que recauden dinero para un fin benéfico. El primer mes los estudiantes recaudan x dólares y, a partir de ahí, los alumnos van recaudando y dólares cada uno de los meses posteriores. En los primeros 6 meses recaudan un total de 7650 dólares. Estos datos se pueden representar mediante la ecuación $x + 5y = 7650$.

En los primeros 10 meses recaudan 13 050 dólares.

(f) (i) Escriba una segunda ecuación en x e y que represente esta información.

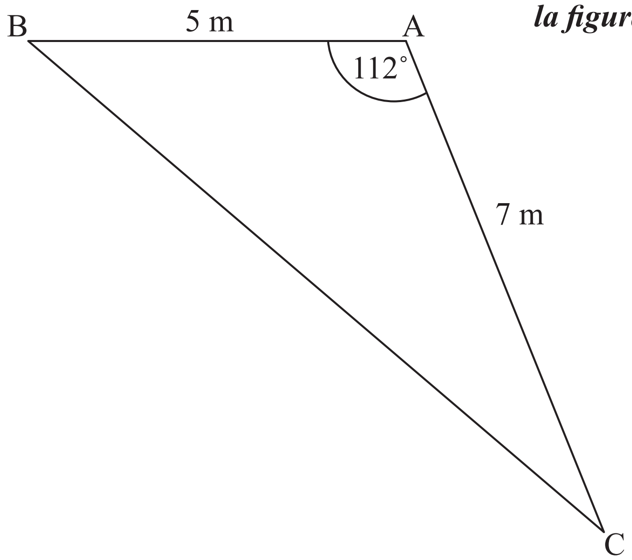
(ii) Escriba el valor de x y el de y. *[3 puntos]*

(g) Calcule cuántos meses tardarán los estudiantes en recaudar 49 500 dólares. *[3 puntos]*

3. *[Puntuación máxima: 19]*

Una empresa de construcciones está construyendo una casa. Primero marcan en el terreno tres puntos A, B y C, siendo $AB = 5$ m, $AC = 7$ m y el ángulo $BAC = 112^\circ$.

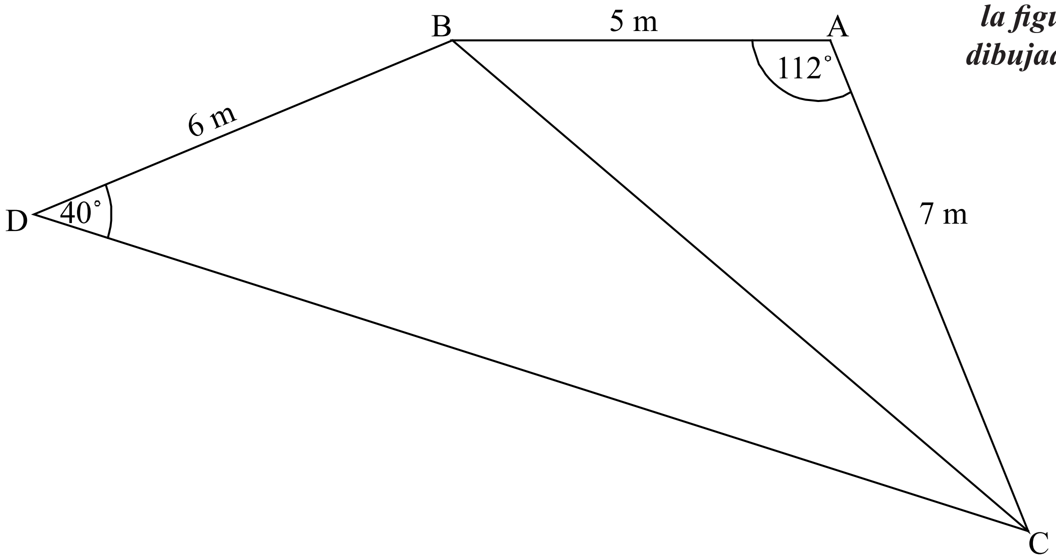
la figura no está dibujada a escala



(a) Halle la longitud de BC. *[3 puntos]*

A continuación marcan en el terreno un cuarto punto, D, situado a una distancia de B de 6 m, y de modo tal que el ángulo BDC es igual a 40°.

la figura no está dibujada a escala



(b) Halle el valor del ángulo DBC. *[4 puntos]*

(c) Halle el área del cuadrilátero ABDC. *[4 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 3: continuación)

El contratista excava y extrae la tierra que está debajo del cuadrilátero ABDC hasta una profundidad de 50 cm para poder colocar los cimientos de la casa.

(d) Halle el volumen de tierra excavada. Dé su respuesta en $\mathbf{m^3}$. *[3 puntos]*

Para transportar la tierra extraída, la empresa de construcciones utiliza bidones cilíndricos de 30 cm de diámetro y 40 cm de altura.

(e) (i) Halle el volumen de uno de estos bidones. Dé su respuesta en $\mathbf{m^3}$.

(ii) Halle el número mínimo de bidones que se necesitan para poder transportar toda la tierra excavada. *[5 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 15]*

Una tienda fue anotando sus ventas de televisores durante el Mundial de fútbol de 2010.
Analizaron el número de televisores vendidos, desglosado por sexo del comprador y por tamaño de la pantalla del televisor.
Esta información aparece resumida en la siguiente tabla, donde S representa el tamaño de la pantalla del televisor en pulgadas.

	$S \le 22$	$22 < S \le 32$	$32 < S \le 46$	$S > 46$	Total
Mujeres	65	100	40	15	220
Hombres	20	65	140	55	280
Total	85	165	180	70	500

La tienda desea utilizar esta información para predecir la probabilidad de vender televisores de cada uno de estos tamaños para el Mundial de fútbol de 2014.

(a) Utilice la tabla para hallar la probabilidad de que

(i) una mujer compre un televisor;

(ii) se compre un televisor con un tamaño de pantalla de $32 < S \le 46$;

(iii) una mujer compre un televisor con un tamaño de pantalla de $32 < S \le 46$;

(iv) se compre un televisor con un tamaño de pantalla más grande que 46 pulgadas, sabiendo que el que lo compra es un hombre. *[6 puntos]*

El gerente de la tienda quiere determinar si el tamaño de pantalla elegido es independiente del sexo del comprador. Para ello, se lleva a cabo una prueba de chi cuadrado a un nivel de significación del 1 %.

(b) Escriba la hipótesis nula. *[1 punto]*

(c) Compruebe que la frecuencia esperada de mujeres que compraron un tamaño de pantalla de $32 < S \le 46$, es igual a 79, redondeando al número entero más próximo. *[2 puntos]*

(d) Escriba el número de grados de libertad. *[1 punto]*

(e) Escriba el valor calculado de χ^2. *[2 puntos]*

(f) Escriba el valor crítico de esta prueba. *[1 punto]*

(g) Determine si se debería aceptar la hipótesis nula. Dé una respuesta razonada. *[2 puntos]*

5. *[Puntuación máxima: 22]*

Considere la función $g(x) = bx - 3 + \frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$.

(a) Escriba la ecuación de la asíntota vertical que tiene el gráfico de $y = g(x)$. *[2 puntos]*

(b) Escriba $g'(x)$. *[3 puntos]*

La recta T es la tangente al gráfico de $y = g(x)$ en el punto para el cual $x = 1$. La pendiente de T es 3.

(c) Compruebe que $b = 5$. *[2 puntos]*

(d) Halle la ecuación de T. *[3 puntos]*

(e) Utilizando su calculadora de pantalla gráfica, halle las coordenadas del punto en el cual el gráfico de $y = g(x)$ corta al eje x. *[2 puntos]*

(f) (i) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = g(x)$ para $-2 \leq x \leq 5$ y $-15 \leq y \leq 25$, indicando claramente su respuesta al apartado (e).

(ii) Dibuje con precisión la recta T sobre el dibujo del apartado anterior. *[6 puntos]*

(g) Utilizando su calculadora de pantalla gráfica, halle las coordenadas del mínimo local de $y = g(x)$. *[2 puntos]*

(h) Escriba el intervalo en el cual $g(x)$ es creciente, dentro del dominio $0 < x < 5$. *[2 puntos]*

88137410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Martes 12 de noviembre de 2013 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de* ***Estudios Matemáticos NM*** para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. *[Puntuación máxima: 18]*

La siguiente tabla muestra la distancia, en km, que hay entre ocho estaciones de tren regionales y la estación terminal (situada en el centro de la ciudad). También se muestra el precio, en \$, que cuesta un billete de ida y vuelta desde cada estación regional hasta la estación terminal.

