



國立臺北科技大學

機電整合研究所

碩士學位論文

應用互補濾波器於慣性感測之  
運動與姿態角估算

Motion and Attitude Estimation Using Inertial  
Measurements with Complementary Filter

研究生：徐嘉偉

指導教授：曾百由

中華民國九十九年八月

# 摘要

論文名稱：應用互補濾波器於慣性感測之運動與姿態角估算 頁數：93

校所別：國立台北科技大學 機電整合研究所

畢業時間：九十八學年度第二學期

學位：碩士

研究生：徐嘉偉

指導教授：曾百由

關鍵詞：互補濾波器、狀態估測器、慣性量測、姿態角

本研究運用互補濾波器結合慣性感測元件內的加速規、磁通量計與陀螺儀的狀態量測估算出承載平台的運動及姿態角與方位角。利用加速規與磁通量計之低頻特性以及陀螺儀的高頻特性，透過互補濾波器整合訊號以達到最佳的估算效果。透過系統鑑別的方式求出感測器的頻率響應及轉移函式，並依據感測器的特性訂定截止頻率設計出互補濾波器的訊號處理架構。在實驗部分，則利用旋轉平台與線性運動平台等實驗器材來驅動慣性感測器取得不同運動狀態之慣性量測值，透過互補濾波器的融合運算功能得到低雜訊與高穩定性的姿態角，驗證所發展的互補濾波器在計算慣性姿態角的效果與可行性。

在旋轉實驗方面，透過互補濾波器的估算能夠將其輸出響應降低至 $\pm 0.5$  dB 以內。在雙軸旋轉實驗方面，互補濾波器的 Pitch 角估算誤差皆低於 $1^\circ$ ，而 Roll 角之標準差皆低於 0.2。在步階旋轉實驗結果可以得知，由互補濾波器之結果，其安定時間小於 1 秒，穩態誤差控制在 $\pm 0.5^\circ$ 。由這些實驗結果可以得知互補濾波器架構在純旋轉運動下，能夠估算出精確且穩定的姿態角，而在非力平衡之實驗結果也可以證實互補濾波器架構能夠降低外在加速度的干擾，得到較佳姿態角結果。

# ABSTRACT

Title : An Motion and Attitude Estimation Using Inertial Measurements with  
Adaptive Complementary Filtering Algorithm

Pages : 93

School : National Taipei University of Technology

Department : Institute of Mechatronic Engineering

Time : August, 2010

Degree : Master

Researcher : Jia-Wei Shiu

Advisor : Stephen P. Tseng

Keywords : Complementary filter, State estimator, Inertial Measurement Unit,  
Attitudes


This research uses inertial measurement unit (IMU) to estimate attitude and heading angle. First, we use system identification of inertial sensor to get transfer function of sensor. We use transfer function to design adapted filter. Use accelerometer and magnetic sensor character that are low frequency character and gyro that is high frequency character, through Adaptive Complement Filter (ACF) to fuse difference character data. In experiment, we use AC servo motor, rotate table and ball screw to drive IMU, and get measurement data. We use these data and ACF to estimate attitudes.

We use experiment to verify performance that estimates attitude of complement filter, and verify that is useful.

## 誌 謝

我能夠順利完成這篇論文，首先要感謝我的家人，因為他們無私的奉獻，我才能夠無後顧之憂的專心研究，再來需要感謝曾老師的教導，每當我有困難找他討論時，他總是不厭其煩的說明並引導我找到正確的方向，也從他身上學到很多做人處事的態度，相對於兩年前那種不成熟的想法改變不少。

我也非常感謝一直陪伴在我身邊的香穎，每當我遇到研究瓶頸時，你總會包容我的壞脾氣，你的默默付出，是我努力堅持的最大動力；也要感謝祐泓學長在實驗室的陪伴，不時的給我信心，在實驗當中也加強不少的經驗，感謝曉涵學姐在佳節時的糖果跟祝福；最後感謝裕祺、馮威、益祥跟威成，我不會忘記為了一份報告而不睡覺的跟他拼命，感謝維亮、浚銘、盈佐、柏堯跟崇京，我不會忘記我們在燒烤店的那一晚所發生的事，因為你們，讓我在苦悶的研究室生活裡增加了快樂的回憶。



# 目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	vi
圖目錄 .....	vii
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 研究動機 .....	1
1.3 文獻探討 .....	2
1.4 研究方法 .....	5
第二章 慣性姿態角推算 .....	7
2.1 尤拉角旋轉矩陣(Euler Angle Matrix).....	7
2.2 方向餘弦矩陣 (Direction Cosine Matrix).....	10
第三章 感測器模型 .....	18
第四章 互補濾波器 .....	23
4.1 濾波器架構 .....	23
4.2 濾波器截止頻率 .....	23
4.3 互補濾波器補償 .....	27
第五章 狀態估測器 .....	28
5.1 被動式互補濾波器 .....	28
5.2 Two Step Extended Kalman Filter .....	30
5.3 適應性互補濾波器 .....	32
第六章 實驗結果與討論 .....	35
6.1 實驗設備 .....	35
6.2 實驗設計 .....	37
6.3 單軸旋轉運動實驗結果 .....	38

6.4 雙軸旋轉運動實驗結果 .....	41
6.5 步階旋轉運動實驗結果 .....	44
6.6 外力加速度運動實驗 .....	46
6.6.1 直線加速度運動實驗結果 .....	48
6.6.2 旋轉加速度運動實驗結果 .....	61
第七章 結論 .....	89
第八章 未來工作 .....	90
第九章 參考文獻 .....	91
作者簡介 .....	93



## 表目錄

表 3.1 Xsens MTi 感測器規格與量測範圍 .....	20
表 6.1 雷射測距儀規格 .....	37
表 6.2 感測器各種不同傾斜角度之實驗 .....	48
表 6.3 直線弦波往復運動 Pitch 角之各個指標參數結果 .....	53
表 6.4 直線弦波往復運動 Roll 角之各個指標參數結果 .....	54
表 6.5 直線加減速運動 Pitch 角之各個指標參數結果 .....	58
表 6.6 直線加減速運動 Roll 角之各個指標參數結果 .....	59
表 6.7 R=10 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Pitch 角之各個 指標參數結果 .....	65
表 6.8 R=10 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Roll 角之各個 指標參數結果 .....	66
表 6.9 R=20 cm，V=30 °/s 之定角速度旋轉 Pitch 角之各個 指標參數結果 .....	70
表 6.10 R=20 cm，V=30 °/s 之定角速度旋轉 Roll 角之各個 指標參數結果 .....	71
表 6.11 R=20 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Pitch 角之各個 指標參數結果 .....	75
表 6.12 R=20 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Roll 角之各個 指標參數結果 .....	76
表 6.13 0.2 Hz 之弦波旋轉運動 Pitch 角之各個指標參數結果 .....	82
表 6.14 0.2 Hz 之弦波旋轉運動 Roll 角之各個指標參數結果 .....	83
表 6.15 0.4 Hz 之弦波旋轉運動 Pitch 角之各個指標參數結果 .....	87
表 6.16 0.4 Hz 之弦波旋轉運動 Roll 角之各個指標參數結果 .....	88

## 圖目錄

圖 1.1 Mahony 所提出之 Passive Complementary Filter .....	3
圖 1.2 Collinson 所討論之互補濾波器架構 .....	3
圖 1.3 Euston 提出之互補濾波器架構 .....	4
圖 1.4 Suh 提出之 Two Step Extended Kalman Filter 架構圖 .....	5
圖 2.1 尤拉角旋轉順序示意圖 .....	7
圖 2.2 利用不同物理基準量來計算姿態角與方位角 .....	8
圖 2.3 加入磁傾角計算方位角示意圖 .....	9
圖 2.4 向量 $v$ 在固定座標與體座標關係示意圖 .....	11
圖 2.5 重力加速度( $G$ )、磁場向量( $M$ )與向量 $F$ 之間的向量關係 .....	12
圖 2.6 平台直線加減速運動位移軌跡圖 .....	14
圖 2.7 加速規在直線加減速運動下之單位化加速度量測值 .....	15
圖 2.8 磁通量計在直線加減速運動下之單位化磁場強度量測值 .....	15
圖 2.9 感測器水平放置至平台上以直線加減速運動之計算結果 .....	16
圖 2.10 以尤拉角法表示各軸角速度示意圖 .....	16
圖 3.1 使用加速規量測值估算步階旋轉運動結果 .....	18
圖 3.2 使用陀螺儀量測值估算靜止狀態之結果 .....	19
圖 3.3 系統鑑別所使用之實驗設備 .....	20
圖 3.4 加速規部分之姿態角頻率響應圖 .....	20
圖 3.5 磁通量計部分之方位角頻率響應圖 .....	21
圖 3.6 陀螺儀部分之姿態角與方位角頻率響應圖 .....	21
圖 4.1 互補濾波器架構 .....	23
圖 4.2 加速規與陀螺儀之互補濾波器輸出波德圖 .....	25
圖 4.3 磁通量計與陀螺儀之互補濾波器輸出波德圖 .....	26
圖 4.4 加入了判斷 Pitch 角是否接近 $\pm 90^\circ$ 的判斷式之互補濾波器 架構示意圖 .....	26
圖 4.5 加上補償轉移函式 $C_{AG}(s)$ 之補償後互補濾波器架構圖 .....	27



圖 5.1 Mahony 所提出之 Passive Complementary Filter .....	28
圖 5.2 在一維平移運動下姿態角之估算結果.....	29
圖 5.3 在步階旋轉運動下姿態角之估算結果.....	29
圖 5.4 Two Step Extended Kalman Filter 架構圖 .....	30
圖 5.5 在水平直線運動下姿態角之 STEKF 估算結果.....	32
圖 5.6 在步階旋轉運動下姿態角之估算結果.....	32
圖 5.7 為結合觀察器與補償後互補濾波器之補償後適應性 互補濾波器架構圖 .....	33
圖 5.8 未加入觀察器之平移運動姿態角估算結果.....	33
圖 5.9 加入觀察器之平移運動姿態角估算結果.....	34
圖 5.10 加入觀察器之步階旋轉運動下姿態角之計算結果 .....	34
圖 6.1 旋轉運動實驗架構圖 .....	36
圖 6.2 平移運動實驗架構圖 .....	36
圖 6.3 平移運動實驗的實驗設備 .....	37
圖 6.4 雷射測距儀 .....	37
圖 6.5 以補償後適應性互補濾波器計算之實驗結果 .....	39
圖 6.6 單軸旋轉運動之輸出響應圖 .....	39
圖 6.7 加上修正後補償轉移函式 $C_{AG}(s)$ ' 之修正後適應性互補濾波器 ...	40
圖 6.8 單軸旋轉運動之輸出響應 .....	40
圖 6.9 磁通量計與陀螺儀之補償後互補濾波器輸出響應 .....	41
圖 6.10 雙軸實驗架構示意圖 .....	41
圖 6.11 由固定座標 Y 軸輸入頻率為 0.3 Hz，振幅為 $\pm 10^\circ$ 之弦波訊號	42
圖 6.12 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之 Pitch 角輸出振幅誤差 ...	42
圖 6.13 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之 Roll 角輸出 .....	43
圖 6.14 由固定座標 Y 軸輸入振幅 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率弦波之 Roll 角輸出誤差 .....	43
圖 6.15 由固定座標 Y 軸輸入振幅 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率弦波之 Roll 角標準差 .....	44
圖 6.16 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之步階輸出 .....	45

圖 6.17 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之安定時間 .....	45
圖 6.18 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之穩態誤差 .....	46
圖 6.19 加速度向量示意圖 .....	47
圖 6.20 直線運動實驗示意圖 .....	47
圖 6.21 直線運動之 2.5 Hz 連續弦波運動軌跡 .....	49
圖 6.22 固定加減速之運動軌跡 .....	49
圖 6.23 平台以頻率 2.5 Hz 做弦波往復直線運動，狀態為(001)， $0^\circ$ .....	50
圖 6.24 狀態為(001)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果.....	50
圖 6.25 狀態為(010)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果.....	51
圖 6.26 狀態為(011)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果.....	51
圖 6.27 狀態為(100)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果.....	52
圖 6.28 狀態為(101)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果.....	52
圖 6.29 平台做加減速直線運動，狀態為(001)， $0^\circ$ .....	55
圖 6.30 狀態為(001)，直線加減速運動之各個指標參數結果.....	55
圖 6.31 狀態為(010)，直線加減速運動之各個指標參數結果.....	56
圖 6.32 狀態為(011)，直線加減速運動之各個指標參數結果.....	56
圖 6.33 狀態為(100)，直線加減速運動之各個指標參數結果.....	57
圖 6.34 狀態為(101)，直線加減速運動之各個指標參數結果.....	57
圖 6.35 感測器狀態為(010)， $90^\circ$ 之位移軌跡圖 .....	60
圖 6.36 感測器狀態為(010)， $90^\circ$ 之 Pitch 角計算輸出 .....	60
圖 6.37 旋轉平台做等角速度( $R=10\text{ cm}$ , $V=60^\circ/\text{s}$ )旋轉運動計算 結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ .....	61
圖 6.38 狀態為(001)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之 各個指標參數結果 .....	62
圖 6.39 狀態為(010)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之 各個指標參數結果 .....	62
圖 6.40 狀態為(011)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之 各個指標參數結果 .....	63
圖 6.41 狀態為(100)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	

各個指標參數結果 .....	63
圖 6.42 狀態為(101)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	64
圖 6.43 旋轉平台做等角速度( $R=20\text{ cm}$ , $V=30^\circ/\text{s}$ )旋轉運動	
計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ .....	67
圖 6.44 狀態為(001)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	67
圖 6.45 狀態為(010)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	68
圖 6.46 狀態為(011)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	68
圖 6.47 狀態為(100)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	69
圖 6.48 狀態為(101)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	69
圖 6.49 旋轉平台做等角速度( $R=20\text{ cm}$ , $V=60^\circ/\text{s}$ )旋轉運動	
計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ .....	72
圖 6.50 狀態為(001)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	72
圖 6.51 狀態為(010)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	73
圖 6.52 狀態為(011)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	73
圖 6.53 狀態為(100)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	74
圖 6.54 狀態為(101)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之	
各個指標參數結果 .....	74
圖 6.55 0.2 Hz 之弦波旋轉運動軌跡.....	77
圖 6.56 0.4 Hz 之弦波旋轉運動軌跡.....	77

圖 6.57 旋轉平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ , $0.2\text{ Hz}$ )弦波往復	
旋轉運動計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ .....	78
圖 6.58 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(001)， $0.2\text{ Hz}$ .....	79
圖 6.59 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(010)， $0.2\text{ Hz}$ .....	79
圖 6.60 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(011)， $0.2\text{ Hz}$ .....	80
圖 6.61 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(100)， $0.2\text{ Hz}$ .....	80
圖 6.62 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(101)， $0.2\text{ Hz}$ .....	81
圖 6.63 旋轉平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ , $0.4\text{ Hz}$ )弦波往復	
旋轉運動計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ .....	84
圖 6.64 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(001)， $0.4\text{ Hz}$ .....	84
圖 6.65 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(010)， $0.4\text{ Hz}$ .....	85
圖 6.66 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(011)， $0.4\text{ Hz}$ .....	85
圖 6.67 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(100)， $0.4\text{ Hz}$ .....	86
圖 6.68 弦波旋轉運動之各個指標參數統計	
結果，狀態為(101)， $0.4\text{ Hz}$ .....	86

# 第一章 緒論

## 1.1 前言

近年來無人載具(Unmanned Autonomous Vehicle, UAV)的研發受到重視，低成本、高適應性與小型化為其特點，而目前也有許多無人載具應用於空中、陸地與水域等不同的領域[1-5]。由於 UAV 為自主性操控，所以必須藉由接收外在資訊來得知載具的位置與狀態，進而控制載具使其完成任務；目前量測無人載具的位置與姿態，現有系統多主要依靠全球定位系統(Global Positioning System, GPS)與慣性感測元件(Inertial Measurement Unit, IMU)這兩種系統。

GPS 系統藉由衛星所發射出之電波資訊來計算載具之位置與高度，無人載具普遍使用 GPS 來做為導航之依據，其原因為 GPS 系統在長時間與長距離使用下具有相當高的準確性。但對於控制無人載具而言，僅依靠 GPS 系統是不夠的，因為 GPS 系統容易受環境干擾而斷訊；另一個原因為 GPS 系統的採樣時間太長，而 UAV 需要即時的狀態資料來做判斷與控制。而 IMU 系統雖然能夠提供即時性的狀態資料與不易受環境干擾影響的優點，可是其慣性感測器在量測時會有量測雜訊以及感測器本身之特性造成影響，在長時間使用下會產生相當大的誤差；例如利用加速度計算載具之速度或位置時，由於量測雜訊也會加入積分運算，所以計算結果會隨著時間而增加其誤差。

因此本研究期望利用各種慣性感測器之特性，發展出一套能夠精確的量測出目前載具的姿態角與方位角之演算法架構。

## 1.2 研究動機

在無人載具控制方面，大多使用GPS系統來得知載具的位置，並利用演算法導航控制載具移動[1-3, 5]；而IMU系統所量測得到的是載具的運動慣性，經由計算得到的姿態角與方位角以控制載具的平衡與穩定，同時也可以藉由慣性量測資料計算出載具目前之位置[4]。由於IMU系統在長期估算姿態角與方位角時會因感測器的特性以及雜訊干擾導致估算錯誤，因此需要一套演算法能夠在各種情況下都

能估算出載具目前的姿態與方位角，進而推算出載具之位置。

### 1.3 文獻探討

一般的 IMU 內部有三種感測元件：加速規、磁通量計與陀螺儀，分別提供載具的加速度、磁場強度與角速度，使用者可以將感測元件的資料經過特定演算法得到姿態角、方位角與位移。但是如果個別使用上述感測器計算得到的姿態角或是方位角容易在某些狀態下發生計算誤差。例如單獨使用加速規之輸出值計算載具的姿態角時，低頻旋轉運動能夠提供準確的計算結果，可是在高頻旋轉運動時，會因為感測器本身的特性、雜訊的干擾與演算法而得到不準確的姿態角。另外對於在有外在加速度干擾下，利用慣性感測器之量測值來計算姿態角時，會因為加速規感測器所量測之加速度包含外在加速度的干擾而產生計算誤差，所以對於此干擾的濾除也是必須的。

目前已有許多研究對於利用慣性感測器計算姿態角的問題進行探討，以下將對參考之文獻做整理與探討。

Mahony[6]提出利用兩種非線性互補濾波器架構計算姿態角控制無人直升機，改善計算時因為陀螺儀的雜訊與偏差值而產生的誤差。圖 1.1 為 Mahony 所提出之 Passive Complementary Filter(PCF)架構，(1.1)式為其濾波器方程式。

$$\begin{aligned}\dot{\hat{R}} &= \hat{R}(\Omega_x + K_p \pi_a(\tilde{R})) \\ \pi_a(\tilde{R}) &= \frac{\tilde{R} - \tilde{R}^T}{2} \\ \tilde{R} &= \hat{R}^T R\end{aligned}\tag{1.1}$$

此架構利用加速規所計算出之姿態角矩陣  $R$  與陀螺儀所量測之角速度  $\Omega_x$  當做輸入值，並將估算之姿態角矩陣  $\hat{R}$  回授，以達到誤差修正，降低輸入訊號之雜訊與偏差值的影響。

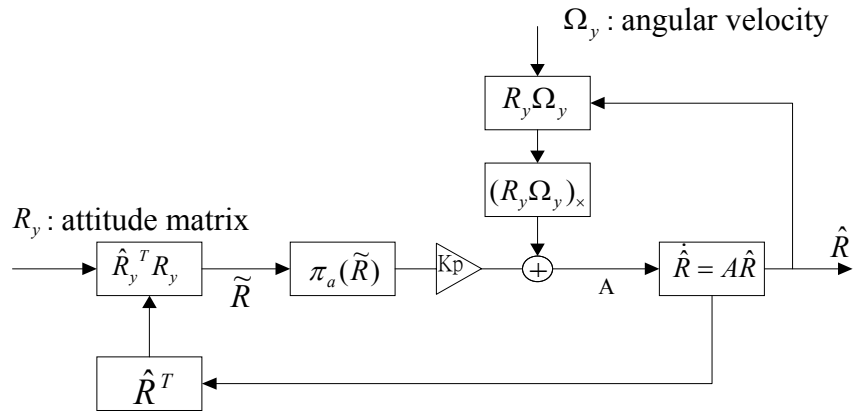


圖 1.1 Mahony[6]所提出之 Passive Complementary Filter

Collinson[7]書中討論有關於互補濾波器(Complementary Filter, CF)之原理，其互補濾波器架構圖如圖1.2所示；此架構之優點在於架構簡單，能夠有效降低程式運算量，而在整合訊號效果上也有不錯的表現。

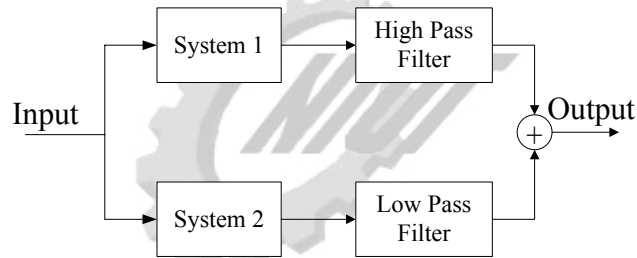


圖1.2 Collinson所討論之互補濾波器架構

互補濾波器之原理為把兩種不同特性之訊號透過適當的濾波器做相互補償，以圖1.2為例：System 1之輸出特性為雜訊少，對輸入響應快，但是會隨著時間而產生累積誤差；System 2之輸出特性為量測雜訊較多，但長期平均精度較佳。所以System 1之輸出值利用高通濾波器取出高頻的部分而去除低頻的部分；System 2輸出值通過低通濾波器取出低頻的部分而去除高頻的部分，如此可以得到響應快且雜訊少之輸出。

Rehbinder[8]與Martin[9]提到利用觀察器來改善非線性旋轉運動的問題，並與卡曼濾波器(Kalman Filter)的計算結果做比較；Jurman[10]與Zhu[11]利用低成本的感測器做出小型Attitude and Heading Reference Systems (AHRS)，並透過卡曼濾波器計算姿態角與方位角。

Euston[12]使用互補濾波器結合加速規、空速計與陀螺儀來計算姿態角與方位角，並控制固定翼飛行無人載具。圖1.3為Euston所提出之互補濾波器架構，此架構利用三軸加速規、三軸陀螺儀與空速計當做輸入，利用空速計量測出目前載具的瞬間速度，代替由加速規所計算之速度，降低因為雜訊而隨時間所累積之誤差。

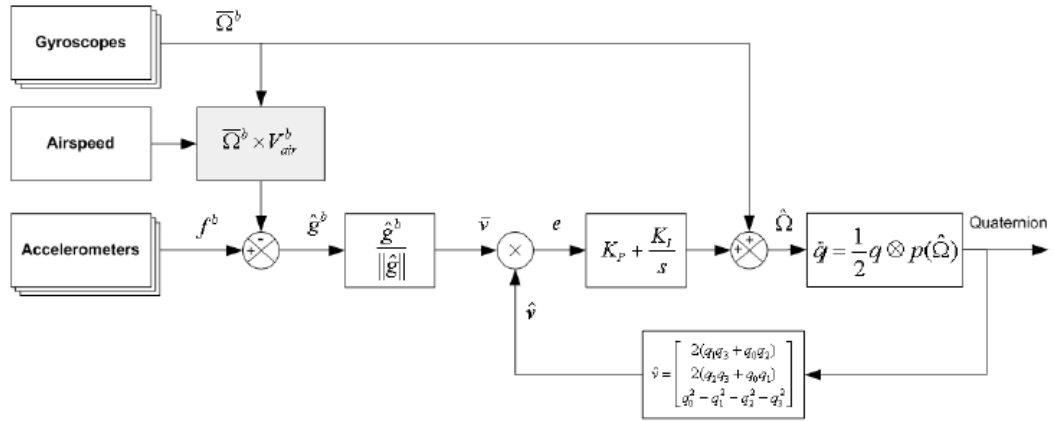


圖1.3 Euston提出之互補濾波器架構[12]

Vasconcelos[13]提出一種離散時變互補濾波器來估算姿態角，利用慣性感測器與觀察器來補償陀螺儀之偏差值；Hong[14]設計一組模糊閉迴路，搭配單軸陀螺儀與加速規來補償計算誤差；Lee[15]利用互補濾波器與卡曼濾波器來量測並控制雙輪機器人的運動，並比較其差異。

而在平移運動下之姿態角估測時，外力對於姿態角計算之影響也有許多學者研究，例如 Suh[16]使用加速規與陀螺儀來估測姿態角，利用卡曼濾波器對於在平移運動下之外力影響做修改，並以觀察器來做判斷之依據，改變量測誤差變異數，做一適應性調變，圖 1.4 為 Suh 所提出之 Two Step Extended Kalman Filter 架構圖。



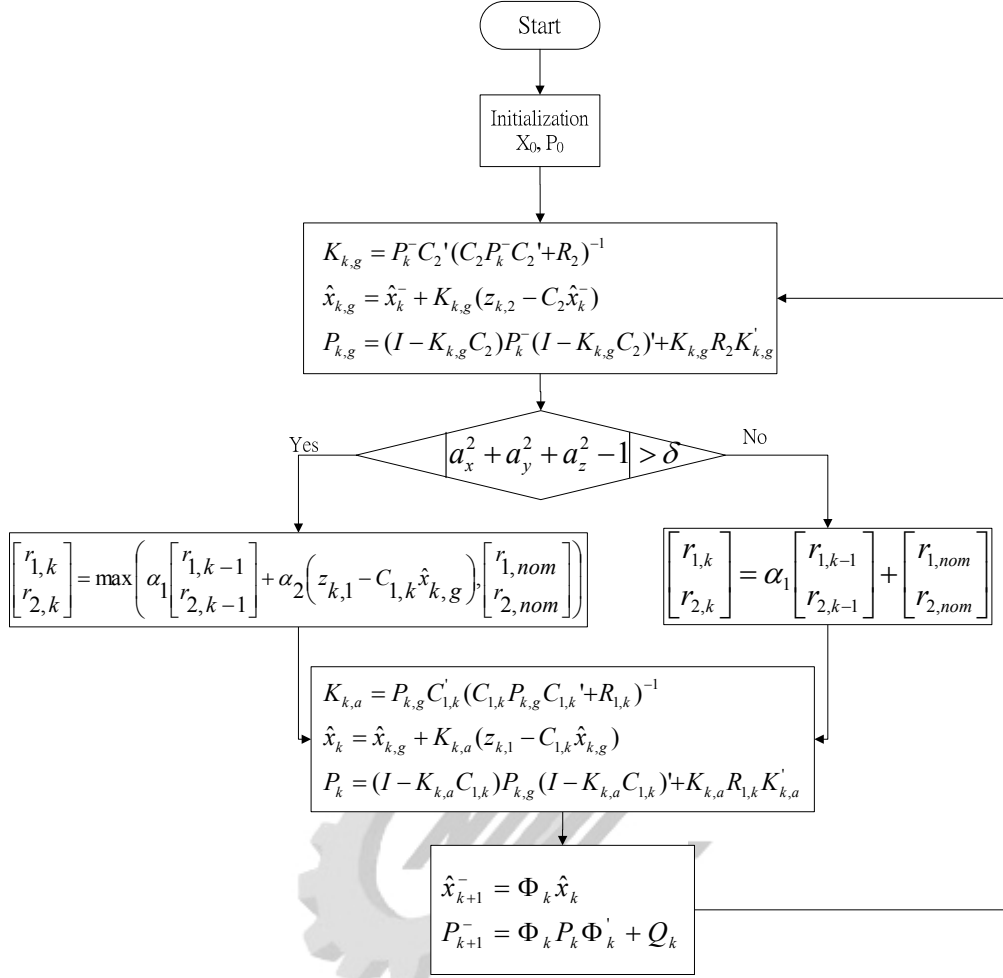


圖 1.4 Suh 提出之 Two Step Extended Kalman Filter 架構圖[16]

Mahony[6]使用之被動式互補濾波器架構也可對非旋轉運動所產生之計算誤差做估測，以此誤差修正可以估算出目前體座標之重力模型，進而計算出較準確的姿態角與位移。

本研究的主旨在於探討使用慣性感測器時對於載具運動量測計算的可能性，所以使用Collinson[7]所討論之互補濾波器架構的設計改善此誤差，並參考Mahony[6]所提出的被動式互補濾波器來做狀態估測，以達到在有外力干擾下仍能利用慣性感測器估算出精確的姿態角與方位角。

## 1.4 研究方法

互補濾波器的特性在於將兩種不同特性的感測器資料擷取適當的部分做融合，其優點在於設計簡單而且透過適當的調整即可以得到理想的姿態計算結果。

因此本研究探討利用互補濾波器將加速規、磁通量計與陀螺儀等不同特性之姿態角與方位角計算結果做融合，以獲得更為精確的結果。

為了訂定出適當的互補濾波器，本研究透過系統鑑別的方式求出感測器的轉移函式，再依據感測器的模型訂定各個濾波器的截止頻率設計出互補濾波器。由系統鑑別可以發現加速規與磁通量計之輸出值具有低頻特性，而陀螺儀則是具有高頻特性；利用加速規與磁通量計之低頻特性以及陀螺儀的高頻特性，透過互補濾波器整合訊號，即可得到同時具有雜訊少與響應快等優點的輸出值。

在測試互補濾波器實驗部分，利用旋轉平台來驅動慣性感測器並取得單純旋轉之慣性量測值，驗證互補濾波器在計算慣性姿態角的效果，證實使用互補濾波器應用在姿態角估測之可行性；而在位移實驗部份，透過不同的外力加速度干擾來驗證應用互補濾波器架構於位置估測之可行性。



## 第二章 慣性姿態角推算

IMU 有別於 GPS 系統，它可以獨立作業，不須藉由接收外來的資訊，而是利用自身內部的感測器量測出載具的狀態，進而計算出目前載具的位置、速度與姿態。IMU 內部感測器包含有加速規、磁通量計與陀螺儀，分別可以量測出加速度、磁場強度與角速度。一般的應用大多利用 IMU 所量測出之狀態值透過座標轉換並計算出載具之位置與姿態，姿態角與方位角的推算法有許多種[8]，本研究是利用較為直覺觀點的尤拉角旋轉矩陣與方向餘弦矩陣求出方位角與姿態角。

