

基于电路板运动与传热的最优炉温曲线仿真设计

摘要

在电子制作领域，传统的焊接做工粗糙显然不能满足人们对微小型电子产品的需求，回焊炉能够精准的将电子元件自动焊接到电路板上。但在生产前需要对回焊炉进行控制调整参数设定以保障产品质量，故本文对回焊炉工作原理的探讨具有重大意义。

针对问题一：首先，利用稳态热传导方程确定炉内空气稳定温度场分布。其次，建立零维微元子模型将时间离散化，以电路板为研究对象，分析任意时刻其外部的温度场分布，并对焊接区域内部热量传导建立非稳态热传导偏微分方程，基于有限元差分思想建立差分模型通过古典隐式方法求解温度变化。最后，综合考虑电路板长度、表面焊接涂层及温度对电路板热扩散系数的影响，基于最小二乘法思想建立偏离度指数结合三维点阵搜索得到预热区～恒温区、回流区、冷却区三个阶段的热扩散系数分别为 $4.4476 \times 10^{-5} m^2/s$, $5.9320 \times 10^{-5} m^2/s$, $2.3522 \times 10^{-5} m^2/s$ ，此时对应的偏离度指数为 0.1018。改变预设参数，得到小温区 3, 5, 6 中点温度为 $128.9436^\circ C$, $167.4887^\circ C$, $187.9810^\circ C$ ，小温区 8 结束处温度为 $225.9945^\circ C$ 。

针对问题二：为保证生产商的最大经济效益，结合建立关于最大传送速度求解的单目标优化模型，利用一维点阵搜索以点距 0.0001 为搜索步长，求解得出最大过炉速度为 $82.1372 cm/min$ ，此时对应的峰值刚好位于制程界限，其对应峰值为 $240^\circ C$ 。

针对问题三：首先利用梯形数值积分求解超过 $217^\circ C$ 的炉温曲线覆盖的面积，结合制程限制和预设参数的取值范围，建立炉温曲线最优的单目标目标函数。其次，通过蒙特卡洛算法随机生成多组解，并择优筛选出效果最好的解作为模拟退火的初始值，随后进行迭代更新最优解。在 2200 次迭代时目标函数趋于稳定，求解得到各温区的设定温度应为 $182.9975^\circ C$ 、 $200.2816^\circ C$ 、 $232.0555^\circ C$ 、 $264.4330^\circ C$ ，传送带的过炉速度为 $97.6479 cm/min$ ，最小面积为 $497.7162 s \cdot ^\circ C$ 。

针对问题四：在问题三的基础上进一步优化炉温曲线求解模型，基于上述炉温曲线覆盖最小面积求解，结合多目标优化的分层思想，通过调节松弛因子，降低新解更新的步长，在保持炉温曲线覆盖面积尽可能小的情况下使得炉温曲线尽可能对称。求解得到各温区的设定温度应为 $179.8857^\circ C$ 、 $189.9057^\circ C$ 、 $235.9987^\circ C$ 、 $264.6477^\circ C$ ，传送带的过炉速度为 $96.2626 cm/min$ ，此时覆盖面积为 $502.5122 s \cdot ^\circ C$ 。

最后，考虑到炉前区域与车间环境相连通，为了更好的检验模型的准确性，本文对炉前区域温度分布进行两级极限化处理，得到炉前区域的温度分布对回流区与冷却区的影响甚微。此外，还针对问题一中的三个阶段的热扩散系数进行灵敏度分析，检验得到模型具有较好的稳定性与鲁棒性。

关键字： 零维微元模型 有限元差分 三维点阵搜索 模拟退火

一、问题提出

1.1 问题背景

21世纪以来中国电子信息产业高速发展[1]，由于电子产品设计的微小便捷化，其中的电路板(电路板)不断小型化，则表面贴装技术(Surface Mount Technology, SMT)机器精细化生产需求急速上升[2]。而加热焊接是SMT技术的核心工艺环节[3]，其通过设定回焊炉各温区温度及传送带速度以保障不同电子元件的焊接效果达到最佳[4]，对集成电子产品质量有重要影响。由此，本文研究焊接时电路板温度变化机理，以保证满足大众对优质便捷电子产品的需求同时保障集成电子产品质量[5]。

1.2 回焊炉工作场景分析

基于上述问题背景，本文查阅大量的文献资料，以充分了解回焊炉加热焊接的工作原理。对相关资料整理分析后，对回焊炉加热焊接的原理背景进行说明[6]，如下为回流焊炉结构示意图：

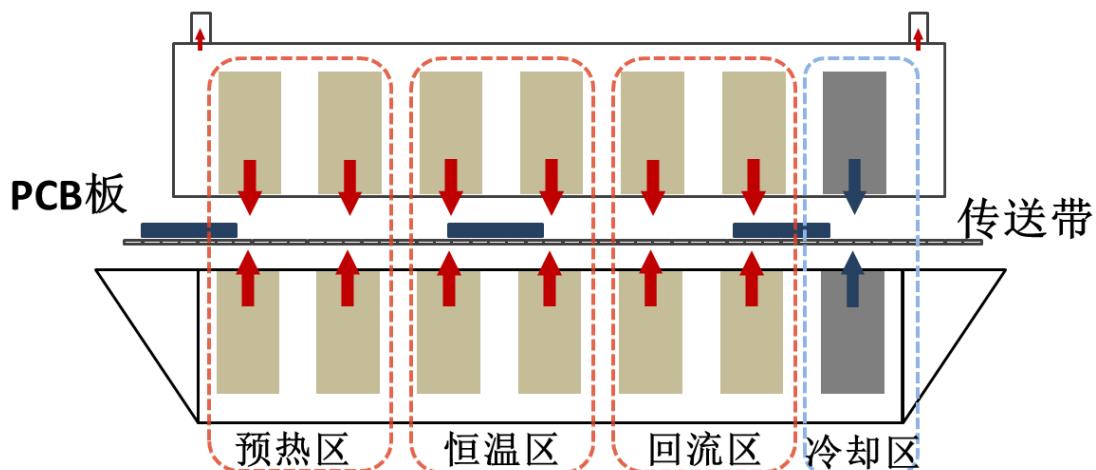


图1 回焊炉结构示意图

回焊炉主要由上下加热区、传送带、电路板组成[7]。其中上下加热区由若干小温区构成，小温区间留有间隙。由于加热焊接过程主要通过传送带搭载装有电子元件的印刷电路板匀速穿过炉内加热区域进行加热，故小温区根据焊接工艺设定不同温度以实现不同的焊接功能[8]，依据功能不同组成四个大温区[9]，对于回焊炉温区及过炉速度的参数设置直接决定了生产的产品质量，此外还与焊膏特性，各器件物理属性等多种因素相关[10]。

1.3 问题探讨

基于上述问题背景，对炉内空气稳态温度分布和电路板运动过程中板内热量传导情况进行分析求解，以探讨回焊炉各温区温度和传送带过炉速度的最优设定，建立合适的数学模型解决以下三个问题：

问题一：为针对回焊炉对电路板的加工情况进行探讨，根据实验设定参数分析焊接区域热量传导情况需求解如下问题：1). 焊接中心温度变化情况；2). 电路板运动到给定位置时焊接中心的温度。

问题二：基于问题一炉内空气和电路板热传导的讨论，结合实际生产生活情况，增加对炉温曲线约束条件及改变设定值，求解传送带过炉速度最大值以考虑到经济效益最大化。

问题三：在问题二的基础上扩展约束条件，对回焊炉预设参数进行标定，求解如下问题：1). 最优炉温曲线；2). 各温区温度、传送带过炉速度。

问题四：为使得电路板焊接效果达到最佳，则对炉温曲线关于峰值处对称程度需要进一步分析，以更新优化模型，求解如下问题：1). 最优炉温曲线；2). 各温区温度、传送带过炉速度；3). 炉温曲线评价指标。

二、问题分析

基于上述问题背景，首先我们把问题分为三个过程：回焊炉参数进行标定、模拟电路板通过回焊炉的炉温曲线变化情况、多目标优化模型。于是，我们针对这三个过程有以下分析，可视化后如下图所示：

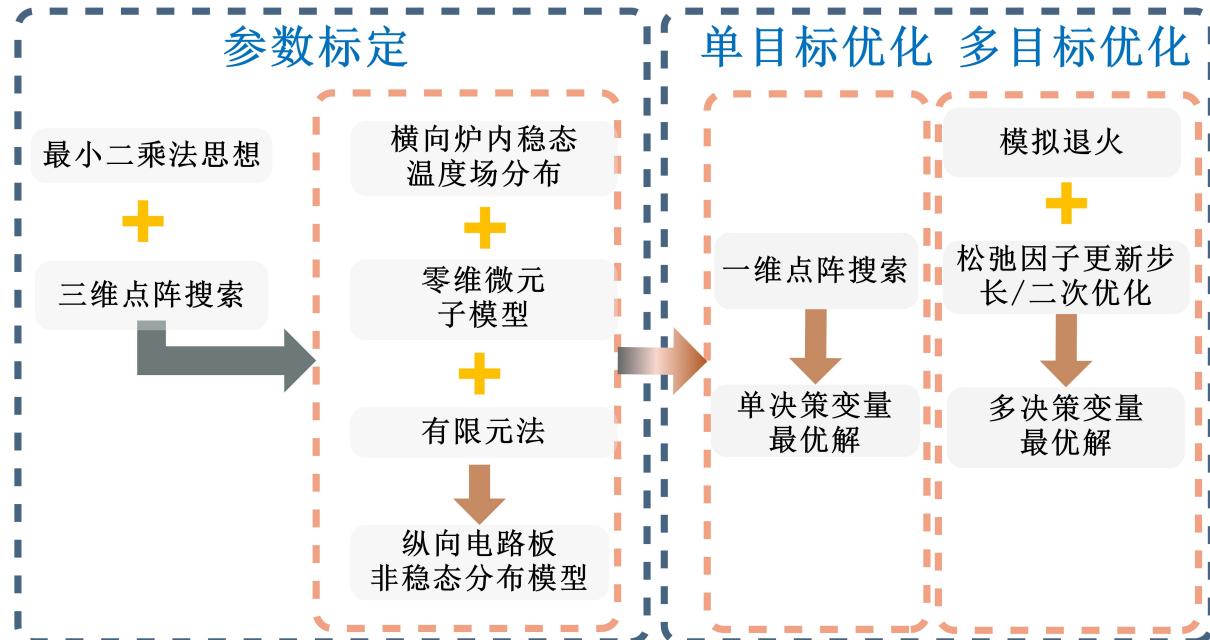


图 2 问题分析流程图

针对问题一：考虑到回焊炉加热的对称性，首先基于稳态热传导方程，确定炉内空气温度在水平空间维度上的分布情况。其次，对电路板穿越温度场时板两侧温度变化情况进行讨论。基于微元思想将时间离散化，则板内任一位置在任一时间微元内位置不变，且上下两侧温度保持不变。为方便计算，本文选取电路板作为参照物，确定板内任意一微元时刻的边界温度随时间变化的分布曲线，根据非稳态热传导偏微分方程建立有限差分模型。为确定求解得到的虚拟温度值与实验测得炉温曲线的偏差，本文基于最小二乘法思想提出了偏离度指数，建立优化目标函数对电路板参数标定效果进行量化。此外，利用多维点阵搜索最优热扩散系数。

考虑到实际生产中，电路板表面盛有焊料涂层、电子器件等，加热使得焊料等物质附着于电路板上影响整体的热扩散系数发生变化，故本文对温度变化幅度较大的回流区及冷却区的热扩散系数二次拟合，通过三维点阵搜索求解得到对应的热扩散系数。

针对问题二：结合对实际生产中经济效益的考虑，在保障产品质量的同时最大化过炉速度，能够提高生产效率。基于问题一对焊接区域温度变化的讨论，改变炉内各温区温度设定值，建立单目标优化模型求解满足制程界限的最大传送带过炉速度。

针对问题三：由于电路板的耐热性有限，故而焊接区域中心的温度超过阈值 217°C 的时间不能过长。为得到理想的炉温曲线，首先利用梯形数值积分求解上升过程中超过 217°C 的炉温曲线覆盖的面积，结合制程界限和预设参数的取值范围，建立炉温曲线最优的单目标优化函数，由于决策变量数量过多，本文选择模拟退火算法，通过蒙特卡洛算法随机生成多组解，并筛选出效果较好的解作为模拟退火的初始值，随后进行迭代更新最优解，以求解最优炉温曲线。

针对问题四：在问题三的基础上进一步优化炉温曲线求解模型，基于上述炉温曲线覆盖最小面积求解，引入以峰值温度为中心线超过 217°C 的两侧炉温曲线应尽量对称的约束条件，再基于多目标优化的分层思想，通过调节松弛因子，在保持炉温曲线覆盖面积尽可能小的情况下使得炉温曲线对称。