Distancia en km (x)	3	15	23	42	56	62	74	93
Precio en \$ (y)	5	24	43	56	68	74	86	100

(a) Con estos datos, dibuje con precisión un diagrama de dispersión. Utilice la siguiente escala: 1 cm para representar 10 km a lo largo del eje x, y 1 cm para representar \$10 sobre el eje y. *[4]*

(b) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar:

(i) $\bar{x}$, la media de las distancias;

(ii) $\bar{y}$, la media de los precios. *[2]*

(c) Sitúe en el diagrama de dispersión el punto $\mathrm{M}\,(\bar{x}, \bar{y})$ y rotúlelo. *[1]*

(d) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar:

(i) el coeficiente de correlación momento-producto, r;

(ii) la ecuación de la recta de regresión de y sobre x. *[3]*

(e) Dibuje con precisión sobre el diagrama de dispersión la recta de regresión de y sobre x. *[2]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

Hay una novena estación regional que se encuentra a 76 km de la estación terminal del centro de la ciudad.

(f) Utilice la ecuación de la recta de regresión para estimar el precio de un billete de ida y vuelta desde esta estación regional hasta la estación terminal del centro de la ciudad. **Dé la respuesta redondeando al número entero de $ más próximo.** *[3]*

(g) Dé una razón por la cual sea válido utilizar la recta de regresión para estimar el precio de este billete de ida y vuelta. *[1]*

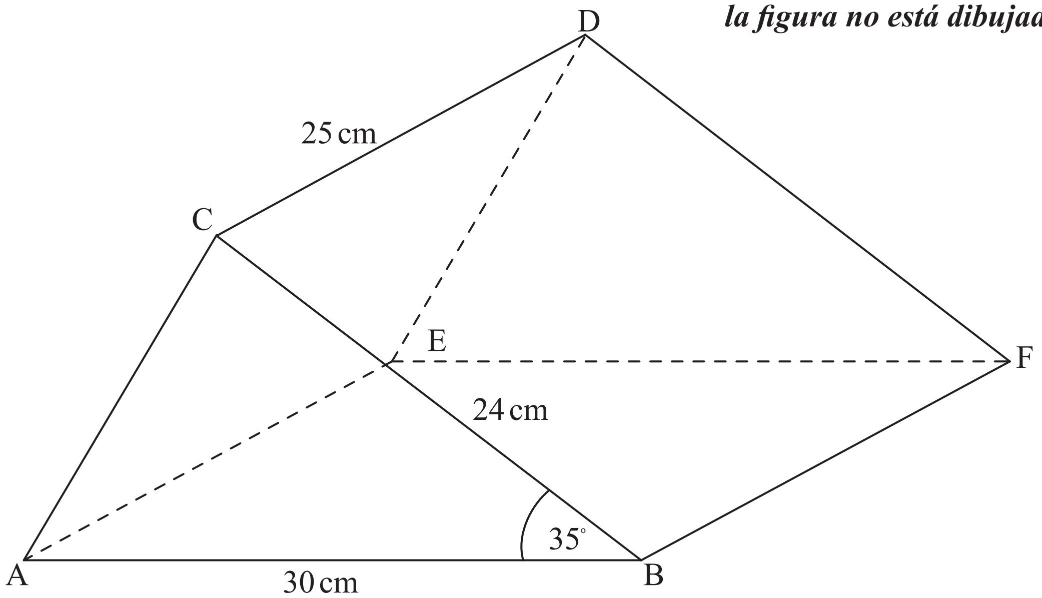
El precio real de este billete de ida y vuelta es $80.

(h) **Utilizando la respuesta dada en el apartado (f)**, calcule el porcentaje de error en el precio estimado del billete. *[2]*

2. *[Puntuación máxima: 16]*

Una empresa tiene un contrato para fabricar 2600 bloques de madera sólidos. Cada bloque tiene forma de prisma triangular recto, ABCDEF, tal y como se muestra en el diagrama. $AB = 30\,\text{cm}$, $BC = 24\,\text{cm}$, $CD = 25\,\text{cm}$ y el ángulo $A\hat{B}C = 35^\circ$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule la longitud de AC. *[3]*

(b) Calcule el área del triángulo ABC. *[3]*

(c) Suponiendo que no se desaprovecha nada de madera, compruebe que el volumen de madera que se necesita para hacer los 2600 bloques es igual a $13\,400\,000\,\text{cm}^3$, redondeando a tres cifras significativas. *[2]*

(d) Escriba 13 400 000 en la forma $a \times 10^k$ donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. *[2]*

(e) Compruebe que la superficie total de un bloque es $2190\,\text{cm}^2$, redondeando a tres cifras significativas. *[3]*

Se van a pintar los bloques. Un litro de pintura alcanza para cubrir $22\,\text{m}^2$.

(f) Calcule el número de litros que se necesitan para pintar los 2600 bloques. *[3]*

3. *[Puntuación máxima: 17]*

A un grupo de 120 mujeres de Estados Unidos se les preguntó si habían estado alguna vez en Europa (E), en Sudamérica (S), o en Asia (A).

7 habían estado en los tres continentes
28 habían estado solo en Europa
22 habían estado solo en Sudamérica
16 habían estado solo en Asia
15 habían estado en Europa y en Sudamérica, pero no habían estado nunca en Asia
x habían estado en Sudamérica y en Asia, pero no habían estado nunca en Europa
$2x$ habían estado en Europa y en Asia, pero no habían estado nunca en Sudamérica
20 no habían estado en ninguno de estos tres continentes

(a) Dibuje un diagrama de Venn que muestre esta información. Para ello, utilice conjuntos rotulados E, S y A. *[5]*

(b) Calcule el valor de x. *[2]*

(c) Explique con palabras el significado de $(E \cup S) \cap A'$. *[2]*

(d) Escriba $n\big((E \cup S \cup A)'\big)$. *[1]*

(e) Halle la probabilidad de que una mujer del grupo elegida al azar haya estado en Europa. *[2]*

(f) Halle la probabilidad de que una mujer del grupo elegida al azar haya estado en Europa, sabiendo que había estado en Asia. *[2]*

Se eligen al azar dos mujeres del grupo.

(g) Halle la probabilidad de que las dos mujeres elegidas hayan estado en Sudamérica. *[3]*

4. *[Puntuación máxima: 23]*

Considere la función $f(x)=\dfrac{3}{4}x^4-x^3-9x^2+20$.

(a) Halle $f(-2)$. *[2]*

(b) Halle $f'(x)$. *[3]*

La gráfica de la función $f(x)$ tiene un mínimo local en el punto donde $x=-2$.

(c) Utilizando la respuesta dada en el apartado (b), compruebe que hay un segundo mínimo local en $x=3$. *[5]*

(d) Dibuje aproximadamente la gráfica de la función $f(x)$ para $-5\le x\le 5$ y $-40\le y\le 50$. Indique sobre el dibujo las coordenadas de la intersección con el eje y. *[4]*

(e) Escriba las coordenadas del máximo local. *[2]*

Sea T la tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $(2,-12)$.

(f) Halle la pendiente de T. *[2]*

La recta L pasa por el punto $(2,-12)$ y es perpendicular a T.
L tiene por ecuación $x+by+c=0$, donde b y $c\in\mathbb{Z}$.

(g) Halle

(i) la pendiente de L;

(ii) el valor de b y el valor de c. *[5]*

5. *[Puntuación máxima: 16]*

En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos cifras decimales.

Arthur vive en Londres. El 1 de agosto de 2008 Arthur pagó 37 500 euros (EUR) por un coche nuevo traído de Alemania. El precio de ese mismo coche en Londres era de 34 075 libras esterlinas (GBP).

El tipo de cambio vigente el 1 de agosto de 2008 era: $1\,\text{EUR} = 0,7234\,\text{GBP}$.

(a) Calcule, **en GBP**, el precio que pagó Arthur por el coche. *[2]*

(b) Escriba, en GBP, cuánto dinero se ahorró Arthur por comprar el coche en Alemania. *[1]*

El 1 de agosto de 2008 Arthur invirtió el dinero que se había ahorrado en un banco que pagaba un interés simple anual del 4,5 %.