### 2.1 尤拉角旋轉矩陣(Euler Angle Matrix)

尤拉角旋轉矩陣是藉由特定的旋轉順序來定義出俯仰角(Pitch)、翻滾角(Roll)與方位角(Yaw)。圖 2.1 為 Euler 角旋轉順序示意圖。圖 2.1(a)為對固定座標 $[XYZ]^T$ 之 $Z$ 軸旋轉 $\psi$ ，表示成 $[X' Y' Z']^T$ ；圖 2.1(b)為對 $[X' Y' Z']^T$ 座標 $Y'$ 軸旋轉 $\theta$ ，表示成 $[X'' Y'' Z'']^T$ ；圖 2.1(c)為對 $[X'' Y'' Z'']^T$ 座標 $X''$ 軸旋轉 $\phi$ ，表示成 $[x y z]^T$ ， $\phi$ 、 $\theta$ 與 $\psi$ 分別代表 Roll、Pitch 與 Yaw，經由上述之順序旋轉後可得尤拉角旋轉矩陣，如(2.1)式所示。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & -S_\psi C_\theta + C_\psi S_\theta S_\phi & S_\psi S_\theta + C_\psi S_\theta C_\phi \\ S_\psi C_\theta & C_\psi C_\theta + S_\psi S_\theta S_\phi & -C_\psi S_\theta + S_\psi S_\theta C_\phi \\ S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

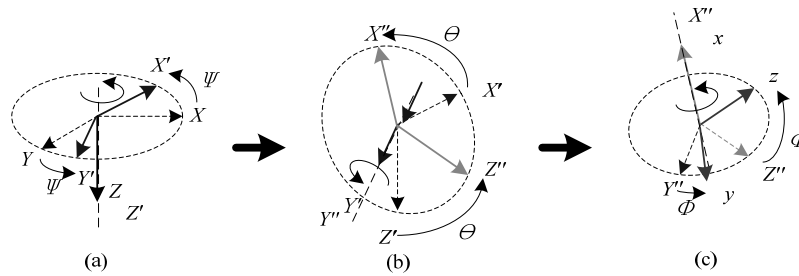


圖 2.1 尤拉角旋轉順序示意圖

其中  $S_i$  代表  $\sin(i)$ ， $C_i$  代表  $\cos(i)$ ， $i$  表示  $\phi$ 、 $\theta$  與  $\psi$ 。

慣性量測以固定座標中不變之物理量為基準向量，並以此定義姿態角、方向角與位置向量；一般多使用重力加速度( $G = 1g$ )與地球磁場( $M$ )為基準向量計算姿態角與方位角。本論文定義重力加速度方向為固定座標  $Z$  軸之方向，故採用 North-East-Down(NED)座標系統，因此定義  $[X\ Y\ Z]^T = [0\ 0\ G]^T$  為固定座標下之基準向量；而  $[x\ y\ z]^T$  表示目前在載具體座標下各軸加速規所量測的重力加速度分量。

由於重力向量定在固定座標的  $Z$  軸，如圖 2.2(a)所示，因此無法藉由加速規量測重力加速度分量估算方位角(Yaw)，所以必須選擇一個與重力加速度方向不同之基準向量來估算方位角，故本研究利用磁通量計量測地磁向量估算方位角；圖 2.2(b)為地磁與固定座標示意圖，將固定座標  $X$  軸定義為地磁向量， $M$  表示地球磁場。但是地球磁場會因為經度、緯度與環境而產生磁偏角與磁傾角。磁偏角部分，只需要在計算出方位角之後再依據目前的經緯度做補償修正即可，而磁傾角部分，則會直接影響尤拉角旋轉矩陣，所以以下將會考慮磁傾角( $\omega$ )推導出方位角公式。

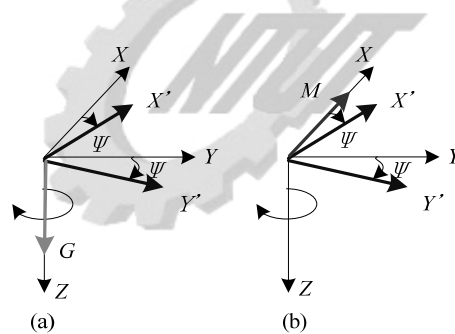


圖 2.2 利用不同物理基準量來計算姿態角與方位角

(a) 表示無法使用重力加速度分量來估算方位角

(b) 表示可藉由磁通量計量測地磁來估算方位角

首先將圖 2.2(b)做修正，圖 2.3 為加入磁傾角之磁場與固定座標關係示意圖。

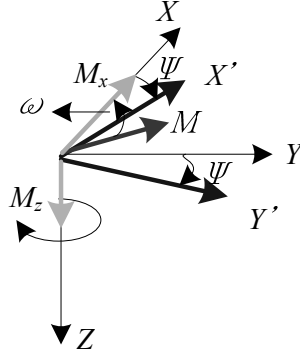


圖 2.3 加入磁傾角計算方位角示意圖

由圖 2.3 可以看出磁場  $M$  與固定座標  $X$  軸之間有一夾角  $\omega$ ，表示目前所在地之磁傾角，因此在尤拉角旋轉矩陣之運算時需要做磁傾角之補償。(2.2)式為加入磁傾角補償之尤拉角矩陣

$$\begin{bmatrix} M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\omega & 0 & S_\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\omega & 0 & C_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\psi & -S_\psi & 0 \\ S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & S_\phi & C_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

由(2.2)式可以推得(2.3)式

$$\begin{bmatrix} C_\psi C_\omega & S_\psi & -C_\psi S_\omega \\ -S_\psi C_\omega & C_\psi & S_\psi S_\omega \\ S_\omega & 0 & C_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta & S_\theta S_\phi & S_\theta C_\phi \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

由(2.3)式推導出(2.4)式

$$\begin{cases} C_\psi C_\omega M = C_\theta m_x + S_\theta S_\phi m_y + S_\theta C_\phi m_z \\ -S_\psi C_\omega M = C_\phi m_y - S_\phi m_z \\ S_\omega M = -S_\theta m_x + C_\theta S_\phi m_y + C_\theta C_\phi m_z \end{cases} \quad (2.4)$$

由(2.4)式推導出(2.5)式

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{-m_y \cos(\phi) + m_z \sin(\phi)}{m_x \cos(\theta) + m_y \sin(\theta) \sin(\phi) + m_z \sin(\theta) \cos(\phi)} \right) \quad (2.5)$$

由(2.5)式可以得知磁傾角雖然有考慮加入計算，不過推導出的 Yaw 方程式並沒有因為磁傾角的加入而影響，所以藉由三軸的磁通量計與姿態角的修正計算，即可計算出精確的方位角。

## 2.2 方向餘弦矩陣 (Direction Cosine Matrix)

方向餘弦矩陣是利用固定座標向量與體座標向量之餘弦關係所構成之矩陣 [8]，(2.6)式表示向量  $v$  在固定座標  $[XYZ]^T$  與體座標  $[xyz]^T$  之關係式。

$$v = v_x \vec{i}_x + v_y \vec{i}_y + v_z \vec{i}_z = v_X \vec{I}_X + v_Y \vec{I}_Y + v_Z \vec{I}_Z \quad (2.6)$$

其中  $i_k$  與  $I_k$  表示固定座標  $k$  軸以及體座標  $k$  軸之單位向量， $v_k$  表示向量  $v$  在固定座標  $K$  軸以及體座標  $k$  軸之分量大小。

圖 2.4 表示向量  $v$  在固定座標與體座標之間的關係示意圖，經由向量運算，(2.6)式也可以表示成(2.7)式

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{I}_X^T \vec{i}_x & \vec{I}_X^T \vec{i}_y & \vec{I}_X^T \vec{i}_z \\ \vec{I}_Y^T \vec{i}_x & \vec{I}_Y^T \vec{i}_y & \vec{I}_Y^T \vec{i}_z \\ \vec{I}_Z^T \vec{i}_x & \vec{I}_Z^T \vec{i}_y & \vec{I}_Z^T \vec{i}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

根據內積定理  $\vec{I}_a^T \vec{i}_b = \cos(\theta_{ab})$ ， $\theta_{ab}$  表示固定座標  $a$  軸與體座標  $b$  軸之夾角，可以將(2.7)式寫成(2.8)式

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Xx}) & \cos(\theta_{Xy}) & \cos(\theta_{Xz}) \\ \cos(\theta_{Yx}) & \cos(\theta_{Yy}) & \cos(\theta_{Yz}) \\ \cos(\theta_{Zx}) & \cos(\theta_{Zy}) & \cos(\theta_{Zz}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

因為本研究使用重力加速度當作固定座標的基準向量，當載具處於力平衡狀態時， $[x \ y \ z]^T$  又可由固定座標  $Z$  軸的重力向量與體座標之餘弦角關係表示成(2.9)式

$$\begin{aligned} v_x &= \bar{I}_z \cos \theta_{zx} = \cos \theta_{zx} \\ v_y &= \bar{I}_z \cos \theta_{zy} = \cos \theta_{zy} \\ v_z &= \bar{I}_z \cos \theta_{zz} = \cos \theta_{zz} \end{aligned} \quad (2.9)$$

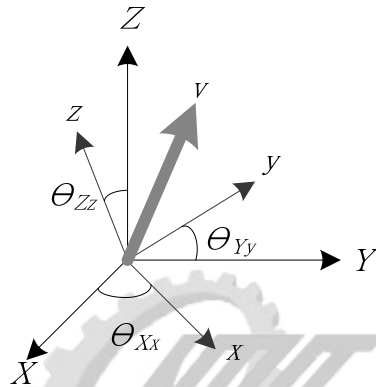


圖 2.4 向量  $v$  在固定座標與體座標關係示意圖

所以可由(2.1)、(2.8)與(2.9)式得到(2.10)與(2.11)式

$$\theta = \sin^{-1}(-\cos \theta_{zx}) \quad (2.10)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\cos \theta_{zy}}{\cos \theta_{zz}}\right) \quad (2.11)$$

但是當載具的 Pitch 角旋轉至接近 $\pm 90^\circ$ 時，其體座標之  $y$  軸與  $z$  軸所量測到之重力分量接近於零，若是直接使用(2.11)式計算 Roll 角時，會因為比例關係讓姿態角計算值產生相當大的誤差。有鑑於此，必須利用不同的基準向量來輔助計算，本研究即利用 IMU 內部之磁通量計，利用磁場向量輔助定義載具的 Roll 角。

同樣藉由尤拉角矩陣與方向餘弦矩陣之間的對應關係，本研究利用重力加速度向量( $G$ )與磁場向量( $M$ )之間的向量關係求出第三個基準向量  $F$ ，圖 2.5 為向量  $F$ 、

重力加速度向量與磁場向量之間的關係示意圖。

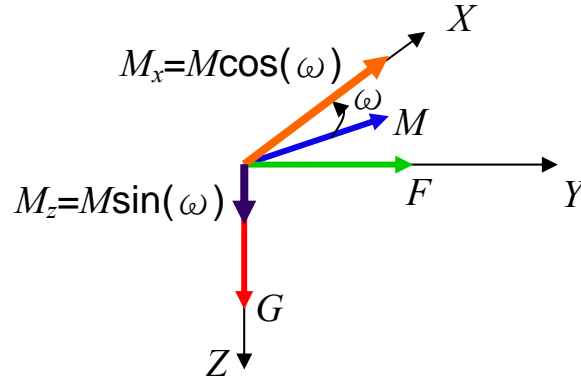


圖 2.5 重力加速度(G)、磁場向量(M)與向量 F 之間的向量關係

(2.12)式為利用磁場向量在固定座標 X 軸與 Y 軸之分量投影至體座標上的方向餘弦矩陣

$$\begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \cos(\omega) \\ 0 \\ M \sin(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Xx}) & \cos(\theta_{Xy}) & \cos(\theta_{Xz}) \\ \cos(\theta_{Yx}) & \cos(\theta_{Yy}) & \cos(\theta_{Yz}) \\ \cos(\theta_{Zx}) & \cos(\theta_{Zy}) & \cos(\theta_{Zz}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

將重力加速度向量與磁場向量單位化，並以餘弦定理求出方向餘弦矩陣上相對於固定座標 X 軸之關係式，(2.13)式為磁場向量在體座標之分量與固定座標 X 軸之磁場分量之關係式。

$$\begin{aligned} \text{因為} \begin{cases} m_x \cos(\theta_{Xx}) + m_y \cos(\theta_{Xy}) + m_z \cos(\theta_{Xz}) = M \cos(\omega) \\ M = 1 \\ \cos^2(\theta_{Xx}) + \cos^2(\theta_{Xy}) + \cos^2(\theta_{Xz}) = 1 \end{cases} \\ \text{所以} \begin{cases} m_x = \cos(\omega) \cos(\theta_{Xx}) \\ m_y = \cos(\omega) \cos(\theta_{Xy}) \\ m_z = \cos(\omega) \cos(\theta_{Xz}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\theta_{Xx}) = \frac{m_x}{\cos(\omega)} \\ \cos(\theta_{Xy}) = \frac{m_y}{\cos(\omega)} \\ \cos(\theta_{Xz}) = \frac{m_z}{\cos(\omega)} \end{cases} \quad (2.13) \end{aligned}$$



再利用重力加速度向量與磁場向量求出  $F$  向量，(2.14)式為  $F$  向量投影至體座標之餘弦關係式

$$\begin{aligned}\vec{G} \times \vec{M}_X &= \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ g_x & g_y & g_z \\ \frac{m_x}{\cos(\omega)} & \frac{m_y}{\cos(\omega)} & \frac{m_z}{\cos(\omega)} \end{vmatrix} \\ &= \left( \frac{g_y m_z}{\cos(\omega)} - \frac{g_z m_y}{\cos(\omega)} \right) \vec{i} + \left( \frac{g_z m_x}{\cos(\omega)} - \frac{g_x m_z}{\cos(\omega)} \right) \vec{j} + \left( \frac{g_x m_y}{\cos(\omega)} - \frac{g_y m_x}{\cos(\omega)} \right) \vec{k} \\ &= \cos(\theta_{Yx}) \vec{i} + \cos(\theta_{Yy}) \vec{j} + \cos(\theta_{Yz}) \vec{k} = \vec{F}\end{aligned}\quad (2.14)$$

利用(2.13)、(2.14)式與尤拉角矩陣之對應關係推導出(2.15)式

$$\begin{cases} \cos(\theta_{Xy}) = -S_\psi C_\phi + C_\psi S_\theta S_\phi \\ \cos(\theta_{Xz}) = S_\psi S_\phi + C_\psi S_\theta C_\phi \\ \cos(\theta_{Yy}) = C_\psi C_\phi + S_\psi S_\theta S_\phi \\ \cos(\theta_{Yz}) = -C_\psi S_\phi + S_\psi S_\theta C_\phi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\theta_{Xy}) + \cos(\theta_{Yz}) = (S_\theta - 1)S(\psi + \phi) \\ \cos(\theta_{Xz}) - \cos(\theta_{Yy}) = (S_\theta - 1)C(\psi + \phi) \\ \cos(\theta_{Yz}) - \cos(\theta_{Xy}) = (S_\theta + 1)S(\psi - \phi) \\ \cos(\theta_{Xz}) + \cos(\theta_{Yy}) = (S_\theta + 1)C(\psi - \phi) \end{cases}\quad (2.15)$$

利用(2.15)式推導至(2.16)式

$$\phi = \frac{\tan^{-1} \left[ \frac{\cos(\theta_{Yz}) + \cos(\theta_{Xy})}{\cos(\theta_{Xz}) - \cos(\theta_{Yy})} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{\cos(\theta_{Yz}) - \cos(\theta_{Xy})}{\cos(\theta_{Xz}) + \cos(\theta_{Yy})} \right]}{2}\quad (2.16)$$

(2.16)式為利用重力加速度與磁場向量定義出 Roll 角，此可避免單獨使用重力加速度向量在奇異點時計算誤差過大的問題。

理論上由(2.16)式可以由重力加速度向量與磁場向量來定義 Roll 角，取代只由重力加速度分量所推導之(2.11)式。由於(2.16)式為結合加速規與磁通量計定義 Roll 角，因此可能會因為環境磁場的干擾與外力加速度的影響而產生誤差，因此本研究利用線性運動滑軌來測試。圖 2.6 為直線加減速運動之軌跡圖，圖 2.7 為直線加減速運動下加速規所量測體座標各軸之單位化加速度，圖 2.8 為直線加減速運動下

磁通量計所量測體座標各軸之單位化磁場強度，由圖 2.7 與 2.8 可以看出磁場在直線加減速度運動下產生的變化比加速規變化量大。圖 2.9 為感測器在以水平狀態下放至在平台上做直線加減速運動所計算之 Roll 角，可以從圖 2.9 中比較可以清楚看出當有加入磁場向量計算時會產生相當大的誤差，因此除非在 Pitch 角接近 $\pm 90^\circ$ 時才切換使用(2.16)式，其餘狀況下皆以(2.11)式為主要計算式。

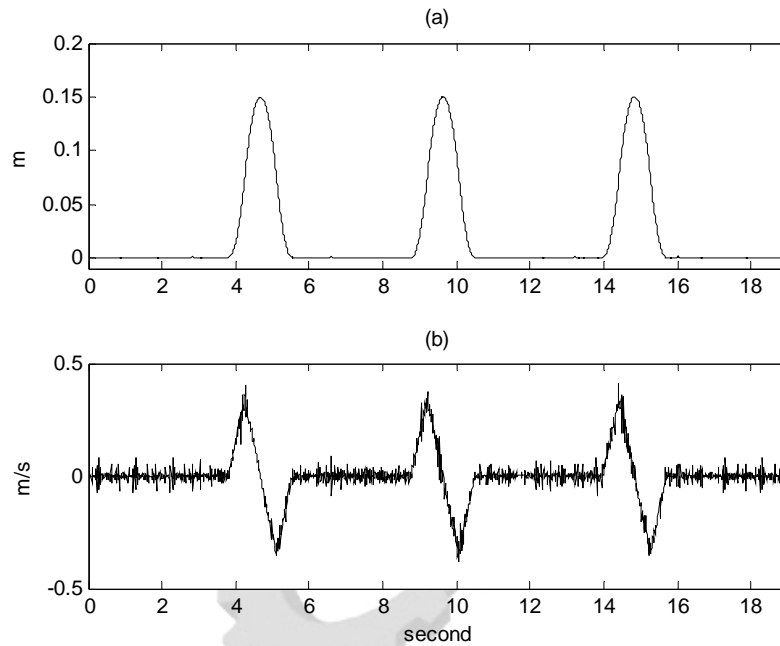


圖 2.6 平台直線加減速運動位移軌跡圖

(a) 直線加減速運動位移軌跡圖

(b) 直線加減速運動速度軌跡圖

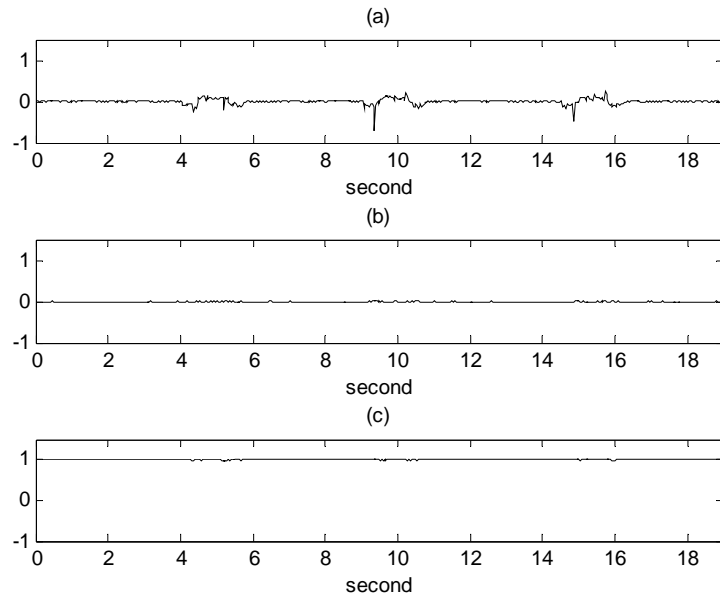


圖 2.7 加速規在直線加減速運動下之單位化加速度量測值

(a) 體座標  $x$  軸加速度量測值

(b) 體座標  $y$  軸加速度量測值

(c) 體座標  $z$  軸加速度量測值

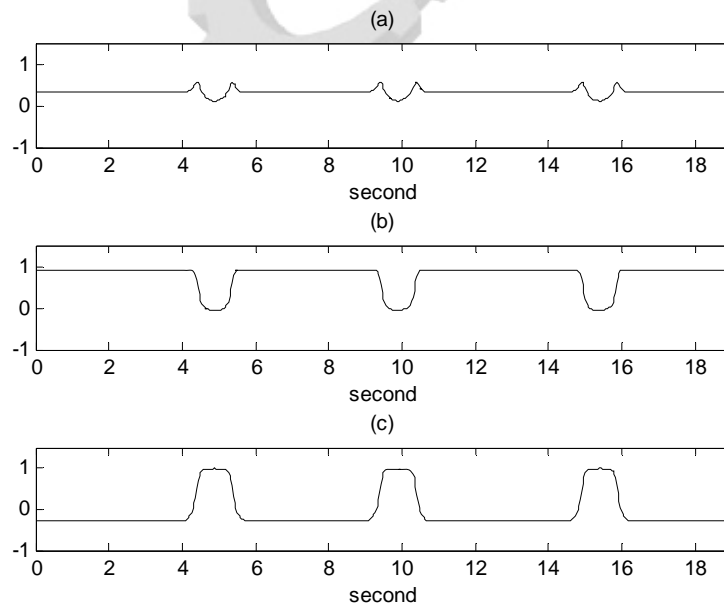


圖 2.8 磁通量計在直線加減速運動下之單位化磁場強度量測值

(a) 體座標  $x$  軸磁場強度量測值

(b) 體座標  $y$  軸磁場強度量測值

(c) 體座標  $z$  軸磁場強度量測值

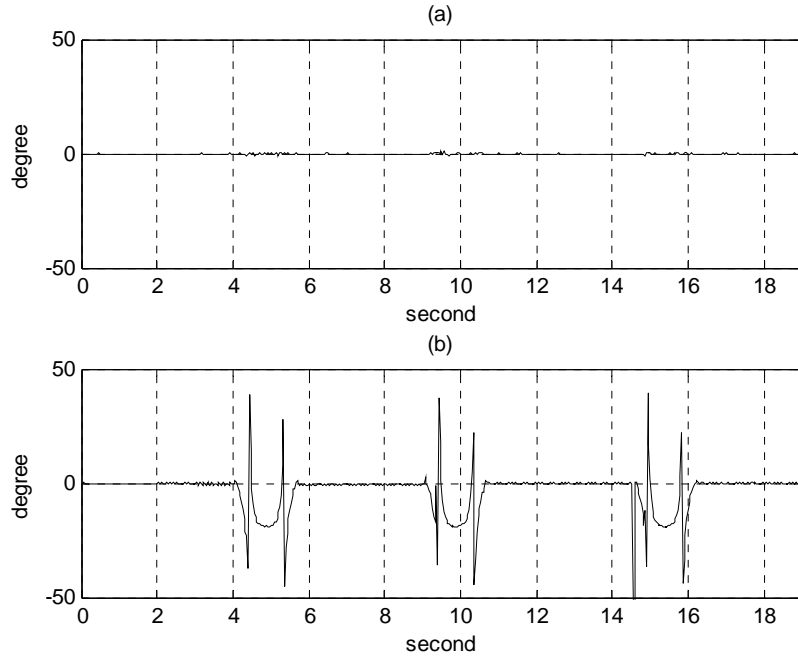


圖 2.9 感測器水平放置至平台上以直線加減速運動之計算結果

(a) 使用(2.11)式所計算之 Roll 角

(b) 使用(2.16)式所計算之 Roll 角

由於加速規與磁通量計在力平衡狀態時可以估算出較佳的姿態角與方位角，但是在具有運動狀態時會因為感測器的特性造成估算誤差，所以在動態部分可藉由陀螺儀量測體座標之角速度輔助計算出載具的姿態角與方位角，圖 2.10 為以尤拉角法表示各軸角速度示意圖

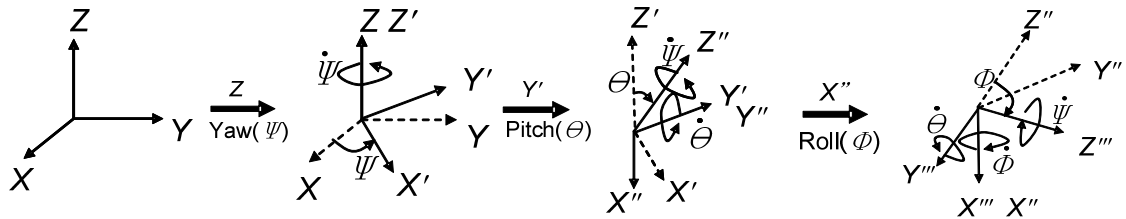


圖 2.10 以尤拉角法表示各軸角速度示意圖

由(2.17)式可以求出尤拉角速度公式

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \cos(\theta) - r \sin(\theta) \\ p + \tan(\phi)[q \sin(\theta) + r \cos(\theta)] \\ \sec(\phi)[q \sin(\theta) + r \cos(\theta)] \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$[p \ q \ r]^T$  為陀螺儀感測在體座標下之角速度量測值， $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$  為固定座標下之角速度。由於本研究 IMU 系統為數位化系統，所以利用(2.18)式求出積分後的尤拉角

$$\begin{bmatrix} \phi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q \cos(\theta_k) - r \sin(\theta_k) \\ p + \tan(\phi_k)[q \sin(\theta_k) + r \cos(\theta_k)] \\ \sec(\phi_k)[q \sin(\theta_k) + r \cos(\theta_k)] \end{bmatrix} \times \Delta T \quad (2.18)$$

$\Delta T$  表示採樣時間，由(2.18)式可以將此方程式應用在數位化系統下，即可利用(2.18)式計算出姿態角與方位角。



### 第三章 感測器模型

由上一章所推導之姿態角與方位角方程式，可以藉由 IMU 之慣性感測器量測值來求得姿態角與方位角，圖 3.1 為利用加速規量測值計算感測器在步階旋轉運動下之 Pitch 角，由圖中可以看出在旋轉運動下會因為感測器的特性而產生計算誤差；圖 3.2 為利用陀螺儀量測值計算感測器在靜止狀態下之 Pitch 角，由圖中可以看出在靜止狀態下會因為量測雜訊與隨機偏差值而造成飄移。

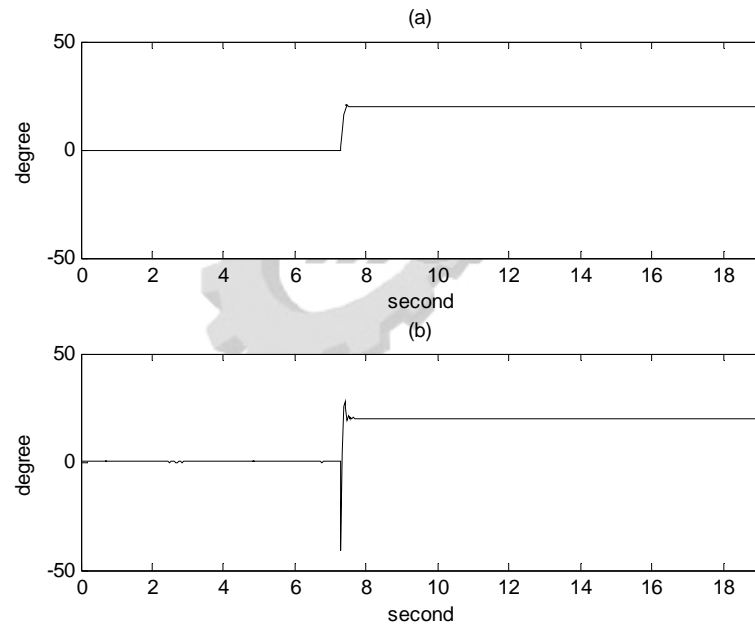


圖 3.1 使用加速規量測值估算步階旋轉運動結果

(a) 步階旋轉運動角度輸入值

(b) 利用加速規量測值計算感測器在步階旋轉運動下之 Pitch 角

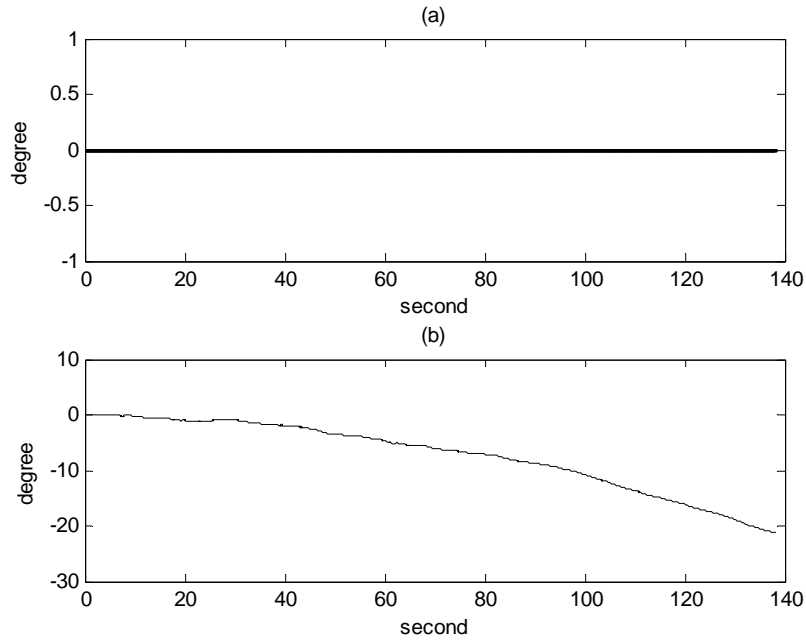


圖 3.2 使用陀螺儀量測值估算靜止狀態之結果

(a) 靜止狀態之角度輸入值

(b) 利用陀螺儀量測值計算感測器在靜止狀態下之 Pitch 角

本章將利用上一章所推導出之方程式求得感測器模型，使我們可以藉由感測器之模型來得知較佳的演算架構。本研究透過系統鑑別，利用相同振幅但不同頻率之弦波輸入，得到在不同頻率下之各個慣性感測器角度計算值，並與數位編碼器所量測之平台實際動作計算出各個頻率下之各個慣性感測器輸出響應，並藉此求出近似於加速規、磁通量計與陀螺儀之轉移函式。本研究所使用之 IMU 規格如表 3.1 所示，其 IMU 型號為 Xsens MTi，內部包含三種感測元件：加速規、陀螺儀與磁通量計，利用此感測器量測載具之加速度、角速度與磁場，藉此計算出姿態角與方位角；圖 3.3 為系統鑑別所使用之實驗平台，利用伺服馬達轉動感測器，並以數位編碼器得到實際的輸入動作，計算出感測器之輸出響應。