针对模型检验与稳定性分析：由于炉前区域直接与车间环境相连通，导致炉前区域前后存在较大温差。本文在计算炉前区域温度分布时与计算小温区间隙方式相同，为更好的检验模型的准确性，将炉前温度分布极限化及自然理想化进行讨论。此外，还将针对问题一中的三个阶段的热扩散系数进行灵敏度分析，以检验模型的稳定性。

三、模型假设

1. 假设所研究界面传热是对称的。

- 由于炉内空气很快达到稳态，故而电路板处于稳态温度场中，电路板上下温度相同；此外，由于炉壁是由上下加热区构成的，且同一温区的预设值是一致的。

2. 忽略外界气流等偶然因素的影响

- 由于回焊炉在车间内，车间可看作密闭空间，故忽略外界偶然因素对回焊炉内热传导的影响。

3. 假设电路板与空气间热传导仅沿垂直于电路板表面方向进行。

- 本实验情形下电路板与其表面环境形成温度差，电路板运动相当于环境温度随时间变化，由于电路板运动速度缓慢，故电路板自身水平方向上的热传导几乎可以忽略不计。

4. 假设本文有关电路板的所有分析和研究均基于电路板材质相同前提。

- 由于本文模型求解均基于问题一所求的热扩散系数，不同问题实验情境下若电路板材质不同，则无法使用问题一求解的热扩散系数。

5. 假设传送带、温度传感器等与电路板相接触的非研究对象对电路板与空气间热传导无影响。

四、 符号说明

符号	意义	量纲
u	温度	°C
U_0	生产车间温度	°C
L_b	电子板长度	cm
P_{err}	偏离度指数	
t	时间	s
v	传送带过炉速度	m/s
α	热扩散率	m^2/s
s	阴影区域面积	$s \cdot ^\circ C$
η	对称性评价指数	

五、问题一求解

由于需等到炉内空气温度达到稳定状态时才可进行焊接工作，故本文首先确定炉内空气稳定温度场分布情况。基于此，为研究焊接区域的温度变化规律，本文首先根据电路板运动情况将时间微元化，分析各个时间点待焊接电路板的运动位移及边界温度随时间分布情况，分析非稳态热传导过程，建立有限差分模型。并使用一维点阵搜索求解最优热扩散系数，并由此系数进一步求解焊接电路板各个时间点的中心温度变化。

5.1 横向炉内空气稳态温度场分布求解

由于回焊炉无特殊装置对部分区域进行温度控制，故温区间隙、炉前区域及炉后区域受到相邻温区空气温度影响。而炉内空气在回焊炉开启后迅速达到稳定，此后炉内空气温度处于稳定状态，故本文使用稳态热传导描述炉内空气稳定温度场的分布状态。由于炉内部分温区温度一致，为便于计算，本文将温度一致的温区和间隙进行二次编号，故而炉内空气稳态温度场示意图如下：

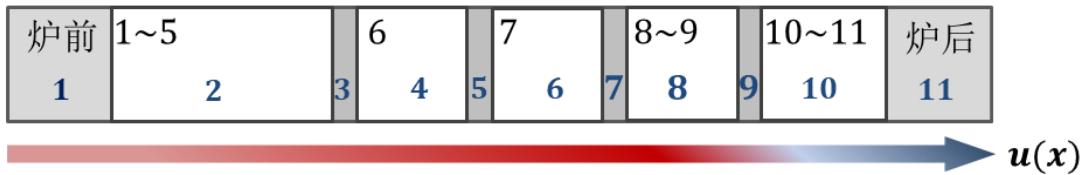


图3 炉内空气稳态温度场示意图

如图3所示，本文对炉内空气温度场以进炉点为原点建立x坐标轴进行分区标号，第1, 2, …, 11区分布均属于单层平壁稳态导热，故建立稳态热传导微分方程描述其空间维度上的温度分布，如下所示：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, (x, y) \in \Omega \\ u(x, y) |_{(x,y) \in \Gamma} = \phi(x, y), \Gamma = \partial \Omega \end{cases} \quad (1)$$

由于炉内温度已到达稳态且每个标号温区均有温度控制装置，可见炉内温度场可简化为一维稳态热传导。此外，由于温区内温度一致且稳定不变，故基于稳态偏微分方程，将第1, 3, 5, 7, 9, 11等无温度控制装置的区域温度分布利用差分法推导后表达式如下：

$$\begin{cases} U_0 = 25 \\ \left\{ \begin{array}{l} u(x) = \frac{u(x+\Delta x) + u(x-\Delta x)}{2} \\ \text{边界条件: } u_l = U_{i-1}, u_r = U_{i+1} \end{array} \right. , \{x | \Omega_i, i = 2k - 1, k = 1, 2, \dots, 6\} \\ \left. \begin{array}{l} u(x) = U_i \\ \quad \quad \quad , \{x | \Omega_i, i = 2k, k = 1, 2, \dots, 5\} \end{array} \right. \end{cases} \quad (2)$$

式中, u_l 、 u_r 分别表示待求区域左右边界的温度, Ω_i 表示标号为 i 的区域, U_0 表示外界工作区的温度, $u(x)$ 为坐标轴位置为 x 处温度场的温度。

将各小温区、温区间隙边界条件依次代入稳态热传导差分方程, 解得炉内空气温度在水平空间维度上的稳定分布 $u(x)$.

5.2 纵向电路板温度分布模型

基于上述模型解得炉内空气温度在横向空间维度上的稳定分布并结合对电路板运动过程分析, 易知电路板穿过温度场焊接区域的温度会随时间变化, 故炉内空气与电路板间热传导属于非稳态热传导过程。其次, 由于电路板平行于传送带穿过炉内各温区, 此过程中仅受到竖直方向上的温度传导。基于此, 本文建立非稳态热传导模型, 以分析电路板在竖直方向上温度随时间变化情况。

5.2.1 零维微元子模型

由于电路板厚度较薄且电路板处于稳定温度场内, 故在电路板中热量仅沿垂直于板的方向传导。本文整个电路板均匀划分为极小的 Δl 长度的微元, 基于上述分析可得每个微元进入炉内后温度变化曲线一致。由于电路板进入回焊炉内开始计时, 故本文取第一个 Δl 微元作为研究对象, 分析板内温度分布机理。基于微元思想, 对时间进行微元化并分析运动微元外侧温度变化情况, 将非稳态热传导的零维微元模型可视化图如下所示:

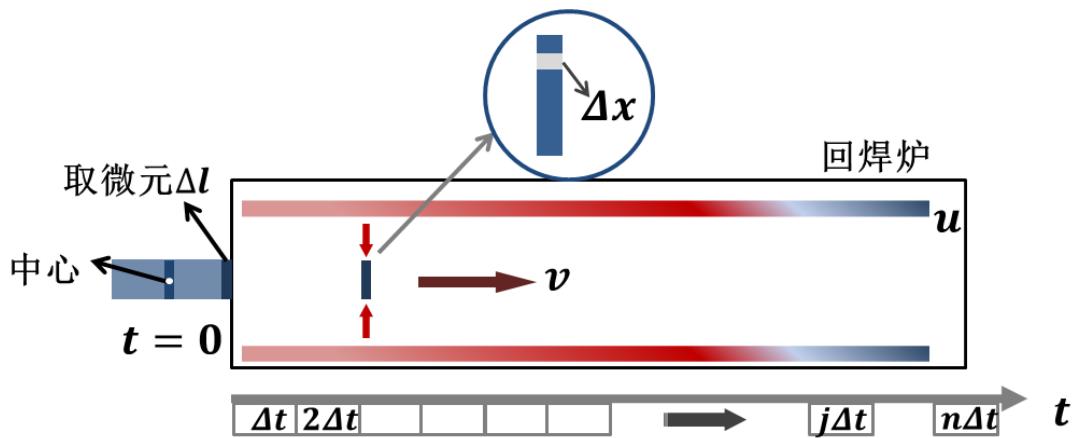


图 4 非稳态热传导的零维微元模型图

由上图4可知由于电路板穿越稳态温度场时, 板外侧温度随着位置的转移而发生变化, 故本文选取运动微元作为参照物, 并基于微元思想建立零维微元模型将时间进行微元化, 以分析焊接区域的温度分布机理。由于电路板与传送带保持相对静止, 故本文考虑运动微元上下两侧温度变化情况, 其温度相对于时间微元 Δt 的表达式如下:

$$\begin{cases} L = l_{area} \times 11 + l_{gap} \times 10 + l_{out} \times 2 \\ n = \frac{L}{\Delta t \times v} \\ x_i = i \times \Delta t \times v \\ u_{en}(i) = u(x_i) \end{cases}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

式中, $l_{area}, l_{gap}, l_{out}$ 分别为温区宽度, 间隙宽度及炉前后宽度, v 为过炉速度, L 为回焊炉工作区域的总宽度; $u_{en}(i)$ 为第 i 个 Δt 内运动所在温区的温度。

根据附件所记录的时间可知, 电路板在炉内运动时间最多为 $373s + \Delta t$, 根据传送带速度易求得焊接板上的 ΔL 通过整个传送带需要 $373.2857s$, 若当焊接板中点离开炉内则停止计时, 则电路板需要走过其自身 $\frac{1}{2}$ 长度所需要的时间少于 $373.5 - 373.2857 = 0.2143s$ 。由此可得, 电路板运动其自身长度一半的距离所需的时间小于 Δt , 基于此原因进行后续曲线拟合过程中可忽略由于电路板长造成的曲线滞后问题。

结合横向炉内空气稳态温度场分布, 利用零维微元模型将连续时间离散化, 分析电路板 t 时刻所在的温度场的变化, 可可视化如下图所示:

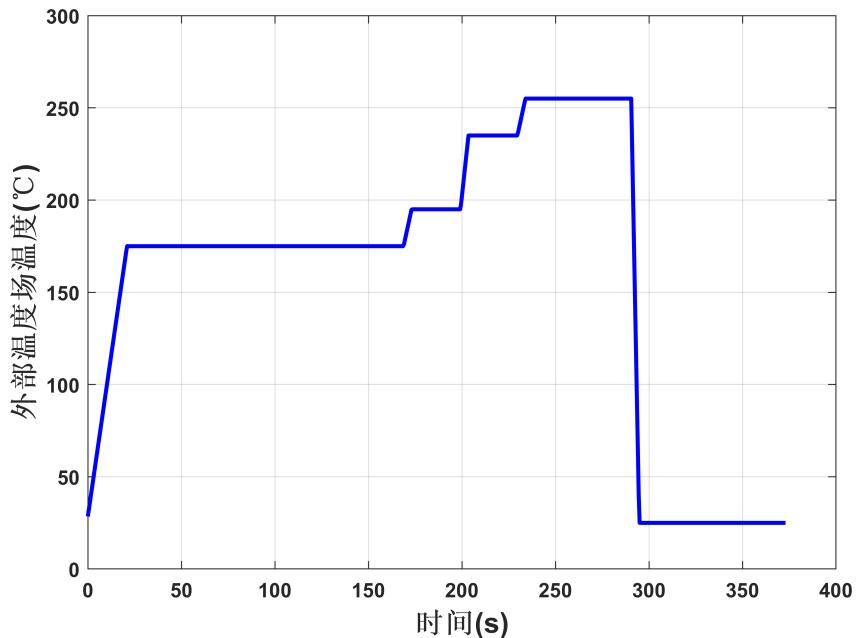


图 5 稳定温度场温度分布

5.2.2 非稳态热传导有限元差分子模型

- 非稳态热传导偏微分方程的建立

根据对零维微元子模型的讨论，本文只需要分析第一个运动微元在稳定温度场的温度变化情况，再考虑对中心点的相对时差求得炉温曲线。基于第一个运动微元运动的两侧温度变化情况建立非稳态热传导方程，如下所示：

$$\begin{cases} \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \\ u|_{x,t=0} = 25 \\ u|_{x=0,t} = u_{en}(t), u|_{x=d,t} = u_{en}(t) \end{cases} \quad (4)$$

式中， α 为热扩散率， v 为过炉速度， $u|_{x,t=0} = 25$ 表示计时开始时第一个运动微元初始温度为 25°C ， $u|_{x=0,t}$ 表示第一个运动微元上表面 t 时刻环境温度， $u|_{x=d,t}$ 表示第一个运动微元下表面 t 时刻环境温度， $u_{en}(t)$ 表示第一个运动微元运动到 t 时刻对应的环境温度。

• 偏微分方程差分化

考虑到热传导微分方程组的解难以计算，故本文采用有限差分法计算其数值解，本文对热传导方向所在的空间-时间平面进行网格划分，分别取 Δt 、 Δx 为温度维度方向、空间维度方向的步长，则 $u_{i,j}$ 表示 $x = i\Delta x$ 、 $t = j\Delta t$ 处的介质温度。

对于热传导方程： $\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$ ，本文对 $\frac{\partial u}{\partial t}$ 采用向后差分公式，对 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 采用二阶中心差商公式，将原微分方程转化为差分格式求解，表示如下：

$$\frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta t} - \alpha \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} = 0 \quad (5)$$