(c) Calcule, en GBP, cuál era el **valor** de la inversión de Arthur el 1 de agosto de 2012. *[3]*

Entre el 1 de agosto de 2008 y el 1 de agosto de 2012 el coche de Arthur se fue depreciando con una tasa anual del 9 % de su valor.

(d) Calcule, en GBP, cuál es el valor del coche de Arthur el 1 de agosto de **2009**. *[3]*

(e) Compruebe que el valor del coche de Arthur el 1 de agosto de **2012** era de 18 600 GBP, redondeando a la centena de GBP más próxima. *[3]*

El 1 de agosto de 2012 Arthur vendió su coche por 18 600 GBP y se compró un coche nuevo traído de Alemania por el que pagó 30 500 EUR. Para comprar el coche nuevo, utilizó las 18 600 GBP y el valor de la inversión que había realizado el 1 de agosto de 2008.

El tipo de cambio vigente el 1 de agosto de 2012 era: $1\,\text{EUR} = 0,8694\,\text{GBP}$.

(f) Calcule cuánto dinero le sobra, **en EUR**, después de haber comprado el coche. *[4]*

88147410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Jueves 13 de noviembre de 2014 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin usar del *Cuadernillo de fórmulas de **Estudios Matemáticos NM***.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

*Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.*

1. *[Puntuación máxima: 21]*

Un biólogo está estudiando la relación que existe entre el número de chirridos que emite el grillo arborícola de las nieves y la temperatura del aire. Va anotando la tasa de chirridos, x, de un grillo y la correspondiente temperatura del aire, T, en grados Celsius.

La siguiente tabla muestra los valores anotados.

Tasa de chirridos del grillo, x, (chirridos por minuto)	20	40	60	80	100	120
Temperatura, T en °C	8,0	12,8	15,0	18,2	20,0	21,1

(a) Con estos datos, dibuje con precisión un diagrama de dispersión. Utilice la siguiente escala: en el eje horizontal, 2 cm para representar 20 chirridos y en el eje vertical, 2 cm para representar 4 °C. *[4]*

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para escribir el coeficiente de correlación, r, entre x y T. *[2]*

(c) Interprete la relación que hay entre x y T utilizando el valor de r que ha hallado. *[2]*

(d) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para escribir la ecuación de la recta de regresión de T sobre x. Dé la ecuación de la forma $T = ax + b$. *[2]*

(e) Calcule cuál es la temperatura del aire cuando la tasa de chirridos del grillo es igual a 70. *[2]*

(f) Sabiendo que $\bar{x} = 70$, dibuje con precisión la recta de regresión de T sobre x en su diagrama de dispersión. *[2]*

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

Un guarda forestal emplea su propia fórmula para estimar la temperatura del aire. Cuenta cuántos chirridos se emiten en 15 segundos, z, multiplica este número por 0,45 y a continuación le suma 10.

(g) Escriba la fórmula que emplea el guarda forestal para estimar la temperatura, T. Dé la ecuación de la forma $T = mz + n$. *[1]*

Un grillo emite 20 chirridos en **15** segundos.

(h) Para esta tasa de chirridos

(i) calcule una estimación de la temperatura, T, **utilizando la fórmula del guarda forestal**;

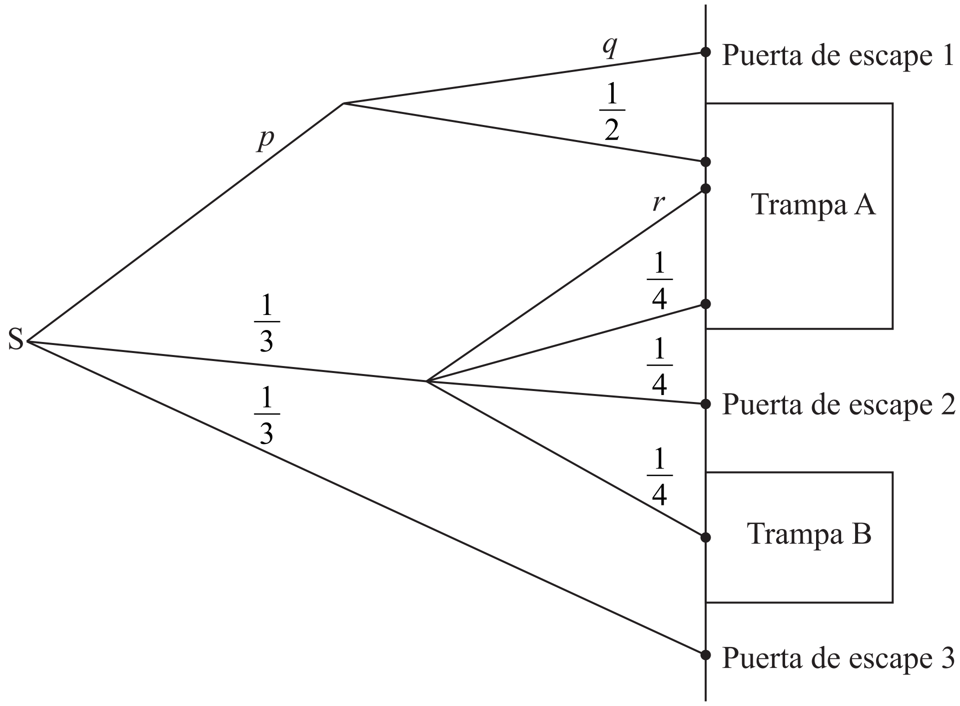
(ii) determine la temperatura real que anotó el biólogo **utilizando la tabla anterior**;

(iii) calcule el porcentaje de error de la estimación de la temperatura basada en la fórmula del guarda forestal, en comparación con la temperatura real anotada por el biólogo. *[6]*

2. *[Puntuación máxima: 15]*

Mike, el ratón de laboratorio, se coloca en la línea de salida, S, de un laberinto. Algunos caminos del laberinto llevan a la Trampa A, algunos a la Trampa B, y otros conducen a puertas de escape. Algunos caminos constan de un único ramal y otros constan de dos ramales. Si el camino elegido se bifurca, Mike elige aleatoriamente un ramal que vaya hacia **adelante**.

El siguiente diagrama de árbol representa el laberinto: muestra todos los posibles caminos y la probabilidad de que Mike escoja un ramal determinado de un camino del laberinto.



(a) Escriba el valor de

(i) p;

(ii) q;

(iii) r. *[3]*

(b) (i) Halle la probabilidad de que Mike llegue hasta la Trampa B.

(ii) Halle la probabilidad de que Mike llegue hasta la Trampa A.

(iii) Halle la probabilidad de que Mike consiga escapar del laberinto. *[7]*

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 2: continuación)

Sonya, una ayudante de laboratorio, cuenta el número de caminos que llevan a una trampa o a una puerta de escape. Ella cree que la probabilidad que Mike tiene de caer en una trampa es mayor que la probabilidad que tiene de escapar.

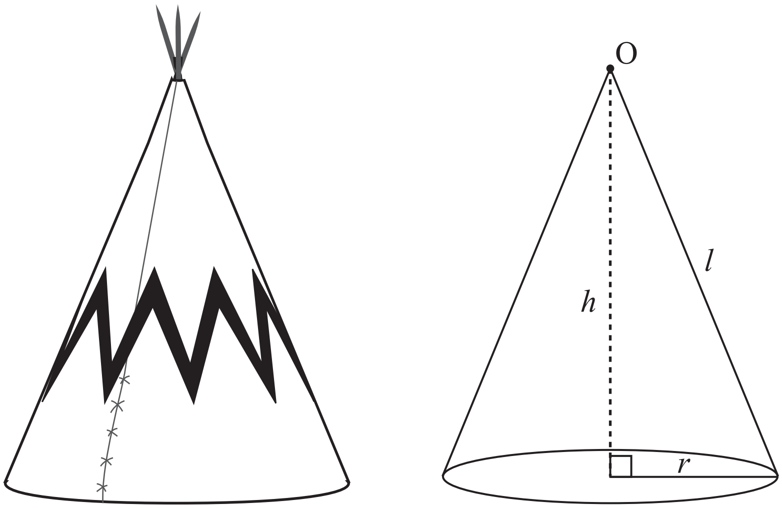
(c) Indique si Sonya está o no en lo cierto. Dé una justificación matemática que respalde dicha conclusión. *[2]*

En el primer intento Mike consigue escapar.