表 3.1 Xsens MTi 感測器規格與量測範圍

操作電壓		5 (V)
採樣頻率		30 (Hz)
通訊介面		RS-232
感測器量測 範圍	加速規	±5 (G)
	陀螺儀	±300 (deg/s)
	磁通量計	±750 (mGauss)

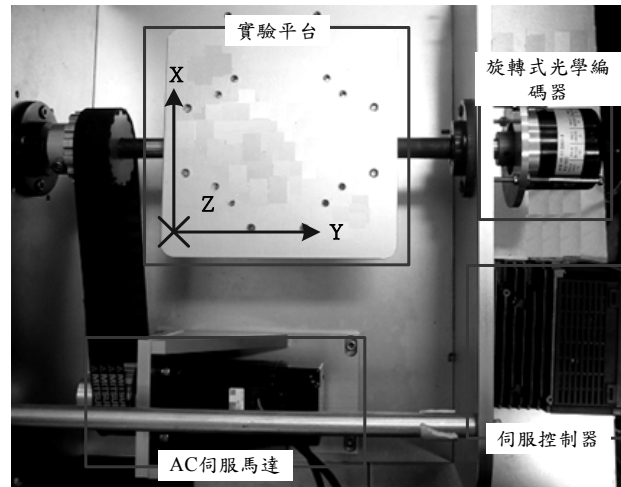


圖 3.3 系統鑑別所使用之實驗設備

圖 3.4 為利用加速規量測訊號所計算出之姿態角(Pitch, Roll 角)頻率響應，(3.1)式為近似加速規部分之姿態角頻率響應之轉移函式

$$G_A(s) = (0.1s + 1)(0.05s + 1) \quad (3.1)$$

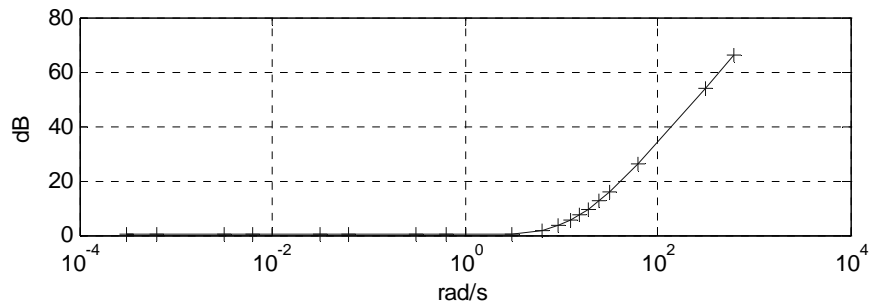


圖 3.4 加速規之姿態角頻率響應圖



圖 3.5 為磁通量計量測訊號所計算出之方位角頻率響應，(3.2)式為近似磁通量計部分之方位角頻率響應之轉移函式

$$G_M(s) = \frac{50.265}{s + 50.265} \quad (3.2)$$

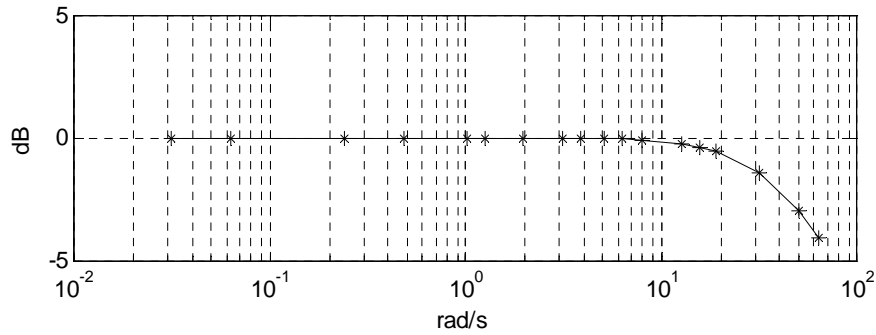


圖 3.5 磁通量計之方位角頻率響應圖

圖 3.6 為陀螺儀量測訊號所計算出之姿態角(Pitch, Roll 角)與方位角頻率響應，(3.3)式為近似陀螺儀部分之姿態角與方位角頻率響應之轉移函式

$$G_G(s) = \frac{s + 0.0185}{s} \quad (3.3)$$

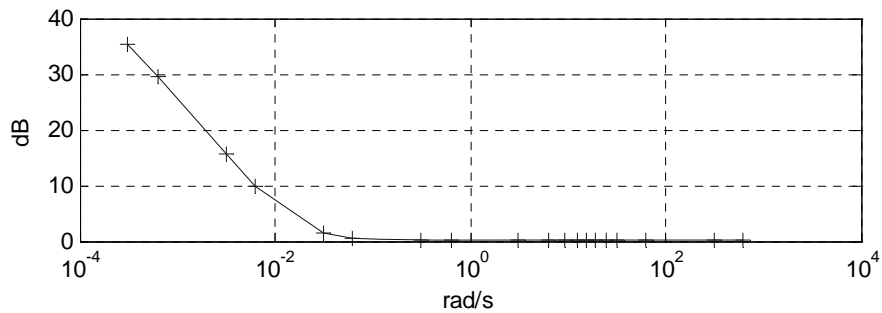


圖 3.6 陀螺儀之姿態角與方位角頻率響應圖

由圖 3.4 與圖 3.5 可以知道加速規所計算之姿態角與磁通量計所計算之方位角的特點在低頻運動時所估算之姿態角較佳，而在較高頻率運動時會因為感測器本身的特性而產生估算誤差，所以將加速規與磁通量計定義為低頻特性感測器；而

由圖 3.6 得知陀螺儀所計算之姿態角與方位角在高頻運動時能計算出較佳的姿態角，而在低頻運動時會因為量測雜訊與隨機偏差值的干擾，會隨時間產生累積誤差，所以將陀螺儀定義為高頻特性感測器。因此可以藉由各個感測器的轉移函式來訂定出適當的濾波器，下一章即討論如何得到適當之互補濾波器。



## 第四章 互補濾波器

由於 IMU 在計算載具的運動姿態時，因為感測器本身的特性以及雜訊的干擾容易造成估算誤差，所以本研究利用加速規與磁通量計在力平衡狀態下能推算出良好的姿態角以及陀螺儀在有運動狀態下能估算出良好的姿態角的特性，引用 Collinson[2]所討論之互補濾波器架構來整合兩種特性之量測值並估算載具的運動姿態。

### 4.1 濾波器架構

圖 4.1 為 Collinson 所討論之互補濾波器架構，I 表示載具的運動輸入，O 表示經過互補濾波器所得到的姿態角； $G_A(s)$ 表示低頻特性感測器之轉移函式， $G_G(s)$ 表示高頻特性感測器之轉移函式； $G_{LA}(s)$ 表示加速規之低通濾波器轉移函式， $G_H(s)$ 表示高通濾波器轉移函式。載具的運動輸入值透過加速規、磁通量計與陀螺儀量測出載具之慣性感測資料，可經由(2.4)、(2.10)、(2.11)、(2.16)與(2.18)式推算出載具的姿態角。因為感測器的特性，則需要在低頻估算較佳的低頻感測器輸出值所計算之姿態角 A 通過低通濾波器得到 L，在高頻表現較好的高頻感測器輸出值所計算之姿態角 G 通過高頻率波器得到 H，再將兩者的輸出值相加得到 O，即可得到與輸入值 I 相似的姿態角。

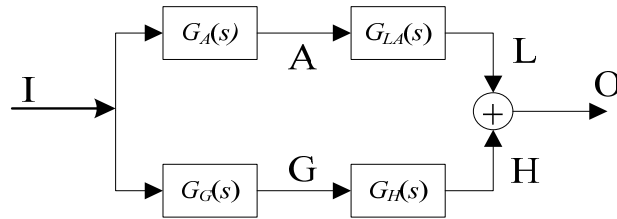


圖 4.1 互補濾波器架構

### 4.2 濾波器截止頻率

在上一章已經藉由系統鑑別求出各個感測器之模型，因此本研究將利用

Collinson[2]所討論之互補濾波器架構來估算載具的運動姿態，本節將依據各個感測器之模型並搭配實際測試結果來訂定出適當的濾波器參數。

而在訂定濾波器階數方面，由(3.1)與(3.2)式可以推得低通濾波器的階數需要在 3 階以上，才能夠將低頻特性姿態角輸出值的高頻部分去除；高通濾波器的階數則需在 2 階以上，才能將高頻特性姿態角輸出值的低頻部分去除，所以本研究將低通濾波器訂為 3 階，高通濾波器訂為 2 階。

由圖 3.2 可以得知在頻率超過 1 rad/s 時由加速規所計算之姿態角會產生估算誤差，而圖 3.3 在頻率低於 0.3 rad/s 時由陀螺儀所計算之姿態角會產生計算誤差，所以將低通濾波器的截止頻率訂為 2.5 rad/s，雖然已經超過產生估算誤差的頻率，可是因為低通濾波器的階數高於低頻特性轉移函式，所以依然能夠將高頻部分去除；而高通濾波器的截止頻率訂在 3.3 rad/s，(4.1)式為加速規部分之低通濾波器轉移函式  $G_{LA}(s)$

$$G_{LA}(s) = \frac{1}{0.063s^3 + 0.475s^2 + 1.1937s + 1} \quad (4.1)$$

(4.2)式為高通濾波器轉移函式  $G_H(s)$

$$G_H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 0.6s + 0.09} \quad (4.2)$$

所以由(3.1)、(3.2)、(4.1)與(4.2)式可以得到互補濾波器轉移函式  $P_{AG}(s)$ ，(4.3)式為加速規與陀螺儀之互補濾波器轉移函式，圖 4.2 為加速規與陀螺儀之互補濾波器輸出波德圖

$$P_{AG}(s) = \frac{0.06299s^5 + 0.4811s^4 + 1.355s^3 + 2.113s^2 + 0.632s + 0.09}{0.06299s^5 + 0.5127s^4 + 1.484s^3 + 1.859s^2 + 0.7074s + 0.09} \quad (4.3)$$

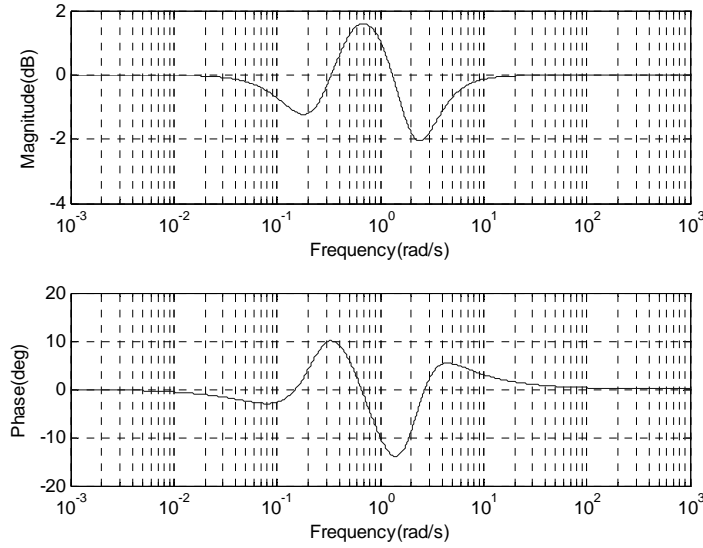


圖 4.2 加速規與陀螺儀之互補濾波器輸出波德圖

在磁通量計部分，由於磁通量計之轉移函式為 1 階，所以將(4.4)式訂為磁通量計部份之低通濾波器  $G_{LM}(s)$ ，其截止頻率則與加速規之低通濾波器相同；由於濾波器之截止頻率比磁通量計的轉角頻率還低，所以只需將磁通量計部分的低通濾波器設計為 1 階即可。

$$G_{LM}(s) = \frac{1}{0.3979s + 1} \quad (4.4)$$

所以由(3.2)、(3.3)、(4.2)與(4.4)式可以得到磁通量計與陀螺儀之互補濾波器轉移函式  $P_{MG}(s)$ ，(4.5)式為磁通量計與陀螺儀之互補濾波器轉移函式，圖 4.3 為磁通量計與陀螺儀之互補濾波器輸出波德圖

$$P_{MG}(s) = \frac{0.007916s^4 + 0.4179s^3 + 2.008s^2 + 0.6185s + 0.09}{0.007916s^4 + 0.4225s^3 + 1.251s^2 + 0.6376s + 0.09} \quad (4.5)$$

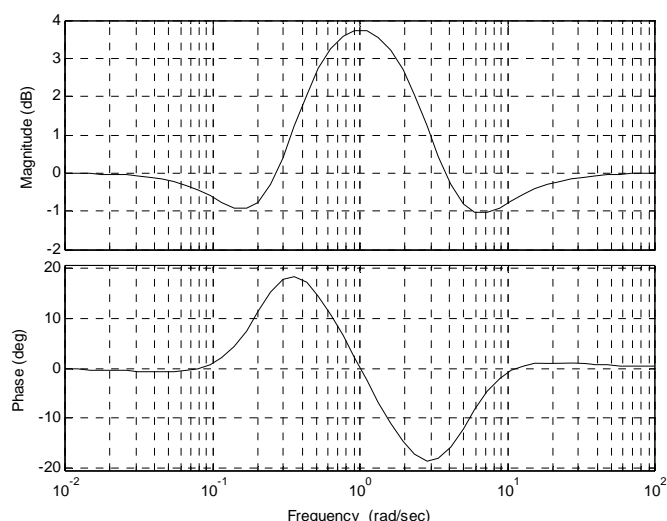


圖 4.3 磁通量計與陀螺儀之互補濾波器輸出波德圖

在第二章中有討論當 Pitch 角旋轉至 $\pm 90^\circ$ 時，會因為體座標之  $y$  與  $z$  軸之重力加速度分量量測值接近於零的關係，用(2.11)式所計算出之 Roll 角會產生相當大的誤差結果，因此利用(2.16)式加入磁場分量輔助計算 Roll 角，使誤差降低。而在互補濾波器之轉移函式也會在此狀態下做切換，但由於加速規轉移函式之轉角頻率比磁通量計低，且階數比磁通量計之轉移函式高，所以在由(2.11)式切換至(2.16)式時，其使用(2.11)式之互補濾波器輸出響應與使用(2.16)式之互補濾波器輸出響應相近；因此將圖 4.1 的互補濾波器架構加入一判斷式並不會影響互補濾波器之轉移函式，圖 4.4 為互補濾波器架構加入了判斷是否 Pitch 角接近 $\pm 90^\circ$ 的判斷式，I 為運動輸入，O 為角度輸出。

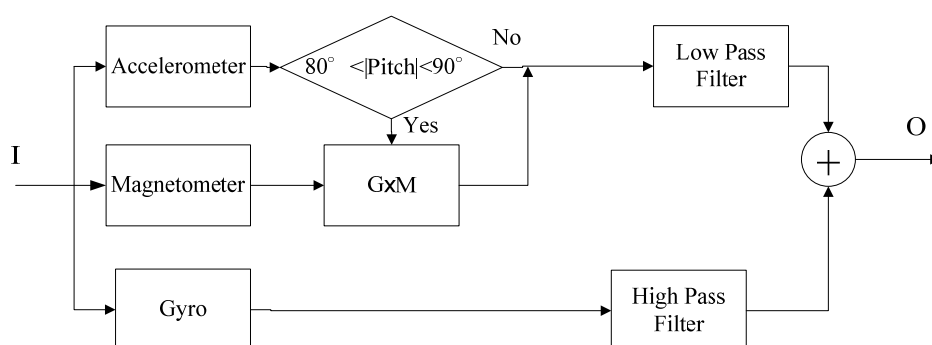


圖 4.4 加入了判斷 Pitch 角是否接近 $\pm 90^\circ$ 的判斷式之互補濾波器架構示意圖

### 4.3 互補濾波器補償

由圖 4.2 與 4.3 可以得知如果單純使用互補濾波器估算姿態角時，會在部分頻率之輸出值產生計算誤差，所以需要對互補濾波器系統做適當的調整及補償。

所以本研究將互補濾波器轉移函式乘上其倒數，透過此方式改善輸出響應，將輸出值補償至無誤差輸出。本研究將互補濾波器轉移函式  $P_{AG}(s)$  與  $P_{MG}(s)$  取其倒數得到補償轉移函式  $C_{AG}(s)$  與  $C_{MG}(s)$ ，將輸出值  $O$  通過補償轉移函式得到  $O'$ 。圖 4.5 為加上補償轉移函式  $C_{AG}(s)$  之補償後互補濾波器架構圖，(4.6) 式為加速規與陀螺儀之補償轉移函式  $C_{AG}(s)$

$$C_{AG}(s) = \frac{0.06299s^5 + 0.5127s^4 + 1.484s^3 + 1.859s^2 + 0.7074s + 0.09}{0.06299s^5 + 0.4811s^4 + 1.355s^3 + 2.113s^2 + 0.632s + 0.09} \quad (4.6)$$

使互補濾波器轉移函式通過補償轉移函式時能夠得到 0 dB 增益值與 0° 相位差。

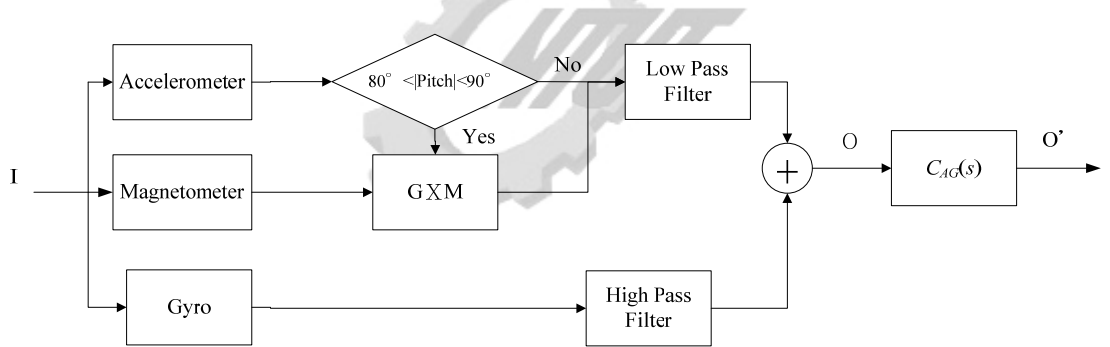


圖 4.5 加上補償轉移函式  $C_{AG}(s)$  之補償後互補濾波器架構圖

同樣在磁通量計與陀螺儀得到補償轉移函式  $C_{MG}(s)$ ，(4.7) 式為磁通量計與陀螺儀之補償轉移函式

$$C_{MG}(s) = \frac{0.007916s^4 + 0.4225s^3 + 1.251s^2 + 0.6376s + 0.09}{0.007916s^4 + 0.4179s^3 + 2.008s^2 + 0.6185s + 0.09} \quad (4.7)$$

## 第五章 狀態估測器

前面章節都是討論在力平衡狀態下，即是在純旋轉運動下之姿態角估測結果。若是在非力平衡狀態下計算姿態角時，會因為外力的影響下而產生計算誤差；所以必須再透過特殊演算法來估測目前載具之狀態，來估算目前載具的重力分量，使重力加速度與外力分離。目前有許多學者發展出針對在具有外力影響下也能夠估算出姿態角之演算法[6][16]，但是這些演算法並無法完全適用在各種狀態下的運動。

### 5.1 被動式互補濾波器

圖 5.1 為 Mahony[6]所提出之被動式互補濾波器架構(Passive Complementary Filter, PCF)，(5.1)式為其濾波器方程式。

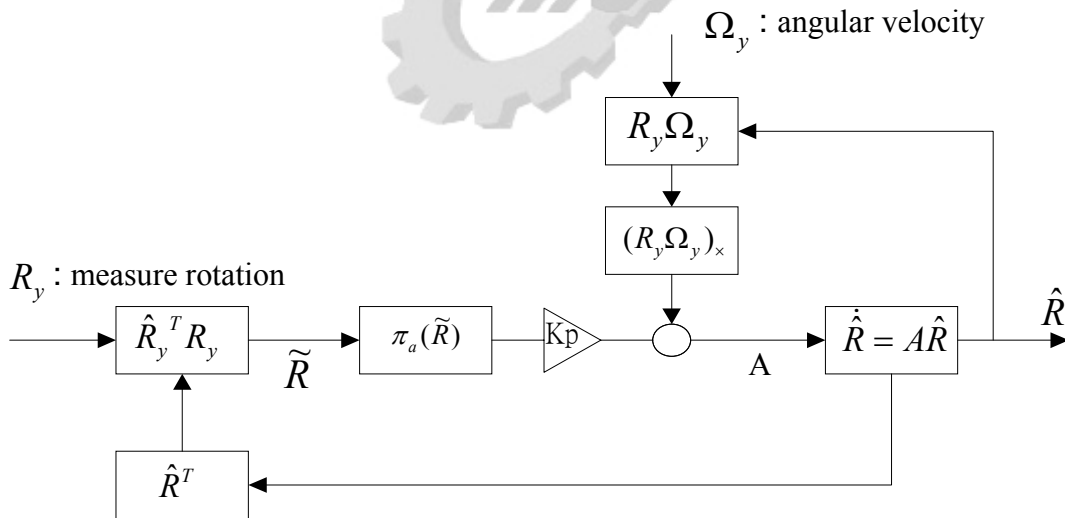


圖 5.1 Mahony 所提出之 Passive Complementary Filter

$$\dot{\hat{R}} = \hat{R}(\Omega_\times + K_p \pi(\tilde{R})) \quad (5.1)$$

雖然此架構在平移運動下之姿態角估算具有不錯的效果，但是在旋轉運動下估算姿態角時，會產生某一程度的估算誤差。圖 5.2 為在水平直線運動下姿態角之



估算結果，由圖 5.2(b)可以看出雖然加速規因為外力加速度的影響下，仍可估算出精確的姿態角；圖 5.3 為在步階旋轉運動下姿態角之估算結果，由圖 5.3(b)可以看出在無外力影響下，卻因為演算法的架構而導致估算誤差。

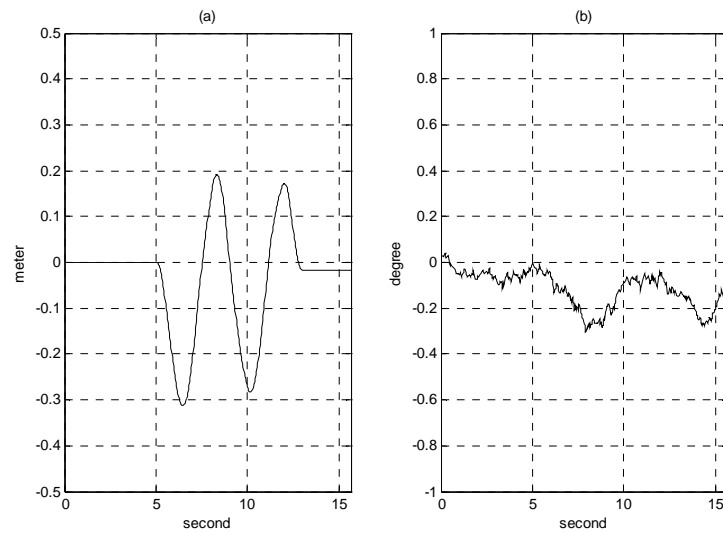


圖 5.2 在一維平移運動下姿態角之估算結果

(a) 水平直線運動軌跡

(b) PCF 所估測之 Pitch 角輸出

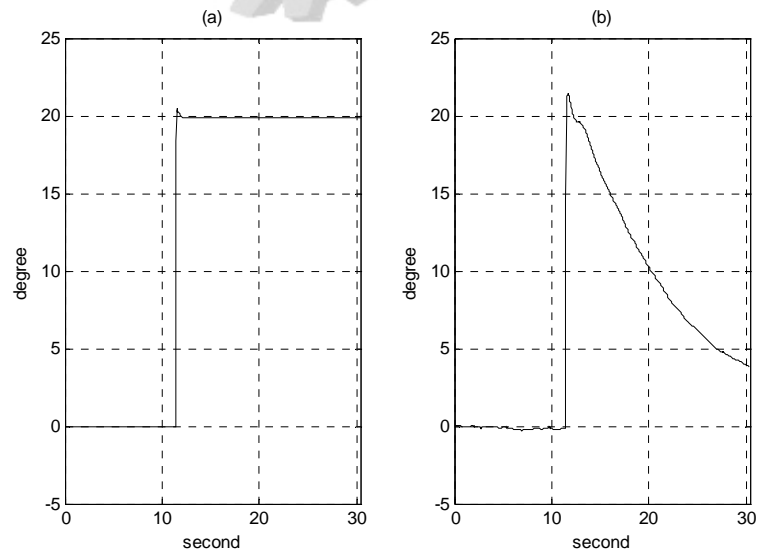


圖 5.3 在步階旋轉運動下姿態角之估算結果

(a) 輸入之步階旋轉角度軌跡

(b) PCF 所估算之步階 Pitch 角輸出

## 5.2 Two Step Extended Kalman Filter

而在 Shu[16]所提出的 Two Step Extended Kalman Filer(TSEKF)架構中，透過適當的觀察器閾值與參數調整，在平移運動下也能估算出不錯的姿態角，圖 5.4 為 Shu 所提出之 Two Step Extended Kalman Filter 架構圖。

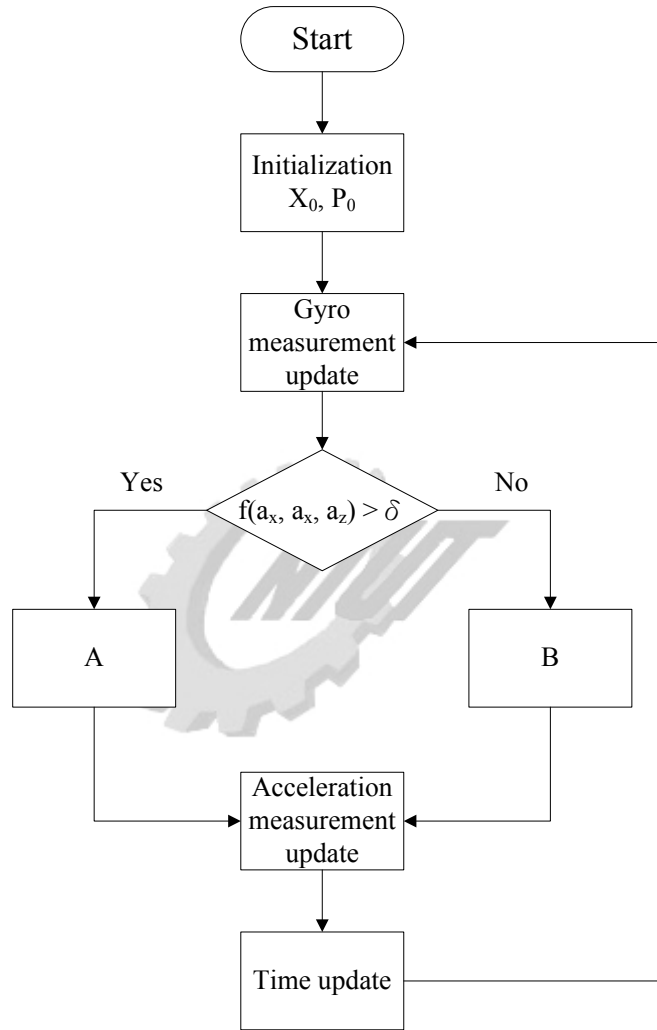


圖 5.4 Two Step Extended Kalman Filter 架構圖

(5.2)式為第一階段陀螺儀量測值修正

$$\begin{aligned}
 K_{k,g} &= P_k^- C_2' (C_2 P_k^- C_2' + R_2)^{-1} \\
 \hat{x}_{k,g} &= \hat{x}_k^- + K_{k,g} (z_{k,2} - C_2 \hat{x}_k^-) \\
 P_{k,g} &= (I - K_{k,g} C_2) P_k^- (I - K_{k,g} C_2)' + K_{k,g} R_2 K_{k,g}'
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

之後藉由(5.3)式觀察器判斷目前載具之運動狀態，再依此結果來修正目前加速規之量測誤差共變異數矩陣

$$f(a_x, a_y, a_z) = |a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 - 1| > \delta \quad (5.3)$$

(5.4)與(5.5)式為在不同狀態下之加速規量測誤差共變異數矩陣計算式。

$$A = \begin{bmatrix} r_{1,k} \\ r_{2,k} \end{bmatrix} = \max \left( \alpha_1 \begin{bmatrix} r_{1,k-1} \\ r_{2,k-1} \end{bmatrix} + \alpha_2 (z_{k,1} - C_{1,k} \hat{x}_{k,g}), \begin{bmatrix} r_{1,nom} \\ r_{2,nom} \end{bmatrix} \right) \Big|_{f(a_x, a_y, a_z) > \delta} \quad (5.4)$$

$$B = \begin{bmatrix} r_{1,k} \\ r_{2,k} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} r_{1,k-1} \\ r_{2,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{1,nom} \\ r_{2,nom} \end{bmatrix} \Big|_{f(a_x, a_y, a_z) \leq \delta} \quad (5.5)$$

