88137410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Martes 12 de noviembre de 2013 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de* ***Estudios Matemáticos NM*** para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. *[Puntuación máxima: 18]*

La siguiente tabla muestra la distancia, en km, que hay entre ocho estaciones de tren regionales y la estación terminal (situada en el centro de la ciudad). También se muestra el precio, en $, que cuesta un billete de ida y vuelta desde cada estación regional hasta la estación terminal.

Distancia en km (x)	3	15	23	42	56	62	74	93
Precio en $ (y)	5	24	43	56	68	74	86	100

(a) Con estos datos, dibuje con precisión un diagrama de dispersión. Utilice la siguiente escala: 1 cm para representar 10 km a lo largo del eje x, y 1 cm para representar $10 sobre el eje y. *[4]*

(b) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar:

(i) $\bar{x}$, la media de las distancias;

(ii) $\bar{y}$, la media de los precios. *[2]*

(c) Sitúe en el diagrama de dispersión el punto $\mathrm{M}(\bar{x}, \bar{y})$ y rotúlelo. *[1]*

(d) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar:

(i) el coeficiente de correlación momento-producto, r;

(ii) la ecuación de la recta de regresión de y sobre x. *[3]*

(e) Dibuje con precisión sobre el diagrama de dispersión la recta de regresión de y sobre x. *[2]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

Hay una novena estación regional que se encuentra a 76 km de la estación terminal del centro de la ciudad.

(f) Utilice la ecuación de la recta de regresión para estimar el precio de un billete de ida y vuelta desde esta estación regional hasta la estación terminal del centro de la ciudad. **Dé la respuesta redondeando al número entero de $ más próximo.** *[3]*

(g) Dé una razón por la cual sea válido utilizar la recta de regresión para estimar el precio de este billete de ida y vuelta. *[1]*

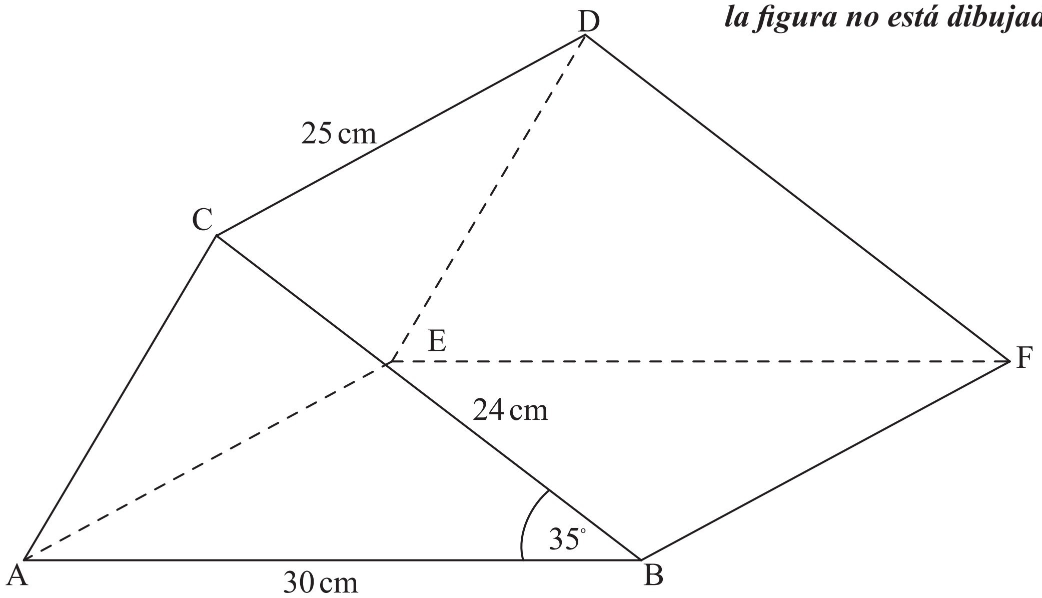
El precio real de este billete de ida y vuelta es $80.

(h) **Utilizando la respuesta dada en el apartado (f)**, calcule el porcentaje de error en el precio estimado del billete. *[2]*

2. *[Puntuación máxima: 16]*

Una empresa tiene un contrato para fabricar 2600 bloques de madera sólidos. Cada bloque tiene forma de prisma triangular recto, ABCDEF, tal y como se muestra en el diagrama. $\text{AB} = 30\,\text{cm}$, $\text{BC} = 24\,\text{cm}$, $\text{CD} = 25\,\text{cm}$ y el ángulo $\text{A}\hat{\text{B}}\text{C} = 35^\circ$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule la longitud de AC. *[3]*

(b) Calcule el área del triángulo ABC. *[3]*

(c) Suponiendo que no se desaprovecha nada de madera, compruebe que el volumen de madera que se necesita para hacer los 2600 bloques es igual a $13\,400\,000\,\text{cm}^3$, redondeando a tres cifras significativas. *[2]*

(d) Escriba $13\,400\,000$ en la forma $a \times 10^k$ donde $1 \le a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. *[2]*

(e) Compruebe que la superficie total de un bloque es $2190\,\text{cm}^2$, redondeando a tres cifras significativas. *[3]*

Se van a pintar los bloques. Un litro de pintura alcanza para cubrir $22\,\text{m}^2$.