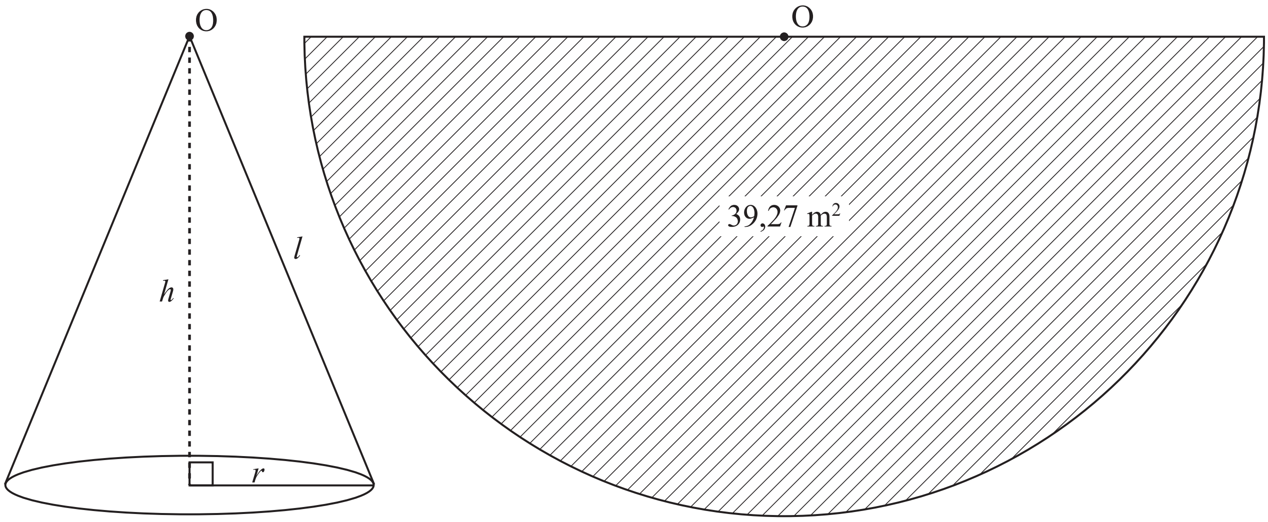
(d) Sabiendo que Mike ha conseguido escapar, halle la probabilidad de que haya ido directamente de S a la Puerta de escape 3. *[3]*

3. *[Puntuación máxima: 16]*

Los tipis eran tiendas de campaña típicas de los indios americanos que vivían en las Grandes Llanuras de Norteamérica. Son viviendas en forma cónica y se pueden modelar como un cono, de vértice O, como se muestra debajo. El cono tiene radio r, altura h y generatriz l.



En la exposición de Las Grandes Llanuras se muestra un modelo de tipi. La superficie curvada de este tipi se cubre con una lona de **39,27 m²**, que tiene forma de semicírculo, tal y como se muestra en la siguiente figura.



la figura no está dibujada a escala

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 3: continuación)

(a) Muestre que la generatriz, l, mide 5 m, redondeando al número entero de metros más cercano. *[2]*

(b) (i) Halle la circunferencia de la base del cono.

(ii) Halle el radio, r, de la base.

(iii) Halle la altura, h. *[6]*

Una empresa diseña tiendas de campaña en forma cónica para que se parezcan a los tipis tradicionales.

Estas tiendas de campaña en forma cónica vienen en varios tamaños tales que la suma del diámetro y de la altura es igual a **9,33 m**.

(c) Escriba una expresión para la altura, h, en función del radio, r, de estas tiendas de campaña de forma cónica. *[1]*

(d) Muestre que el volumen de la tienda de campaña, V, se puede escribir como,

$$V = 3{,}11\pi r^2 - \frac{2}{3}\pi r^3.$$ *[1]*

(e) Halle $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}$. *[2]*

(f) (i) Determine el valor **exacto** de r para el cual el volumen es máximo.

(ii) Halle el volumen máximo. *[4]*

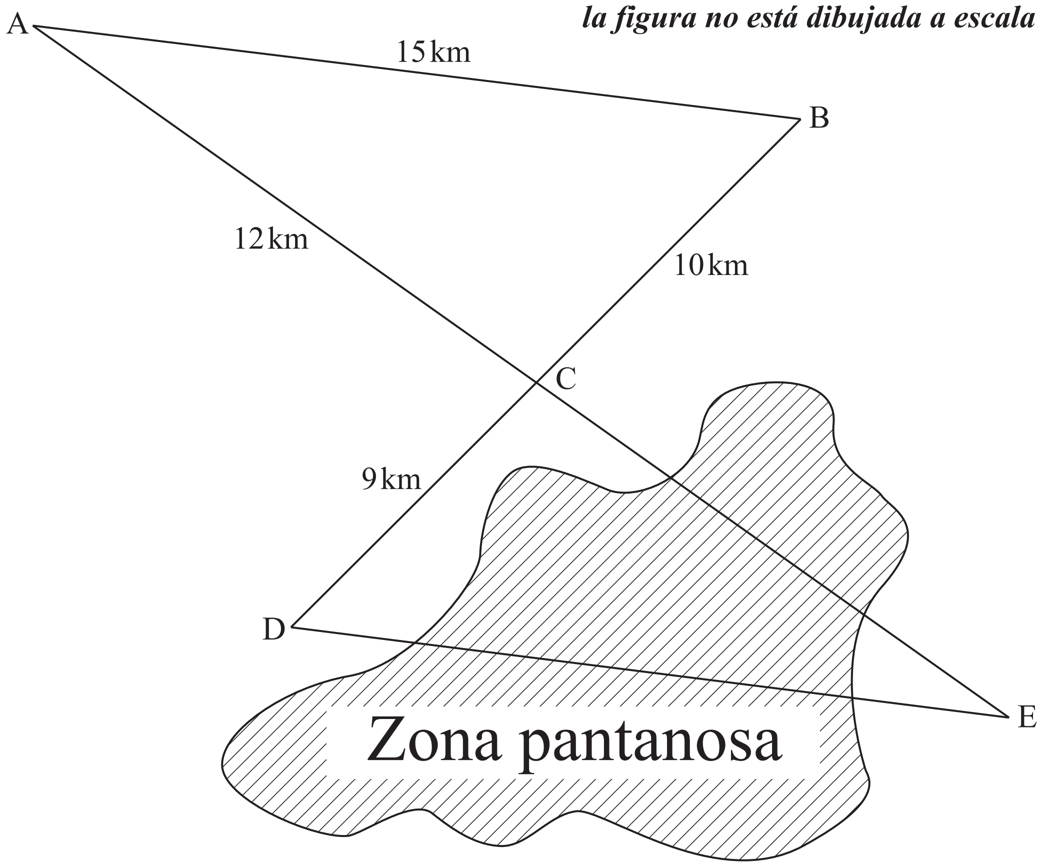
4. *[Puntuación máxima: 13]*

Un agrimensor tiene que calcular el área de un terreno triangular, DCE.
La longitud de CE y la de DE no se pueden medir directamente porque atraviesan una zona pantanosa.

AB, DE, BD y AE son todos caminos rectos. Los caminos AE y DB se cortan en el punto C.
La longitud de AB es igual a 15 km, la de BC es 10 km, la de AC es 12 km, y la de DC es 9 km.

La figura que aparece a continuación muestra los datos que ha recogido el agrimensor.

la figura no está dibujada a escala



(a) (i) Halle el valor del ángulo ACB.

(ii) Muestre que el ángulo DCE mide $85,5^\circ$, redondeando a un lugar decimal. *[4]*

El agrimensor mide el ángulo CDE y ve que mide el doble que el ángulo DEC.

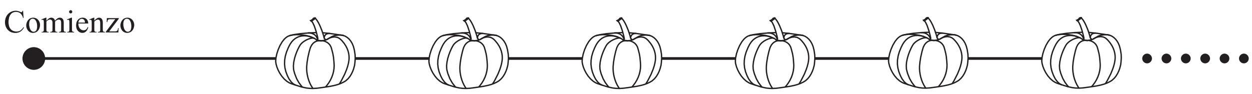
(b) (i) Utilizando el valor del ángulo DCE $= 85,5^\circ$, halle el valor del ángulo DEC.