其次進入第二階段加速規量測值修正，將先前計算出之加速規量測誤差共變異數矩陣加入計算，(5.6)式為第二階段加速規量測值修正

$$\begin{aligned} K_{k,a} &= P_{k,g} C_{1,k}' (C_{1,k} P_{k,g} C_{1,k}' + R_{1,k})^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_{k,g} + K_{k,a} (z_{k,1} - C_{1,k} \hat{x}_{k,g}) \\ P_k &= (I - K_{k,a} C_{1,k}) P_{k,g} (I - K_{k,a} C_{1,k})' + K_{k,a} R_{1,k} K_{k,a}' \end{aligned} \quad (5.6)$$

最後預估下一次之載具狀態，(5.7)式為狀態估測。

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^- &= \Phi_k \hat{x}_k \\ P_{k+1}^- &= \Phi_k P_k \Phi_k' + Q_k \end{aligned} \quad (5.7)$$

圖 5.5 為在水平直線運動下姿態角之估算結果，由圖 5.5(b)可以看出雖然加速規因為外在加速度的影響下，仍可估算出不錯的姿態角；圖 5.6 為在步階旋轉運動下姿態角之估算結果，由圖 5.6(b)可以看出在無外力影響下，卻估算出相當大的誤差結果，可能因為參數設定對於某些情況無法預測而導致估算誤差。

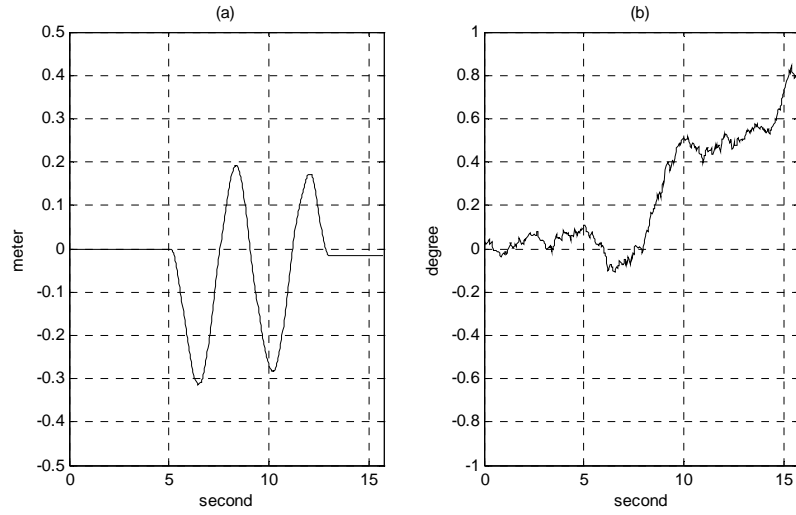


圖 5.5 在水平直線運動下姿態角之 STEKF 估算結果

(a) 水平直線運動軌跡

(b) STEKF 所估算之 Pitch 角輸出

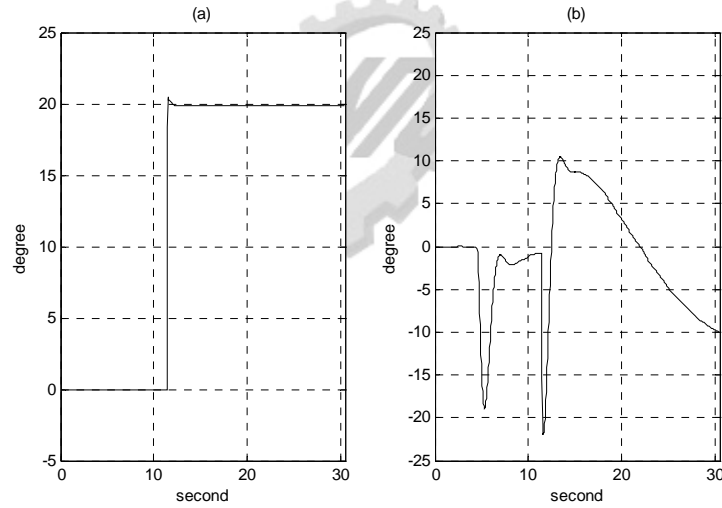


圖 5.6 在步階旋轉運動下姿態角之估算結果

(a) 輸入之步階旋轉角度軌跡

(b) STEKF 所估算之步階 Pitch 角輸出

### 5.3 適應性互補濾波器

由於以上所討論之演算法都無法在各種情況下應用，所以本研究將上述兩種演算法做調整，利用 Mahony[6]的被動式互補濾波器架構與 Shu[16]的觀察器判斷式結合，設計成用來估測載具狀態之適應性觀察器。透過此觀察器，再與本研究

之補償後互補濾波器做結合，即成為本研究所提出之補償後適應性互補濾波器 (Adaptive Complementary Filter, ACF)，可以達到在有外力加速度狀態下時，也能夠估算出較佳的姿態角，使誤差降低。圖 5.7 為補償後適應性互補濾波器之架構圖，圖 5.8 為未加入觀察器之水平直線運動姿態角估算結果，由圖 5.8(b)可看出姿態角嚴重受外在加速度影響而產生相當大的估算誤差；圖 5.9 為加入觀察器之平移運動姿態角估算結果，由圖 5.9(b)可以看出透過觀察器可以得到較佳之姿態角，降低外力所導致之影響。圖 5.10 為加入觀察器之步階旋轉運動下姿態角之計算結果，由圖 5.10(b)可以得知在旋轉運動下也可以估算出相對於 PCF 與 TSEKF 之較佳的姿態角估算結果。

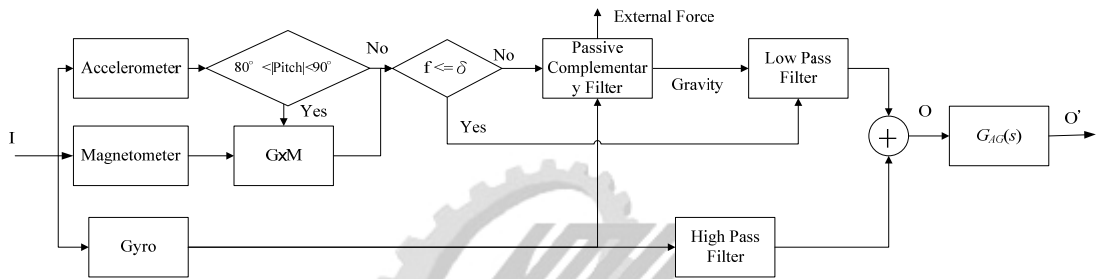


圖 5.7 為結合觀察器與補償後互補濾波器之補償後適應性互補濾波器架構圖

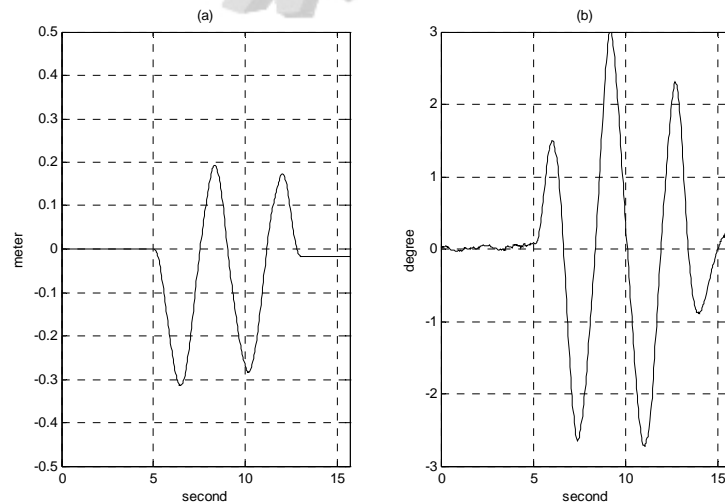


圖 5.8 未加入觀察器之平移運動姿態角估算結果

(a) 水平直線運動軌跡

(b) 補償後互補濾波器所估測之 Pitch 角輸出

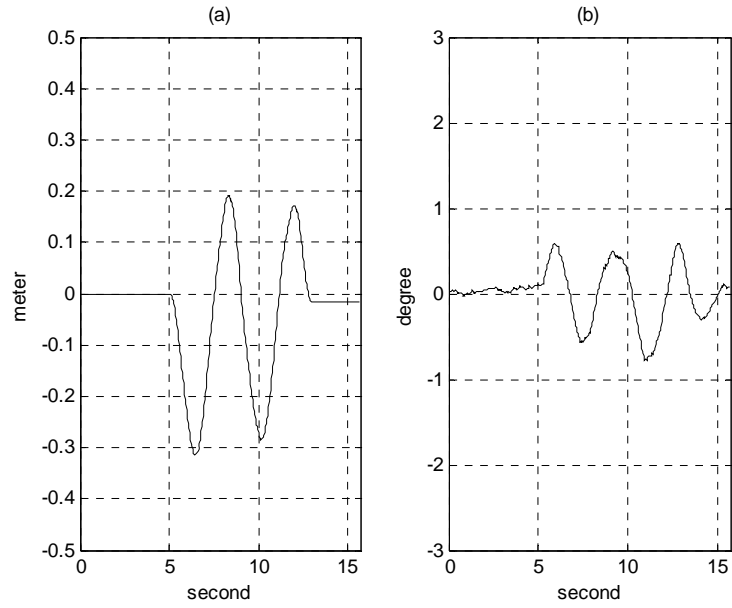


圖 5.9 加入觀察器之平移運動姿態角估算結果

(a) 水平直線運動軌跡

(b) 補償後適應性互補濾波器所估測之 Pitch 角輸出

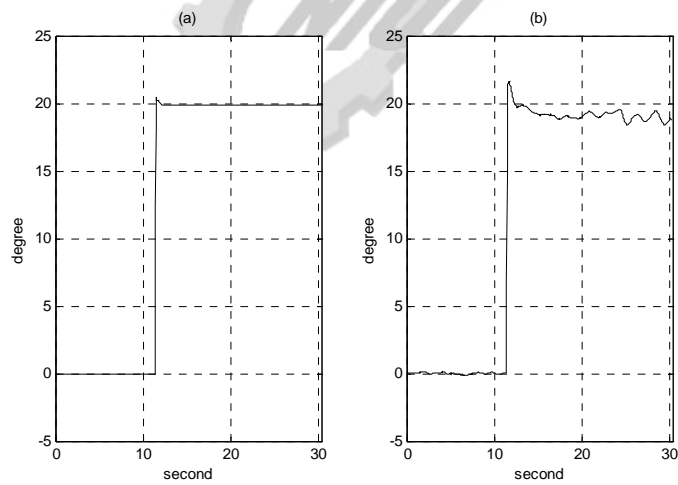


圖 5.10 加入觀察器之步階旋轉運動下姿態角之計算結果

(a) 輸入之步階旋轉角度軌跡

(b) 補償後適應性互補濾波器所估算之步階 Pitch 角輸出

因此本研究將以補償後適應性互補濾波器為實驗架構，驗證此架構在旋轉運動以及有外力干擾狀態下皆能估測出良好的姿態角與方位角。

## 第六章 實驗結果與討論

從上述的理論推導得到補償後適應性互補濾波器得到 0 dB 與 0 °相位差，本研究利用旋轉實驗平台與線性滑軌帶動慣性感測器，探討與證明補償後適應性互補濾波器估測載具在力平衡狀態與非力平衡狀態下計算姿態角的效果與可能的誤差。

### 6.1 實驗設備

在實驗設備方面，本研究是使用 Xsens MTi 慣性感測系統(以下簡稱 Xsens)，其內部感測器包含加速規、陀螺儀與磁通量計，並分別輸出加速度、角速度與磁場強度；而內建的微處理器也會透過原廠所設計的 Kalman Filter 輸出估測的姿態角與方位角。Xsens 內部各個感測器之量測範圍如表 3.1 所示。

本研究之旋轉運動實驗的實驗設備如圖 3.1 所示，在輸入動力方面所使用的動力為富士 AC 伺服系統，使用脈波寬度調變(Pulse Width Modulation, PWM)為控制訊號輸入伺服系統，驅動伺服馬達帶動實驗平台；後續實驗將 Xsens 置於實驗平台上，並透過 RS-232 接收感測器資料。另外，為了得知實際輸入之姿態角度，同時使用旋轉式光學編碼器，其解析度為 0.036°，利用光學編碼器的訊號換算成角度，將其輸出之角度表示為平台實際運動訊號，圖 6.1 為旋轉運動實驗架構圖。

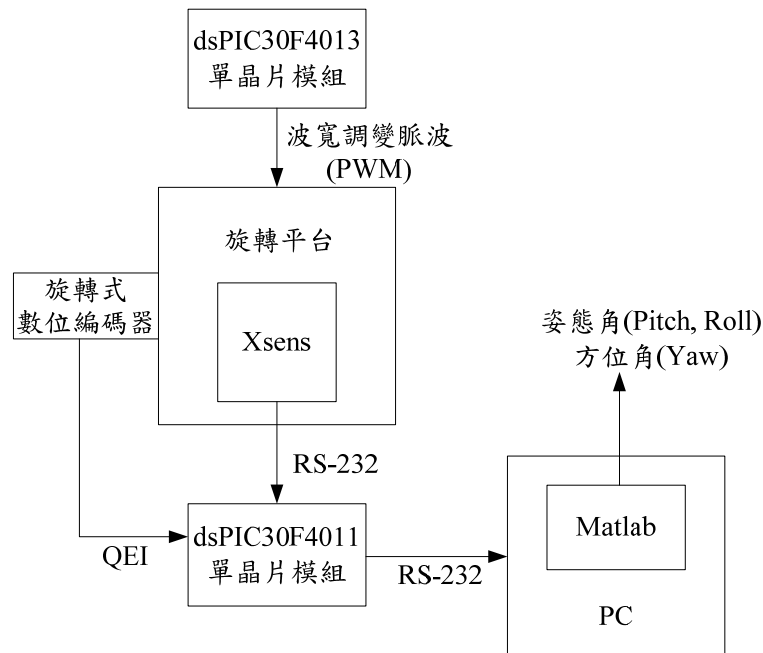


圖 6.1 旋轉運動實驗架構圖

圖 6.2 為平移實驗架構圖，圖 6.3 為平移運動實驗的實驗設備，利用滾珠導螺桿滑軌與台達 AC 伺服馬達產生線性運動，並使用雷射測距儀量測目前感測器之位移變化量，進而計算出加速度大小，圖 6.4 為本研究所使用之雷射測距儀，表 6.1 為雷射測距儀規格。

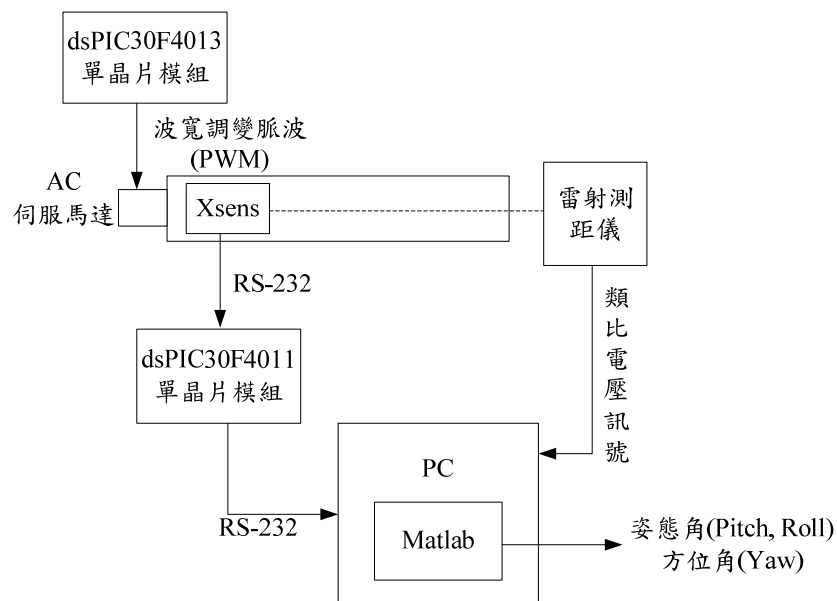


圖 6.2 平移運動實驗架構圖



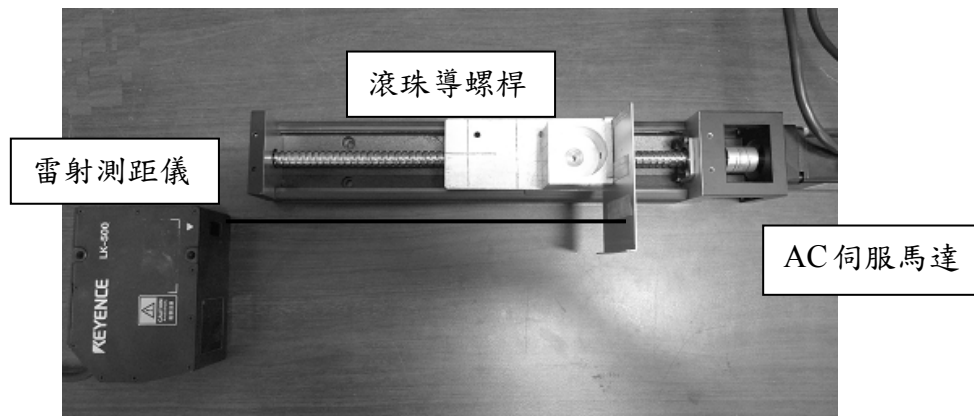


圖 6.3 平移運動實驗的實驗設備



圖 6.4 雷射測距儀

表 6.1 雷射測距儀規格

型號	Keyence LK-500
操作電壓	24 (V)
採樣頻率	100 (Hz) (AD 轉換頻率)
解析度	50 ( $\mu\text{m}/\text{mV}$ )
量測範圍	$\pm 100$ (mm) (參考距離: 350 mm)

## 6.2 實驗設計

在旋轉運動實驗設計方面，本研究先從單軸弦波旋轉運動來探討補償後適應

性互補濾波器之輸出響應與輸入訊號之關係；第二階段輸入雙軸旋轉運動，探討補償後適應性互補濾波器對於雙軸運動姿態角估測的效果；最後使用步階旋轉運動為輸入訊號，利用步階訊號的瞬間角度變化測試補償後適應性互補濾波器對於步階訊號的響應。

輸入訊號方面，利用輸入振幅為 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率的弦波，以及步階訊號驅動感測器並擷取 Xsens 之感測輸出訊號，實際測試本研究所設計之補償後適應性互補濾波器的效果。將 Xsens 之感測輸出值利用補償後適應性互補濾波器計算輸出姿態角並和 Xsens 輸出之姿態角與實際輸入訊號做比較。

而在線性運動實驗設計方面，共分為四個部分：

1. 利用線性滑軌輸入直線弦波運動，利用位移變化產生具有外在加速度的干擾，模擬載具在震動狀態的干擾下，測試使用補償後適應性互補濾波器之估算效果。
2. 利用線性滑軌輸入一固定加速度與減速度之位移運動，模擬載具在固定加速與減速狀態下之姿態角估算效果。
3. 利用旋轉平台輸入一定角速度圓周運動，測試在持續的離心力干擾下之姿態角估算效果。
4. 同樣利用旋轉平台輸入具有角加速度之弦波運動，測試同時具有離心力與切線加速度干擾下之姿態角估算效果。

利用這些實驗來驗證補償後適應性互補濾波器對於姿態角的估算效果。

## 6.3 單軸旋轉運動實驗結果

以加速規與陀螺儀部分而言，由圖 6.5(b)補償後適應性互補濾波器之輸出可以看出與實際的角度振幅有所誤差。圖 6.6 為單軸旋轉運動之輸出響應，由圖 6.6 中可以得知補償後適應性互補濾波器在部分頻率會發生振幅誤差，可能的原因為利用系統鑑別求出近似感測器之轉移函式與實際感測器之輸出響應有些微的誤差，所以補償轉移函式  $C_{AG}(s)$  無法完全藉由補償後適應性互補濾波器之轉移函式做補償，因此須對補償轉移函式做修正。

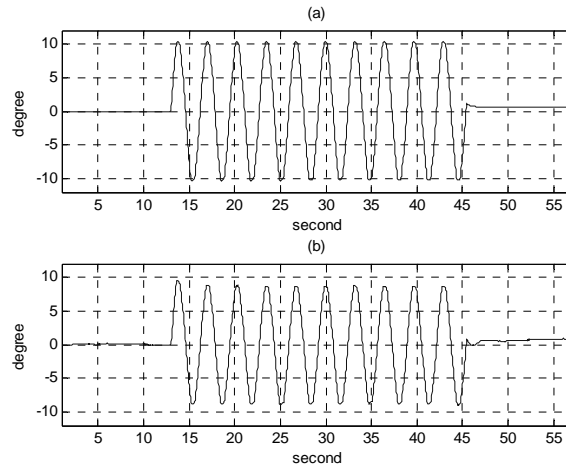


圖 6.5 以補償後適應性互補濾波器計算之實驗結果

(a) 弦波頻率 0.3 Hz，振幅 $\pm 10^\circ$ 之弦波訊號輸入

(b) 弦波頻率 0.3 Hz，振幅 $\pm 10^\circ$ 之補償後適應性互補濾波器 Pitch 角輸出

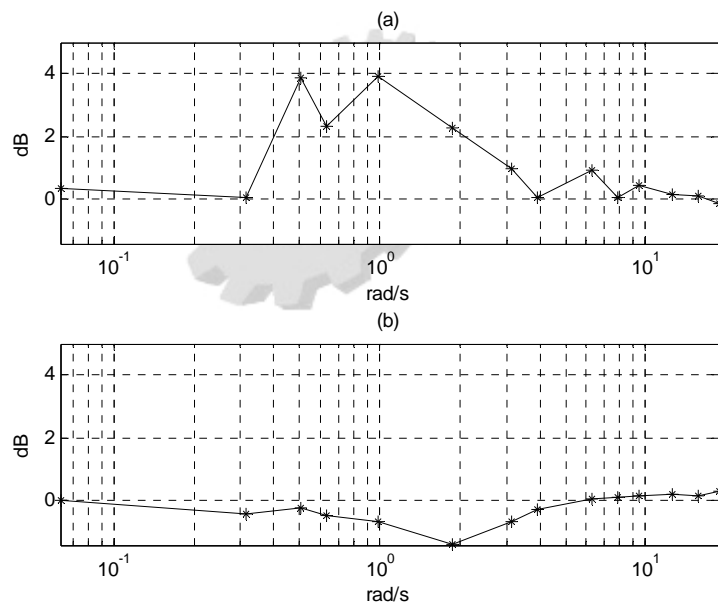


圖 6.6 單軸旋轉運動之輸出響應圖

(a) Xsens 之 Pitch 角輸出響應圖

(b) 補償後適應性互補濾波器之 Pitch 角輸出響應圖

為了補償輸出誤差，所以利用圖 6.6(b)求出近似補償後適應性互補濾波器之輸出響應轉移函式並取其倒數，表示為  $D_{AG}(s)$ ，(6.1)式為近似補償後適應性互補濾波器之輸出響應轉移函式倒數

$$D_{AG}(s) = \frac{0.05447s^4 + 0.451s^3 + 1.4s^2 + 1.932s + 1}{0.05142s^4 + 0.4679s^3 + 1.518s^2 + 2.063s + 1} \quad (6.1)$$

再將  $D_{AG}(s)$  與  $C_{AG}(s)$  串聯得到修正後補償轉移函式  $C_{AG}(s)'$ 。圖 6.77 為加上修正後補償轉移函式  $C_{AG}(s)'$  之修正後適應性互補濾波器架構圖，圖 6.88(b) 為加上修正補償轉移函式  $C_{AG}(s)'$  之修正後適應性互補濾波器輸出響應，與圖 6.6(a) 比較其誤差有降低的趨勢。

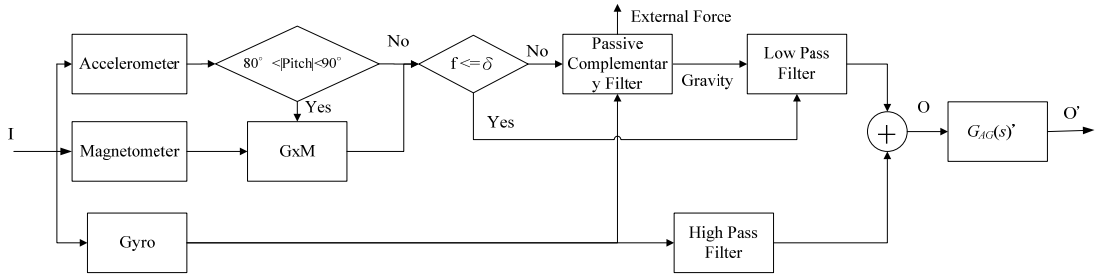


圖 6.7 加上修正後補償轉移函式  $C_{AG}(s)'$  之修正後適應性互補濾波器

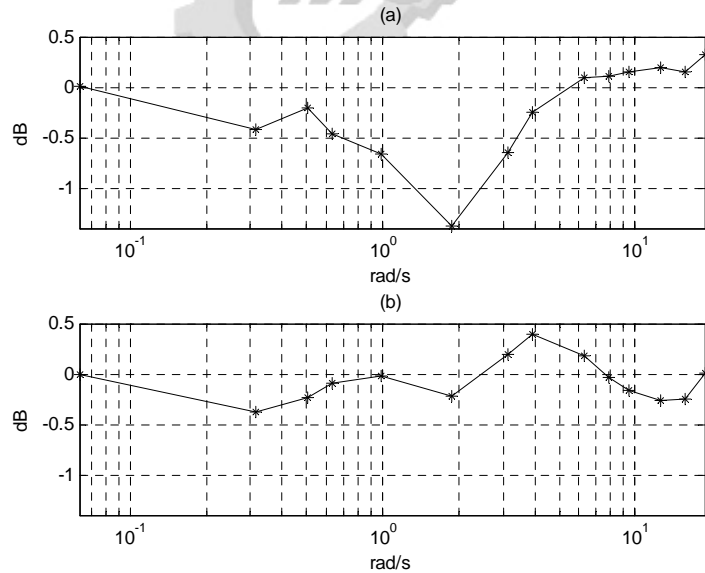


圖 6.8 單軸旋轉運動之輸出響應

(a) 補償後適應性互補濾波器之 Pitch 角輸出響應

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角輸出響應

而在磁通量與陀螺儀部分，透過(4.5)式理論上可以得到與輸入訊號相同之結

果。圖 6.9 為振幅 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率弦波之補償後互補濾波器之輸出響應圖，由圖 6.9 可以得知磁通量計與陀螺儀透過補償後互補濾波器架構即可得到較佳的輸出結果，不需再經過修正，因此磁通量計與陀螺儀之演算架構則使用補償後適應性互補濾波器即可。

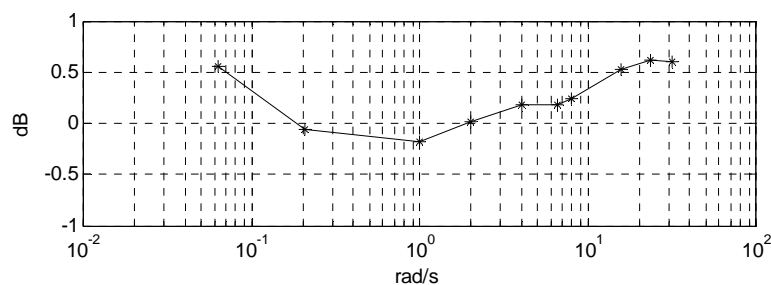


圖 6.9 磁通量計與陀螺儀之補償後互補濾波器輸出響應

## 6.4 雙軸旋轉運動實驗結果

圖 6.10 為雙軸運動實驗示意圖， $[XYZ]^T$  表示固定座標。在實驗設計方面，為了模擬雙軸運動，所以將感測器沿著固定座標  $X$  軸傾斜  $20^\circ$  並固定在實驗平台上，再將平台沿著固定座標  $Y$  軸做振幅 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率的弦波運動。

使用修正後適應性互補濾波器在單軸運動中能夠得到良好的姿態角輸出，本節目的為驗證在雙軸運動時使用修正後適應性互補濾波器是否依然能夠得到穩定且精確的姿態角輸出。圖 6.11 為雙軸實驗之 Pitch 角實驗結果，圖 6.12 為各個不同頻率下弦波 Pitch 角振幅誤差，由圖 6.12 可以看出經過修正後適應性互補濾波器的計算，在雙軸運動仍能計算出高精確度的結果。

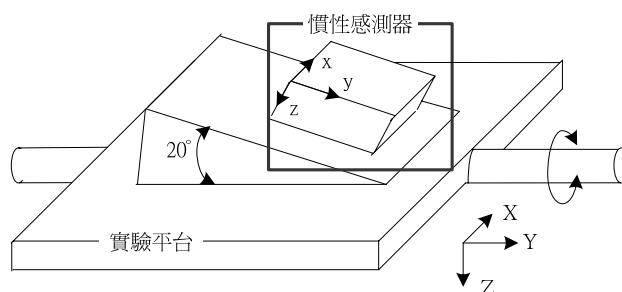


圖 6.10 雙軸實驗架構示意圖

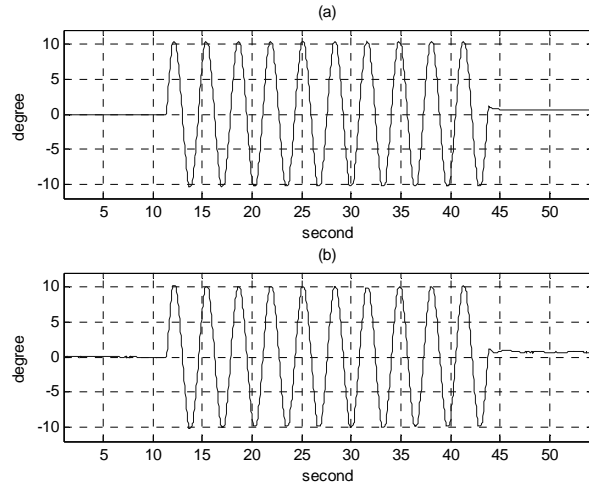


圖 6.11 由固定座標  $Y$  軸輸入頻率為  $0.3\text{ Hz}$ ，振幅為  $\pm 10^\circ$  之弦波訊號

(a) 由數位編碼器所量測出之輸入角度訊號

(b) 修正後適應性互補濾波器估算之 Pitch 角輸出

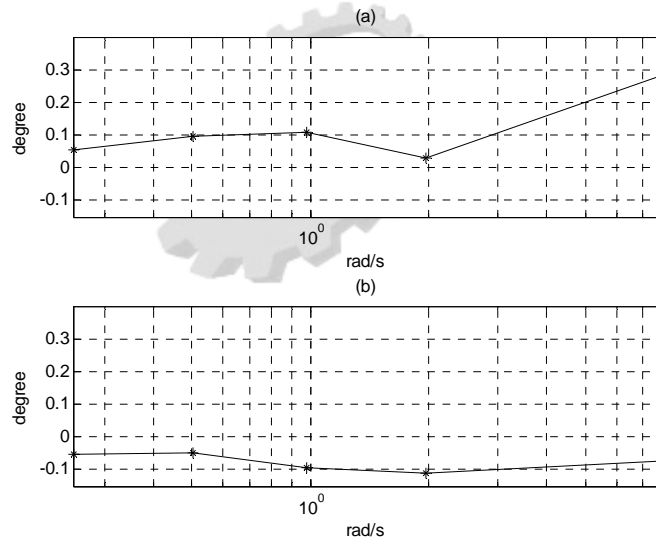


圖 6.12 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之 Pitch 角輸出振幅誤差

(a) 振幅  $\pm 10^\circ$  但不同頻率弦波之 Xsens 之 Pitch 角輸出振幅誤差

(b) 振幅  $\pm 10^\circ$  但不同頻率弦波之修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角振幅誤差