(f) Calcule el número de litros que se necesitan para pintar los 2600 bloques. *[3]*

3. *[Puntuación máxima: 17]*

A un grupo de 120 mujeres de Estados Unidos se les preguntó si habían estado alguna vez en Europa (E), en Sudamérica (S), o en Asia (A).

7 habían estado en los tres continentes
28 habían estado solo en Europa
22 habían estado solo en Sudamérica
16 habían estado solo en Asia
15 habían estado en Europa y en Sudamérica, pero no habían estado nunca en Asia
x habían estado en Sudamérica y en Asia, pero no habían estado nunca en Europa
$2x$ habían estado en Europa y en Asia, pero no habían estado nunca en Sudamérica
20 no habían estado en ninguno de estos tres continentes

(a) Dibuje un diagrama de Venn que muestre esta información. Para ello, utilice conjuntos rotulados E, S y A. *[5]*

(b) Calcule el valor de x. *[2]*

(c) Explique con palabras el significado de $(E \cup S) \cap A'$. *[2]*

(d) Escriba $n\big((E \cup S \cup A)'\big)$. *[1]*

(e) Halle la probabilidad de que una mujer del grupo elegida al azar haya estado en Europa. *[2]*

(f) Halle la probabilidad de que una mujer del grupo elegida al azar haya estado en Europa, sabiendo que había estado en Asia. *[2]*

Se eligen al azar dos mujeres del grupo.

(g) Halle la probabilidad de que las dos mujeres elegidas hayan estado en Sudamérica. *[3]*

4. *[Puntuación máxima: 23]*

Considere la función $f(x)=\frac{3}{4}x^4-x^3-9x^2+20$.

(a) Halle $f(-2)$. *[2]*

(b) Halle $f'(x)$. *[3]*

La gráfica de la función $f(x)$ tiene un mínimo local en el punto donde $x=-2$.

(c) Utilizando la respuesta dada en el apartado (b), compruebe que hay un segundo mínimo local en $x=3$. *[5]*

(d) Dibuje aproximadamente la gráfica de la función $f(x)$ para $-5\le x\le 5$ y $-40\le y\le 50$. Indique sobre el dibujo las coordenadas de la intersección con el eje y. *[4]*

(e) Escriba las coordenadas del máximo local. *[2]*

Sea T la tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $(2,-12)$.

(f) Halle la pendiente de T. *[2]*

La recta L pasa por el punto $(2,-12)$ y es perpendicular a T.
L tiene por ecuación $x+by+c=0$, donde b y $c\in\mathbb{Z}$.

(g) Halle

(i) la pendiente de L;

(ii) el valor de b y el valor de c. *[5]*

5. *[Puntuación máxima: 16]*

En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos cifras decimales.

Arthur vive en Londres. El 1 de agosto de 2008 Arthur pagó 37 500 euros (EUR) por un coche nuevo traído de Alemania. El precio de ese mismo coche en Londres era de 34 075 libras esterlinas (GBP).

El tipo de cambio vigente el 1 de agosto de 2008 era: $1\,\text{EUR} = 0{,}7234\,\text{GBP}$.

(a) Calcule, **en GBP**, el precio que pagó Arthur por el coche. *[2]*

(b) Escriba, en GBP, cuánto dinero se ahorró Arthur por comprar el coche en Alemania. *[1]*

El 1 de agosto de 2008 Arthur invirtió el dinero que se había ahorrado en un banco que pagaba un interés simple anual del 4,5 %.

(c) Calcule, en GBP, cuál era el **valor** de la inversión de Arthur el 1 de agosto de 2012. *[3]*

Entre el 1 de agosto de 2008 y el 1 de agosto de 2012 el coche de Arthur se fue depreciando con una tasa anual del 9 % de su valor.

(d) Calcule, en GBP, cuál es el valor del coche de Arthur el 1 de agosto de **2009**. *[3]*

(e) Compruebe que el valor del coche de Arthur el 1 de agosto de **2012** era de 18 600 GBP, redondeando a la centena de GBP más próxima. *[3]*

El 1 de agosto de 2012 Arthur vendió su coche por 18 600 GBP y se compró un coche nuevo traído de Alemania por el que pagó 30 500 EUR. Para comprar el coche nuevo, utilizó las 18 600 GBP y el valor de la inversión que había realizado el 1 de agosto de 2008.

El tipo de cambio vigente el 1 de agosto de 2012 era: $1\,\text{EUR} = 0{,}8694\,\text{GBP}$.

(f) Calcule cuánto dinero le sobra, **en EUR**, después de haber comprado el coche. *[4]*