# Preferencias Media-Varianza

December 28, 2022

# Temas

Contexto histórico.

Propiedades.

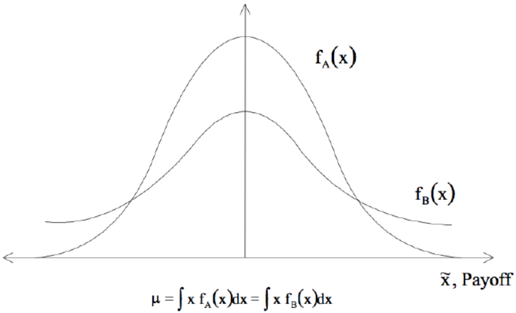
Utilidad cuadrática.

Distribución normal de los retornos.

# Contexto histórico

- Economia financiers de 1930.
- Si $E(A) > E(B) \Rightarrow A \succ B$.
- H. Markovitz (1962).
- Caso de *mean preserving spreads*?.
- La varianza es importante.
- *trade-off* riesgo-retorno.

# Mean preserving spread



# Propiedades

Función de utilidad de media-varianza.

$$u(\mu, \sigma)$$

- Aversión a la varianza:

$$u(\mu, \sigma) > u(\mu, \tau) \text{ with } \tau > \sigma$$

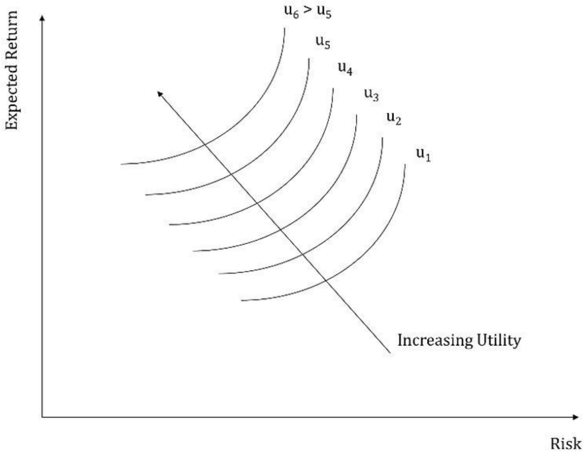
- Aversión al riesgo.

$$u(\mu, \sigma) < u(\mu, 0)$$

- Amante al riesgo.

$$u(\mu, \sigma) > u(\mu, 0)$$

# Curvas de indiferencia



# Forma funcional coherente con propiedades

$$u(\mu, \sigma) := 2\mu - 1.3\sigma + 0.5\sigma^2 - 0.054\sigma^3$$

Forma funcional simple

$$u(\mu, \sigma) := \mu - \frac{\gamma}{2}\sigma^2$$

donde $\gamma$ es nivel de aversión al riesgo.

- $\frac{\partial u}{\partial \mu} = 1.$
- $\frac{\partial u}{\partial \sigma^2} = \frac{-\gamma}{2}$

# Utilidad cuadrática

$$u(x) = x - bx^2$$

Podemos mostrar que hay preferencias de MV:

$$\begin{aligned} EUT(u) &= E_p(u(x)) \\ &= E_p(x - bx^2) \\ &= E_p(x) - bE_p(x^2) \\ &= E(p) - bE(p)^2 - b \cdot var(p) \\ &= \mu - b\mu^2 - b\sigma^2 = v(\mu, \sigma) \end{aligned}$$

donde $var(x) = E(x^2) - (E(x))^2$.

# V.A. con distribución normal

Si $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ podemos mostrar que hay preferencias de MV:

$$
\begin{aligned}
EUT(u) &= E_p(u(x)) \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) N_{\mu,\sigma}(x) dx \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} u(\mu + \sigma z) \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{\frac{z^2}{2}} dz \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} u(\mu + \sigma z) N_{0,1}(z) dz \\
&= v(\mu, \sigma)
\end{aligned}
$$

donde implementamos
un cambio de variable
$z = (x - \mu)/\sigma$.