圖 6.13 為雙軸運動之 Roll 角估算輸出，由圖 6.13 可以看出修正後適應性互補濾波器之估算 Roll 角的穩定度較慣性感測器好。圖 6.14 為雙軸運動 Roll 角輸出振幅誤差，由圖 6.14 可以看出在不同頻率的雙軸弦波運動振幅誤差皆在  $\pm 1.5^\circ$  以內，證明透過修正後適應性互補濾波器的估算效果較慣性感測器好。

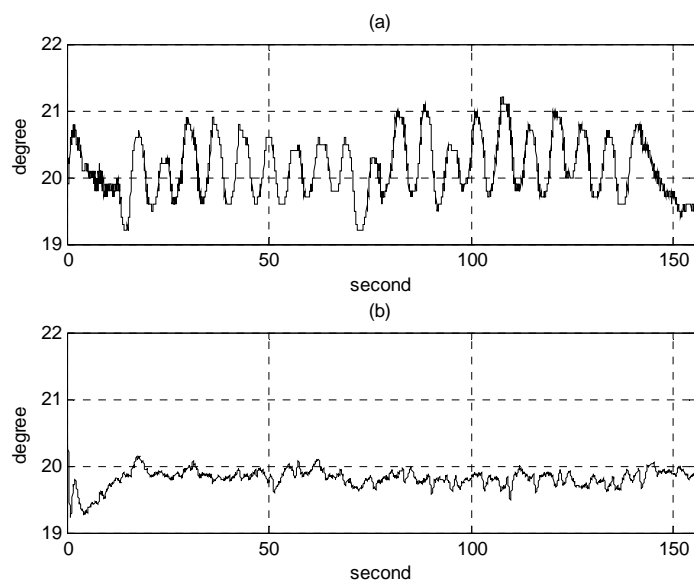


圖 6.13 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之 Roll 角輸出

(a) 雙軸運動中 Xsens 所輸出之 Roll 角輸出

(b) 雙軸運動中由修正後適應性互補濾波器所估算之 Roll 角輸出

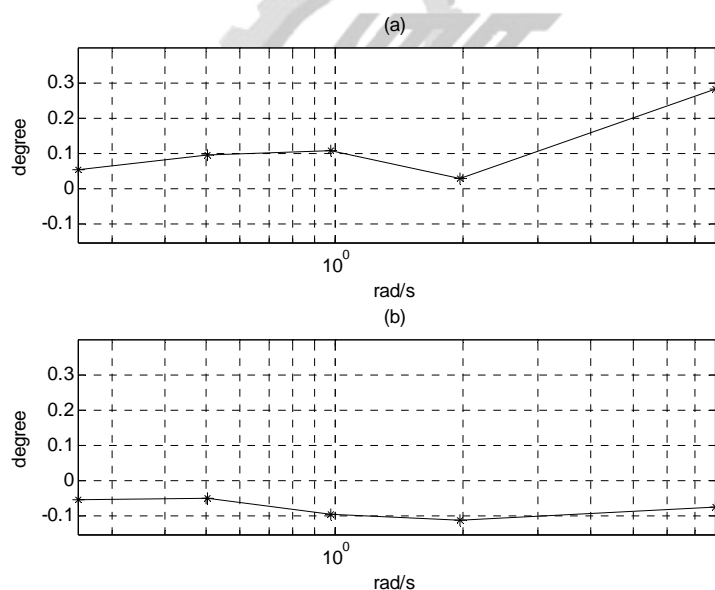


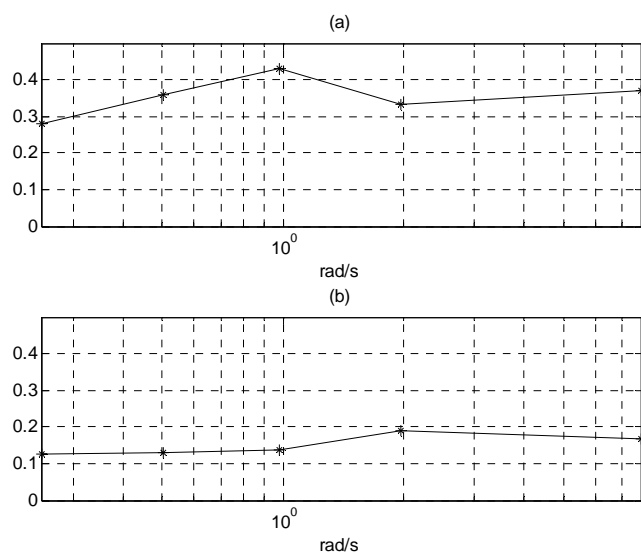
圖 6.14 由固定座標 Y 軸輸入振幅 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率弦波之 Roll 角輸出誤差

(a) Xsens 之 Roll 角輸出誤差

(b) 修正後適應性互補濾波器估算之 Roll 角輸出誤差

圖 6.15 為在振幅 $\pm 10^\circ$ 但不同頻率弦波之雙軸運動 Roll 角標準差，由圖中可看出修正後適應性互補濾波器所估算之穩定度在不同頻率的弦波輸入比 Xsens 要

高。由上述實驗證實修正後適應性互補濾波器在雙軸運動估算慣性姿態角之可行性。





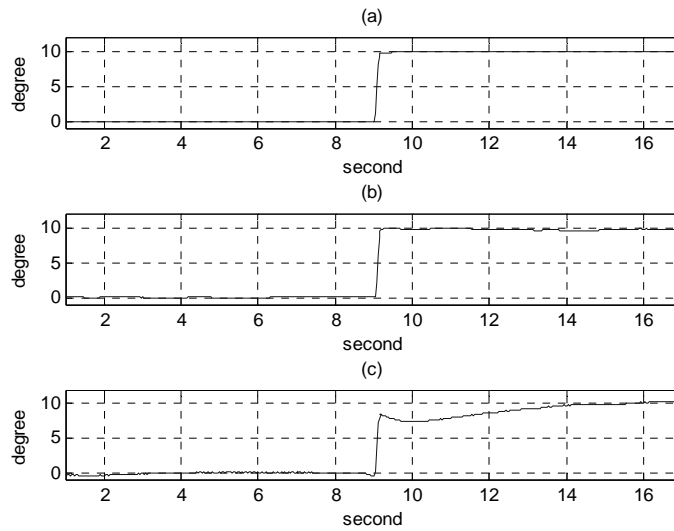


圖 6.16 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之步階輸出

(a) 振幅為  $10^\circ$  之步階輸入訊號

(b) 修正後適應性互補濾波器之估算 Pitch 角輸出

(c) Xsens 之估算 Pitch 角輸出

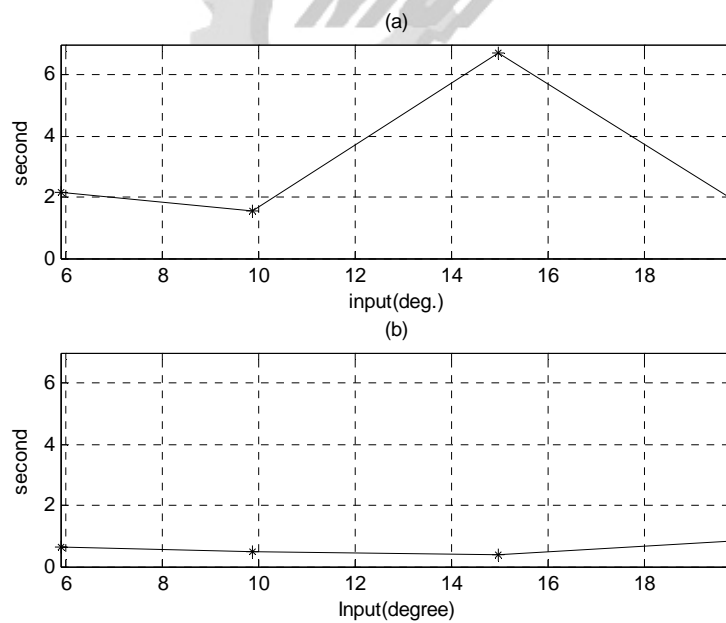


圖 6.17 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之安定時間

(a) Xsens 在不同振幅的步階訊號輸入之安定時間

(b) 修正後適應性互補濾波器在不同振幅的步階訊號輸入之安定時間

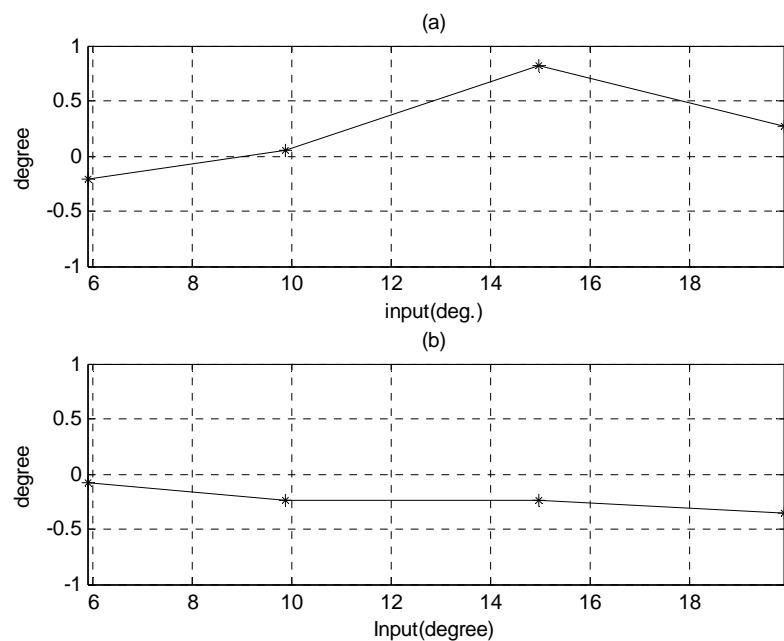


圖 6.18 修正後適應性互補濾波器與 Xsens 之穩態誤差

(a) Xsens 在不同振幅的步階訊號輸入之穩態誤差

(b) 修正後適應性互補濾波器在不同振幅的步階訊號輸入之穩態誤差

## 6.6 外力加速度運動實驗

以上所討論的實驗結果皆為在純旋轉運動下所得到之結果，以下將探討在非力平衡狀態下使用修正後適應性互補濾波器估算姿態角的效果；(6-2)式為加速度方程式，圖 6.19 為加速度向量示意圖，由(6-2)式可以知道載具在運動時，會因為加減速或是轉彎等動作造成加速規量測到外力加速度

$$\bar{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\bar{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\bar{e}_\theta \quad (6-2)$$

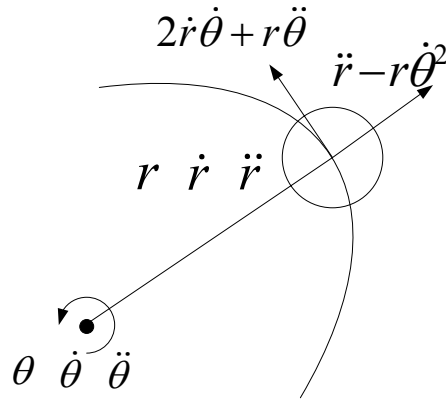


圖 6.19 加速度向量示意圖

而因為有外力加速度的影響，使利用重力分量計算之姿態角產生誤差。因此，本研究利用線性滑軌與旋轉平台產生外力加速度干擾，測試修正後適應性互補濾波器的姿態角估算效果。

而在實驗設計方面，除了利用旋轉平台與線性滑軌來模擬不同的外力加速度干擾，也為了測試載具在不同狀態下對於外力加速度的影響，將感測器傾斜各種不同的狀態，藉此了解修正後適應性互補濾波器是否能夠應付各種狀況；圖 6.20 為直線運動實驗示意圖，此圖表示感測器沿著體座標  $z$  軸旋轉  $30^\circ$ ，並將感測器沿著固定座標  $X$  軸做線性運動，而為了能夠得知移動平台的實際位置，本研究利用雷射測距儀來量測目前移動平台的位移。

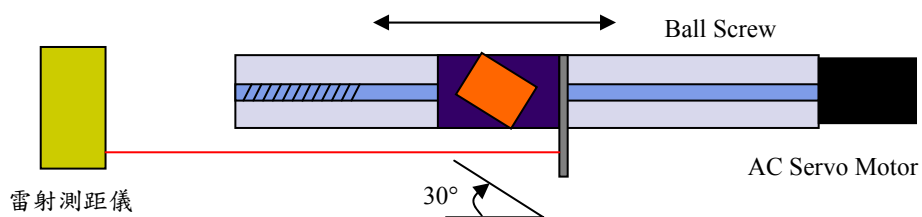


圖 6.20 直線運動實驗示意圖

表 6.2 為外在加速度干擾實驗中，感測器傾斜各種不同的實驗狀態表，感測器依照體座標  $x$ - $y$ - $z$  各軸傾斜  $0^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $60^\circ$  與  $90^\circ$  等不同的實驗角度，例如(001)表示感測器以體座標  $z$  軸為軸心傾斜各個實驗角度，而(101)表示感測器先以體座標  $z$  軸傾斜  $30^\circ$ ，再以體座標之  $x$  軸傾斜各個實驗角度。

表 6.2 感測器各種不同傾斜角度之實驗

傾斜軸向 (x-y-z)	傾斜角度
(001)	0°、30°、60°、90°
(010)	0°、30°、60°、90°
(011)	0°、30°、60°、90°，z 軸 30°
(100)	0°、30°、60°、90°
(101)	0°、30°、60°、90°，z 軸 30°

本研究將外力加速度實驗結果以累積誤差、最大誤差、平均值與標準差(Standard Deviation, S.D.)為參考指標，其平均值以初始狀態之角度來做比較，以驗證修正後適應性互補濾波器對於有外在加速度的干擾下是否能夠估算出良好的姿態角結果，以下分別就以直線加速度與旋轉加速度干擾做討論。

### 6.6.1 直線加速度運動實驗結果

在直線加速度方面，利用兩種不同的直線加速度運動干擾當做輸入，分別為連續弦波運動與固定加減速運動。圖 6.21 為利用雷射測距儀所量測出線性滑軌的連續弦波運動軌跡，頻率為 2.5 Hz，此運動為模擬載具在具有震動干擾下使用修正後適應性互補濾波器估算姿態角，藉此測試濾波器對於外在震動干擾之估算效果；圖 6.22 為固定加減速之運動軌跡，此運動為模擬載具在加速與減速的狀態下使用此濾波器，利用此運動來測試其估算效果。

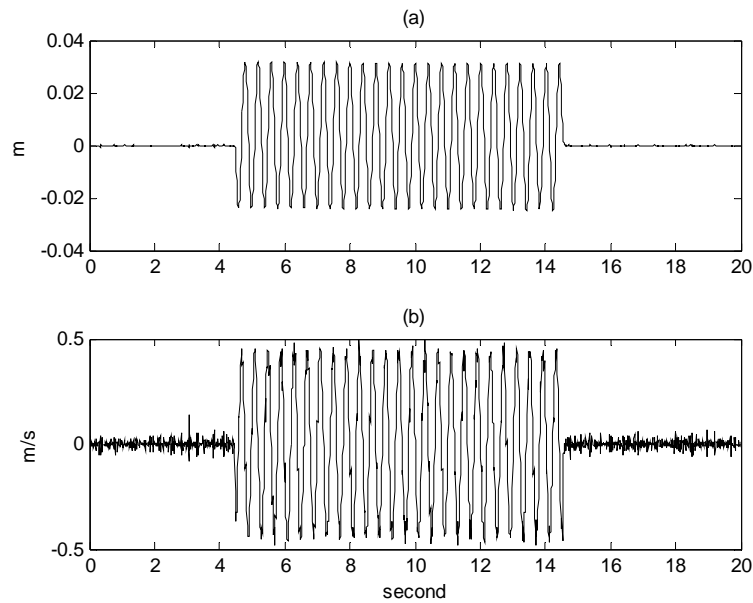


圖 6.21 直線運動之 2.5 Hz 連續弦波運動軌跡

(a) 連續弦波之位移軌跡

(b) 連續弦波之速度軌跡

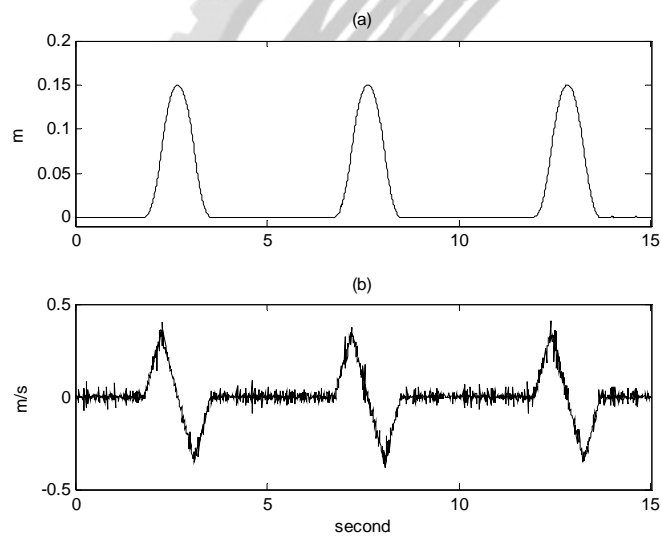


圖 6.22 固定加減速之運動軌跡

(a) 固定加減速度之位移軌跡

(b) 固定加減速度之速度軌跡

圖 6.23 為平台以頻率 2.5 Hz 做弦波往復直線運動，其感測器的狀態為(001)，傾斜  $0^\circ$  之實驗結果，由圖 6.23(a)與 6.23(b)可以得知在平台做弦波往復運動時，修正後適應性互補濾波器對於外在線性加速度有抑制的作用，有效的降低外力加速

度干擾所造成的影響；圖 6.24 至 6.28 為平台以頻率 2.5 Hz 做弦波往復運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.3 與 6.4。