式中， α 称为热扩散系数。

热传导方程有多种差分格式，其中古典隐式格式取不同步长时稳定性更高，数值解收敛性较好，故本文采用古典隐式格式描述差分方程：

$$\begin{cases} u_{i,j} = u_{i,j-1} + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}) \\ t_j = j \times \Delta t \\ u_{i,0} = 25 \\ u_{0,j} = u_{en}(t_j), u_{n,j} = u_{en}(t_j) \end{cases} \quad (6)$$

式中， v 为过炉速度， $u_{i,0} = 25$ 表示计时开始时第一个运动微元初始温度为 25 度， $u_{0,j}$ 、 $u_{n,j}$ 分别表示第 t_j 时刻第一个运动微元上下表面环境温度， $u_{en}(t_j)$ 表示第一个运动微元运动到 t_j 时对应的环境温度。

• 古典隐式格式求解方程组

基于差分处理后的热传导方程，结合环境温度在横向空间维度变化情况，建立如下矩阵逐层求解竖直方向上第一个运动微元温度在时间、空间维度上的分布：

$$\begin{bmatrix} 1+2r & -r & & \\ -r & 1+2r & -r & \\ \ddots & \ddots & \ddots & \\ & -r & 1+2r & -r \\ & & -r & 1+2r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \\ \vdots \\ u_{n-2,j} \\ u_{n-1,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,j-1} + ru_{0,j} \\ u_{2,j-1} \\ \vdots \\ u_{n-2,j-1} \\ u_{n-1,j-1} + ru_{n,j} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, $r = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ 。特别的, 由于焊接板所受到两端的传热是对称的, 因此各个矩阵具有对称关系。

5.2.3 偏离度指数

为将计算的炉温曲线与实际曲线的偏差情况进行量化, 本文提出对其焊接区域中心的炉温曲线计算偏离度指数, 客观合理化的进行误差评价, 公式如下:

$$\begin{cases} mid = \frac{d}{2\Delta x} \\ j_{start} = \frac{19}{\Delta t} \\ j_{end} = \frac{373}{\Delta t} \\ P_{err} = \frac{\sum_{i=j_{start}}^{j_{end}} |u_{mid,j} - \bar{u}_{real}|}{j_{end} - j_{start}} \end{cases} \quad (8)$$

式中, $u_{mid,j}$ 为电路板中心第 $j \times \Delta t$ 时刻的温度值, 其中竖直方向上电路板中心对应于第 $mid \times \Delta x$ 处位置, \bar{u}_{real} 为实验测试温度的实际炉温曲线。

在有限元差分子模型的基础上, 结合偏离度指数, 基于最小二乘法的思想, 建立单目标规划函数, 并对最优传热系数进行求解, 目标方程如下所示:

$$opt : \min \{P_{err}\} \quad (9)$$

5.2.4 多维点阵搜索

对于在约束条件下对参数进行遍历搜索, 转化为在对应满足条件的 n 维点阵上进行的最优点阵搜索, 可通过调节点间距进行快速锁定最优点。通过对点阵维度的拓展, 可以运用该模型求解多维最优点搜索。将其可视化为如下图所示:

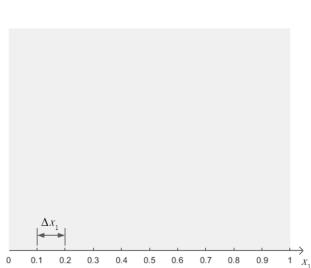


图 6 一维点阵

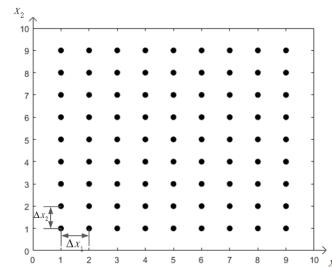


图 7 二维点阵

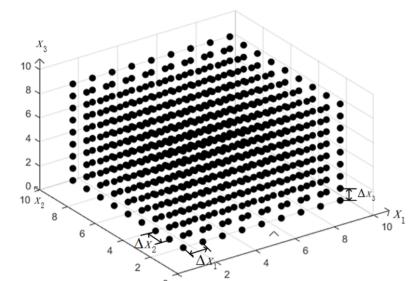


图 8 三维点阵

5.2.5 最优热扩散率求解

根据附件给出某次实验条件下焊接区域中心温度在时间维度上的分布，本文结合该次试验条件求解横向稳态温度分布，基于此建立非稳态热传导方程，并针对热扩散率进行一维点阵搜索以进行差分求解，一一对应于附件各时刻温度值，计算误差以求解最准确的热扩散率，具体步骤如下：

Step1: 将该次试验各温区温度设定 $u_2 = 175^{\circ}C, u_4 = 195^{\circ}C, u_6 = 235^{\circ}C, u_8 = 255^{\circ}C, u_{10} = 25^{\circ}C$ 及过炉速度 $v = 70cm/min$ 代入求解横向炉内空气稳态温度场分布；

Step2: 对热扩散率建立一维点阵搜索模型，设置相邻点距为 0.001；

Step3: 针对每一个热扩散率，基于该实验条件下的炉内横向空气温度分布建立非稳态热传导方程并进行差分求解，考虑到误差计算需与附件各时刻相对应，故设定 $\Delta t = 0.5s, \Delta x = 0.5 \times v$ ，解得电路板中心以 $\Delta t = 0.5s$ 为间隔的温度分布；

Step4: 求得热扩散率的对应的偏离度指数；

Step5: 重复 **Step3**、**Step4**，直到完成一维点阵搜索，最小误差为 **9.8431**，对应的热扩散率为 $4.4476 \times 10^{-5} m^2/s$ 。

基于上述一维点阵搜索结果，将运动微元的在运动过程中的温度变化可视化如下图所示：

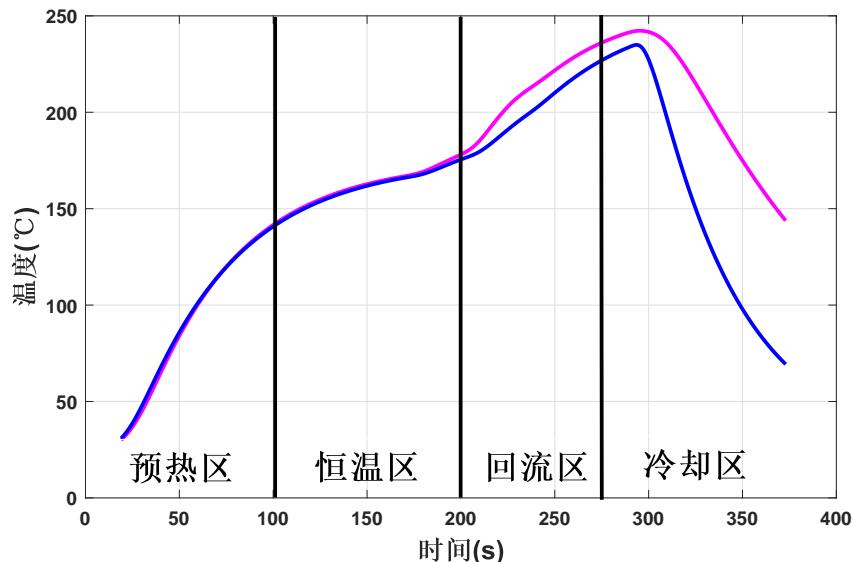


图 9 热扩散率最优时中心温度计算值与附件记录值拟合图

由上图可知，焊接区域中心点的炉温曲线仅在预热区和恒温区拟合较好，此时的误差值仅为 0.0921，而回流区和冷却区的拟合效果较差。故而本文结合实际生产过程需要进一步优化模型，以保障回焊炉参数预设的正确性。

5.3 模型优化

结合实际焊接过程进一步考虑，由于助焊剂，金属氧化物及焊料等黏附于电路板表面，对电路板的热扩散率存在较大的影响，且故为了模拟现实生产过程中的炉温曲线，本文在温度变化幅度较大的回流区及冷却区的热扩散系数进一步拟合求解，表达式如下所示：

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\alpha} = \begin{cases} \alpha_1, & 0 < t_j \leq t_1 \\ \alpha_2, & t_1 < t_j \leq t_2 \\ \alpha_3, & t_j > t_2 \end{cases} \\ t_1 = \sum_{i=1}^3 \frac{\Omega_i}{v}, t_2 = \sum_{i=1}^9 \frac{\Omega_i}{v} \\ u_{i,j} = u_{i,j-1} + \frac{\hat{\alpha}\Delta t}{\Delta x^2} (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}) \\ t_j = j \times \Delta t \\ u_{i,0} = 25 \\ u_{0,j} = u_{en}(t_j), u_{n,j} = u_{en}(t_j) \end{array} \right. \quad (10)$$

式中， $\hat{\alpha}$ 为第 j 个 Δt 时刻对应的热扩散系数； u_{en} 为焊接板运动到不同时刻对应温度场的温度， Ω_i 表示第 i 个区域长度。

- 实验预设温度及速度

基于零维微元子模型和非稳态热传导有限差分子模型建立，并根据上述对纵向电路板内炉温动态分布模型的优化，通过三维点阵搜索得到对应热扩散系数分别为 $4.4476 \times 10^{-5} m^2/s$, $5.9320 \times 10^{-5} m^2/s$, $2.3522 \times 10^{-5} m^2/s$ ，此时对应的偏离度指数为 0.1018。在最优拟合的三个扩散系数的影响下电路板微元的温度分布和拟合的炉温曲线与实际炉温可视化如下所示：

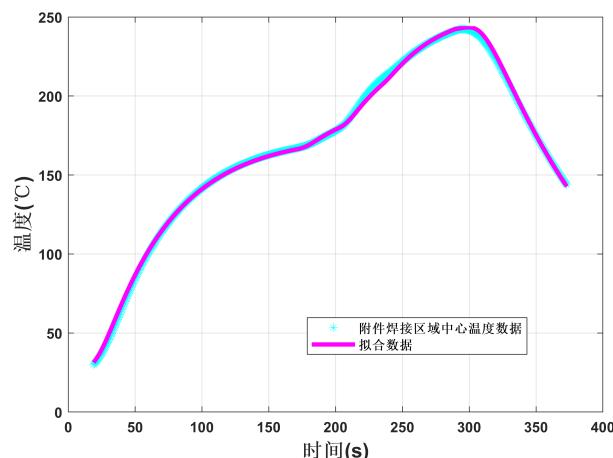


图 10 热扩散率最优时中心温度计算值与附件记录值拟合图

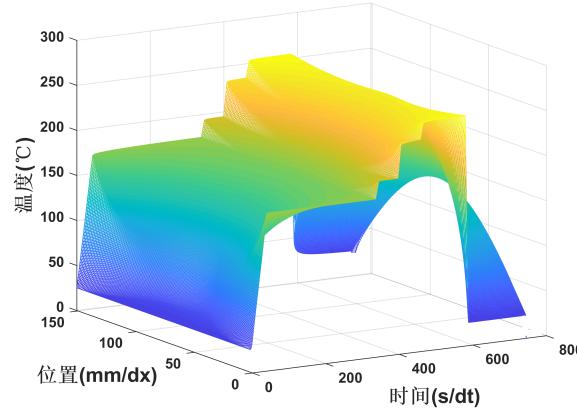


图 11 三维温度分布图

由图11可知，在进行分段调控之后焊接区域中心的计算值与附件所给数据高度拟合，这说明了我们模型优化的合理性，因此参数可求解不同预设温度及速度的焊接区域中心温度变化情况。

• 变化预设参数

基于上述模型建立过程,将各温区温度设为 $u_2 = 173^{\circ}\text{C}$, $u_4 = 198^{\circ}\text{C}$, $u_6 = 230^{\circ}\text{C}$, $u_8 = 257^{\circ}\text{C}$, 求得此时的部分位置的中心温度值, 如下表所示:

表 1 特殊点温度分布

位置	小温区 3 中点	小温区 5 中点	小温区 6 中点	小温区 8 结束处
焊接区域中心温度	128.9436°C	167.4887°C	187.9810°C	225.9945°C

通过上述求解步骤, 首先分析并确立了炉内空气稳态温度场的分布情况, 基于此, 首先对纵向运动微元温度随时间微元变化的情况进行分析; 其次, 利用热传导有限差分子模型求得微元运动过程的温度分布情况, 考虑绝对位移差造成的时延求得炉温曲线, 并将其可视化如下图所示:

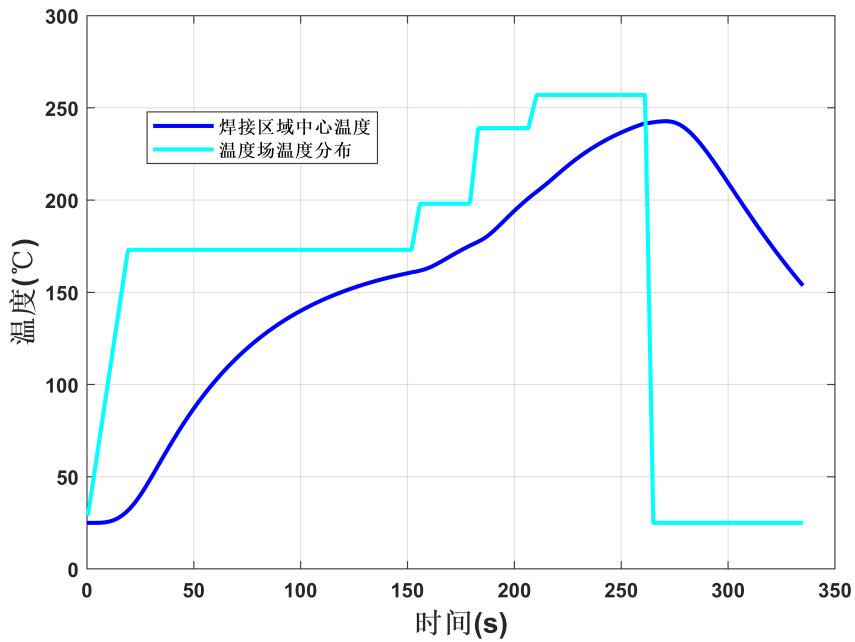


图 12 稳定温度场温度分布及炉温曲线图

由上图可知，当焊接板运到到 270s 附近时，周围温度开始急剧下降，但是焊接中心区域的温度下降相当于环境温度下降存在一定的滞后时间，这是由于当环境开始下降时，焊接中心区域周围的温度仍然要比焊接中心的温度要高，因此在环境温度下降一定时间之后，焊接中心区域的温度才开始下降。

六、问题二求解

问题一研究讨论了电路板运动过程中炉内空气和电路板热量传导过程，标定了实验使用的电路板的参数。问题二在问题一的基础上改变各温区温度设定值，建立单目标优化模型使其对应的炉温曲线满足制程界限，使用一维点阵搜索求解最大传送带过炉速度。

6.1 单目标优化模型的建立

基于对实际生产中经济效益的考虑，焊接电路板需要在保障产品质量的同时加快生产速度才能使得生产商利益最大化。因此为保证产品质量同时提高生产效率，传送带过炉速度需在满足制程界限约束条件下尽可能大，基于此建立优化目标如下所示：

$$opt1 : \max\{V\} \quad (11)$$

式中， V 为符合全部约束条件的传送带过炉速度的集合。

6.2 制程界限约束

实际生产时，常常通过炉温曲线间接判断产品生产质量的好坏，由此为保证电路板在回焊炉内焊接质量中，电路板的炉温曲线部分特征需满足一定要求，对该部分曲线特征依次做出说明并给出约束范围，最后构造单目标优化的约束条件。

- 温度变化斜率 k

由于受实验计时设备限制，炉温曲线的数据记录时间间隔固定为 $0.5s$ ，考虑到自变量间隔较大情况下拟合曲线以计算导数会造成极大误差，故此处以 Δt 时间段内曲线割线斜率代替切线斜率。

$$k = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta t}, k \in [-3^{\circ}\text{C}/s, 3^{\circ}\text{C}/s] \quad (12)$$

式中， u_i 为第 $i \times \Delta t$ 时刻焊接中心温度值。

- 温度上升过程中在 $150^{\circ}\text{C} - 190^{\circ}\text{C}$ 的时间 $time$

$$\begin{cases} k > 0 \\ u|_{t=a} = 150^{\circ}\text{C} \\ u|_{t=b} = 190^{\circ}\text{C} \\ time = (b - a)\Delta t, time \in [60s, 120s] \end{cases} \quad (13)$$

式中， k 为温度变化斜率， $u|_{t=a} = 150^{\circ}\text{C}$ 表示第 $a \times \Delta t$ 时刻焊接中心温度值为 150 度。

- 温度大于 217°C 的时间 $time'$

$$\begin{cases} \phi = \{c | u|_{t=c} > 217^{\circ}\text{C}, c \in \mathbb{Z}\} \\ time' = |\phi|\Delta t, time' \in [40s, 90s] \end{cases} \quad (14)$$

式中， ϕ 表示所有温度大于 217 度对应时间节点的集合， $u_c > 217$ 表示第 $c \times \Delta t$ 时刻焊接中心温度值大于 217 度， $|\phi|$ 表示集合内元素的个数。

- 峰值温度 $\max\{u\}$

$$\max\{u\} \in [240^{\circ}\text{C}, 250^{\circ}\text{C}] \quad (15)$$

式中， u 表示炉温曲线上所有温度值的集合。

- 构造约束条件

基于上述对实际生产产品质量考虑，约束炉温曲线相关条件变量说明的总述约束条件如下所示：

$$s.t. \begin{cases} k \in [-3^{\circ}\text{C}/\text{s}, 3^{\circ}\text{C}/\text{s}] \\ time \in [60\text{s}, 120\text{s}] \\ time' \in [40\text{s}, 90\text{s}] \\ \max\{u\} \in [240, 250] \end{cases} \quad (16)$$

6.3 一维点阵搜索过炉速度

基于上述约束条件及各温区温度设定情况，在一定范围内对传送带过炉速度进行一维点阵搜索，以 $\Delta v = 0.0001\text{mm/s}$ 为搜索点距，搜索出过炉速度满足约束条件的所有可行解，最后筛选出最大速度，具体求解过程如下所示：

Step1: 对传送带过炉速度赋初值，设定搜索点距 $\Delta v = 0.0001\text{mm/s}$ ；

Step2: 根据过炉速度和各温区温度设定情况，结合问题一所建模型依次求解炉内空气环境温度分布、热扩散系数、电路板运动过程中第一个运动微元的温度分布情况；

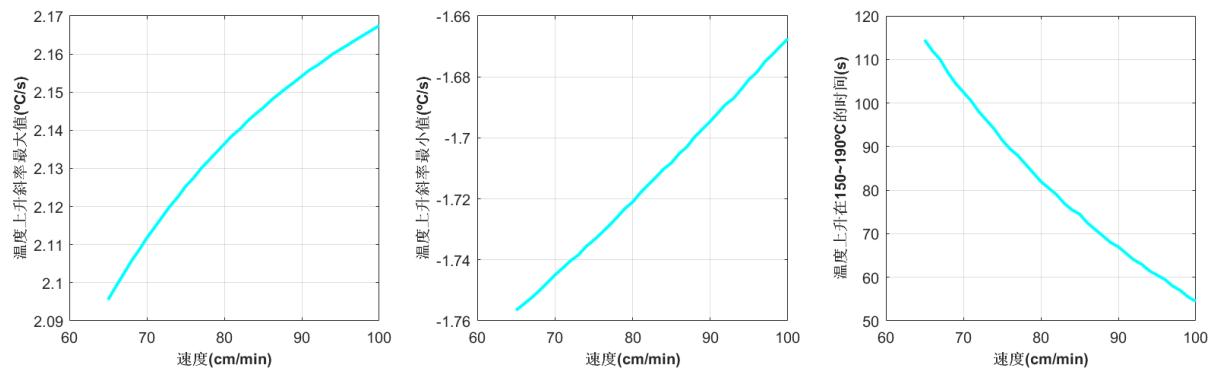
Step3: 依据所解电路板焊接中心温度随时间变化情况绘制炉温曲线，并计算约束条件变量的数值判断是否满足约束条件，满足所有约束条件则将此过炉速度加入解集 V ，反之则不加入，并使传送带过炉速度增加一个搜索点距的值；

Step4: 重复 **Step2**、**Step3**，直到对点阵内所有的速度值搜索完毕，此时停止遍历。

Step5: 根据优化目标找到解集 V 中速度最大值，即 $v_{max} = \max\{V\}$

6.4 结果分析

基于上述优有目标函数的建立，本文利用一维点阵搜索符合制程界限的所有过炉速度的可行解，将其搜索过程的各个约束变量随过炉速度变化的曲线可视化为：



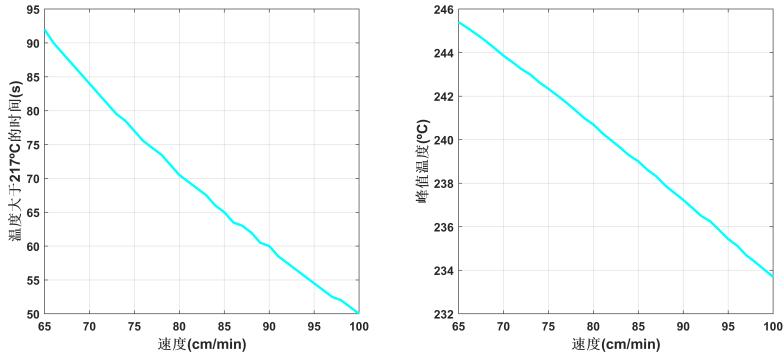


图 13 稳定温度场温度分布及炉温曲线图

通过上图可知,在问题二给定的各温区的设定温度情况下,传送带速度在 $65\text{cm}/\text{min}$ - $100\text{cm}/\text{min}$ 之间斜率均在制程界限之内。但是当速度过大时,会导致温度上升过程中在 150°C - 190°C 的时间于峰值温度不在制程界限之内,若速度过低则会导致温度大于 217°C 的时间不在制程界限之内,这是由于当传送带传输速度过大时,会导致焊接中心无法充分受热。基于上诉分析,我们将满足需求的所有可行解筛选出来,并求得 $v_{max} = 82.1372\text{cm}/\text{min}$, 其临界值刚好位于制程界限边界,对应峰值为 240°C ,其焊接中心温度分布以及焊接中心区域随位置时间三维分布图如下图所示:

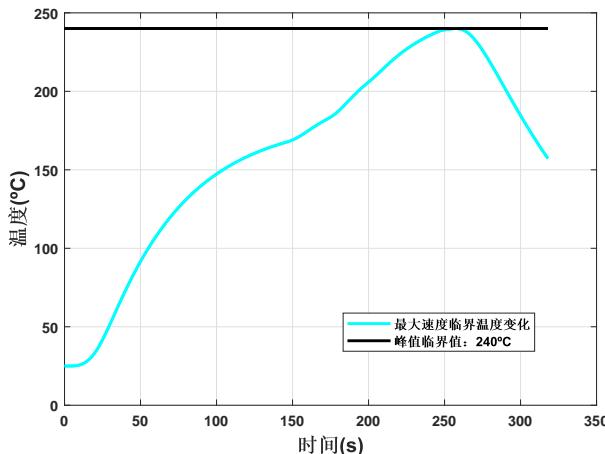


图 14 最大速度临界温度分布图

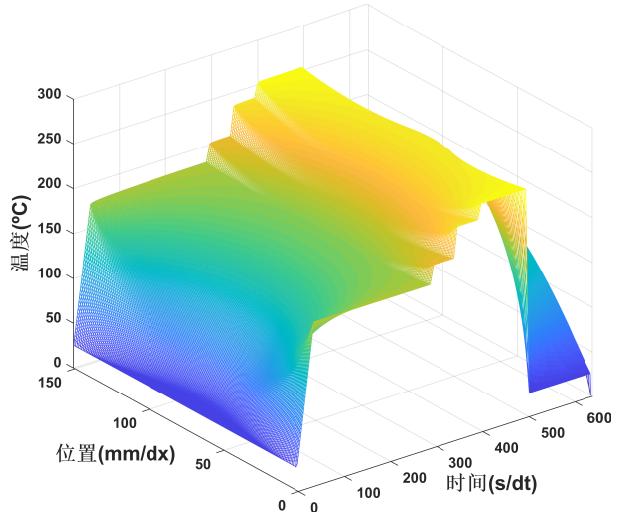


图 15 三维温度分布图

七、炉温曲线优化模型

由于电路板的耐热性有限,故而焊接区域中心温度不超过阈值 217°C 能够防止温度过高损坏电路板,故本文需要对最优炉温曲线进行讨论,首先,以超出阈值到峰值的

面积为优化目标，建立基于最小面积的炉温曲线优化模型，通过模拟退火算法选择最优决策解。而后对称性角度考虑进一步优化模型，再利用模拟退火求得最优炉温曲线。

7.1 基于最小面积的炉温曲线优化模型

7.1.1 优化目标

由回焊炉工作时炉温曲线的测量过程易知，每隔 $\Delta t = 0.5s$ 时间段记录的温度在时间-温度坐标系上显示为一系列离散点，炉温曲线实质上是由散点图近似绘制成曲线，由于相邻散点间自变量间隔无法满足近似曲线的精度，故本文需针对散点图求解数值积分，近似计算对应时间区间的定积分。本文采用梯形法数值积分计算炉温曲线与纵坐标恒为 217°C 的水平线所围成的面积，相比于矩形法这一常用的数值积分法有更高的精确度，可视化如下：

