



88127410



International Baccalaureate®  
Baccalauréat International  
Bachillerato Internacional

**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 2**

Miércoles 7 de noviembre de 2012 (mañana)

1 hora 30 minutos

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de Estudios Matemáticos NM* para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 13]

La siguiente tabla muestra las puntuaciones obtenidas por 12 golfistas en las dos primeras jornadas de un torneo de golf regional.

Jornada 1 ( $x$ )	71	79	66	73	69	76	68	75	82	67	69	74
Jornada 2 ( $y$ )	73	81	68	75	70	79	69	77	83	68	72	76

- (a) (i) Escriba la media de las puntuaciones de la Jornada 1.
- (ii) Escriba la desviación típica correspondiente a la Jornada 1.
- (iii) Halle cuántos de estos golfistas obtuvieron en la Jornada 1 una puntuación mayor que una desviación típica por encima de la media. [5 puntos]
- (b) Escriba el coeficiente de correlación,  $r$ . [2 puntos]
- (c) Escriba la ecuación de la recta de regresión de  $y$  sobre  $x$ . [2 puntos]
- Otro golfista obtuvo una puntuación de 70 en la Jornada 1.
- (d) Calcule una estimación de la puntuación que obtuvo en la Jornada 2. [2 puntos]
- Otro golfista obtuvo una puntuación de 89 en la Jornada 1.
- (e) Determine si se puede o no utilizar la ecuación de la recta de regresión para estimar la puntuación obtenida por este golfista en la Jornada 2. Dé una respuesta razonada. [2 puntos]

2. [Puntuación máxima: 21]

Se realizó una encuesta entre 450 estudiantes universitarios, obteniéndose los siguientes resultados

*150 tienen un televisor  
205 tienen un computador  
220 tienen un iPhone  
75 tienen un iPhone y un computador  
60 tienen un televisor y un computador  
70 tienen un televisor y un iPhone  
40 tienen los tres dispositivos.*

- (a) Dibuje con precisión un diagrama de Venn que represente esta información. Utilice  $T$  para representar al conjunto de estudiantes que tienen un televisor,  $C$  para el conjunto de estudiantes que tienen un computador e  $I$  para el conjunto de estudiantes que tienen un iPhone. [4 puntos]
- (b) Escriba el número de estudiantes que
- (i) sólo tienen un computador;
- (ii) tienen un iPhone y un computador, pero no tienen televisor. [2 puntos]
- (c) Escriba  $n[T \cap (C \cup I)']$ . [1 punto]
- (d) Calcule cuántos estudiantes no tienen ninguno de los tres dispositivos. [2 puntos]

De los 450 estudiantes encuestados se eligen dos estudiantes al azar. Calcule la probabilidad de que

- (e) (i) ninguno de los dos estudiantes tenga un iPhone;
- (ii) sólo uno de los estudiantes tenga un iPhone. [6 puntos]

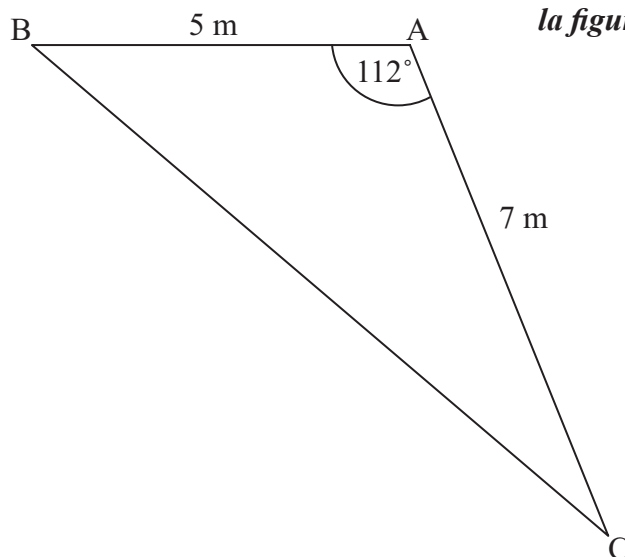
Se les pide a los estudiantes que recauden dinero para un fin benéfico. El primer mes los estudiantes recaudan  $x$  dólares y, a partir de ahí, los alumnos van recaudando  $y$  dólares cada uno de los meses posteriores. En los primeros 6 meses recaudan un total de 7650 dólares. Estos datos se pueden representar mediante la ecuación  $x + 5y = 7650$ .

En los primeros 10 meses recaudan 13 050 dólares.

- (f) (i) Escriba una segunda ecuación en  $x$  e  $y$  que represente esta información.
- (ii) Escriba el valor de  $x$  y el de  $y$ . [3 puntos]
- (g) Calcule cuántos meses tardarán los estudiantes en recaudar 49 500 dólares. [3 puntos]

3. [Puntuación máxima: 19]

Una empresa de construcciones está construyendo una casa. Primero marcan en el terreno tres puntos A, B y C, siendo  $AB = 5$  m,  $AC = 7$  m y el ángulo  $BAC = 112^\circ$ .