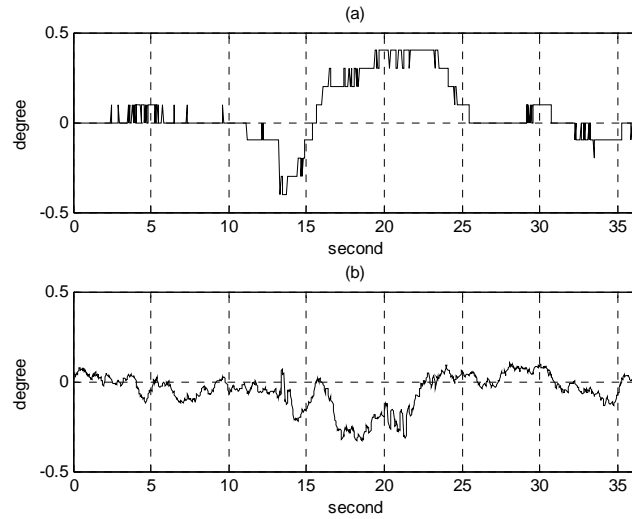


圖 6.23 平台以頻率 2.5 Hz 做弦波往復直線運動，狀態為(001)， $0^\circ$

(a) Xsens 之 Pitch 角輸出結果

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角計算結果

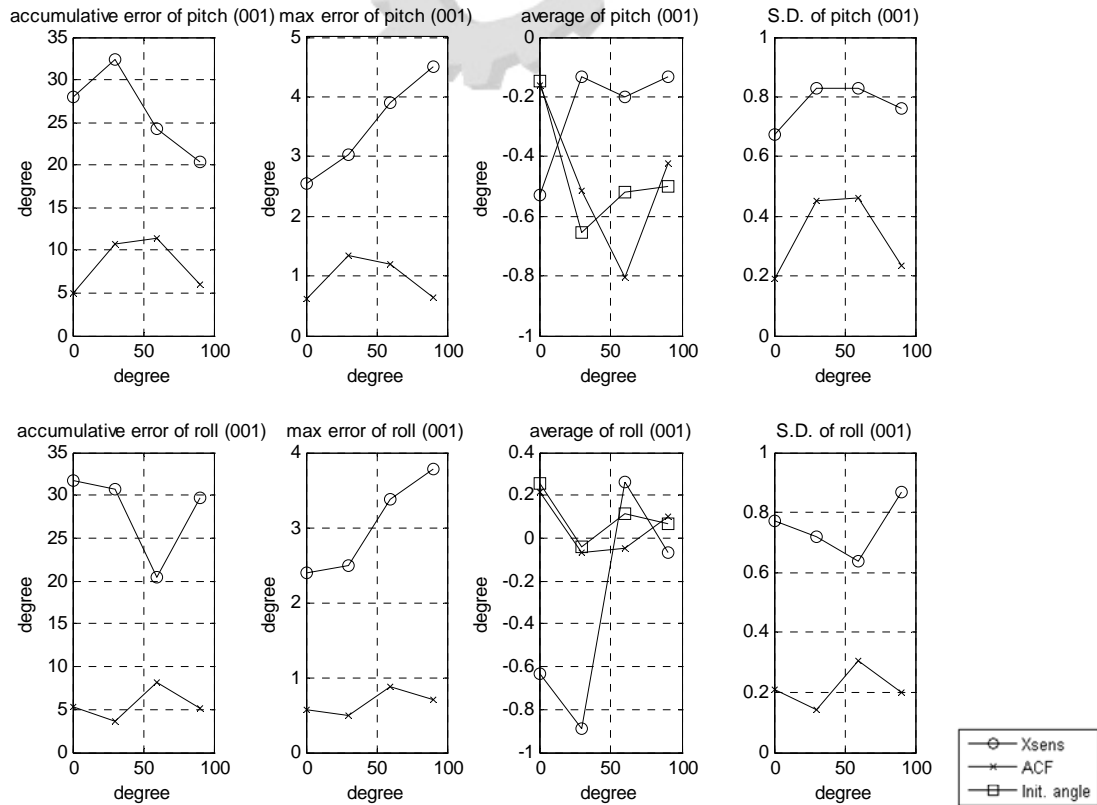


圖 6.24 狀態為(001)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果

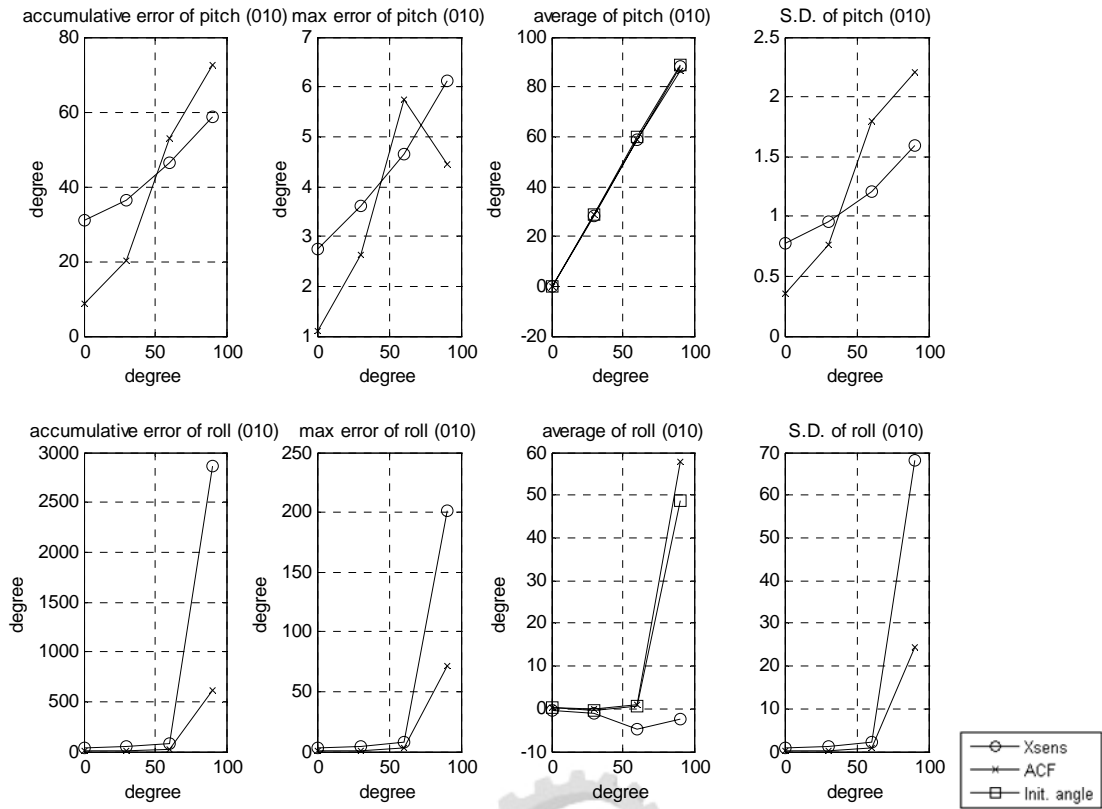


圖 6.25 狀態為(010)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果

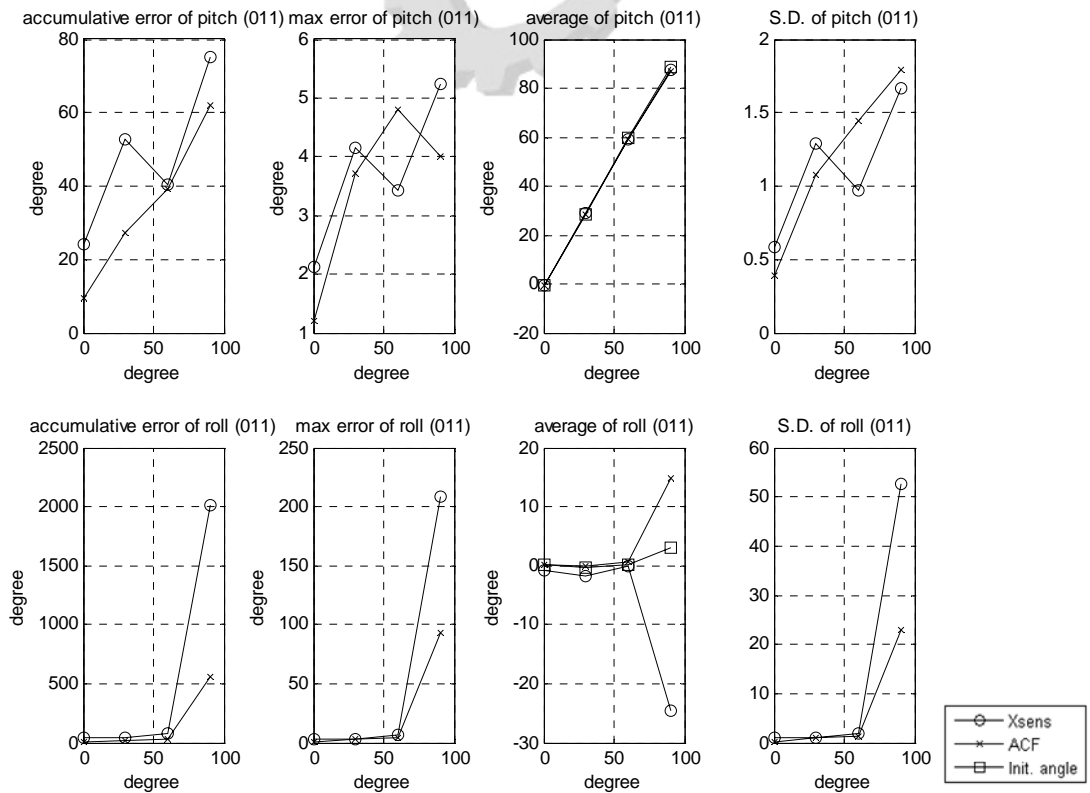


圖 6.26 狀態為(011)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果

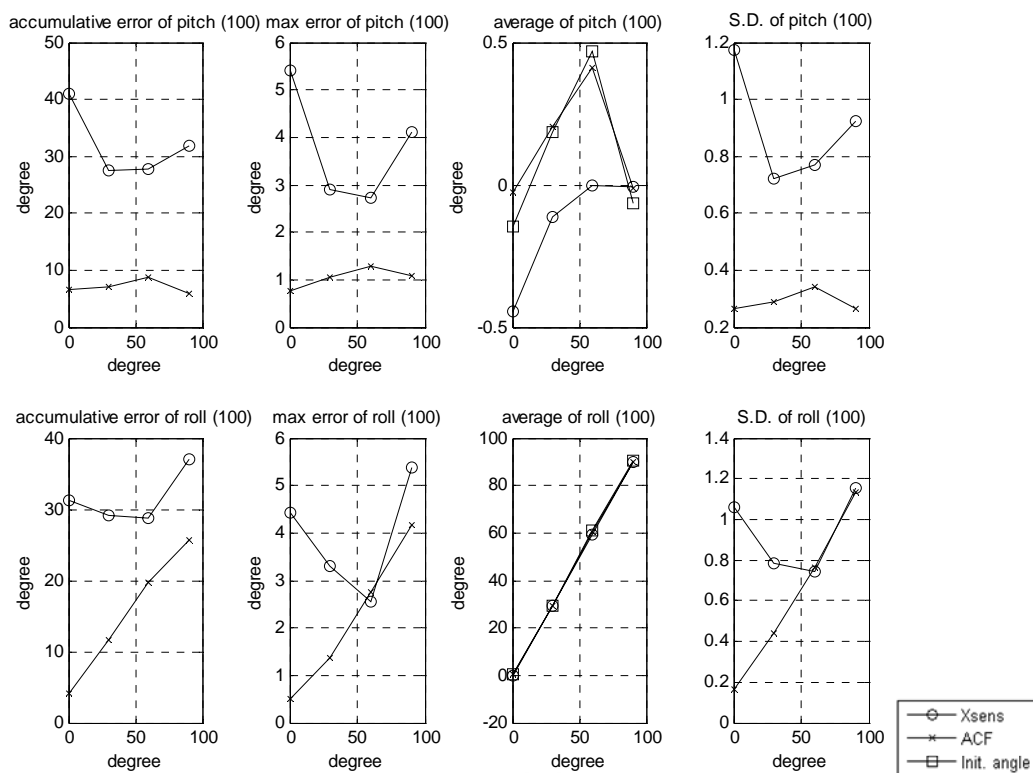


圖 6.27 狀態為(100)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果

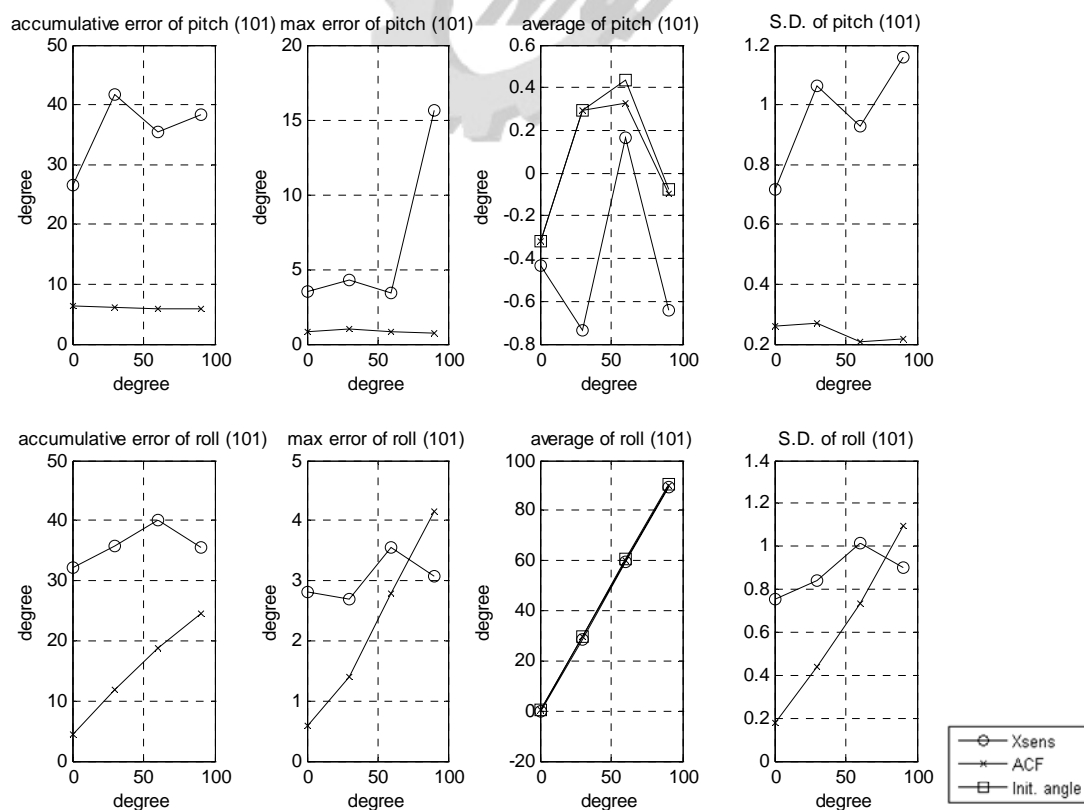


圖 6.28 狀態為(101)，直線弦波往復運動之各個指標參數結果



表 6.3 直線弦波往復運動 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	27.9960	4.9600	2.5510	0.6248	-0.5310	-0.1615	0.6750	0.1920
	30	32.3020	10.7746	3.0250	1.3427	-0.1310	-0.5137	0.8290	0.4540
	60	24.2240	11.4780	3.8990	1.1875	-0.2020	-0.8035	0.8290	0.4625
	90	20.3070	5.9814	4.5090	0.6476	-0.1340	-0.4213	0.7600	0.2359
010	0	31.0860	8.6174	2.7500	1.0950	-0.3700	0.0109	0.7700	0.3519
	30	36.3970	20.3586	3.6200	2.6297	28.4220	28.5328	0.9540	0.7626
	60	46.5110	52.8526	4.6440	5.7530	58.7820	58.4988	1.2050	1.8018
	90	58.7790	72.3770	6.1190	4.4462	88.2160	86.6502	1.5930	2.2095
011	0	24.0970	9.4922	2.1210	1.2043	-0.6630	-0.3803	0.5850	0.3910
	30	52.8250	27.0706	4.1470	3.7167	29.0830	28.2796	1.2860	1.0777
	60	40.3590	39.1048	3.4200	4.7930	59.1930	59.3006	0.9710	1.4457
	90	75.1090	61.9426	5.2400	4.0086	87.5650	87.0494	1.6660	1.7904
100	0	40.9430	6.4931	5.4000	0.7664	-0.4430	-0.0283	1.1750	0.2625
	30	27.5260	7.1160	2.8920	1.0568	-0.1140	0.2046	0.7230	0.2906
	60	27.6680	8.7210	2.7200	1.2736	-0.0020	0.4130	0.7700	0.3439
	90	31.9550	5.9732	4.1240	1.0900	-0.0060	-0.0142	0.9220	0.2640
101	0	26.6080	6.4580	3.5460	0.7827	-0.4360	-0.3192	0.7160	0.2606
	30	41.7960	6.2088	4.3240	0.9753	-0.7370	0.2907	1.0610	0.2676
	60	35.4990	5.8856	3.4610	0.7980	0.1660	0.3287	0.9300	0.2063
	90	38.4270	5.8341	15.6050	0.6872	-0.6420	-0.0939	1.1590	0.2173

表 6.4 直線弦波往復運動 Roll 角之各個指標參數結果

Roll 傾斜方向	傾斜角度	累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
		Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	31.7900	5.3492	2.3970	0.5668	-0.6320	0.2180	0.7740	0.2115
	30	30.7920	3.5761	2.4830	0.4922	-0.8880	-0.0661	0.7210	0.1439
	60	20.5000	8.1404	3.3840	0.8809	0.2650	-0.0473	0.6390	0.3068
	90	29.6640	5.1125	3.7790	0.7037	-0.0650	0.1017	0.8680	0.1978
010	0	32.7100	4.4008	2.7770	0.4420	-0.5500	0.4189	0.8370	0.1680
	30	47.3920	5.3768	3.7780	1.1493	-1.0990	-0.1957	1.1890	0.2519
	60	82.0560	19.8872	7.6670	2.7135	-4.7220	0.7959	2.2520	0.7619
	90	2866.0400	618.8240	201.0760	71.3120	-2.4660	57.8676	68.2880	24.4806
011	0	37.2590	3.6535	2.8590	0.5160	-0.8790	0.1044	0.8750	0.1358
	30	44.3740	19.9578	3.3210	3.0252	-1.6690	-0.1430	1.0060	0.8983
	60	79.3300	30.4626	6.8740	4.3876	0.0340	0.5476	1.8740	1.2093
	90	2013.6800	562.1460	208.0640	93.0860	-24.4940	14.7772	52.7570	22.9306
100	0	31.3310	4.1524	4.4160	0.4947	-0.1880	0.2610	1.0620	0.1651
	30	29.1900	11.7136	3.2920	1.3744	29.4610	29.3082	0.7840	0.4383
	60	28.7440	19.6254	2.5520	2.7551	59.4640	60.7022	0.7430	0.7673
	90	37.0130	25.6328	5.3810	4.1608	89.8860	89.8846	1.1540	1.1332
101	0	32.2120	4.4062	2.8180	0.5810	-0.3460	0.2713	0.7530	0.1789
	30	35.8360	11.7396	2.6930	1.4004	28.7680	29.6114	0.8380	0.4395
	60	40.0120	18.7226	3.5640	2.7890	59.5360	60.3602	1.0120	0.7317
	90	35.4230	24.4458	3.0640	4.1522	89.4890	90.0230	0.9000	1.0961

由圖 6.24 至 6.28 的結果來看，同樣可以看出大部分的修正後適應性互補濾波器指標參數結果比 Xsens 之輸出結果來的好，但是在 Pitch 角接近 90°時，Pitch 角與 Roll 角累積誤差仍然是有逐漸加大的趨勢，目前推測的原因可能是因為實驗環境的影響而導致磁場變化，而(2-16)式有加入磁場向量計算，因此導致累積誤差有變大的現象。其他的角度實驗結果，仍然可以得到修正後適應性互補濾波器能夠有效的降低對於較高頻之震動干擾。

再來討論模擬載具做加減速運動時所造成的干擾影響，圖 6.29 為平台模擬載具做加減速運動，其感測器的狀態為(001)，傾斜 0°之實驗結果，由圖 6.29(a)與 6.29(b)可以得知在平台做加減速運動時，修正後適應性互補濾波器對於外在線性加減速度干擾有抑制的作用，降低外在的干擾。圖 6.30 至 6.34 為平台做加減速運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.5 與 6.6。

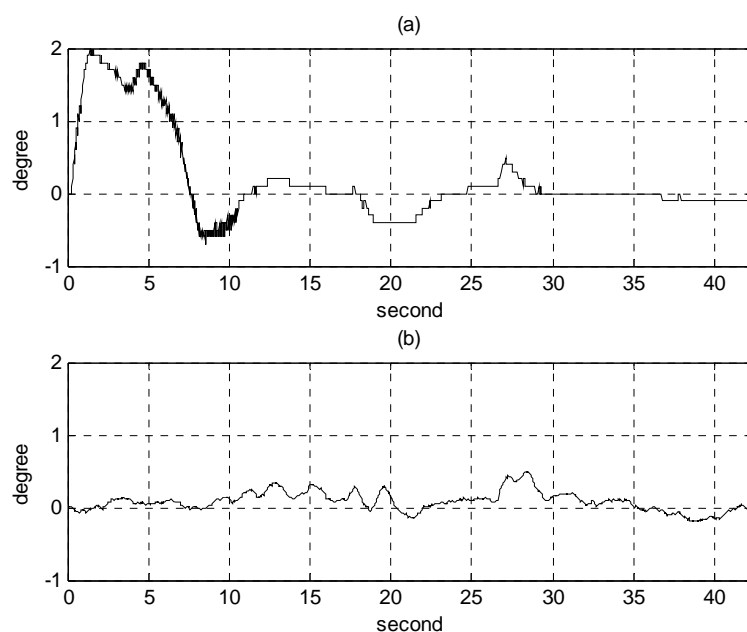


圖 6.29 平台做加減速直線運動，狀態為(001)， $0^\circ$

(a) Xsens 之 Pitch 角輸出結果

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角計算結果

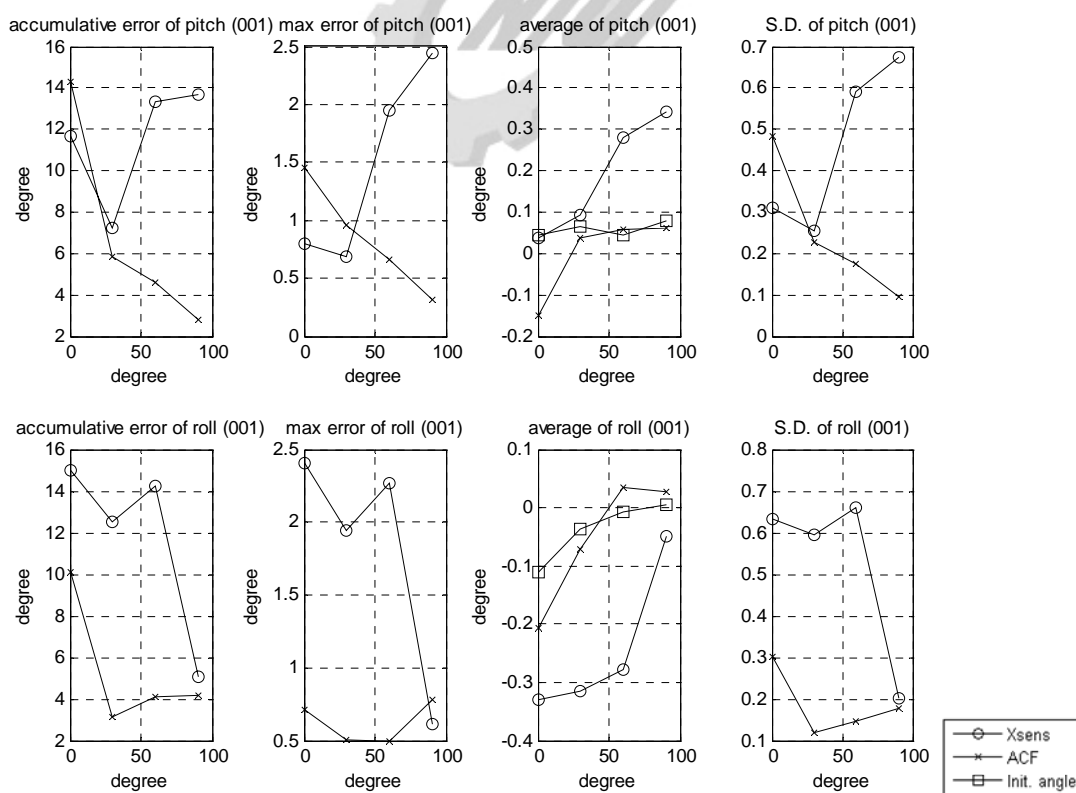


圖 6.30 狀態為(001)，直線加減速運動之各個指標參數結果

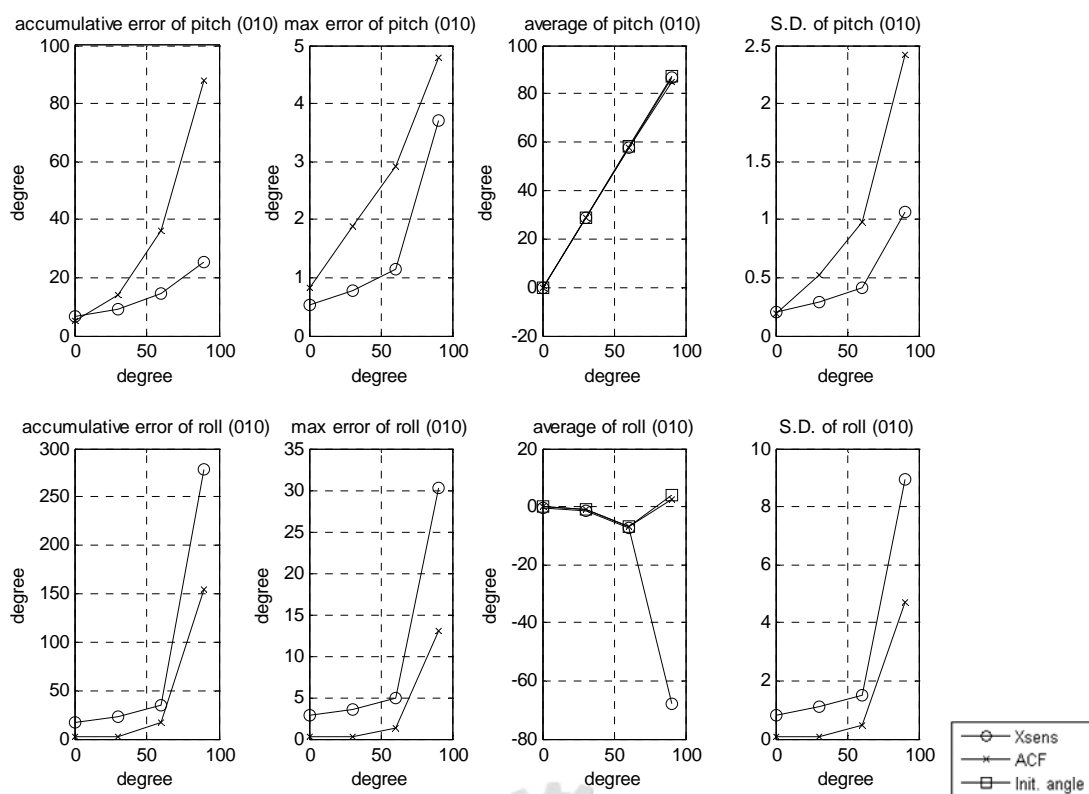


圖 6.31 狀態為(010)，直線加減速運動之各個指標參數結果

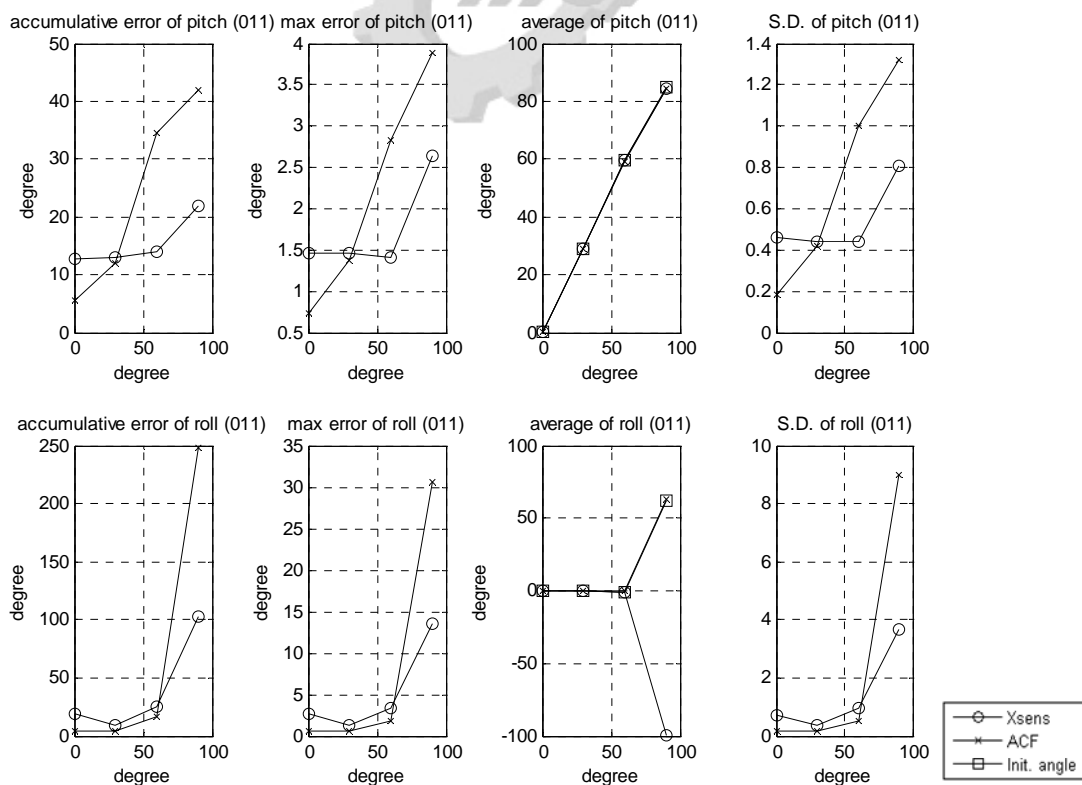


圖 6.32 狀態為(011)，直線加減速運動之各個指標參數結果

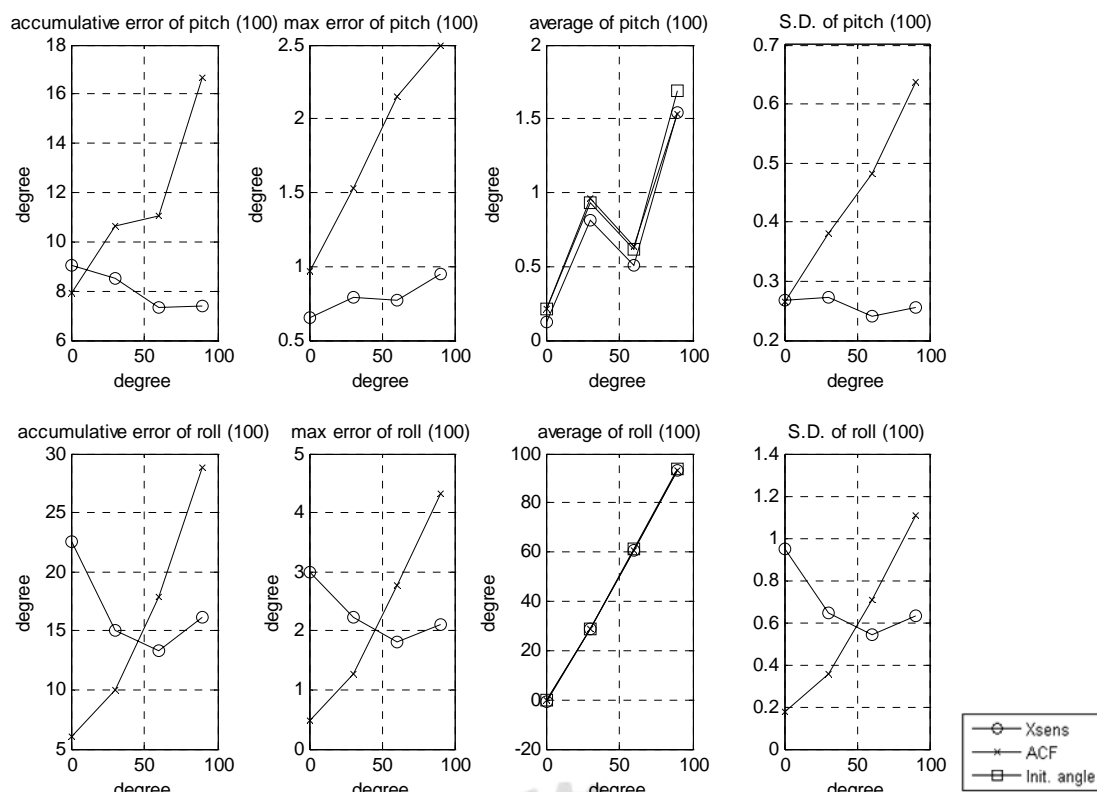


圖 6.33 狀態為(100)，直線加減速運動之各個指標參數結果

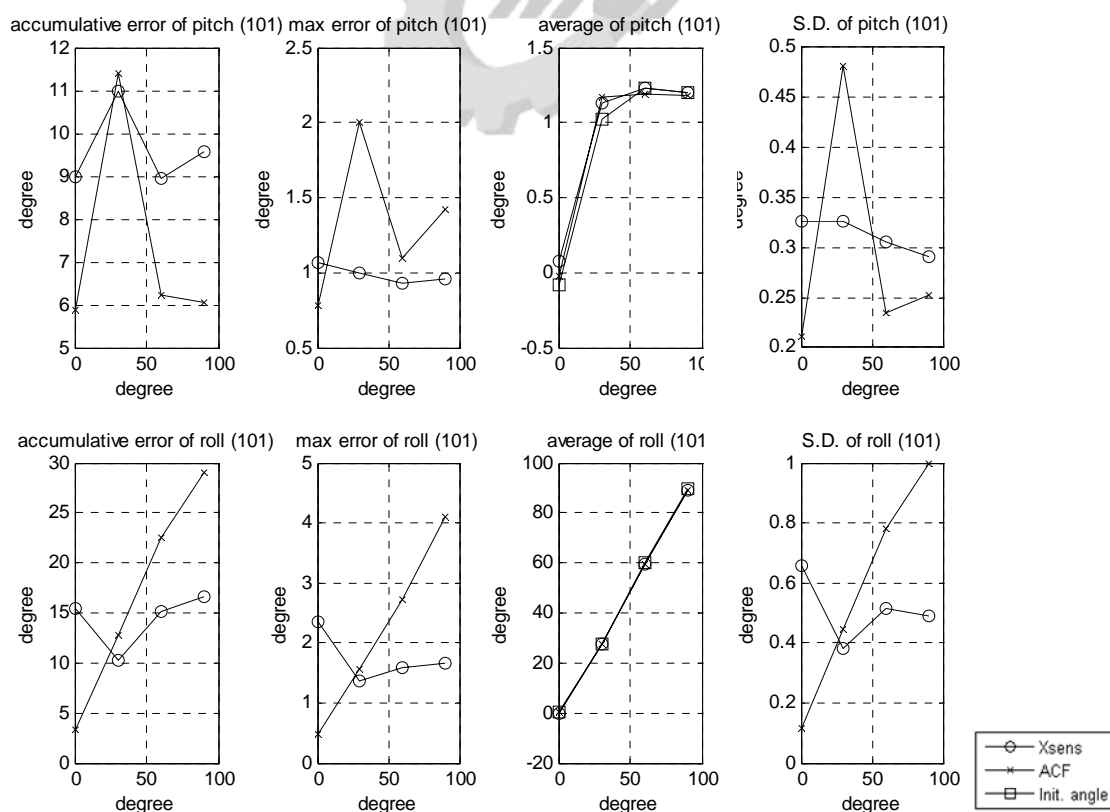


圖 6.34 狀態為(101)，直線加減速運動之各個指標參數結果

表 6.5 直線加減速運動 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	11.6689	46.2395	0.7946	2.9243	0.0054	0.2961	0.3091	1.2044
	30	7.2417	5.8416	0.6822	0.9573	-0.0282	0.0260	0.2555	0.2284
	60	13.3324	4.5685	1.9537	0.6650	-0.2338	-0.0102	0.5911	0.1741
	90	13.6776	2.8139	2.4400	0.3186	-0.2627	0.0169	0.6739	0.0951
010	0	6.5467	4.9392	0.5413	0.8299	0.0040	-0.0580	0.2092	0.1950
	30	8.8685	13.8006	0.7801	1.8780	0.1874	0.2254	0.2907	0.5182
	60	14.4217	36.2276	1.1541	2.9196	0.1028	0.3066	0.4145	0.9782
	90	25.6096	92.7996	3.7047	4.9681	0.5536	1.8630	1.0689	2.4624
011	0	12.6935	5.5097	1.4639	0.7290	-0.1778	-0.0333	0.4590	0.1807
	30	12.8981	12.0772	1.4610	1.3682	0.1084	0.1446	0.4390	0.4160
	60	14.0932	34.5862	1.4006	2.8328	-0.0076	0.5218	0.4410	1.0006
	90	21.9800	46.0874	2.6363	3.8807	0.4122	0.2342	0.8052	1.3544
100	0	9.0402	7.9403	0.6476	0.9721	0.0806	0.0009	0.2680	0.2652
	30	8.4840	10.6639	0.7953	1.5259	0.1252	-0.0244	0.2717	0.3820
	60	7.3359	11.0772	0.7735	2.1546	0.1102	-0.0214	0.2398	0.4822
	90	7.3815	25.3502	0.9457	2.7678	0.1452	0.1410	0.2560	0.8448
101	0	8.9726	5.8918	1.0652	0.7773	-0.1590	-0.0661	0.3272	0.2111
	30	10.9899	11.3832	1.0022	2.0024	-0.1062	-0.1461	0.3263	0.4812
	60	8.9653	6.2096	0.9298	1.0966	-0.0074	0.0391	0.3049	0.2352
	90	9.5553	6.0424	0.9621	1.4237	-0.0066	0.0211	0.2905	0.2531

表 6.6 直線加減速運動 Roll 角之各個指標參數結果

Roll		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsens	ACF
001	0	15.0104	6.6902	2.4102	0.4847	0.2206	0.0168	0.6340	0.1934
	30	12.4978	3.1504	1.9444	0.5074	0.2792	0.0341	0.5959	0.1200
	60	14.2102	4.1325	2.2720	0.5004	0.2705	-0.0426	0.6620	0.1480
	90	5.0749	4.1774	0.6130	0.7756	0.0553	-0.0211	0.2008	0.1783
010	0	16.7754	2.2856	2.8781	0.2689	0.3368	0.0076	0.8359	0.0783
	30	23.4414	2.6800	3.5206	0.3162	0.4534	0.0157	1.0953	0.0951
	60	35.0228	17.4957	4.9377	1.3076	0.5035	-0.0760	1.5045	0.4531
	90	278.6220	259.8116	30.1806	22.9074	71.9215	-0.1124	8.9577	7.7561
011	0	18.7928	4.7691	2.6498	0.6803	0.3494	-0.0173	0.7199	0.1596
	30	9.2115	4.3719	1.2732	0.6374	0.0524	-0.0531	0.3551	0.1628
	60	24.9260	16.1523	3.3126	1.8489	0.3638	-0.1469	0.9478	0.5353
	90	102.4270	382.6260	13.5021	36.0632	161.5878	1.7224	3.6872	12.3328
100	0	22.5743	6.0063	2.9873	0.4701	0.4148	0.0091	0.9500	0.1744
	30	15.0252	10.0036	2.2363	1.2799	0.3188	0.0822	0.6465	0.3530
	60	13.3257	17.8774	1.8046	2.7740	0.2188	0.2670	0.5439	0.7084
	90	16.0938	33.6182	2.1066	4.3171	0.0738	0.3456	0.6320	1.1582
101	0	15.3836	3.2830	2.3456	0.4702	0.3179	-0.0282	0.6577	0.1159
	30	10.2248	12.8004	1.3714	1.5593	0.1816	0.1158	0.3828	0.4466
	60	15.2074	22.5316	1.5946	2.7249	0.2820	0.4450	0.5142	0.7785
	90	16.6634	29.0666	1.6722	4.0992	0.2300	0.3644	0.4899	0.9974