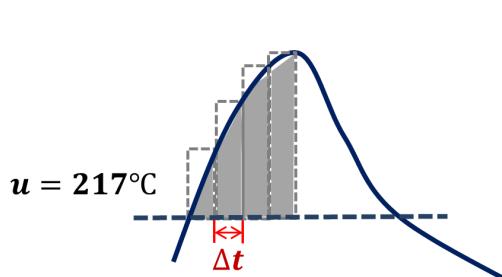


图 16 梯形数值积分示意图

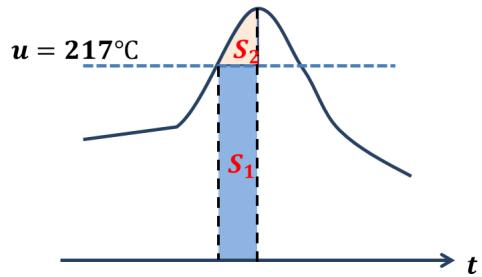


图 17 面积求解

如图16所示，取第 i 个 Δt 小区间两端点连成梯形，计算该梯形的面积并累加所有的小区间上的梯形面积，该累加和近似等于对应时间区间的定积分，本题中温度值均大于 0，故该累加和近似等于炉温曲线在对应时间区间面积，计算如下：

$$\begin{cases} t_i = i \times \Delta t + t_0 \\ S(t_0, t_1, \dots, t_n) = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta t \frac{u_{ov}(t_{i+1}) + u_{ov}(t_i)}{2} - 217 \times (n-1)\Delta t \end{cases} \quad (17)$$

式中， Δt 为焊接区域中心温度记录时间间隔， t_0 表示积分区间左边界， t_n 表示炉温曲线达到峰值的时刻， t_i 表示积分区间内第 i 个 Δt 小区间对应的时刻， $u_{ov}(t_i)$ 表示 t_i 时刻对应的炉温曲线温度记录值， $S(t_0, t_1, \dots, t_n)$ 表示 $[t_0, t_n]$ 区间内梯形面积累加和。

由炉温曲线背景可知，炉温曲线与纵坐标恒为 217°C 的水平线所围成的面积 S 最小时，对应的炉温曲线最理想，据此本文确定优化目标如下：

$$opt : \min\{S\} \quad (18)$$

7.1.2 决策变量及约束条件

结合回焊炉的工作原理和炉温曲线的测定，本文根据如下 5 个决策变量对炉温曲线进行研究：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{小温区 1-5 温度: } u_2 \\ \text{小温区 6 温度: } u_4 \\ \text{小温区 7 温度: } u_6 \\ \text{小温区 8-9 温度: } u_8 \\ \text{传送带过炉速度: } v \end{array} \right. \quad (19)$$

式中， u_2 、 u_4 、 u_6 、 u_8 分别为标号后小温区 1-5 温度设定值、小温区 6 温度设定值、小温区 7 温度设定值、小温区 8-9 温度设定值， v 为传送带过炉速率。

问题二的约束条件已对炉温曲线需满足的制程界限变量及取值范围进行了详细说明，故本文拓展其约束条件，并综合考虑各温区温度设定范围和设定要求、传送带过炉速度调节范围，构造本模型约束条件如下：

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} \text{制程界限} \left\{ \begin{array}{l} k \in [-3^{\circ}\text{C}/\text{s}, 3^{\circ}\text{C}/\text{s}] \\ time \in [60\text{s}, 120\text{s}] \\ time' \in [40\text{s}, 90\text{s}] \\ max\{u\} \in [240^{\circ}\text{C}, 250^{\circ}\text{C}] \end{array} \right. \\ \text{各温区温度} \left\{ \begin{array}{l} u_2 \in [165^{\circ}\text{C}, 185^{\circ}\text{C}] \\ u_4 \in [185^{\circ}\text{C}, 205^{\circ}\text{C}] \\ u_6 \in [225^{\circ}\text{C}, 245^{\circ}\text{C}] \\ u_8 \in [245^{\circ}\text{C}, 265^{\circ}\text{C}] \end{array} \right. \\ \text{传送带过炉速率} v \in [60\text{cm}/\text{min}, 100\text{cm}/\text{min}] \end{array} \right. \quad (20)$$

式中，温度变化斜率 k ，温度上升过程中在 $150\text{s} - 190\text{s}$ 的时间 $time$ ，温度大于 217°C 度的时间 $time'$ ，峰值温度 $max\{u\}$ 。

7.1.3 模拟退火算法求解模型

由于本单目标优化模型包含 5 个决策变量，且决策变量与目标变量之间为非线性关系，为精确求解符合约束条件下最小阴影面积，一般思路为小步长 5 层嵌套遍历 5 个决策变量以搜索符合约束条件的最优目标，这将耗费大量时间，为提高求解效率，同时保

证一定的求解精度，本文采用搜索效率较高、算法思路简单、鲁棒性强的模拟退火算法求解决策变量组合解及最小阴影面积 S ，具体求解步骤如下：



图 18 模拟退火流程图

7.1.4 结果分析

如下图??为模拟退火算法搜索最小阴影面积过程中，计算的阴影面积随算法迭代进行的变化情况，当迭代次数大于 2300 时面积稳定在 $492.7162^{\circ}C \cdot s$ 。

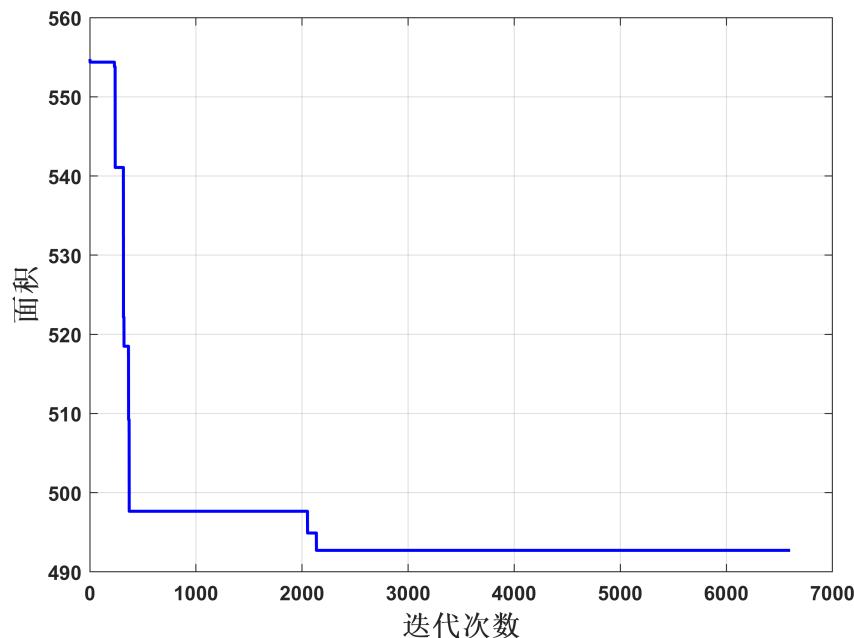


图 19 目标面积随迭代进行的变化图示

使用模拟退火算法求解单目标优化模型，解得阴影面积最小时各温区所设定的温度

和传送带过炉速度如下所示，同时为说明求解结果的合理、准确性，将阴影面积最小对应的制程界限变量取值展示如下：

表 2 数值求解结果展示

炉前区域温度	25°C	传送带过炉速度	97.6497cm/min
小温区 1-5 温度	182.9975°C	温度斜率变化区间	[-1.7329,2.1361]
小温区 6 温度	200.4816°C	温度上升过程中在 150°C-190°C 的时间	75.5s
小温区 7 温度	232.0555°C	温度大于 217°C 的时间	63s
小温区 8-9 温度	264.4330°C	峰值温度	241.9465°C
炉后区域温度	25°C	阴影面积	492.7162s·°C

基于上表所示各温区温度设定值、传送带过炉速度，绘制最优炉温曲线，并表示出该曲线与 217°C 所在水平直线的位置关系，如下所示：

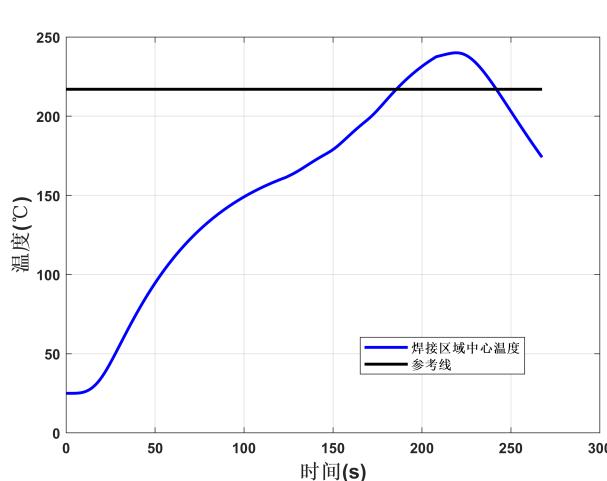


图 20 最优炉温曲线与最小面积示意图

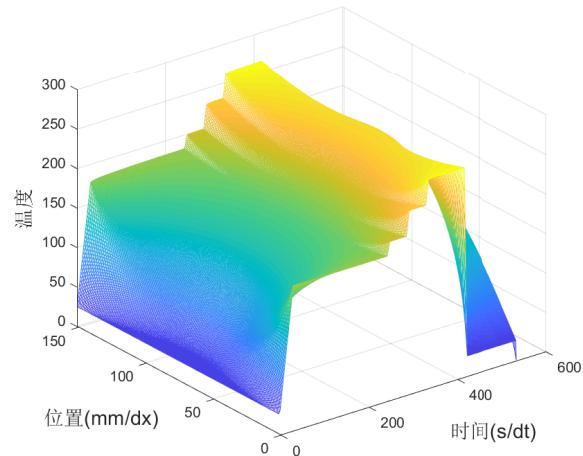


图 21 温度三维分布图

7.2 多目标优化模型

在实际焊接过程中，为确定最优炉温曲线，还需考虑炉温曲线峰值温度所在区域两侧温度值大于 217°C 的炉温曲线尽可能对称这一优化目标。基于多目标优化的分层求解思想，在问题三最小化阴影面积求解结果的基础上，调节松弛因子在原值附近范围内波动，采用模拟退火算法搜索决策变量组合解和对应的最优炉温曲线，以保证在最小阴影面积改变较小的情况下，使对称性评价指数最小化。

7.2.1 炉温曲线优化目标的更新

- 对称性评价模型

为评估温度超过 $217^{\circ}C$ 的炉温曲线关于峰值温度的对称性，本文结合炉温曲线数据分布特点设计了对称性评价指数，以其大小反应该段炉温曲线的对称性误差。

本文在符合条件的时间区域内沿温度坐标轴正方向以 0.5 步长遍历温度，根据所匹配的对称点计算对称性评价指数，模型基于零维微元模型把时间离散化，故可能出现图中某温度下仅一个数值点的情况，此时搜索该侧的时间段内与之温度值最相近的点参与对称性评价指数计算，具体对称性评价指数计算过程如下：

Step1: 设定循环遍历区间为 $[217^{\circ}C, u_{max}]$ ，设定遍历步长为 $0.5^{\circ}C$ ；

Step2: 计算所匹配的两个数值点的时间坐标与峰值温度时间坐标的差值 Δt_l 、 Δt_r ，并计算两段时间的差值 Δt_i 下：

$$\begin{cases} \Delta t_l = |t_l - t_{max}| \\ \Delta t_r = |t_r - t_{max}| \\ \Delta t_i = |\Delta t_l - \Delta t_r| \end{cases} \quad (21)$$

式中， t_{max} 为峰值温度时间坐标， t_l 、 t_r 分别为所匹配的左右两个数值点的时间坐标。

Step3: 判断温度遍历是否超出遍历区间，若未超出，则按步长增加温度值，重复**Step2**，反之，则结束循环；

Step4: 根据每次遍历匹配的两个数值点所对应的时间段差值 Δt_i 计算对称性评价指数 η ：

$$\eta = \frac{\sum_{i=0}^n \Delta t_i}{n} \quad (22)$$

式中， n 为遍历次数。

- 优化目标的构建

在实际焊接实验中，接近理想的炉温曲线首先应具有阴影部分面积最小的性质，其次尽可能使得超过 $217^{\circ}C$ 的温度曲线关于峰值温度所在的竖线对称，基于此更新问题三优化目标以拓展其模型，如下所示：

$$\begin{cases} opt1 : \min\{s\} \\ opt2 : \min\{\eta\} \end{cases} \quad (23)$$

7.2.2 结果分析

在问题三约束条件和决策变量的基础上，拓展单目标优化模型为多目标优化模型，采用多目标优化的分层求解思想结合松弛因子的调节，使用模拟退火算法搜索求解得到最优炉温曲线的各项参数取值，如下表：

表 3 数值求解结果展示

炉前区域温度	25°C	传送带过炉速度	96.2626cm/min
小温区 1-5 温度	179.8857°C	温度斜率变化区间	[-1.7190,2.1337]
小温区 6 温度	189.9057°C	温度上升过程中在 150°C-190°C 的时间	61s
小温区 7 温度	235.9987°C	温度大于 217°C 的时间	56s
小温区 8-9 温度	264.6477°C	峰值温度	240.0468°C
炉后区域温度	25°C	阴影面积	502.5122s·°C