(ii) Halle la longitud de DE. *[5]*

(c) Calcule el área del triángulo DEC. *[4]*

5. *[Puntuación máxima: 14]*

En un juego se colocan n calabazas pequeñas en línea recta a 1 metro de distancia una de otra. Para empezar a jugar, los jugadores se colocan 3 metros antes de la primera calabaza.



Cada jugador **recoge** una única calabaza levantándola del suelo y trayéndola de vuelta al comienzo. Primero se recoge la calabaza más cercana. A continuación, el jugador recoge la siguiente calabaza más cercana y el juego continúa de esta forma hasta que suena la señal que indica el final del juego.

Sirma echa a correr para levantar cada calabaza y traerla de vuelta al comienzo.

(a) Escriba la distancia, a_1, en metros, que tiene que correr para **recoger** la primera calabaza. *[1]*

Las distancias que tiene que recorrer para **recoger** cada una de las calabazas forman una progresión $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

(b) (i) Halle a_2.

(ii) Halle a_3. *[2]*

(c) Escriba la diferencia común, d, de esta progresión. *[1]*

La última calabaza que Sirma **recoge** estaba situada a 24 metros del comienzo.

(d) (i) Halle el número total de calabazas que ha **recogido** Sirma.

(ii) Halle la distancia total que ha recorrido Sirma para **recoger** todas esas calabazas. *[5]*

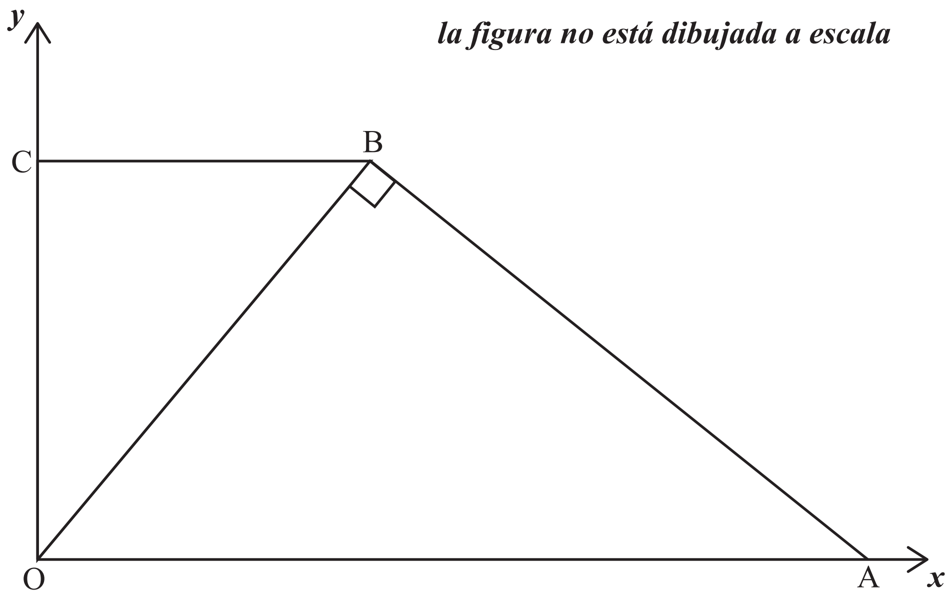
Peter también juega a este juego. Cuando suena la señal que indica el final del juego, Peter ha recorrido 940 metros.

(e) Calcule el número total de calabazas que ha **recogido** Peter. *[3]*

(f) Calcule a qué distancia del comienzo se encuentra Peter cuando suena la señal. *[2]*

6. *[Puntuación máxima: 11]*

La siguiente figura muestra dos triángulos, OBC y OBA, en un sistema de ejes. El punto C se encuentra en el eje y; O es el origen.



La ecuación de la recta BC es $y = 4$.

(a) Escriba las coordenadas del punto C. *[1]*

La coordenada x del punto B es a.

(b) (i) Escriba las coordenadas del punto B;

(ii) Escriba la pendiente de la recta OB. *[2]*

El punto A se encuentra en el eje x y la recta AB es perpendicular a la recta OB.

(c) (i) Escriba la pendiente de la recta AB.

(ii) Muestre que la ecuación de la recta AB es $4y + ax - a^2 - 16 = 0$. *[3]*

El área del triángulo AOB es **el triple** del área del triángulo OBC

(d) Halle una expresión, **en función de *a***, para

(i) el área del triángulo OBC;

(ii) la coordenada x del punto A. *[3]*

(e) Calcule el valor de a. *[2]*

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 2

Jueves 12 de noviembre de 2015 (tarde)

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

8815 – 7410

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 14]

En una tienda venden bombones con sabor a fresa, con sabor a café y con sabor a naranja. A 50 clientes les preguntan al salir qué tipo de bombones han comprado.

Éstos fueron los resultados obtenidos:

Hubo 7 que compraron únicamente bombones de fresa
Hubo 6 que compraron únicamente bombones de café
Hubo 10 que compraron únicamente bombones de naranja
Hubo 3 que compraron de café y de fresa, **pero no** de naranja
Hubo 5 que compraron de fresa y de naranja, **pero no** de café
Hubo 4 que compraron de naranja y de café, **pero no** de fresa
Hubo x que compraron de fresa, de café y de naranja.

(a) Represente esta información en un diagrama de Venn. [4]

(b) Halle el valor de x, sabiendo que 13 de esos 50 clientes no compraron bombones. [2]

(c) (i) Halle la probabilidad de que un cliente, elegido al azar de entre esos 50 clientes, haya comprado bombones con sabor a fresa.

(ii) Halle la probabilidad de que un cliente, elegido al azar de entre esos 50 clientes, haya comprado bombones con sabor a naranja.

(iii) Determine si los sucesos en los apartados (c)(i) y (c)(ii) son independientes. Dé una razón que justifique su respuesta. [6]

(d) Se escoge un cliente al azar de entre estos 50 clientes. Sabiendo que el cliente compró bombones con sabor a café, halle la probabilidad de que también haya comprado bombones con sabor a fresa. [2]

2. [Puntuación máxima: 19]

La siguiente tabla muestra las notas de la evaluación interna y las notas del examen que han obtenido seis alumnos.

Nota de la evaluación interna (x puntos)	4	10	12	16	18	20
Nota del examen (y puntos)	35	45	52	55	65	70

(a) **En un papel milimetrado**, dibuje con precisión un diagrama de dispersión que represente los datos anteriores. Utilice la siguiente escala: 1 cm para representar 2 puntos en el eje x y 1 cm para representar 10 puntos en el eje y. [3]

(b) (i) Escriba para estos datos el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson, r.

(ii) Describa la correlación que existe entre las notas de la evaluación interna y las notas del examen. [4]

(c) Halle

(i) la media de las notas de la evaluación interna, $\bar{x}$;

(ii) la media de las notas del examen, $\bar{y}$. [2]

(d) Sitúe y rotule el punto $\mathrm{M}(\bar{x}, \bar{y})$ en el diagrama de dispersión del apartado (a). [2]

(e) Escriba la ecuación de la recta de regresión de y sobre x. [2]

(f) Utilice la **ecuación** obtenida en el apartado (e) para estimar la nota que sacará en el examen un alumno que haya obtenido 8 puntos en la evaluación interna. [2]

(g) En el diagrama de dispersión del apartado (a) dibuje con precisión la recta de regresión de y sobre x. [2]

Un **alumno nuevo** obtiene 30 puntos en la evaluación interna y utiliza los datos anteriores para estimar que obtendrá 89 puntos en el examen.

(h) Indique si esta estimación es o no fiable y dé una razón que justifique su respuesta. [2]

3. [Puntuación máxima: 13]

El peso de las ovejas de una granja sigue una distribución normal de media $110\,\text{kg}$ y desviación típica igual a $8\,\text{kg}$.

(a) Dibuje aproximadamente un diagrama que represente la distribución de los pesos de estas ovejas. En ese diagrama rotule la media y rotule una desviación típica por encima y por debajo de la media. [2]

(b) (i) Una oveja tiene un peso de $94\,\text{kg}$. Escriba el número de desviaciones típicas que está este peso por debajo de la media.