由圖 6.30 至 6.34 的結果來看，可以看出在 Pitch 角與 Roll 角的累積誤差與最大誤差改善效果有限，其原因可能是陀螺儀之累積誤差所造成之影響。圖 6.35 為感測器狀態為(010)，90 °之位移軌跡圖，圖 6.36 為修正後適應性互補濾波器與利用陀螺儀量測值所計算的 Pitch 角計算輸出，由圖 6.36 比較可以得知在有直線加減速度運動時，其濾波器的 Pitch 角輸出趨勢與陀螺儀所計算之 Pitch 角相似。

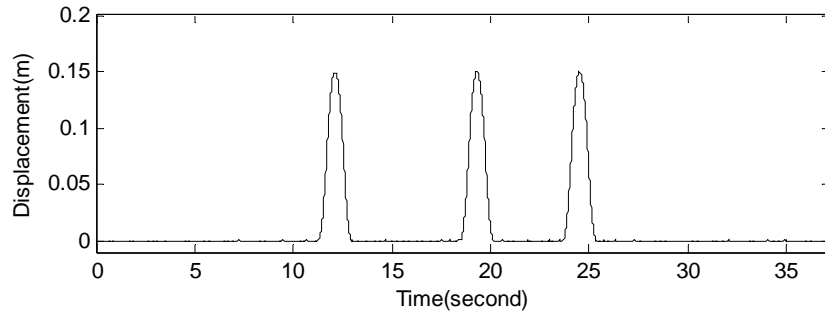


圖 6.35 感測器狀態為(010)， $90^\circ$ 之位移軌跡圖

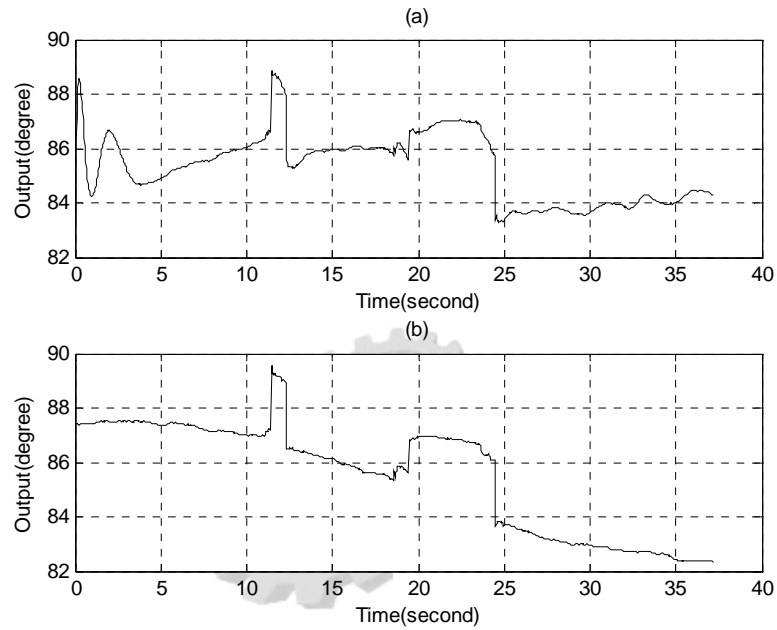


圖 6.36 感測器狀態為(010)， $90^\circ$ 之 Pitch 角計算輸出

(a) 修正後適應性互補濾波器

(b) 陀螺儀量測值所計算的 Pitch 角計算輸出

其原因為本研究之狀態估測器會根據設定的閾值做適應性的判斷，利用陀螺儀所計算之姿態角作為主要的計算依據；若是陀螺儀所計算之姿態角因為累積誤差的因素產生計算誤差，以目前本研究之修正後適應性互補濾波器架構無法判別此誤差，只能降低其誤差的影響，所以在長時間具有線性外力加速度干擾時，無法有效的改善持續的加減速度干擾。

另外在 Pitch 接近  $90^\circ$  仍然有累積誤差較大的現象，其原因除了演算法架構的因素，也與磁場干擾有關。經過兩種不同的干擾源測試修正後適應性互補濾波器，其降低外在的線性加速度干擾而造成的姿態角誤差效果有限。



## 6.6.2 旋轉加速度運動實驗結果

在外力旋轉加速度干擾方面，同樣也測試兩種不同的運動輸入，分別為固定角速度旋轉運動與具有角加速度之弦波往復旋轉運動。在固定角速度旋轉運動實驗方面，本研究分別以 20 與 10 cm 的旋轉半徑(R)和 30 與 60 °/s 角速度(V)條件互相搭配下，模擬載具在不同的轉彎狀態下使用修正後適應性互補濾波器估算姿態角，藉此測試修正後適應性互補濾波器的估算效果。

圖 6.37 為旋轉平台做等角速度( $R=10\text{ cm}$ ,  $V=60\text{ °/s}$ )旋轉運動，其感測器的狀態為(001)，傾斜  $0^\circ$  之實驗結果，由圖 6.37(a)與 6.37(b)可以得知在平台做等角速度旋轉運動時，修正後適應性互補濾波器對於離心力有抑制的作用，有效的降低外在的干擾；圖 6.38 至 6.42 為平台做等角速度( $R=10\text{ cm}$ ,  $V=60\text{ °/s}$ )旋轉運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.7 與 6.8。

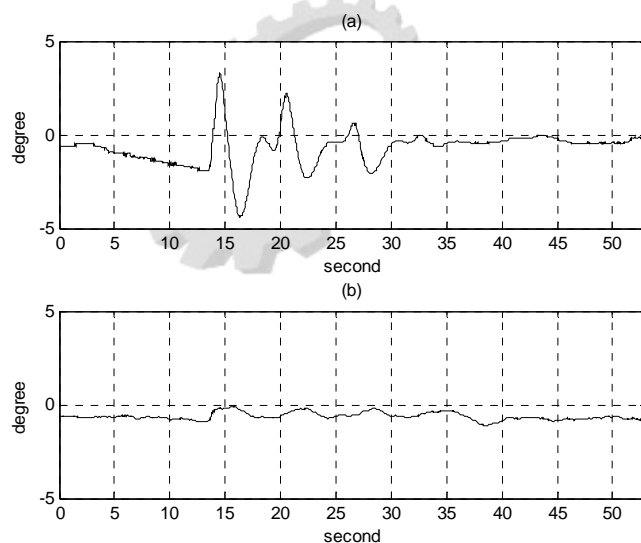


圖 6.37 旋轉平台做等角速度( $R=10\text{ cm}$ ,  $V=60\text{ °/s}$ )旋轉運動計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$

(a) Xsens 之 Pitch 輸出結果

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 計算結果

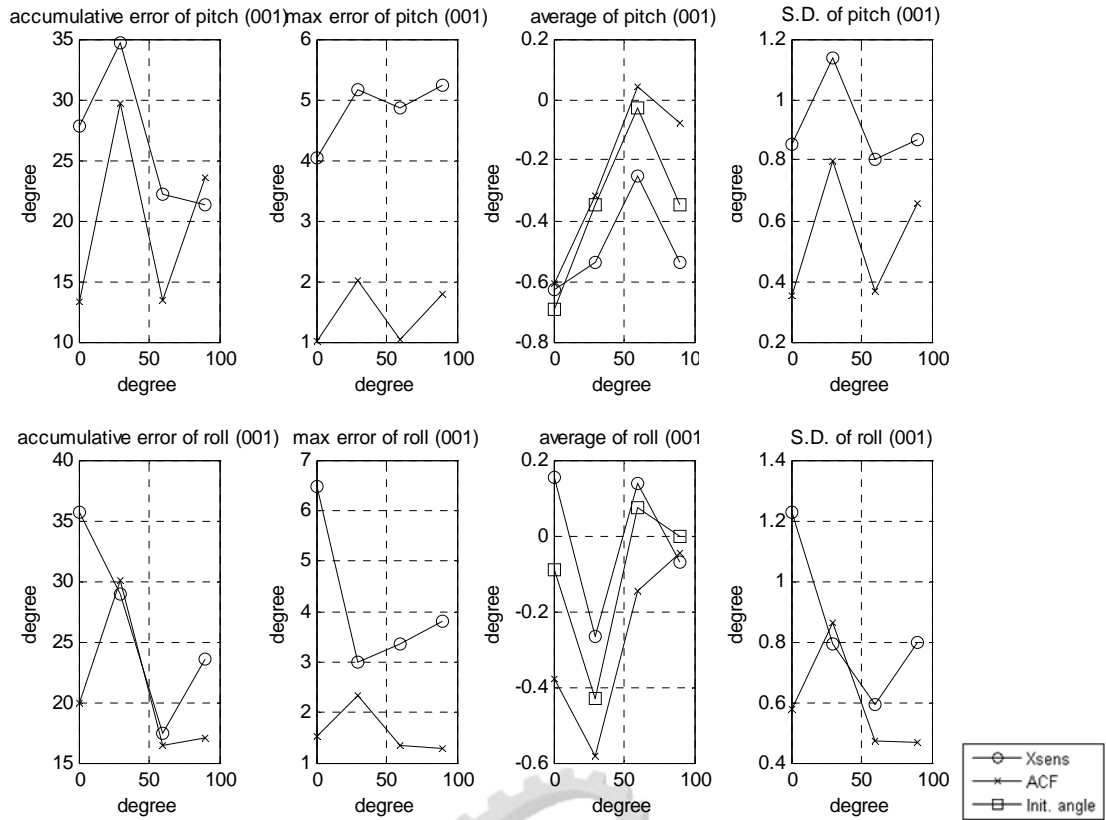


圖 6.38 狀態為(001)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$  之定角速度旋轉之各個指標參數結果

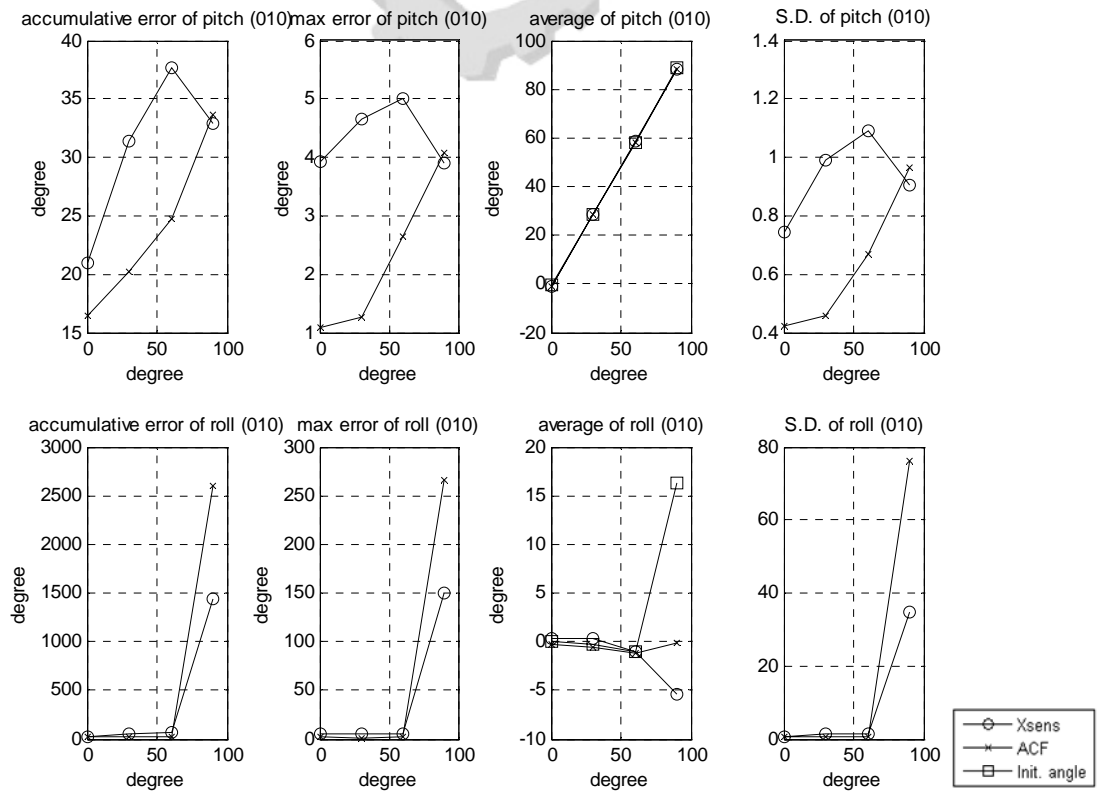


圖 6.39 狀態為(010)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$  之定角速度旋轉之各個指標參數結果

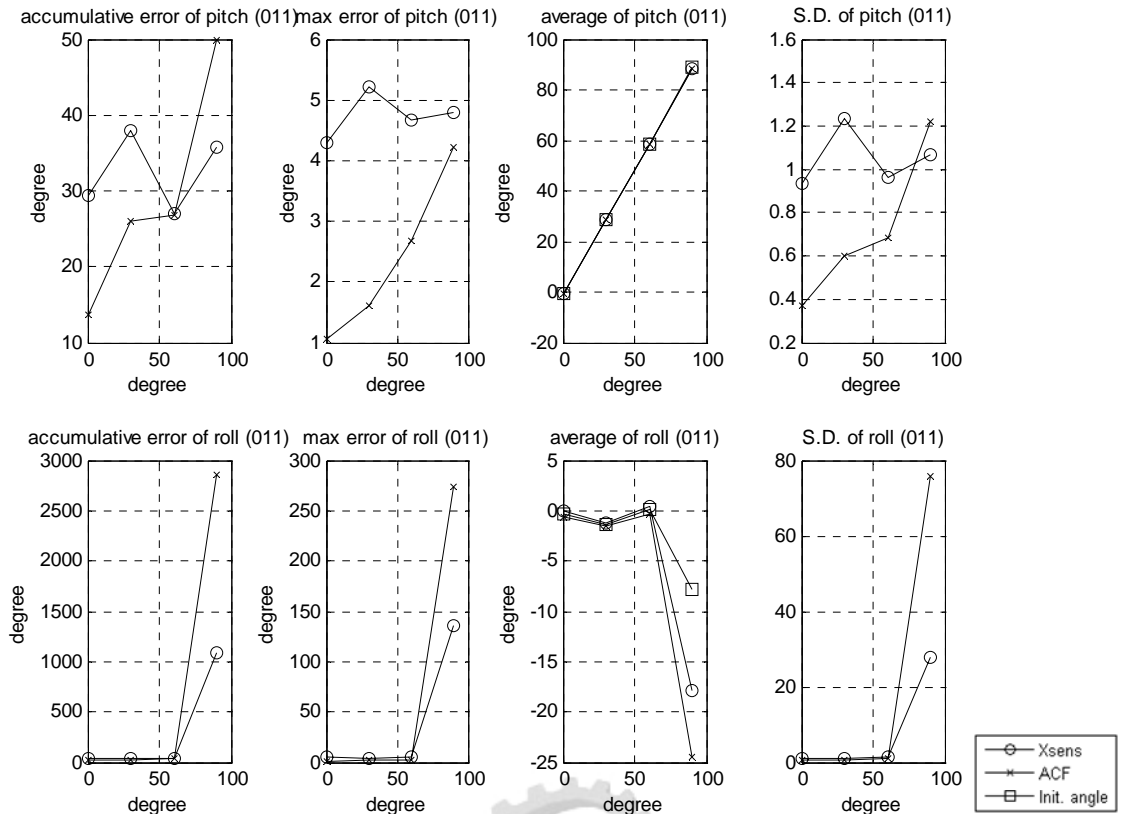


圖 6.40 狀態為(011)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

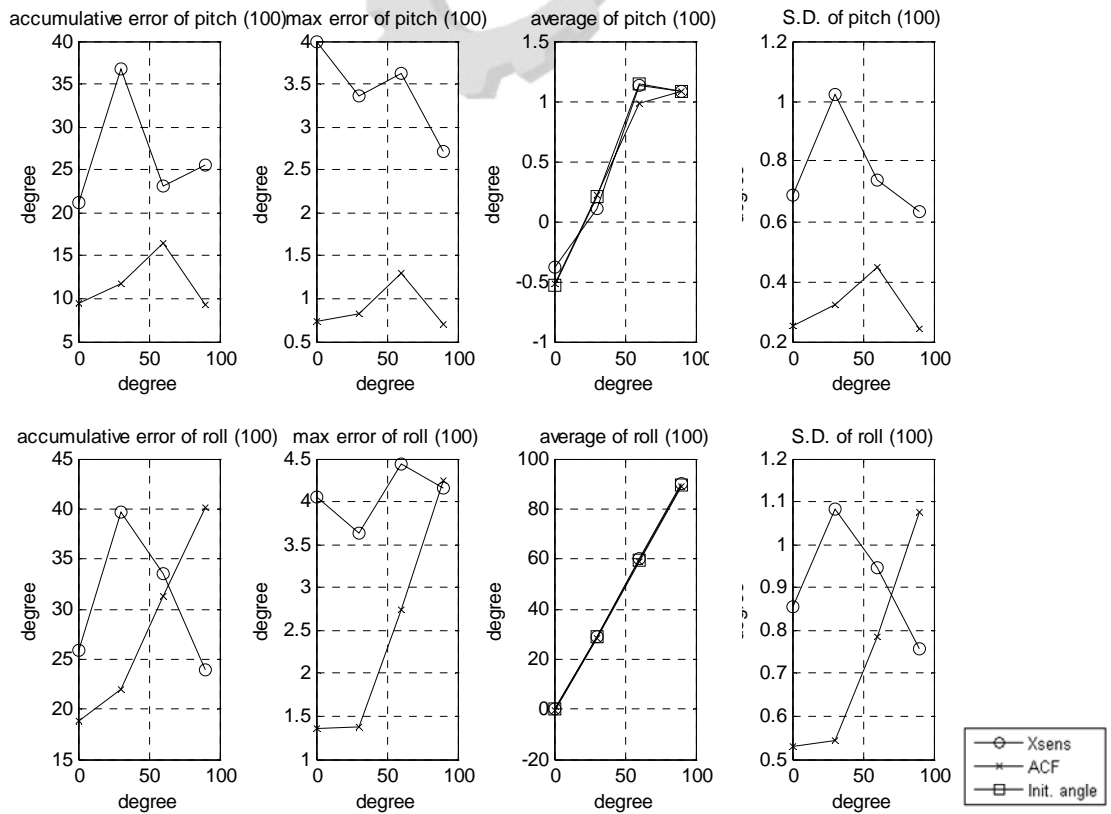


圖 6.41 狀態為(100)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

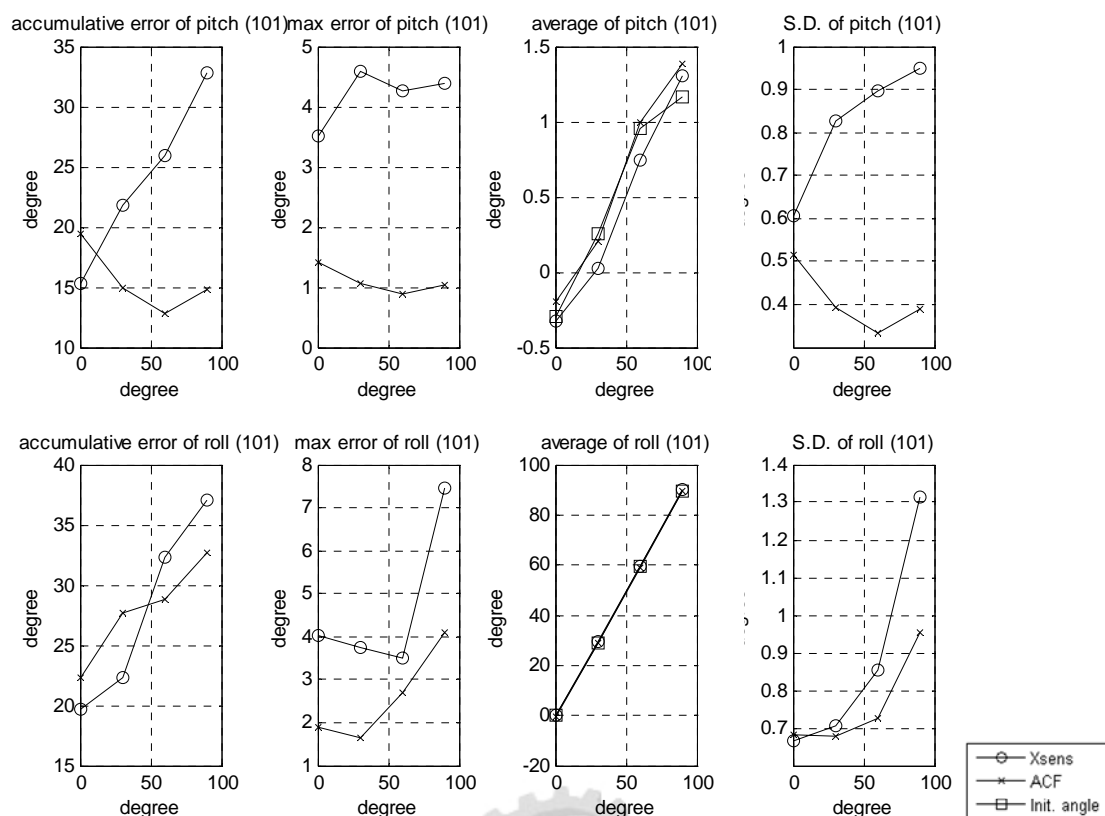


圖 6.42 狀態為(101)， $R=10\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

表 6.7 R=10 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	27.8352	13.2907	4.0383	1.0148	-0.0647	-0.0841	0.8514	0.3533
	30	34.7402	29.6540	5.1522	2.0203	0.1875	-0.0327	1.1381	0.7964
	60	22.1884	13.4050	4.8543	1.0263	0.2256	-0.0685	0.8031	0.3686
	90	21.2518	23.5480	5.2308	1.8002	0.1856	-0.2707	0.8664	0.6594
010	0	20.9720	16.4184	3.9238	1.0944	0.0807	0.0473	0.7453	0.4219
	30	31.3846	20.2118	4.6486	1.2712	0.1162	0.2992	0.9893	0.4593
	60	37.7344	24.7468	5.0022	2.6540	-0.2318	0.1252	1.0933	0.6687
	90	32.8752	33.6164	3.8972	4.0774	0.3016	0.3678	0.9056	0.9627
011	0	29.4610	13.6080	4.2986	1.0526	0.0786	-0.1427	0.9374	0.3701
	30	38.0410	25.9888	5.2269	1.6172	0.3662	0.0616	1.2319	0.5981
	60	27.0116	26.8202	4.6730	2.6884	0.1282	0.2240	0.9630	0.6840
	90	35.6958	49.8644	4.7894	4.2122	0.3770	0.7208	1.0667	1.2199
100	0	21.1712	9.4222	3.9941	0.7341	-0.1477	-0.0057	0.6855	0.2512
	30	36.6940	11.7922	3.3638	0.8266	0.0918	-0.0165	1.0216	0.3210
	60	23.1976	16.4124	3.6191	1.2881	0.0049	0.1539	0.7390	0.4475
	90	25.6268	9.2520	2.7067	0.7042	0.0074	0.0060	0.6316	0.2440
101	0	15.2820	19.4286	3.5050	1.4166	0.0281	-0.1006	0.6056	0.5171
	30	21.8666	14.9492	4.5952	1.0590	0.2262	0.0529	0.8282	0.3929
	60	25.9002	12.7529	4.2570	0.8773	0.2118	-0.0357	0.8957	0.3336
	90	32.8188	14.8358	4.3905	1.0370	-0.1398	-0.2270	0.9475	0.3887

表 6.8 R=10 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Roll 角之各個指標參數結果

Roll		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	35.6354	19.9310	6.4888	1.5152	-0.2440	0.2880	1.2250	0.5782
	30	28.9318	30.0338	3.0013	2.3466	-0.1636	0.1525	0.7913	0.8623
	60	17.3874	16.4468	3.3549	1.3568	-0.0617	0.2196	0.5931	0.4754
	90	23.6000	17.0095	3.8172	1.2787	0.0657	0.0429	0.7974	0.4672
010	0	21.0718	23.2986	4.6508	1.9100	-0.2642	0.3337	0.7358	0.6939
	30	48.7996	19.3874	4.9335	1.4320	-0.5669	0.2417	1.2177	0.5232
	60	62.9970	22.2766	6.0228	1.7092	-0.0201	0.1311	1.5507	0.6075
	90	1445.9020	2596.7600	149.9520	266.3180	21.7695	16.4721	34.8360	76.2580
011	0	30.5872	17.5614	5.9936	1.4376	-0.3129	0.2297	1.0871	0.5086
	30	42.7804	25.6872	3.6224	2.0258	-0.1906	0.1786	1.0632	0.7078
	60	44.9486	33.3970	5.7509	2.5578	-0.3378	0.4181	1.2629	0.9515
	90	1090.7080	2862.6800	136.4120	273.3480	9.9606	16.5556	27.8356	75.7426
100	0	25.8848	18.8584	4.0531	1.3568	-0.1398	0.3101	0.8553	0.5308
	30	39.7068	22.0310	3.6337	1.3778	-0.3246	0.2996	1.0841	0.5450
	60	33.5086	31.3298	4.4447	2.7356	-0.4852	0.4414	0.9472	0.7875
	90	23.8852	40.1590	4.1644	4.2390	-0.1566	0.6754	0.7582	1.0770
101	0	19.7378	22.2824	4.0261	1.9036	-0.1621	0.3336	0.6680	0.6827
	30	22.3562	27.6598	3.7399	1.6579	-0.1904	0.3902	0.7051	0.6777
	60	32.2590	28.7968	3.4897	2.7007	-0.1998	0.3582	0.8526	0.7277
	90	37.0092	32.6648	7.4689	4.1021	-0.2894	0.5252	1.3151	0.9550

由 6.38 至 6.42 的結果來看，可以看出大部分的指標參數結果比 Xsens 之輸出結果來的好，而接近 90° 仍然會有累積誤差較大的現象。其他的角度實驗結果可以得知修正後適應性互補濾波器能夠有效的降低離心力所造成的干擾。

再來將旋轉半徑由 10 cm 增加至 20 cm，並將角速度由 60 °/s 降至 30 °/s，觀察其結果是否會有改變。圖 6.43 為旋轉平台做等角速度(R=20 cm, V=30 °/s)旋轉運動，感測器狀態為(001)，0°之計算結果，由圖 6.43(a)與 6.43(b)可以比較出修正後適應性互補濾波器同樣能夠降低離心力的影響，計算出穩定且精確的姿態角。圖 6.44 至 6.48 為平台做等角速度(R=20 cm, V=30 °/s)旋轉運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.9 與 6.10。

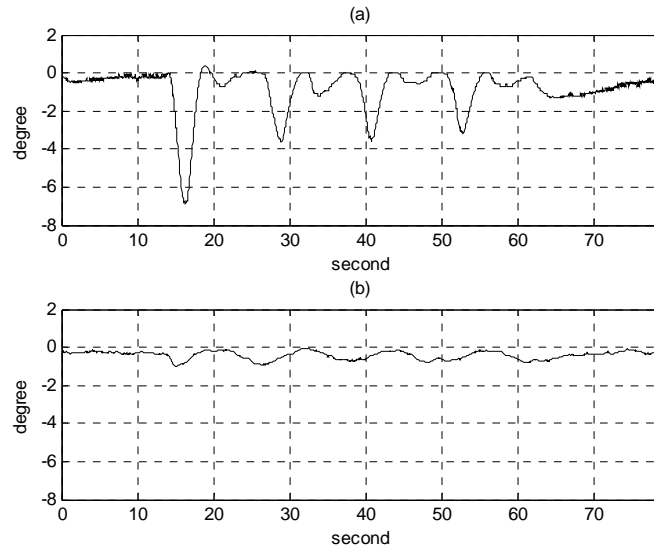


圖 6.43 旋轉平台做等角速度( $R=20\text{ cm}$ ,  $V=30^\circ/\text{s}$ )旋轉運動計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$