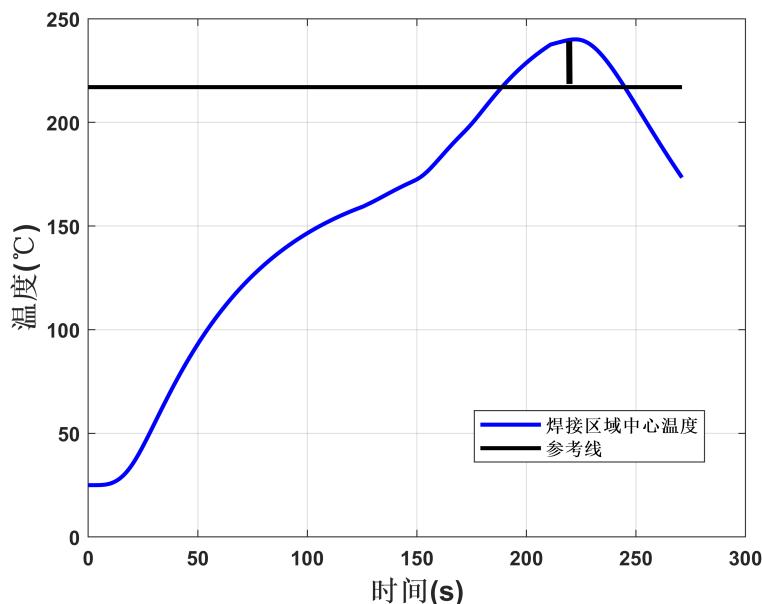


图 22 电路板运动过程中温度分布图

八、模型检验及稳定性分析

8.1 炉前区域温度分布检验

回焊炉的工作区域包括炉前及炉后区域，由于炉后区域与冷却区温度一致，故当达到稳定温度场时不考虑炉后区域的温度变化。但由于炉前区域前后存在较大温差，故而，本文需要对炉前区域的温度分布情况进行检验。

为更好的检验模型，本文将炉前温度分布分两种极限化及自然理想化三种分布情况进行讨论：

- 高温极限化

当炉前区域受到第一温区的热辐射影响较大时，本文将炉前区域温度极大化，此时炉前温度分布与第一小温区的温度一致。

- 低温极限化

考虑到炉前区域并为处于炉内中，其裸露在外界环境中，本文将炉前区域温度分布极小化为与外环境等温，此时炉前区域温度分布为 25°C 。

- 自然理想化

由于炉前区域不受到温度控制，故将其理想化为较大的间隙，利用稳态热传导方程分析其温度分布情况。

基于上述三种情况的讨论，本文利用问题一预设的参数分别求取区域中心的炉温曲线并将其可视化后如下图所示：

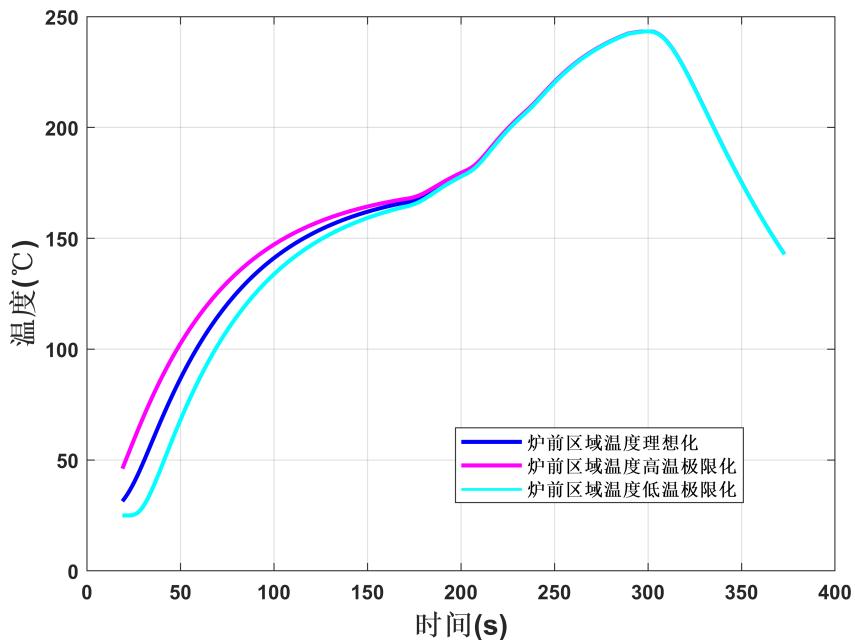


图 23 炉前区域温度分布检验结果图

由上图23可知，炉前区域温度分布对炉温曲线预热区部分的影响较大，这是由于炉

前区域仅影响了焊接中心的预热区温度上升斜率大小；而回流区及冷却区的炉温曲线基本一致，可以判断炉前区域的温度分布情况对回流区和冷却区的影响甚微。

8.2 热扩散系数灵敏度分析

热扩散系数的大小对热量传递速率的快慢有直接影响，本文基于虚拟解的思想逆推得到三个阶段的电路板的热扩散率，该热扩散率对温度分布的求解具有重要作用，直接影响了回焊炉各温区以及传送带的过炉速度的求解。因此我们针对不同阶段的热扩散系数进行灵敏度分析，对热扩散系数在合理范围内变化，讨论是否会对模型结果产生显著影响，当各个阶段数值波动 5% 时计算得到焊接区域中心温度变化如下图所示：

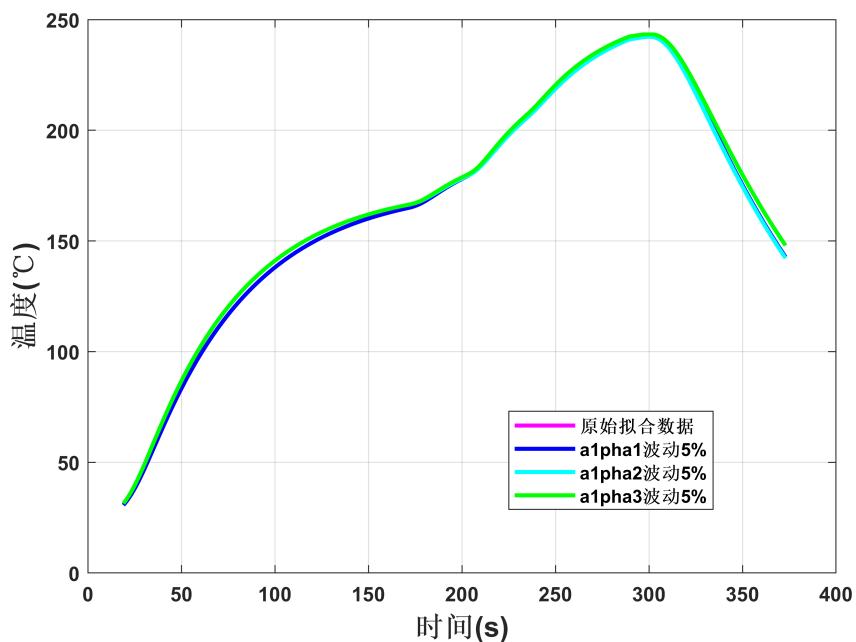


图 24 热扩散系数小范围变化对焊接区域中心温度分布的影响

从图中可以看出，不同阶段热扩散系数波动 5% 后，计算所得焊接区域中心温度分布仅有微小偏差，曲线拟合程度高，说明了本文求解得热扩散系数在小范围内变化不会对焊接区域中心温度分布造成较大偏差，验证了本文所建模型对热量三个阶段的热扩散系数不敏感，说明了本模型具有较好的稳定性与鲁棒性。

九、模型评价与改进

9.1 模型的优点

1. 模型考虑全面

- 问题一中考虑了测试用板长度对焊接中心温度计算的影响，模型考虑周全；问题四中出于对实际焊接过程的考虑，基于多目标优化的分层求解思想，在保证目标面积最

小化的基础上调节松弛因子使对称性评价指数最小化，模型求解基于现实考虑全面。

2. 求解精度高

– 问题一出于对电子元件温度升高导致热扩散率改变的考虑，对附件记录的数据分三段拟合，基于此求解的焊接中心温度分布更接近真实值，求解精度高；问题三问题四针对多决策变量的优化问题，结合蒙特卡洛算法使代入模拟退火算法的初值尽可能在最优解附近，可有效避免出现局部最优解，提高求解精度。

3. 模型具有良好通用性

– 针对电子板运动过程中其纵向温度热传导模型的求解，本文全面考虑了环境温度的动态变化，且自行拟合热扩散率，通用于不同材质电子板的

9.2 模型的缺点

1. 忽略了电路板运动过程带动空气流动所产生的不同温区之间热对流对温度分布的影响

– 若要考虑电路板运动时热对流的传热情况，则要优化整个模型，复杂度高且计算量大，且出于电路板运动速度较慢的考虑，本文主要考虑热传导形式的热量传递情况。

2. 部分参数求解存在运行时间较长的问题

– 为保证热扩散率求解的准确性，采用三维点阵搜索最优点，虽与附件数据拟合效果很好，但也造成了求解效率低的问题

9.3 模型的改进

1. 模型求解方面

– 非稳态热传导有限元差分子模型可采用 C-N 格式 (Crank-Nicolson 差分格式) 代替隐式差分格式，所得结果数值得收敛性不受步长大小的影响，从而求解结果误差更小。

9.4 模型的推广

1. 本文根据有限元模型和模拟退火算法求得不同优化目标下最优炉温曲线以及对应的回焊炉温度、过炉速度设计，为业内研究和实验提供数据参考。同时，本文模型具有良好的通用性，可被运用于商业形式的提高电子产品生产质量的研究和实验。

2. 本文提出的面向多目标优化的回焊炉工艺参数设计在经过改进后，具有较好的鲁棒性，可被用于集成电路板同时焊接多个电子元件的工艺提升实验。

3. 可将回焊炉与自动控制技术结合，实现回焊炉针对不同材质的电子产品的进行自动温控调节功能，智能监控运动数据、温度变化等信息，计算最优炉温曲线并自行设计回焊炉工艺参数。

参考文献

- [1] 高金刚. 表面贴装工艺生产线上回流焊曲线的优化与控制 [D]. 上海交通大学,2007.
- [2] 陈鑫, 刘汗青, 刘铭宇.SMT 工艺技术介绍与展望 [J]. 工业设计,2011,(08):150.
- [3] 冯志刚, 郁鼎文, 朱云鹤.PCB 的结构特征对回流温度曲线的影响研究 [J]. 电子元件与材料,2004,(12):36-39.
- [4] 胡建明. 提高 SMT 焊接质量的方法与措施 [J]. 科学咨询 (决策管理),2009,(05):50-51.
- [5] 刘文会. 感知价值对新兴电子产品消费者购买意愿影响研究 [D]. 中国地质大学 (北京),2020.
- [6] 曾驰鹤.SMT 回流炉温度控制虚拟仿真系统 [D]. 西南交通大学,2018.
- [7] 雷翔霄, 唐春霞, 徐立娟. 基于 RBF-PID 的热风回流焊温度控制 [J]. 邵阳学院学报 (自然科学版),2020,17(04):31-38.
- [8] 曾乐业, 李迅波, 李翔.SMT 回流焊温度模糊控制系统的研究 [J]. 机械设计与制造, 2010, (10): 220-221.DOI: 10.19356 / j.cnki.1001-3997.2010.10.087
- [9] 邓北川, 申良.SMT 回流焊工艺分析及其温控技术实现 [J]. 电子工艺技术, 2008, (01): 30-32.
- [10] 冷云峰. 金税模块生产工艺的研究与控制 [D]. 重庆大学,2006.