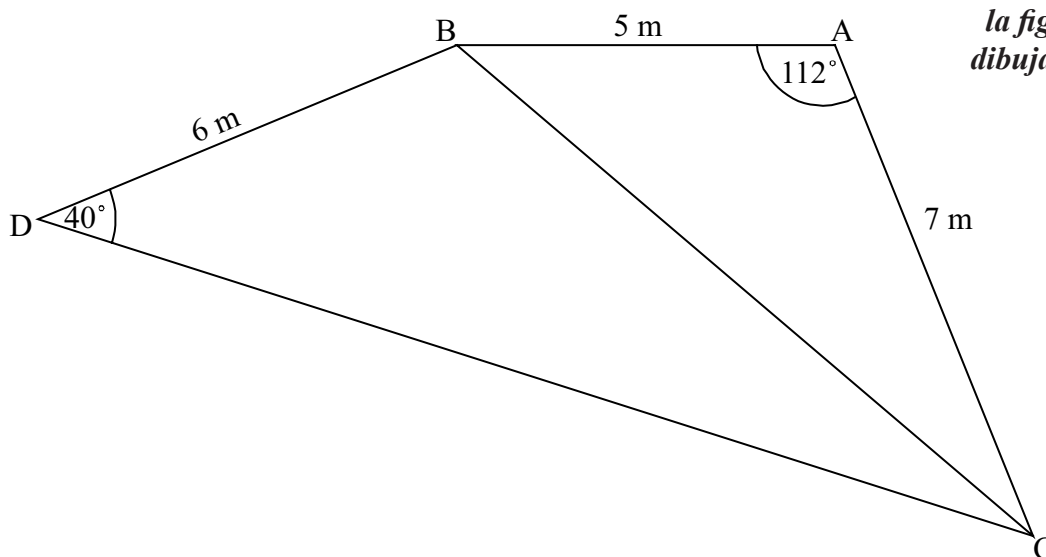


*la figura no está dibujada a escala*

(a) Halle la longitud de BC.

[3 puntos]

A continuación marcan en el terreno un cuarto punto, D, situado a una distancia de B de 6 m, y de modo tal que el ángulo BDC es igual a  $40^\circ$ .



*la figura no está dibujada a escala*

(b) Halle el valor del ángulo DBC.

[4 puntos]

(c) Halle el área del cuadrilátero ABDC.

[4 puntos]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

*(Pregunta 3: continuación)*

El contratista excava y extrae la tierra que está debajo del cuadrilátero ABDC hasta una profundidad de 50 cm para poder colocar los cimientos de la casa.

(d) Halle el volumen de tierra excavada. Dé su respuesta en  $\text{m}^3$ . *[3 puntos]*

Para transportar la tierra extraída, la empresa de construcciones utiliza bidones cilíndricos de 30 cm de diámetro y 40 cm de altura.

(e) (i) Halle el volumen de uno de estos bidones. Dé su respuesta en  $\text{m}^3$ .  
(ii) Halle el número mínimo de bidones que se necesitan para poder transportar toda la tierra excavada. *[5 puntos]*

4. [Puntuación máxima: 15]

Una tienda fue anotando sus ventas de televisores durante el Mundial de fútbol de 2010.

Analizaron el número de televisores vendidos, desglosado por sexo del comprador y por tamaño de la pantalla del televisor.

Esta información aparece resumida en la siguiente tabla, donde  $S$  representa el tamaño de la pantalla del televisor en pulgadas.

	$S \leq 22$	$22 < S \leq 32$	$32 < S \leq 46$	$S > 46$	Total
Mujeres	65	100	40	15	220
Hombres	20	65	140	55	280
Total	85	165	180	70	500

La tienda desea utilizar esta información para predecir la probabilidad de vender televisores de cada uno de estos tamaños para el Mundial de fútbol de 2014.

(a) Utilice la tabla para hallar la probabilidad de que

- (i) una mujer compre un televisor;
- (ii) se compre un televisor con un tamaño de pantalla de  $32 < S \leq 46$ ;
- (iii) una mujer compre un televisor con un tamaño de pantalla de  $32 < S \leq 46$ ;
- (iv) se compre un televisor con un tamaño de pantalla más grande que 46 pulgadas, sabiendo que el que lo compra es un hombre.

[6 puntos]

El gerente de la tienda quiere determinar si el tamaño de pantalla elegido es independiente del sexo del comprador. Para ello, se lleva a cabo una prueba de chi cuadrado a un nivel de significación del 1 %.

(b) Escriba la hipótesis nula.

[1 punto]

(c) Compruebe que la frecuencia esperada de mujeres que compraron un tamaño de pantalla de  $32 < S \leq 46$ , es igual a 79, redondeando al número entero más próximo.

[2 puntos]

(d) Escriba el número de grados de libertad.

[1 punto]

(e) Escriba el valor calculado de  $\chi^2$ .

[2 puntos]

(f) Escriba el valor crítico de esta prueba.

[1 punto]

(g) Determine si se debería aceptar la hipótesis nula. Dé una respuesta razonada.

[2 puntos]

5. [Puntuación máxima: 22]

Considere la función  $g(x) = bx - 3 + \frac{1}{x^2}$ ,  $x \neq 0$ .

(a) Escriba la ecuación de la asíntota vertical que tiene el gráfico de  $y = g(x)$ . [2 puntos]

(b) Escriba  $g'(x)$ . [3 puntos]

La recta  $T$  es la tangente al gráfico de  $y = g(x)$  en el punto para el cual  $x = 1$ .  
La pendiente de  $T$  es 3.

(c) Compruebe que  $b = 5$ . [2 puntos]

(d) Halle la ecuación de  $T$ . [3 puntos]

(e) Utilizando su calculadora de pantalla gráfica, halle las coordenadas del punto en el cual el gráfico de  $y = g(x)$  corta al eje  $x$ . [2 puntos]

(f) (i) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = g(x)$  para  $-2 \leq x \leq 5$  y  $-15 \leq y \leq 25$ , indicando claramente su respuesta al apartado (e).

(ii) Dibuje con precisión la recta  $T$  sobre el dibujo del apartado anterior. [6 puntos]

(g) Utilizando su calculadora de pantalla gráfica, halle las coordenadas del mínimo local de  $y = g(x)$ . [2 puntos]

(h) Escriba el intervalo en el cual  $g(x)$  es creciente, dentro del dominio  $0 < x < 5$ . [2 puntos]