第2章　编码与组合

摩尔斯电码由萨缪尔·摩尔斯（1791—1872）发明，本书后面会在多处提到他。摩尔斯电码是随着电报机的发明而产生的，电报机我们以后也还要做详尽的说明。正如摩尔斯电码很好地说明了编码的本质一样，电报机也提供了理解计算机硬件的良好途径。

大多数人认为摩尔斯电码的发送易于接收，即使你没有记住摩尔斯电码，也可以方便地借助下面这张按字母顺序排列的表发送：

A	·–	J	·–––	S	···
B	–···	K	–·–	T	–
C	–·–·	L	·–··	U	··–
D	–··	M	––	V	···–
E	·	N	–·	W	·––
F	··–·	O	–––	X	–··–
G	––·	P	·––·	Y	–·––
H	····	Q	––·–	Z	––··
I	··	R	·–·		

接收摩尔斯电码并将其翻译回单词比发送费时费力多了，因为译码者必须反向地将已编码的“滴-嗒”序列与字母对应。例如，在确定接收到的字母是“Y”之前，必须按字母逐个地对照编码表。

问题是我们仅有一张提供“字母→摩尔斯电码”的编码表，而没有一张可供逆向查找的“摩尔斯电码→字母”译码表。在学习摩尔斯电码的初级阶段，这张译码表肯定会提供很大的便利。然而，如何构造译码表却毫无头绪，因为我们似乎无法找出这些按字母顺序排列的“滴-嗒”序列的规律。

那么忘记那些字母序列吧，也许按照码字中“滴”“嗒”的个数来排列会是个更好的尝试。例如，仅含一个“滴”或“嗒”的摩尔斯电码序列只可能代表E或T这两个字母之一：

·	E
–	T

两个“滴”或“嗒”的组合则代表了4个字母I、A、N、M：

··	I	–·	N
·–	A	––	M

三个“滴”或“嗒”的序列代表了8个字母：

···	S	–··	D
··–	U	–·–	K
·–·	R	––·	G
·––	W	–––	O

最后（如果不考虑数字和标点符号的摩尔斯电码），四个“滴”或“嗒”的序列则共代表了16个字母：

····	H	–···	B
···–	V	–··–	X
··–·	F	–·–·	C
··––	Ü	–·––	Y
·–··	L	––··	Z
·–·–	Ä	––·–	Q
·––·	P	–––·	Ö
·–––	J	––––	Š

四张表共包括2 + 4 + 8 + 16 ＝ 30个编码，可与30个字母相对应，比拉丁字母所需的26个字母还多了4个。出于这个原因，在最后一张表中，你可能注意到有4个编码与重音字母相对应。

在翻译别人发送的摩尔斯电码时，上面 4张表提供了极大的便利。当你接收到一个代表特定字母的码字时，按其中含有的“滴”“嗒”个数，至少可以跳到其对应的那张表中去查找。每张表中，全“滴”的字母排在左上角，全“嗒”的字母排在右下角。

你注意到4张表大小的规律了吗？每张表都恰好是其前一张表的两倍大小。这其中包含的意义是：前一张表的码字后加一个“滴”或加一个“嗒“，即构成了后一张表。

可以按下面的方式总结这个有趣的规律：

点划数	码字数
1	2
2	4
3.	8
4	16

四张表中每张码字数都是前一张的两倍，那么如果第一张表含2个码字，第二张表则含2×2个码字，第三张表2×2×2个码字。以下是另一种表达方式：

点划数	码字数
1	2
2	2×2
3	2×2×2
4	2×2×2×2

当然，如果遇到数的自乘，可以用幂表示，例如 2×2×2×2可以写成2^4。数字2、4、8、16分别是2的1、2、3、4次幂，因为可以用依次乘 2的方法将它们计算出来。由此我们的总结还可以写成下面的方式：