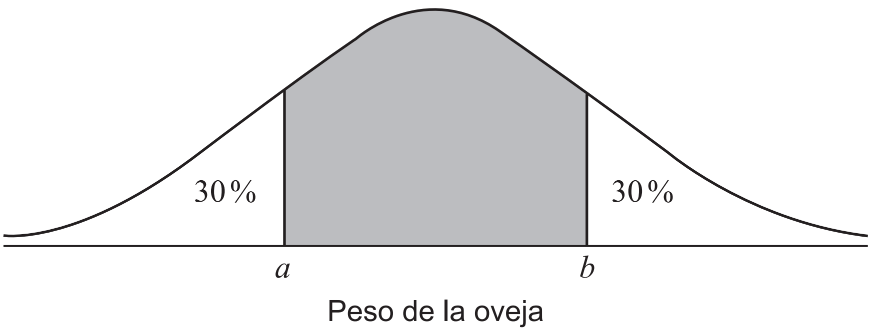
(ii) Halle la probabilidad de que una oveja, elegida al azar, pese más de $94\,\text{kg}$. [3]

(c) (i) Halle la probabilidad de que una oveja, elegida al azar, pese entre $88\,\text{kg}$ y $116\,\text{kg}$.

(ii) El granjero pesa a 160 de sus ovejas. Halle el número de ovejas que él espera que pesen entre $88\,\text{kg}$ y $116\,\text{kg}$. [4]

(d) Sabiendo que el $75\,\%$ de las ovejas pesan **menos de** $w\,\text{kg}$, halle el valor de w. [2]

Se escoge una oveja al azar. Su peso cae dentro de la región sombreada central de la siguiente figura.

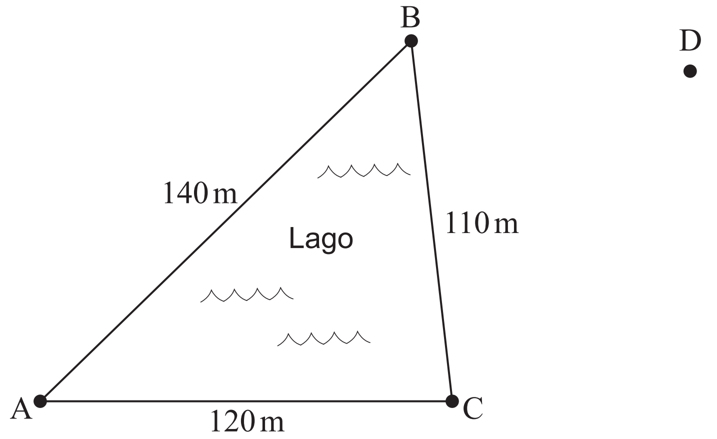


(e) Halle el valor de a y el de b. [2]

4. [Puntuación máxima: 15]

Un lago tiene forma de triángulo, ABC, donde AB, BC y CA son caminos que rodean al lago. Las longitudes de estos caminos son las siguientes: $\text{AB} = 140\,\text{m}$, $\text{BC} = 110\,\text{m}$ y $\text{CA} = 120\,\text{m}$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle el valor del ángulo $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C}$. [3]

(b) Halle el área del lago. [3]

Una granja se encuentra a una cierta distancia del lago, en el punto D, de modo tal que el ángulo $\text{D}\hat{\text{B}}\text{C}$ mide 80° y el ángulo $\text{B}\hat{\text{C}}\text{D}$ mide 40°. La granjera ha construido dos caminos rectos que van desde la granja, D, hasta los punto B y C, respectivamente.

(c) Muestre que el ángulo $\text{B}\hat{\text{D}}\text{C} = 60^\circ$. [1]

(d) Halle la distancia que hay entre C y D. [3]

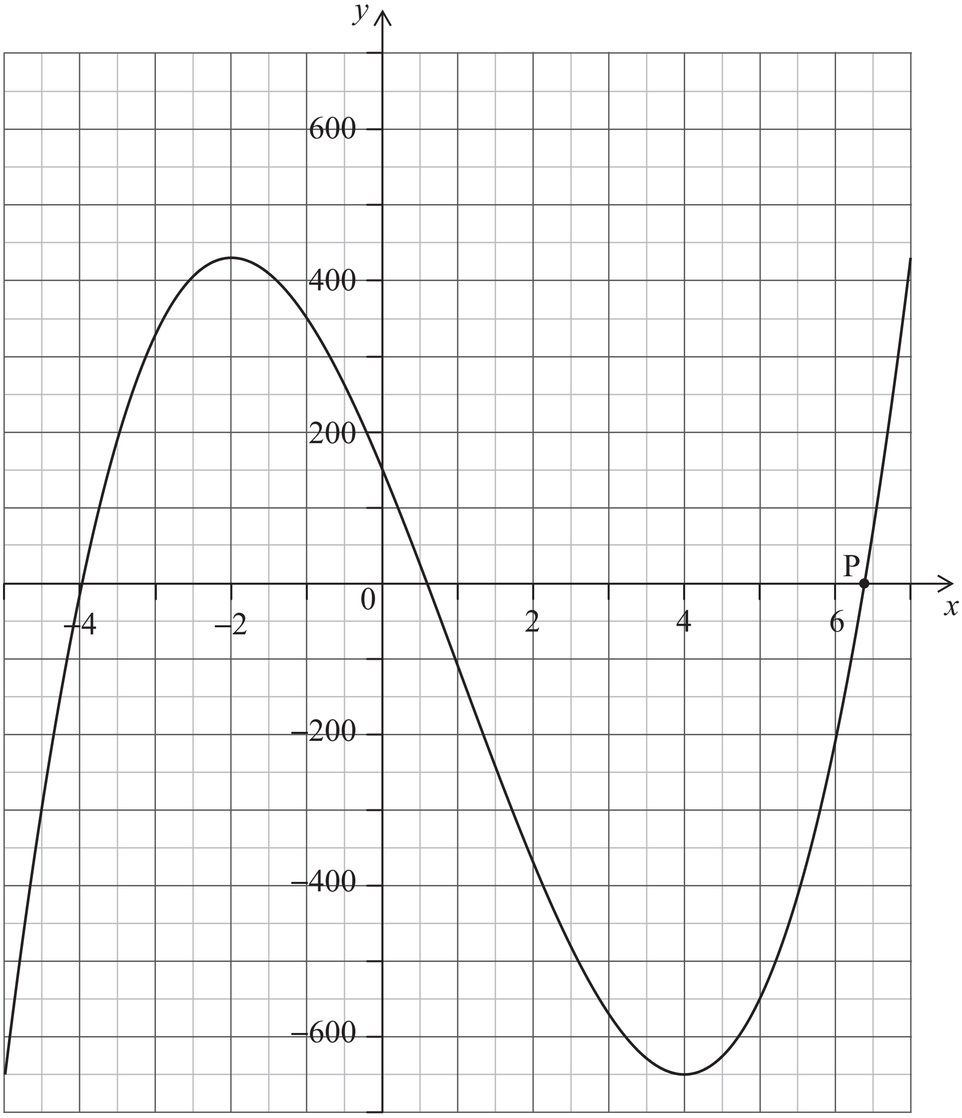
El tractor de la granjera se encuentra en el punto A, en la orilla opuesta del lago.
La granjera va andando por los caminos rectos que salen de su granja, D, y que, rodeando el lago, llegan hasta el tractor en A.

(e) Muestre que la ruta **más corta** posible que puede elegir la granjera pasa por el punto B. [5]

5. [Puntuación máxima: 17]

La siguiente figura muestra el gráfico de la función

$$f(x) = nx^3 + px^2 + qx + r,\ n \neq 0, \text{ para } -5 \leq x \leq 7.$$



(a) Indique si la función es creciente o decreciente en $x = -3$. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]

(b) Escriba el valor de r. [1]

Los valores de p y q son tales que $f(x) = nx^3 - 30x^2 - 240x + r$.

(c) Halle $f'(x)$. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 5: continuación)

(d) Escriba las coordenadas del mínimo local. [1]

(e) Muestre que el valor de n es 10. [2]

(f) (i) Calcule $f'(-1)$.

(ii) Halle la ecuación de la tangente al gráfico en el punto $(-1\,,\,350)$. Dé la respuesta en la forma $ax + by + d = 0$.

(iii) Escriba cuál es la pendiente de la normal al gráfico en $x = -1$. [5]

El gráfico de la función corta al eje x en el punto P, tal y como se muestra en la figura.