附录 A 代码展示

温度函数–matlab 源程序

输入：各温区的温度分布，及传送带过炉速度；
输出：边界温度分布，回流区边界时刻以及冷却区边界时刻

```
1 %% 温度函数
2 function [u_en,t3,t8]=board(u,v)
3 l_area=30.5*10;l_gap=5*10;l_out=25*10;%区域长度单位cm->mm
4 l_all=l_area*11+l_gap*10+l_out*2;
5 u_out=25;%摄氏度
6 d=0.15;%mm%%厚度
7 %需改参数
8 v=v*10/60;%cm/min->mm/s
9 %% 构造水平稳态温度分布
10 dt=0.01;
11 dx=0.001;%mm
12 nd=l_gap/dx+1;%步长网格数
13 n=l_all/dx+1;%总格数
14 k=[];%斜率
15 u_gap=zeros(5,nd);
16 %%%遍历求解热扩散系数a
17 a=0.01;
18 u_gap(:,1)=u(1:5);
19 k(1)=(u(2)-u(1))/(l_out);
20 for i=2:5
21     k(i)=(u(i+1)-u(i))/(l_gap);
22 end
23
24 for j=2:(l_out/dx+1)
25     u_gap(1,j)=u_gap(1,j-1)+dx*k(1);
26 end
27
28 for j=2:nd
29     u_gap(2,j)=u_gap(2,j-1)+dx*k(2);
30     u_gap(3,j)=u_gap(3,j-1)+dx*k(3);
31     u_gap(4,j)=u_gap(4,j-1)+dx*k(4);
32     u_gap(5,j)=u_gap(5,j-1)+dx*k(5);
33 end
34 % plot(u_gap(1,:))
35 %%%%时间离散化
36 dt=0.5;
37 t=4355/v;
38 t1=25*10/v;%%%走完炉前区域的时间
39 t2=(5*l_area+4*l_gap)/v+t1;%%%小温区1-5
40 t3=l_gap/v+t2;%%%5、6的间隙
41 t4=l_area/v+t3;%%%小温区6
42 t5=l_gap/v+t4;%%%6、7的间隙
43 t6=l_area/v+t5;%%%小温区7
44 t7=l_gap/v+t6;%%%7、8的间隙
45 t8=(2*l_area+l_gap)/v+t7;%%%小温区8、9
46 t9=l_gap/v+t8;%%%9、10的间隙
```

```

47 t10=(2*l_area+l_gap+25*10)/v+t9;%%%小温区10、11以及炉后区域
48 u_en=[];
49 for i=1:round(l_all/v/dt+1)
50     if i<=t1/dt
51         u_en(i)=v.*i.*dt.*k(1)+25;
52     elseif i>t1/dt && i<=t2/dt
53         u_en(i)=u(2);
54     elseif i>t2/dt && i<=t3/dt
55         u_en(i)=v.*(i-(t2/dt)).*dt.*k(2)+u_en(floor(t2/dt));
56     elseif i>t3/dt && i<=t4/dt
57         u_en(i)=u(3);
58     elseif i>t4/dt && i<=t5/dt
59         u_en(i)=v.*(i-(t4/dt)).*dt.*k(3)+u_en(floor(t4/dt));
60     elseif i>t5/dt && i<=t6/dt
61         u_en(i)=u(4);
62     elseif i>t6/dt && i<=t7/dt
63         u_en(i)=v.*(i-(t6/dt)).*dt.*k(4)+u_en(floor(t6/dt));
64     elseif i>t7/dt && i<=t8/dt
65         u_en(i)=u(5);
66     elseif i>t8/dt && i<=t9/dt
67         u_en(i)=v.*(i-t8/dt).*dt.*k(5)+u_en(floor(t8/dt));
68     elseif i>t9/dt && i<=t10/dt+1
69         u_en(i)=25;
70     end
71 end
72 % plot(u_en)

```

search-matlab 源程序

输出: max_up : 上升过程中最大斜率, max_down : 上升过程中最大斜率, t_pro1 : 温度上升过程中在 150°C 190°C 的时间, t_pro2 : 温度大于 217 的时间, t_max : 峰值温度,S: 面积输入: v: 速度, u_en : 温度场温度分布

```

1 function [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S,sim,delta_s] =search2(u,v)
2
3 [u_en,t3,t8]=board(u,v)%%%%%调用board函数获取边界分布情况
4 dx=0.001
5 l_area=30.5*10;l_gap=5*10;l_out=25*10;%区域长度单位cm->mm
6 l_all=l_area*11+l_gap*10+l_out*2;
7 u_out=25;%摄氏度
8 d=0.15;%mm板的厚度
9 nd=l_gap/dx+1;%步长网格数
10 n=l_all/dx+1;%总格数
11 %% 纵向非稳态传热
12 dt=0.5;
13 v1=v
14 v=v*10/60;
15 t=l_all/v;
16 n=floor(d/dx+1);%纵向中心厚度网格数
17 m=floor(t/dt+1);
18 u=zeros(n,m);%x*t矩阵

```

```

19 u(:,1)=25*ones(n,1);%t=0时刻温度分布
20 % [u_en,t3,t8]=board([25,173,198,239,257,25],78);
21 % plot(u_en)
22 u(1,1:m-1)=u_en(1,1:m-1);%炉气温度
23 L1=[l_out;l_area*5+l_gap*4;l_area;l_area;l_area*2+l_gap;l_area*2+l_gap+l_out];
24
25
26 da=0.01;%传热系数遍历步长
27 r0=20;
28 r=22.238;
29 h0=400;
30 %for r=r0:da:22%22.238
31 for r2=29.66%-200:-180
32 for r3=12.38
33 %%%%%%热传导的对角矩阵
34 dia1=zeros(n-1);%n-1
35 dia1(1,1)=1+2*r;
36 dia1(1,2)=-r;
37 dia1(n-1,n-2)=-r;
38 dia1(n-1,n-1)=1+2*r;
39 for i=2:n-2
40 dia1(i,i)=1+2*r;
41 dia1(i,i+1)=-r;
42 dia1(i,i-1)=-r;
43 end
44 %%%%%%散热阶段的对角矩阵
45 dia2=zeros(n-1);%n-1
46 dia2(1,1)=1+2*r2;
47 dia2(1,2)=-r2;
48 dia2(n-1,n-2)=-r2;
49 dia2(n-1,n-1)=1+2*r2;
50 for i=2:n-2
51 dia2(i,i)=1+2*r2;
52 dia2(i,i+1)=-r2;
53 dia2(i,i-1)=-r2;
54 end
55
56 dia3=zeros(n-1);%n-1
57 dia3(1,1)=1+2*r3;
58 dia3(1,2)=-r3;
59 dia3(n-1,n-2)=-r3;
60 dia3(n-1,n-1)=1+2*r3;
61 for i=2:n-2
62 dia3(i,i)=1+2*r3;
63 dia3(i,i+1)=-r3;
64 dia3(i,i-1)=-r3;
65 end
66 %%%%左端B矩阵
67 B=zeros(n-1,1);%
68 for j=2:m%时间遍历
69 if j<t3/dt
70 B(1,1)=r*u(1,j)+u(2,j-1);
71 B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
72 B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
73 B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
74 B(n-1,1)=B(1,1);

```

```

75      u(2:n,j)=dia1\B;
76      elseif j>=t3/dt && j< t8/dt
77          B(1,1)=r2*u(1,j)+u(2,j-1);
78          B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
79          B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
80          B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
81          B(n-1,1)=B(1,1);
82          u(2:n,j)=dia2\B;
83      elseif j>=t8/dt
84          B(1,1)=r3*u(1,j)+u(2,j-1);
85          B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
86          B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
87          B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
88          B(n-1,1)=B(1,1);
89          u(2:n,j)=dia3\B;
90
91      end
92  end
93 end
94 end
95 %% %%加入面积干预
96 dt=0.5;
97 t=0:dt:4355/(v1*10/60);
98 [max1,loc1]=max(u(75,:));%%先找到最大值的位置
99 [min2,loc2]=min(abs(u(75,1:loc1)-217));%%左边最接近217的位置
100 [min3,loc3]=min(abs(u(75,loc1:end)-217));%%右边最接近217的位置
101 loc3=loc1+loc3-1;
102 tem=u(75,1:length(t));
103 S=dt*(trapz(tem(loc2:loc1))-217*(loc1-loc2));%%%梯形求解
104 %%
105 %%%对称性检验
106 delta_s=[];
107 for n=217:dt:max1
108     Num=(n-217)/dt+1;
109     [min2,loc_left]=min(abs(u(75,1:loc1)-n));%%%左边最接近217的位置
110     [min3,loc_righth]=min(abs(u(75,loc1:end)-n));%%%右边最接近217的位置
111     delta_s(Num)=abs(loc1-loc_left-(loc_righth+loc1-loc1));
112 end
113 sim=sum(delta_s)/length(217:dt:max1);%%%对称性评价指数
114
115 %%%制程界限
116 [t_max,loc1]=max(u(75,:));
117 for i=1:length(u(75,:))-1
118     k(i)=(u(75,i+1)-u(75,i))/dt;
119 end
120
121 max_up=max(k);
122 max_down=min(k);
123 % plot(k)
124 b=(u(75,:)>217);
125 t_pro2=sum(b)*dt;
126
127 b2=(150<u(75,:)&u(75,:)<190);
128 b2(loc1:end)=0;
129 % plot(b2)
130 t_pro1=sum(b2)*dt;

```

```
131
132 end
```

问题一—matlab 源程序

```
1 %% 问题一
2 %参数标定
3 clc,clear
4 u_real=xlsread('附件',1);
5 dx=0.001;
6 l_area=30.5*10;l_gap=5*10;l_out=25*10;%区域长度单位cm->mm
7 l_all=l_area*11+l_gap*10+l_out*2;
8 L=[l_out;l_area*5+l_gap*4;l_area;l_area;l_area*2+l_gap;l_area*2+l_gap+l_out]./dx;
9 u_out=25;%摄氏度
10 d=0.15;%mm板的厚度
11 loc1=l_out+2*l_area+2*l_gap+1/2*l_area;
12 loc2=l_out+5*l_area+5*l_gap+1/2*l_area;
13 loc3=l_out+6*l_area+6*l_gap+1/2*l_area;
14 loc4=l_out+7*l_area+7*l_gap+l_area;
15 nd=l_gap/dx+1;%步长网格数
16 n=l_all/dx+1;%总格数
17 %% 纵向
18 dx=0.001;%mm
19 dt=0.5;
20 v=78*10/60;
21
22 loc1=l_out+2*l_area+2*l_gap+1/2*l_area;
23 loc2=l_out+5*l_area+5*l_gap+1/2*l_area;
24 loc3=l_out+6*l_area+6*l_gap+1/2*l_area;
25 loc4=l_out+7*l_area+7*l_gap+l_area;
26 T1=loc1/v*dt;
27 T2=loc2/v*dt;
28 T3=loc3/v*dt;
29 T4=loc4/v*dt;
30 t=l_all/v;
31 n=round(d/dx+1);%纵向中心厚度网格数
32 m=round(t/dt+1);
33 u=zeros(n,m);%x*t矩阵
34 u(:,1)=25*ones(n,1);%t=0时刻温度分布
35
36 [u_en,t3,t8]=board([25,173,198,239,257,25],78);
37
38 loc_downm=find(u_en==max(u_en));%%%%%%581
39 loc_downm=loc_downm(end);
40 % plot(u_en)
41 u(1:m-1)=u_en;%炉气温度
42 L1=[l_out;l_area*5+l_gap*4;l_area;l_area;l_area*2+l_gap;l_area*2+l_gap+l_out];
43 t_all=sum(L)/v;%s
44
45 c=1;error=[];a_0=-2;%预设值;
46 da=0.01;%传热系数遍历步长
```

```

47 r0=20;r=22.238;h0=400;
48 %for r=r0:da:22%22.238
49 for r2=29.66%-200:-180
50     r3=12.38
51
52 %%%%%热传导的对角矩阵
53 dia1=zeros(n-1);%n-1
54 dia1(1,1)=1+2*r;
55 dia1(1,2)=-r;
56 dia1(n-1,n-2)=-r;
57 dia1(n-1,n-1)=1+2*r;
58 for i=2:n-2
59     dia1(i,i)=1+2*r;
60     dia1(i,i+1)=-r;
61     dia1(i,i-1)=-r;
62 end
63
64 %%%%%散热阶段的对角矩阵
65 dia2=zeros(n-1);%n-1
66 dia2(1,1)=1+2*r2;
67 dia2(1,2)=-r2;
68 dia2(n-1,n-2)=-r2;
69 dia2(n-1,n-1)=1+2*r2;
70 for i=2:n-2
71     dia2(i,i)=1+2*r2;
72     dia2(i,i+1)=-r2;
73     dia2(i,i-1)=-r2;
74 end
75
76 dia3=zeros(n-1);%n-1
77 dia3(1,1)=1+2*r3;
78 dia3(1,2)=-r3;
79 dia3(n-1,n-2)=-r3;
80 dia3(n-1,n-1)=1+2*r3;
81 for i=2:n-2
82     dia3(i,i)=1+2*r3;
83     dia3(i,i+1)=-r3;
84     dia3(i,i-1)=-r3;
85 end
86 %%%%%左端B矩阵
87 B=zeros(n-1,1);%
88 for j=2:m%时间遍历
89     if j<t3/dt
90         B(1,1)=r*u(1,j)+u(2,j-1);
91         B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
92         B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
93         B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
94         B(n-1,1)=B(1,1);
95         u(2:n,j)=dia1\B;
96     elseif j>=t3/dt & j<t8/dt
97         B(1,1)=r2*u(1,j)+u(2,j-1);
98         B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
99         B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
100        B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
101        B(n-1,1)=B(1,1);
102        u(2:n,j)=dia2\B;

```

```

103 elseif j>=t8/dt
104     B(1,1)=r3*u(1,j)+u(2,j-1);
105     B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
106     B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
107     B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
108     B(n-1,1)=B(1,1);
109     u(2:n,j)=dia3\B;
110
111 end
112 end
113
114 end
115 %%%%%%题目四个地方温度
116 u1=u(75,round(T1));
117 u2=u(75,round(T2));
118 u3=u(75,round(T3));
119 u4=u(75,round(T4));
120
121
122
123 time=0:dt:l_all/v
124 % plot(time,u_real(:,2),'m*','LineWidth',.3)
125 % hold on
126 plot(time,u(75,:),'blue','LineWidth',2)
127 hold on
128 plot(time(2:end),u_en,'c','LineWidth',2)
129 grid on
130 xlabel('时间(s)','FontSize',14);
131 ylabel('温度(°C)','FontSize',14);
132 legend('焊接区域中心温度','温度场温度分布')
133 % grid on
134 % % error=error./length(u_real(:,2));
135 %
136 % plot(u(:,700))