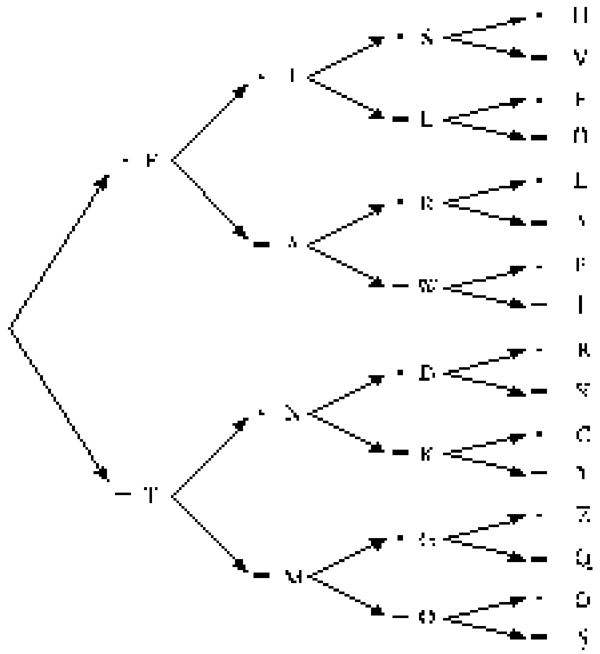
点划数	码字数
1	2^1
2	2^2
3	2^3
4	2^4

这张表简单明了，码字数是 2的次方，次方数目与码字中含有的“滴”“嗒”数目相同。我们可以把表总结为一个简单的公式：

$$\text{码字数} = 2^{\text{“滴”与“嗒”的数目}}$$

很多编码中都用到2的幂，在下一章中我们会看到另一个例子。

为了使译码的过程更为简便，可以画出如下一张树形图：



这张表表示出了由“滴”与“嗒”的连续序列得出的字母。译码时，按箭头所指从左到右进行。例如，你想知道电码“滴-嗒-滴”代表的字母，那么从最左边开始选择点，沿箭头向右选择划，接着又是点，得出对应的字母是 R，它写在最后一个点的旁边。

如果认真考虑，会发现事先建立这样一张表是定义摩尔斯电码所必需的。首先，它保证了你不会犯给不同的字母相同码字的错误！其次，它保证你使用了全部的可用码字，而没有使“滴”与“嗒”的序列毫无必要的冗长。

我们可以加长码字至 5位或更长，5位长的码字又提供了额外的 32（2×2×2×2×2或2^5）个码字。一般而言，这就足够 10个数字和16个标点符号使用。实际上，摩尔斯电码中的数字确实是5位的，但在许多其他编码方式中，5位码字常用于重音字母而不是标点符号。

为了包含所有的标点符号，系统必须扩充至 6位表示，提供64个附加编码，此时系统可表示2+4+8+16+32+64共126个字符。这对摩尔斯电码而言太多了，以至于留下许多“未定义”的码字。此处“未定义”指不代表任何意义的码字，如果在你接收的摩尔斯电码中有未定义的码字，就可以肯定发送方出了差错。

由于推出了下面这条公式：

$$\text{码字数} = 2^{\text{“滴”与“嗒”的数目}}$$

我们就可以继续导出更长的码字位数所代表的码字数目。很幸运，我们不必为确定码字数目而写出所有可能的码字，我们所要做的不过是不断地乘 2而已：

点划数	码字数
1	$2^1=2$
2	$2^2=4$
3	$2^3=8$
4	$2^4=16$
5	$2^5=32$
6	$2^6=64$
7	$2^7=128$
8	$2^8=256$
9	$2^9=512$
10	$2^{10}=1024$

摩尔斯电码被称为二元码（binary code），因为编码中仅含“滴”和“嗒”。这与一个硬币很相似，硬币着地时只可能是正面或反面。二元事物（例如硬币）、二元编码（例如摩尔斯电码）常常用2的乘方来描述。

上面所做的对二元编码的分析在数学上的一个分支——组合学或组合分析里只能算是一个简单的练习。传统上，由于组合分析能够用来确定事件出现的几率，例如硬币或骰子组合的数目，所以它常用于概率统计，但它也同样有助于我们理解编码的合成与分解。