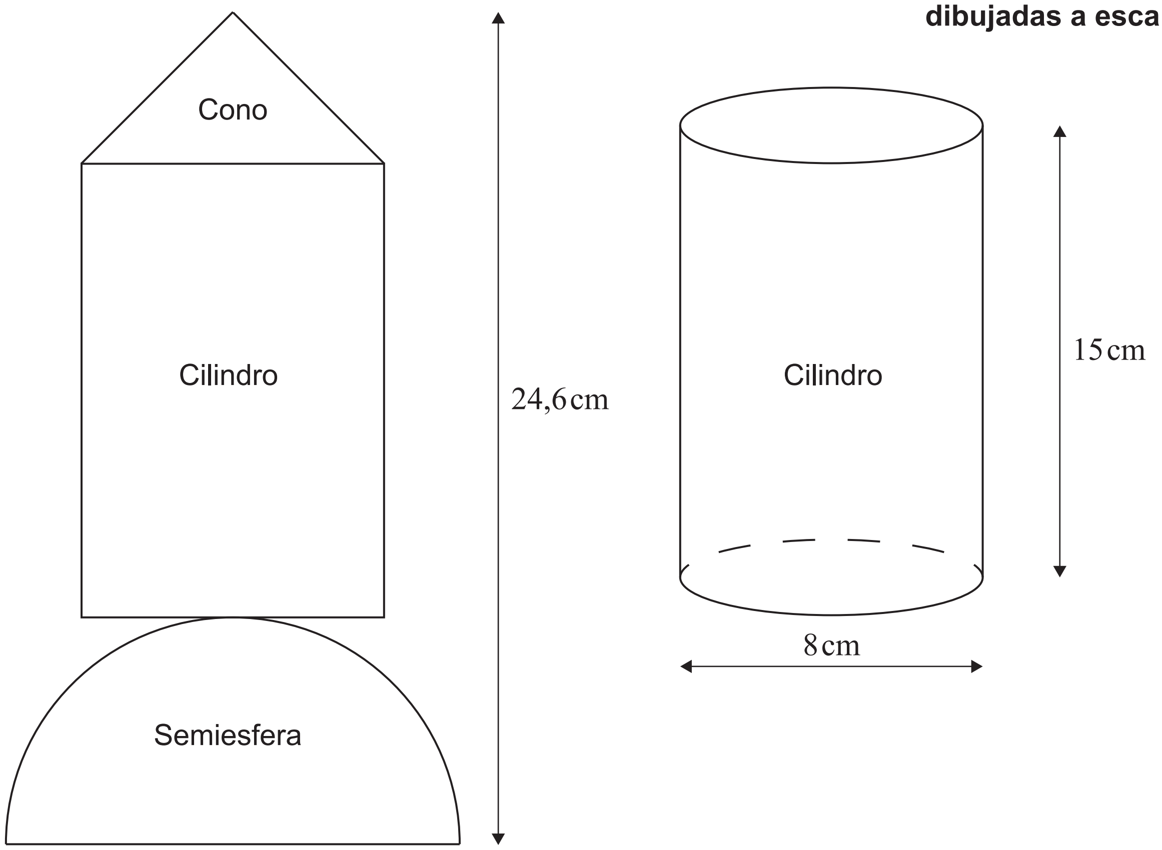
(g) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar la coordenada x de P. [1]

(h) Sea $g(x) = 100x + 400$, para $-5 \le x \le 7$. Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar los valores de x para los cuales $f(x) = g(x)$, dentro del dominio dado. [2]

6. [Puntuación máxima: 12]

Yutaka construye un cohete de juguete. Consta de tres partes sólidas diferenciadas: un cono, un cilindro y una semiesfera. Este juguete aparece representado en la siguiente figura bidimensional. El cilindro también se muestra en una figura aparte.

las figuras no están dibujadas a escala



El cilindro tiene una altura de $15\,\text{cm}$ y un diámetro de $8\,\text{cm}$.

(a) Halle el volumen del cilindro. [2]

El cono tiene un diámetro de $8\,\text{cm}$ y un volumen de $85\,\text{cm}^3$.

(b) Halle la altura del cono. [2]

El cohete de juguete tiene una altura total de $24{,}6\,\text{cm}$.

(c) Halle el volumen de la semiesfera. [4]

Yutaka decide pintar el cono de su cohete de juguete.

(d) Calcule el área lateral del cono. Dé la respuesta redondeando al número entero de cm^2 más próximo. [4]

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 2

Viernes 11 de noviembre de 2016 (mañana)

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

8 páginas

8816 – 7410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 17]

El mes previo a los exámenes del Diploma del IB, ocho alumnos varones fueron anotando el número de horas que pasaban en las redes sociales.

En la siguiente tabla se muestra, para cada alumno, el número de horas que pasó en las redes sociales (x) y el número de puntos del Diploma del IB que ha obtenido (y).

Horas que pasó en las redes sociales (x)	6	15	26	12	13	40	33	23
Puntos del Diploma del IB (y)	43	33	27	36	39	17	20	33

(a) En un papel milimetrado, dibuje con precisión un diagrama de dispersión que represente estos datos. Utilice la siguiente escala: $2\,\text{cm}$ para representar 5 horas en el eje x y $2\,\text{cm}$ para representar 10 puntos en el eje y. [4]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar

(i) $\bar{x}$, la media del número de horas que pasaron en las redes sociales;

(ii) $\bar{y}$, la media del número de puntos del Diploma del IB. [2]

(c) Sitúe en el diagrama de dispersión el punto $(\bar{x}, \bar{y})$ y rotúlelo con una M. [2]

(d) Escriba para estos datos el valor del coeficiente de correlación momento-producto de Pearson r. [2]

(e) Escriba la ecuación de la recta de regresión de y sobre x correspondiente a los datos de estos ocho alumnos varones. [2]

(f) Dibuje con precisión, sobre el diagrama de dispersión, la recta de regresión del apartado (e). [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

Diez alumnas también anotaron el número de horas que pasaban en las redes sociales durante el mes previo a los exámenes del Diploma del IB. Cada una de estas alumnas pasó entre 3 y 30 horas en las redes sociales.

La ecuación de la recta de regresión de y sobre x correspondiente a los datos de estas diez alumnas es

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{125}{3}.$$

Una undécima alumna cuenta que pasó 34 horas en las redes sociales durante el mes previo a los exámenes del Diploma del IB.

(g) Utilice la ecuación de la recta de regresión dada para estimar el número de puntos del Diploma del IB que ha obtenido esta alumna. [2]

(h) Escriba un motivo que explique por qué esta estimación no es fiable. [1]

2. [Puntuación máxima: 12]

Un grupo de 66 personas se van de vacaciones a Hawaii. Durante su estancia se organizaron tres viajes: un viaje en barco (B), un viaje en autocar (C) y un viaje en helicóptero (H).

De este grupo de personas:

3 fueron a los tres viajes;
16 fueron **únicamente** al viaje en autocar;
13 fueron **únicamente** al viaje en barco;
5 fueron **únicamente** al viaje en helicóptero;
x fueron al viaje en autocar y al viaje en helicóptero **pero no** al viaje en barco;
$2x$ fueron al viaje en barco y al viaje en helicóptero **pero no** al viaje en autocar;
$4x$ fueron al viaje en barco y al viaje en autocar **pero no** al viaje en helicóptero;
8 no fueron a ninguno de los viajes.

(a) Dibuje con precisión un diagrama de Venn para representar toda esta información. Para ello, utilice conjuntos rotulados como B, C y H. [5]

(b) Muestre que $x = 3$. [2]

(c) Escriba el valor de $n(B \cap C)$. [1]

Se escoge al azar a una persona de este grupo.