```

问题二—matlab 源程序

```

1 clc,clear
2 u=[25,182,203,237,254,25];
3 res=[];%%%结果矩阵
4 for v=82.137
5 [u_en,t3,t8]=board(u,v);%%%调用边界函数
6 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u]=search(v,u_en,t3,t8);
7 if (max_up<=3 && max_down>=-3)...
8     && t_pro1>=60 && t_pro1<=120 && ...
9         t_pro2>=40 && t_pro2<=90 && t_max>=240 && t_max<=250
10
11 % mesh(u)
12 % xlabel('时间(s/dt)','FontSize',14);
13 % ylabel('位置(mm/dx)','FontSize',14);
14 % zlabel('温度(C)','FontSize',14);

```

```

15
16 dt=0.5
17 time=0:dt:(length(u(75,:))-1)*0.5;
18 cankao=ones(1,length(time))*240;
19 plot(time,u(75,:),’c’,’LineWidth’,2)
20 hold on
21 plot(time,cankao,’k’,’LineWidth’,2)
22 grid on
23 xlabel(’时间(s)’,’Fontsize’,14);
24 ylabel(’温度(?)C’,’Fontsize’,14);
25 legend(’最大速度临界温度变化’,’峰值临界值: 240?C’)
26 res=[res,v];
27 end
28
29 end

```

问题三-matlab 源程序

```

1 clc,clear
2 D=5; %%%待优化变量: 四个温区温度、速度
3 lb=[165 185 225 245 65]; %%上界
4 ub=[185 205 245 265 100]; %%下界
5 L=100; %马尔科夫链长度
6 K=0.99; %衰减参数
7 S=0.02; %松弛变量
8 T=100; %初始温度
9 YZ=1e-3; %容差
10 P=0; %Metropolis过程中总接受点
11 %%%%蒙特卡洛生成的较好的初始值
12 BestX=[182.9975 200.4816 232.0555 264.4330 97.649671920459570];
13 PreBestX=[181.148182699796,197.421199668064,229.532689597963,261.614557690949,86];
14 PreX=[181.148182699796,197.421199668064,229.532689597963,261.614557690949,90.0466607254907];
15 %%%S1:PreBestX\S2:BestX
16 u1=[25,181.148182699796,197.421199668064,229.532689597963,261.614557690949,25];
17 v1=86;
18 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S1,sim,delta_s] =search2(u1,v1);
19 u=[25 182.9975 200.4816 232.0555 264.4330 25];
20 v=97.649671920459570
21 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S2,sim,delta_s] =search2(u,v);
22 deta=abs(S1-S2);
23
24 while (deta>YZ) && (T>0.001)
25     T=K*T;
26     %%%在当前温度T下迭代
27     for i=1:L
28         for j=1:D
29             a=S*((2*rand(1,1)-1)*(ub(j)-lb(j)))
30             NextX(j)=PreX(j)+a;
31             if NextX(j)>ub(j) || NextX(j)<lb(j)
32                 NextX(j)=PreX(j)-a;
33             end

```

```

34     end
35
36 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S3,sim,delta_s] =search2([25,NextX(1:4),25],NextX(5));
37 if (max_up<=3 && max_down>=-3 ) && t_pro1>=60 && t_pro1<=120 && ...
38     t_pro2>=40 && t_pro2<=90 && t_max>=240 && t_max<=250
39 if (S2>S3)
40 %%保留上一个最优解
41 PreBestX=BestX;
42 %%此为新的最优解
43 BestX=NextX;
44 end
45
46 if (S1-S3>0)
47 %%接受新解
48 PreX=NextX;
49 else
50     changer=1*(S1-S3)/T;
51     p1=exp(changer);
52 %%接受较差的解
53     if p1>rand
54         PreX=NextX;
55     end
56 end
57 end
58 P=P+1;
59 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S2,sim,delta_s] =search2([25,BestX(1:4),25],BestX(5));
60 trace(P+1)=S2;
61 end
62 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S1,sim,delta_s] =search2([25,PreBestX(1:4),25],PreBestX(5));
63 deta=abs(S2-S1);
64 end
65 disp('最小值在点: ');
66 BestX
67 figure
68 plot(trace(2:end),'blue','LineWidth',1.5)
69 grid on
70 xlabel('迭代次数','FontSize',14)
71 ylabel('面积','FontSize',14)

```

问题四-matlab 源程序

```

1 clc,clear
2 D=5; %%%待优化变量：四个温区温度、速度
3 lb=[165 185 225 245 65]; %%上界
4 ub=[185 205 245 265 100]; %%下界
5 L=100; %马尔科夫链长度
6 K=0.99; %衰减参数
7 S=0.3 ; %松弛变量
8 T=100; %初始温度
9 YZ=1e-3; %容差
10 P=0; %Metropolis过程中总接受点

```

```

11 %%%%蒙特卡洛生成的较好的初始值
12 BestX=[179.885676070969 189.905704982546 235.998682218190 264.647713419606 96.2625555962843];
13 PreBestX=[181.148182699796,197.421199668064,229.532689597963,261.614557690949,90.0466607254907];
14 PreX=[181.148182699796,197.421199668064,229.532689597963,261.614557690949,90.0466607254907];
15 %%S1:PreBestX\ S2:BestX
16 u1=[25 181.148182699796,197.421199668064,229.532689597963,261.614557690949 25];
17 v1=90.0466607254907;
18 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S1,sim1,delta_s]=search2(u1,v1);
19 u=[25 179.885676070969 189.905704982546 235.998682218190 264.647713419606 25];
20 v=96.2625555962843;
21 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S2,sim2,delta_s]=search2(u,v);
22 deta=abs(sim1-sim2);
23
24 while (deta>YZ) && (T>0.001)
25     T=K*T;
26     %%在当前温度T下迭代
27     for i=1:L
28         for j=1:D
29             a=S*((2*rand(1,1)-1)*(ub(j)-lb(j)))
30             NextX(j)=PreX(j)+a;
31             if NextX(j)>ub(j) || NextX(j)<lb(j)
32                 NextX(j)=PreX(j)-a;
33             end
34         end
35
36     [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S3,sim3,delta_s]=search2([25,NextX(1:4),25],NextX(5));
37     if (max_up<=3 && max_down>=-3 ) && t_pro1>=60 && t_pro1<=120 && ...
38         t_pro2>=40 && t_pro2<=90 && t_max>=240 && t_max<=250
39     if (sim2>sim3)
40         %%保留上一个最优解
41         PreBestX=BestX;
42         %%此为新的最优解
43         BestX=NextX;
44     end
45
46     if (sim1-sim3>0)
47         %%接受新解
48         PreX=NextX;
49     else
50         changer=1*(sim1-sim3)/T;
51         p1=exp(changer);
52         %%接受较差的解
53         if p1>rand
54             PreX=NextX;
55         end
56     end
57 end
58 P=P+1;
59 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S2,sim2,delta_s]=search2([25,BestX(1:4),25],BestX(5));
60 trace(P+1)=sim2;
61 end
62 [max_up,max_down,t_pro1,t_pro2,t_max,u,S1,sim1,delta_s]=search2([25,PreBestX(1:4),25],PreBestX(5));
63 deta=abs(sim2-sim1);
64 end
65 disp('最小值在点: ');
66 BestX

```

```

67 figure
68 plot(trace(2:end),'blue','LineWidth',1.5)
69 grid on
70 xlabel('迭代次数','FontSize',14)
71 ylabel('对称性评价指数','FontSize',14)

```

问题四-matlab 源程序

```

1 %% 问题一
2 %参数标定
3 clc,clear
4 u_real=xlsread('附件',1);
5 dx=0.01;
6 l_area=30.5*10;l_gap=5*10;l_out=25*10;%区域长度单位cm->mm
7 l_all=l_area*11+l_gap*10+l_out*2;
8 L=[l_out;l_area*5+l_gap*4;l_area;l_area;l_area*2+l_gap;l_area*2+l_gap+l_out]./dx;
9 u_out=25;%摄氏度
10 d=0.15;%mm板的厚度
11
12 nd=l_gap/dx+1;%步长网格数
13 n=l_all/dx+1;%总格数
14 %需改参数
15
16
17
18 v=70*10/60;
19 %% 纵向
20 dx=0.001;%mm
21 dt=0.5;
22 t=l_all/v;
23 n=round(d/dx+1);%纵向中心厚度网格数
24 m=round(t/dt+1);
25 u=zeros(n,m);%x*t矩阵
26 u(:,1)=25*ones(n,1);%t=0时刻温度分布
27 [u_en,t3,t8]=board2([25,175,195,235,255,25],70);
28 loc_downm=find(u_en==max(u_en));%%%%%%581
29 loc_downm=loc_downm(end);
30 % plot(u_en)
31 u(1,1:m-1)=u_en;%炉气温度
32 L1=[l_out;l_area*5+l_gap*4;l_area;l_area;l_area*2+l_gap;l_area*2+l_gap+l_out];
33 t_all=sum(L)/v;%s
34
35 c=1;error=[];a_0=-2;%预设值;
36 da=0.01;%传热系数遍历步长
37 r0=20;r=22.238;h0=400;
38 %for r=r0:da:22%22.238
39 for r2=29.66%-200:-180
40     r3=12.38
41
42 %%%%%%热传导的对角矩阵
43 dia1=zeros(n-1);%n-1

```

```

44 dia1(1,1)=1+2*r;
45 dia1(1,2)=-r;
46 dia1(n-1,n-2)=-r;
47 dia1(n-1,n-1)=1+2*r;
48 for i=2:n-2
49 dia1(i,i)=1+2*r;
50 dia1(i,i+1)=-r;
51 dia1(i,i-1)=-r;
52 end
53
54 %%%%%%散热阶段的对角矩阵
55 dia2=zeros(n-1);%n-1
56 dia2(1,1)=1+2*r2;
57 dia2(1,2)=-r2;
58 dia2(n-1,n-2)=-r2;
59 dia2(n-1,n-1)=1+2*r2;
60 for i=2:n-2
61 dia2(i,i)=1+2*r2;
62 dia2(i,i+1)=-r2;
63 dia2(i,i-1)=-r2;
64 end
65
66 dia3=zeros(n-1);%n-1
67 dia3(1,1)=1+2*r3;
68 dia3(1,2)=-r3;
69 dia3(n-1,n-2)=-r3;
70 dia3(n-1,n-1)=1+2*r3;
71 for i=2:n-2
72 dia3(i,i)=1+2*r3;
73 dia3(i,i+1)=-r3;
74 dia3(i,i-1)=-r3;
75 end
76 %%%%%%左端B矩阵
77 B=zeros(n-1,1);%
78 for j=2:m%时间遍历
79 if j<t3/dt
80 B(1,1)=r*u(1,j)+u(2,j-1);
81 B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
82 B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
83 B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
84 B(n-1,1)=B(1,1);
85 u(2:n,j)=dia1\B;
86 elseif j>=t3/dt & j<t8/dt
87 B(1,1)=r2*u(1,j)+u(2,j-1);
88 B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
89 B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
90 B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
91 B(n-1,1)=B(1,1);
92 u(2:n,j)=dia2\B;
93 elseif j>=t8/dt
94 B(1,1)=r3*u(1,j)+u(2,j-1);
95 B(2:n-2,1)=u(3:n-1,j-1);
96 B(2:floor((n-2-2)/2+2),1)=u(3:floor((n-1-3)/2+3),j-1);
97 B(ceil((n-2-2)/2+2):end,1)=B(floor((n-2-2)/2+2):-1:1,1);
98 B(n-1,1)=B(1,1);
99 u(2:n,j)=dia3\B;

```

```

100
101     end
102 end
103 % err=sum(abs(u(round(length(u(:,1))/2),round(19/dt)+2:end)'-u_real(:,2)))/length(u_real(:,2));
104 % error(c)=err; %u_real为已知温度
105 % c=c+1;
106 end
107 m=find(min(error)==error)
108 % r_end=(m-1)*da+r0
109 h_end=(m-1)+h0
110
111 time=19:dt:373;
112 plot(time,u_real(:,2),'c*','LineWidth',.3)
113 hold on
114 plot(time,u(75,round(19/dt)+2:end)', 'm','LineWidth',3)
115 % hold on
116 % plot(time,u_en(round(19/dt)+1:end),'blue','LineWidth',2)
117 grid on
118 xlabel('时间(s)', 'Fontsize', 14);
119 ylabel('温度(°C)', 'Fontsize', 14);
120 legend('附件焊接区域中心温度数据', '拟合数据')
121 % grid on
122 % % error=error./length(u_real(:,2));
123 %
124 % plot(u(:,700))
125 % mesh(u)
126 % xlabel('时间(s/dt)', 'Fontsize', 14);
127 % ylabel('位置(mm/dx)', 'Fontsize', 14);
128 % zlabel('温度(°C)', 'Fontsize', 14);

```