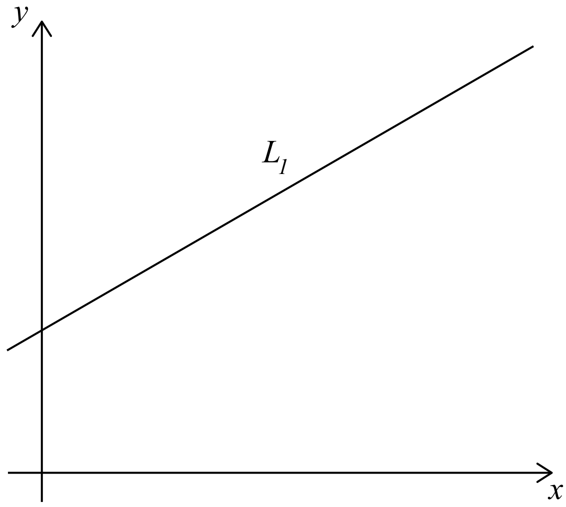
(d) Halle la probabilidad de que esta persona

(i) haya ido como mucho a un viaje;

(ii) haya ido al viaje en autocar, sabiendo que esta persona también fue al viaje en barco y al viaje en helicóptero. [4]

3. [Puntuación máxima: 17]

La recta L_1 tiene por ecuación $2y - x - 7 = 0$ y se muestra en la siguiente figura.



El punto A tiene coordenadas $(1, 4)$.

(a) Muestre que A pertenece a L_1. [2]

El punto C tiene coordenadas $(5, 12)$. M es el punto medio de AC.

(b) Halle las coordenadas de M. [2]

(c) Halle la longitud de AC. [2]

La línea recta L_2 es perpendicular a AC y pasa por M.

(d) Muestre que la ecuación de L_2 es $2y + x - 19 = 0$. [5]

El punto D es la intersección de L_1 y L_2.

(e) Halle las coordenadas de D. [2]

La longitud de MD es $\frac{\sqrt{45}}{2}$.

(f) Escriba la longitud de MD redondeando a cinco cifras significativas. [1]

El punto B es tal que ABCD es un rombo.

(g) Halle el área de ABCD. [3]

4. [Puntuación máxima: 11]

Un fabricante produce al día 1500 cajas de cereales para el desayuno.

Los pesos de estas cajas sigue una distribución normal de media 502 gramos y una desviación típica igual a 2 gramos.

(a) Dibuje con precisión un diagrama que represente esta información. [2]

Todas las cajas de cereales que tienen un peso comprendido entre $497{,}5$ gramos y 505 gramos se venden. El ingreso del fabricante por cada caja de cereales que se vende es $\$2{,}00$.

(b) (i) Halle la probabilidad de que una caja de cereales, elegida al azar, se venda.

(ii) Calcule el ingreso diario esperado que recibirá el fabricante por estas ventas. [4]

El fabricante recicla todas las cajas de cereales que tienen un peso que **no está** entre $497{,}5$ gramos y 505 gramos. El costo del reciclaje para el fabricante es de $\$0{,}16$ por caja.

(c) Calcule el costo diario esperado del reciclaje para el fabricante. [2]

Otro fabricante **distinto** produce cajas de cereales cuyo peso sigue una distribución normal de media 350 gramos y una desviación típica igual a $1{,}8$ gramos.

Este fabricante vende todas las cajas de cereales cuyo peso está por encima de un peso mínimo, w.

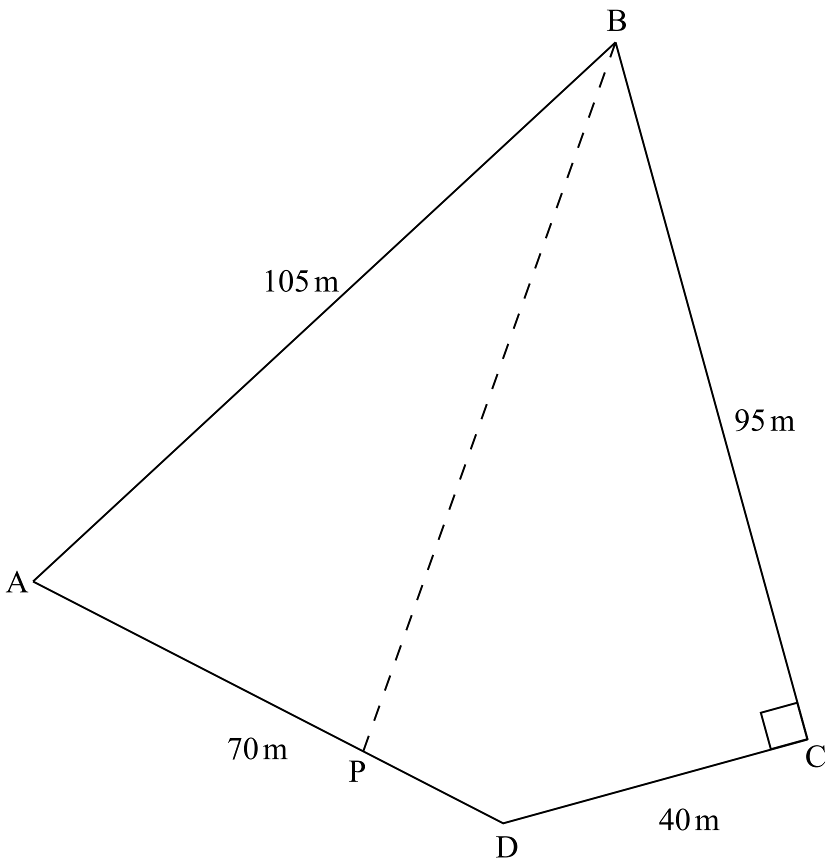
Vende el 97% de todas las cajas de cereales que producen.

(d) Calcule el valor de w. [3]

5. [Puntuación máxima: 16]

Un agricultor posee un terreno que tiene la forma del cuadrilátero ABCD.
$\mathrm{AB} = 105\,\mathrm{m}$, $\mathrm{BC} = 95\,\mathrm{m}$, $\mathrm{CD} = 40\,\mathrm{m}$, $\mathrm{DA} = 70\,\mathrm{m}$ y el ángulo $\mathrm{DCB} = 90^\circ$.

la figura no está dibujada a escala



El agricultor quiere dividir el terreno en dos partes que tengan el mismo área. Para ello construye una valla que va en línea recta desde el punto B al punto P que pertenece a AD, de modo que el área de PAB sea igual al área de PBCD.

Calcule

(a) la longitud de BD; [2]

(b) el valor del ángulo DAB; [3]

(c) el área del triángulo ABD; [3]

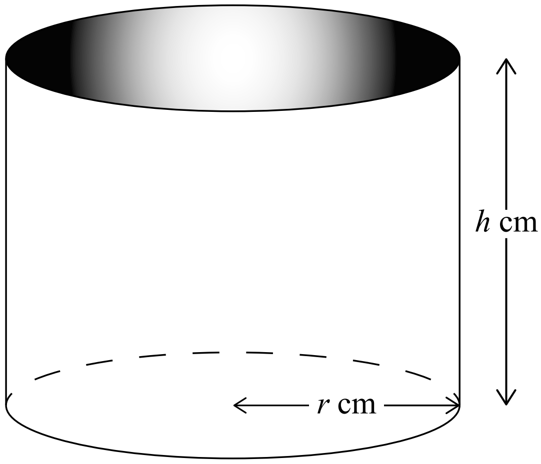
(d) el área del cuadrilátero ABCD; [2]

(e) la longitud de AP; [3]

(f) la longitud de la valla, BP. [3]

6. [Puntuación máxima: 17]

Un contenedor de agua tiene forma de cilindro. La altura interna es igual a h cm y el radio de la base interna es igual a r cm.



El contenedor de agua no tiene tapa. Las superficies internas del contenedor se van a recubrir con un material impermeabilizante.

(a) Escriba una fórmula que permita calcular el área A, de la superficie que se va a recubrir. [2]

El volumen del contenedor de agua es igual a $0{,}5\,\text{m}^3$.

(b) Exprese este volumen en cm^3. [1]

(c) Escriba, en función de r y de h, una ecuación que permita calcular el volumen de este contenedor de agua. [1]

(d) Muestre que $A = \pi r^2 + \dfrac{1000\,000}{r}$. [2]

El contenedor de agua está diseñado de modo tal que se minimice el área que se ha de recubrir.

(e) Halle $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}r}$. [3]

(f) Utilizando la respuesta obtenida en el apartado (e), halle el valor de r que minimiza A. [3]

(g) Halle el valor de esta área mínima. [2]

Con una lata de material impermeabilizante se puede recubrir una superficie de $2000\,\text{cm}^2$.

(h) Halle el número mínimo de latas de material impermeabilizante con el que se puede recubrir todo el área calculada en el apartado (g). [3]