(a) Xsens 之 Pitch 角輸出結果

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角計算結果

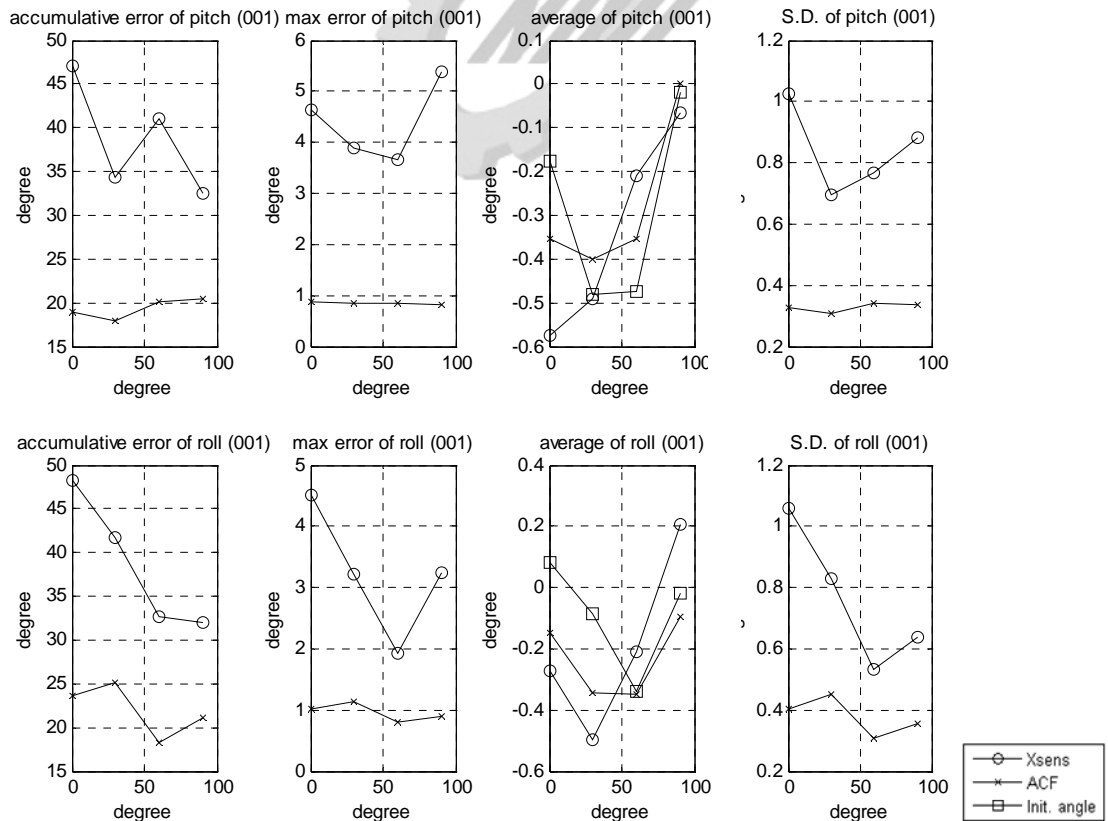


圖 6.44 狀態為(001)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

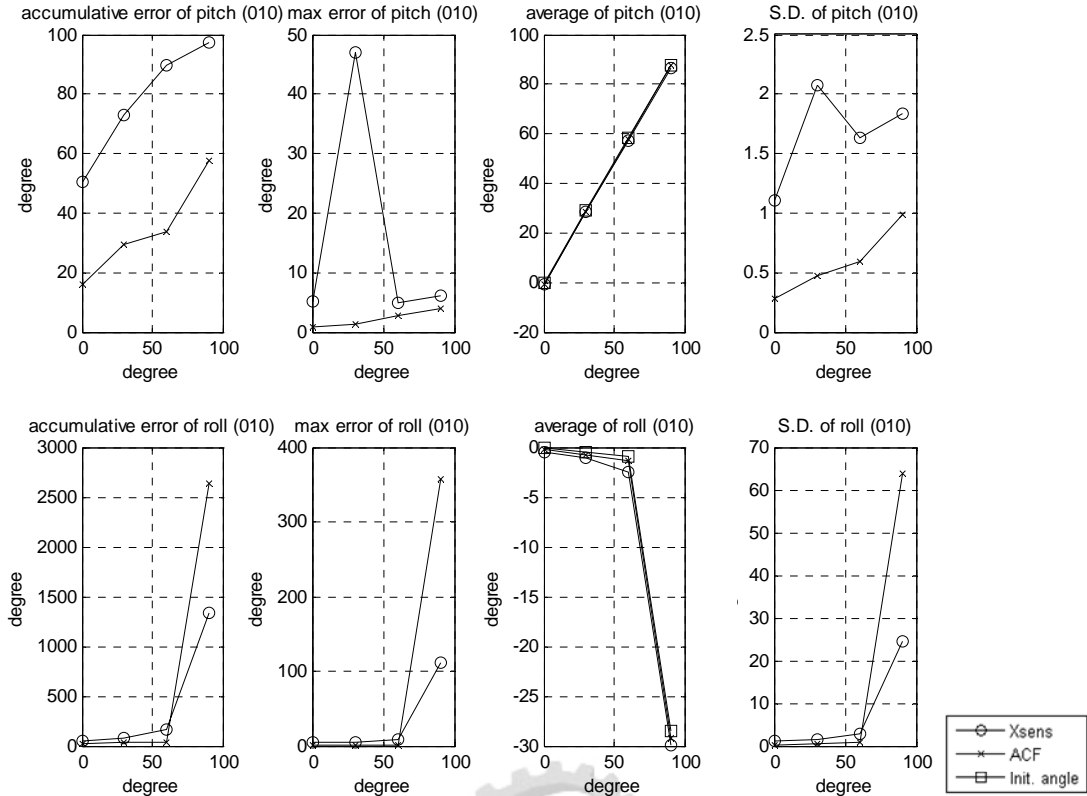


圖 6.45 狀態為(010)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

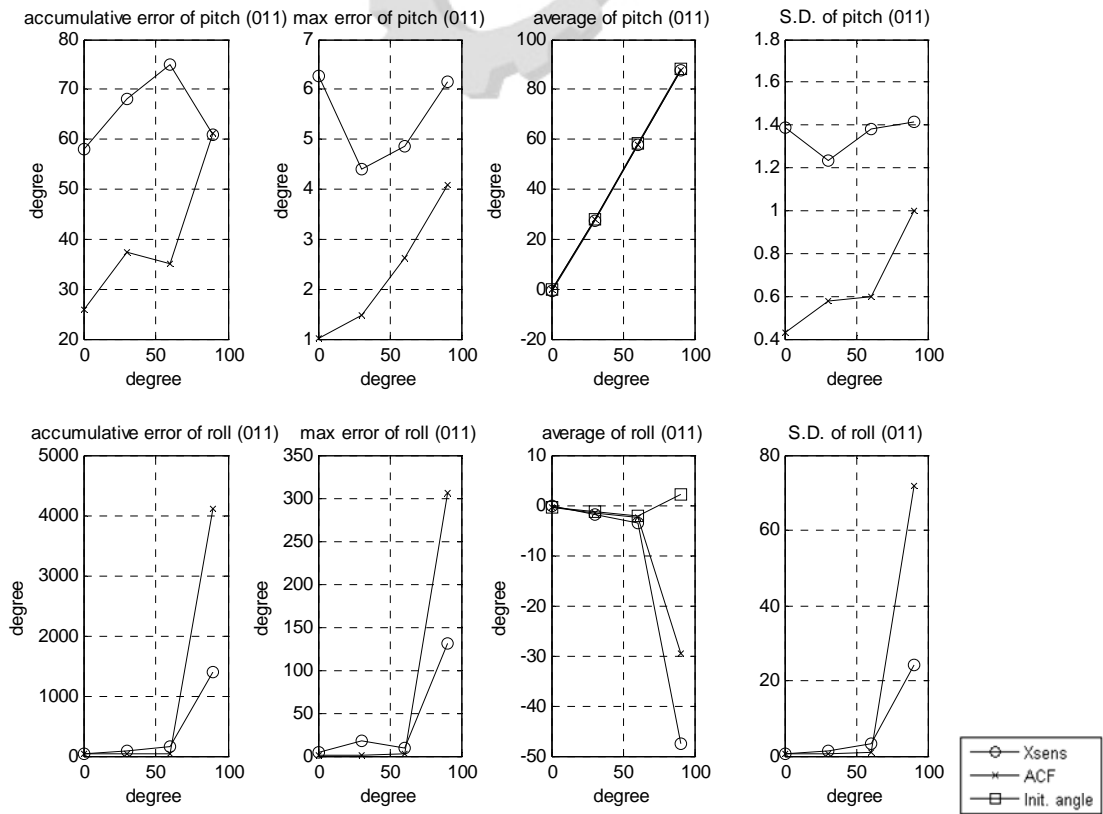


圖 6.46 狀態為(011)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=30\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果



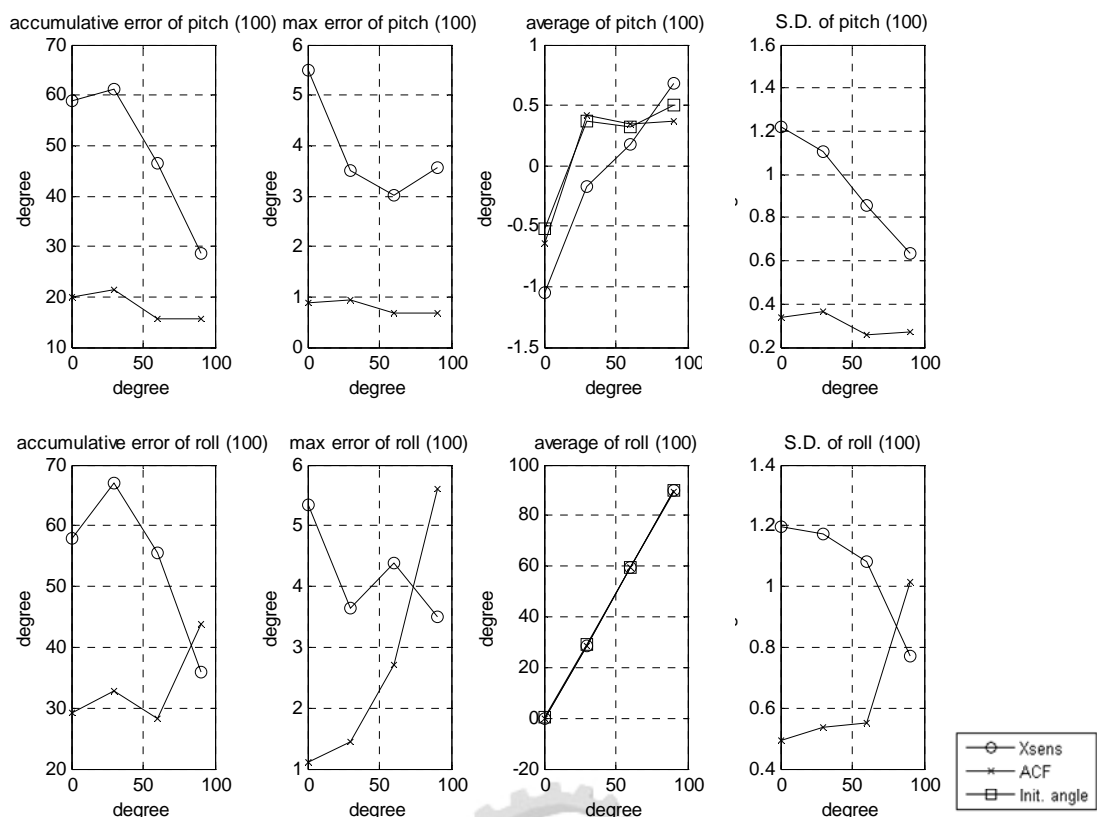


圖 6.47 狀態為(100)， $R=20$  cm， $V=30$  °/s 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

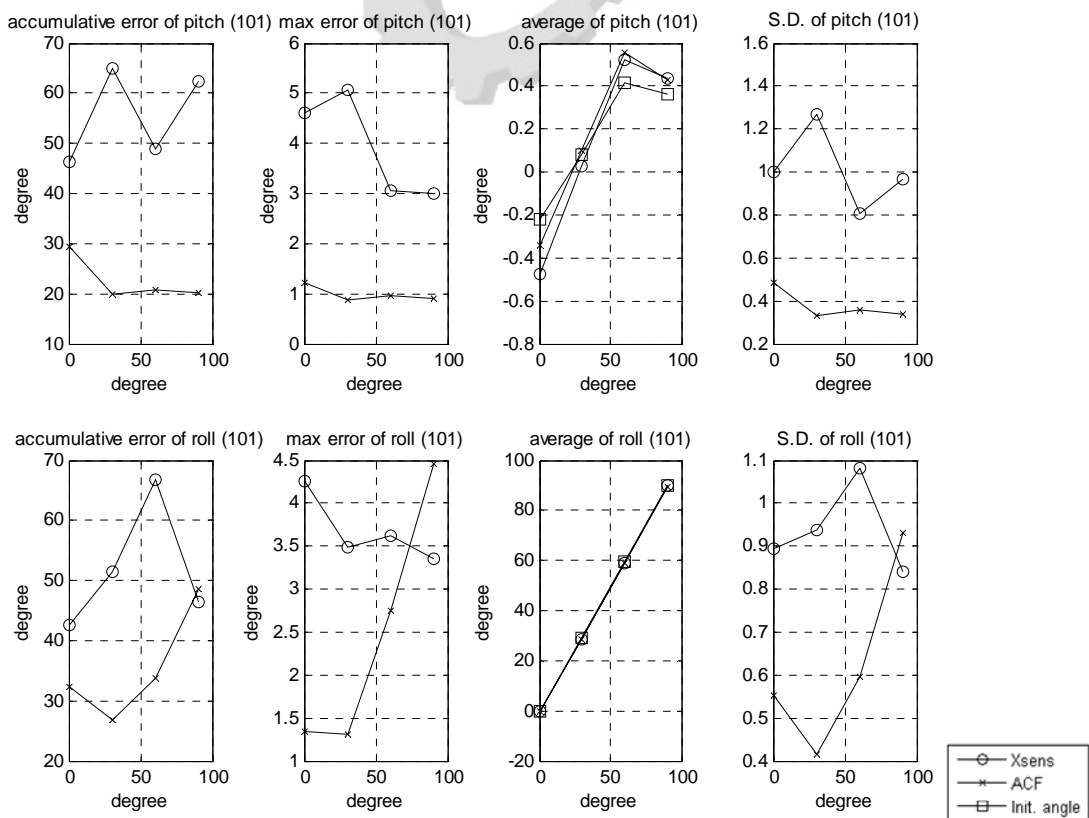


圖 6.48 狀態為(101)， $R=20$  cm， $V=30$  °/s 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

表 6.9 R=20 cm，V=30 °/s 之定角速度旋轉 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	46.9990	18.9704	4.6430	0.8772	0.3990	0.1768	1.0262	0.3252
	30	34.4084	17.9492	3.8775	0.8522	0.0092	-0.0801	0.6971	0.3098
	60	41.0896	20.0625	3.6644	0.8492	-0.2644	-0.1212	0.7672	0.3427
	90	32.5008	20.4810	5.3746	0.8131	0.0457	-0.0211	0.8840	0.3355
010	0	50.4548	16.2316	5.0648	0.7491	0.3483	0.1535	1.1025	0.2819
	30	73.0598	29.4850	47.1038	1.3577	0.4382	0.2114	2.0774	0.4739
	60	89.7334	33.7902	4.8901	2.6596	0.9612	0.0254	1.6312	0.5982
	90	97.2738	57.8550	6.2066	4.0246	1.0286	0.0948	1.8319	0.9830
011	0	58.0946	25.7530	6.2825	1.0073	0.3729	-0.0261	1.3854	0.4274
	30	68.1870	37.4156	4.4068	1.4736	0.2922	-0.0480	1.2361	0.5748
	60	75.0136	35.2000	4.8676	2.6212	0.4776	0.1460	1.3802	0.6002
	90	60.9600	61.3040	6.1472	4.0727	0.6330	0.5082	1.4131	1.0013
100	0	58.8438	19.9392	5.5015	0.8890	0.5370	0.1264	1.2175	0.3388
	30	61.2644	21.4340	3.4952	0.9509	0.5492	-0.0474	1.1081	0.3653
	60	46.6072	15.4968	3.0177	0.6656	0.1446	-0.0289	0.8557	0.2570
	90	28.6466	15.6584	3.5615	0.6888	-0.1762	0.1389	0.6337	0.2683
101	0	46.2748	29.4088	4.6198	1.2149	0.2534	0.1242	0.9989	0.4868
	30	64.8922	19.9396	5.0607	0.8664	0.0566	-0.0199	1.2699	0.3314
	60	49.0076	20.6758	3.0577	0.9627	-0.1075	-0.1403	0.8042	0.3565
	90	62.4216	20.0954	3.0004	0.9004	-0.0741	-0.0649	0.9699	0.3366

表 6.10 R=20 cm，V=30 °/s 之定角速度旋轉 Roll 角之各個指標參數結果

Roll		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	48.3176	23.5624	4.5004	1.0270	0.3527	0.2298	1.0580	0.4052
	30	41.7388	25.1910	3.2271	1.1453	0.4110	0.2573	0.8288	0.4511
	60	32.7276	18.2261	1.9375	0.8059	-0.1305	0.0083	0.5338	0.3073
	90	31.9630	21.1230	3.2533	0.8898	-0.2281	0.0753	0.6366	0.3564
010	0	50.6512	18.2420	4.1185	0.8410	0.3850	0.1618	1.0378	0.3150
	30	78.4538	33.7210	5.2342	1.4816	0.6067	0.3014	1.5089	0.5856
	60	165.9840	39.1018	8.1049	1.7257	1.4638	0.3815	2.8558	0.6957
	90	1332.8560	2640.8800	111.4838	356.9840	1.4932	0.8230	24.5210	63.6720
011	0	39.5808	25.1702	3.5571	1.0628	-0.1234	0.0536	0.7406	0.4286
	30	72.4840	36.0486	18.0580	1.5685	0.5890	0.2029	1.5057	0.6224
	60	157.8200	46.3334	9.7539	2.1855	1.4812	0.4550	3.0541	0.8245
	90	1387.9560	4104.0200	130.3096	305.2040	49.5697	31.7111	24.1874	71.8546
100	0	57.9608	29.1468	5.3409	1.1172	0.4986	0.2565	1.1961	0.4943
	30	66.9640	32.7252	3.6535	1.4350	0.3350	0.3222	1.1732	0.5347
	60	55.4944	28.2470	4.3879	2.7214	0.1034	0.2232	1.0801	0.5534
	90	36.0260	43.8074	3.5051	5.5936	-0.0092	0.4222	0.7703	1.0174
101	0	42.5524	32.2730	4.2625	1.3385	0.0052	0.1900	0.8944	0.5518
	30	51.5372	26.7784	3.4926	1.3112	0.1124	0.1260	0.9377	0.4156
	60	66.8194	33.6396	3.6186	2.7477	0.5680	0.3202	1.0834	0.5961
	90	46.3474	48.5722	3.3464	4.4556	0.2084	0.5000	0.8420	0.9303

由圖 6.44 至 6.48 可以知道修正後適應性互補濾波器在定角速度所造成的離心力干擾，其實驗的各個指標參數比較下，大部分能夠得到很好的計算結果，然而接近 90° 仍然有累積誤差較大的問題產生。

現在測試將角速度 30 °/s 提升至 60 °/s，旋轉半徑維持 20 cm 的情況下，探討修正後適應性互補濾波器是否能夠降低較大的離心力干擾。圖 6.49 為旋轉平台做等角速度(R=20 cm, V=60 °/s)旋轉運動，感測器狀態為(001)，0°之計算結果，由圖 6.49(a)與 6.49(b)可以比較出修正後適應性互補濾波器同樣能夠降低離心力的影響，計算出穩定且精確的姿態角。圖 6.50 至 6.54 為平台做等角速度(R=20 cm, V=60 °/s)旋轉運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.11 與 6.12。

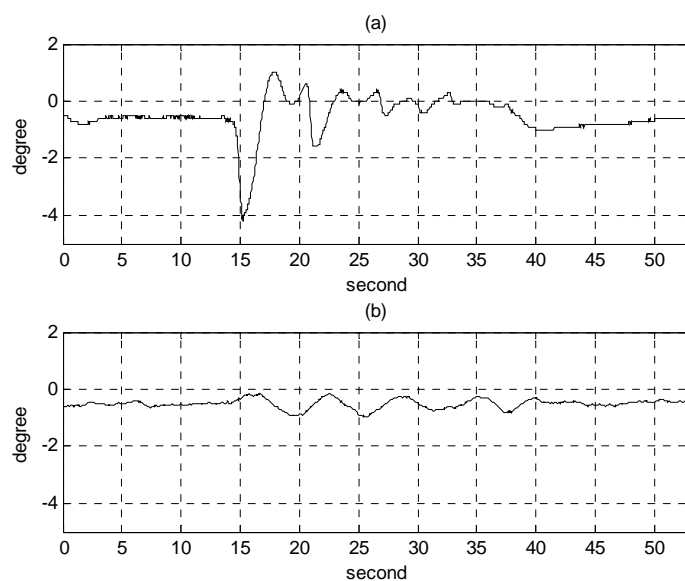


圖 6.49 旋轉平台做等角速度( $R=20\text{ cm}$ ,  $V=60^\circ/\text{s}$ )旋轉運動計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$

(a) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角計算結果

(b) Xsens 之 Pitch 角輸出結果

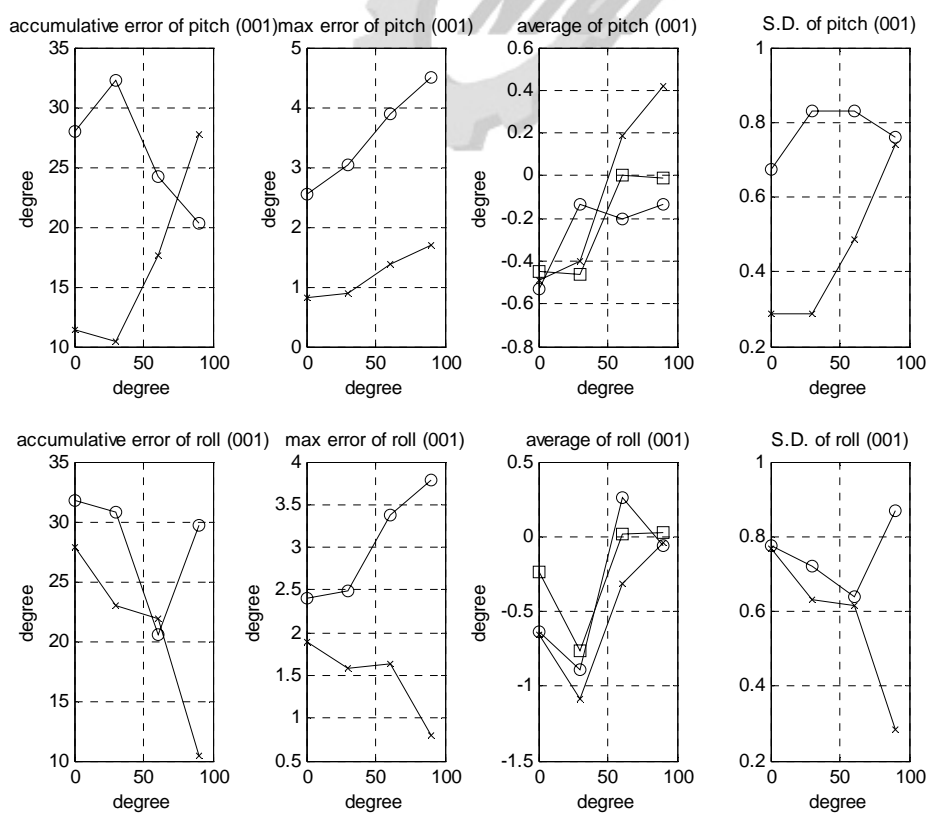


圖 6.50 狀態為(001)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60^\circ/\text{s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

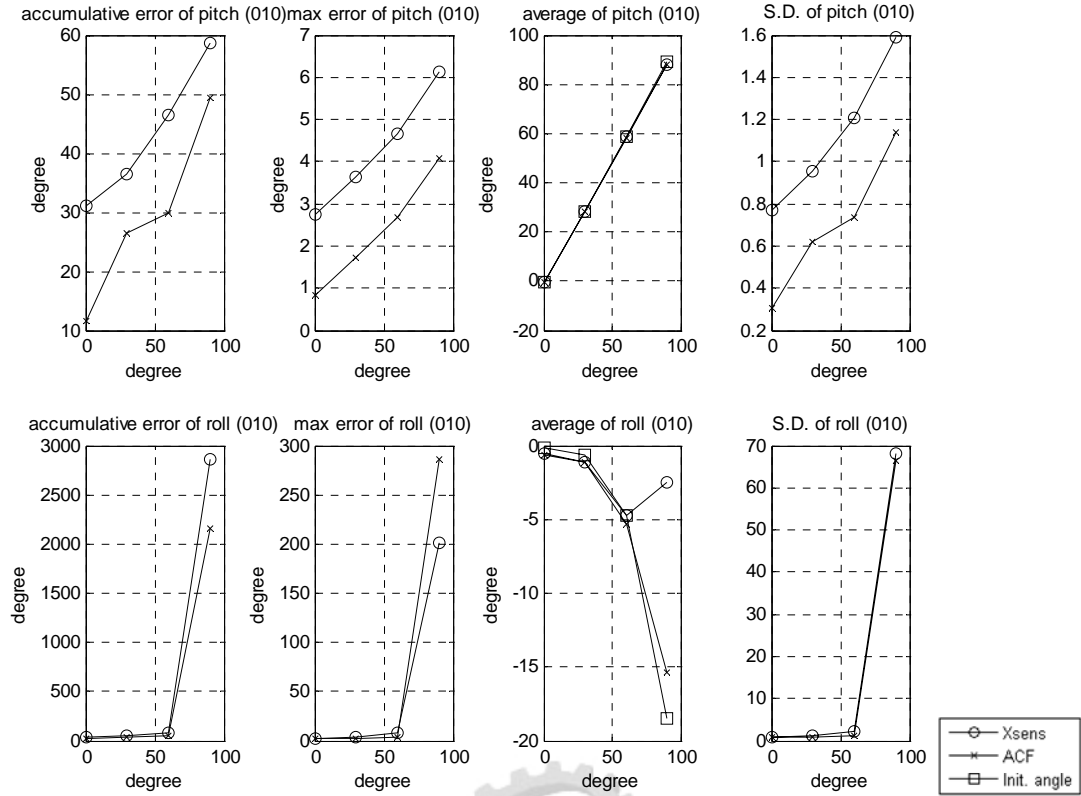


圖 6.51 狀態為(010)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

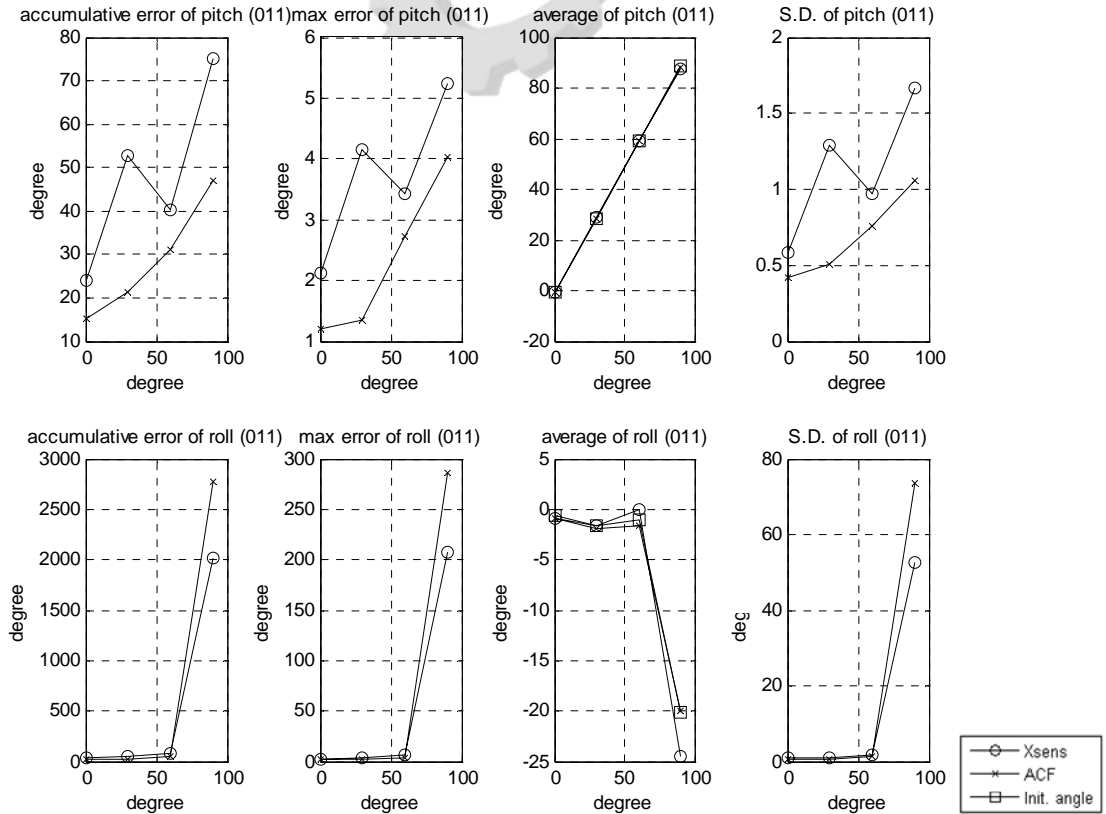


圖 6.52 狀態為(011)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$ 之定角速度旋轉之各個指標參數結果

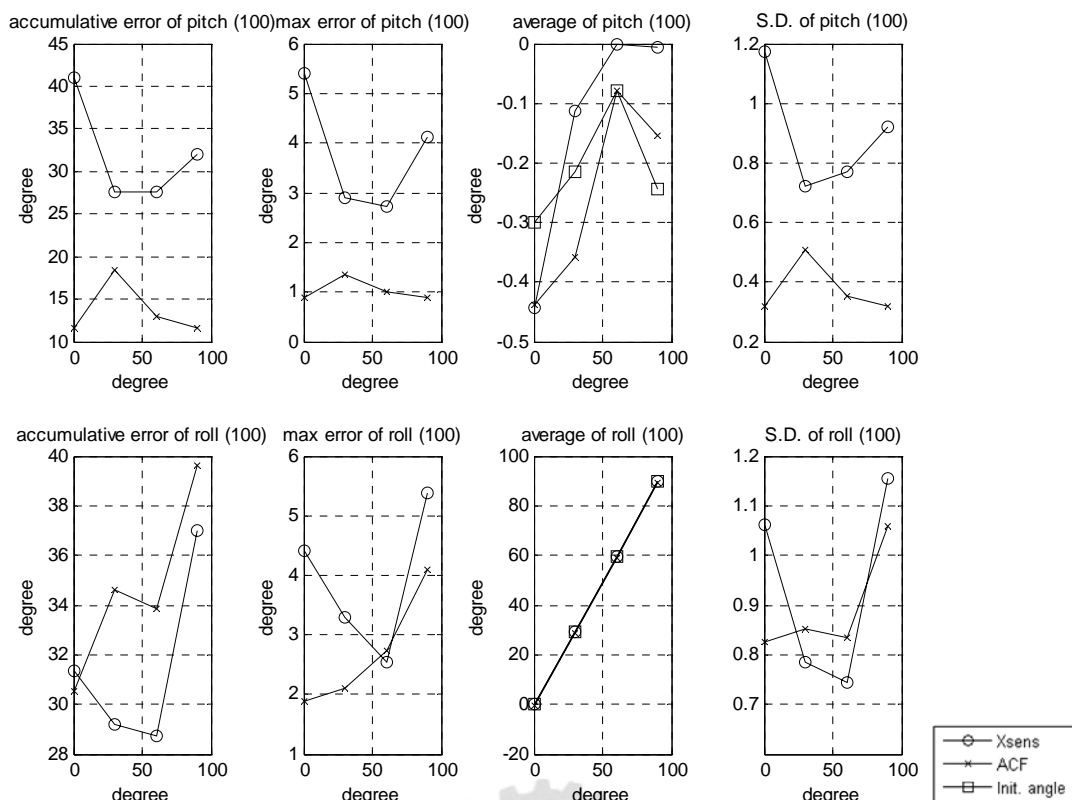


圖 6.53 狀態為(100)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$  之定角速度旋轉之各個指標參數結果

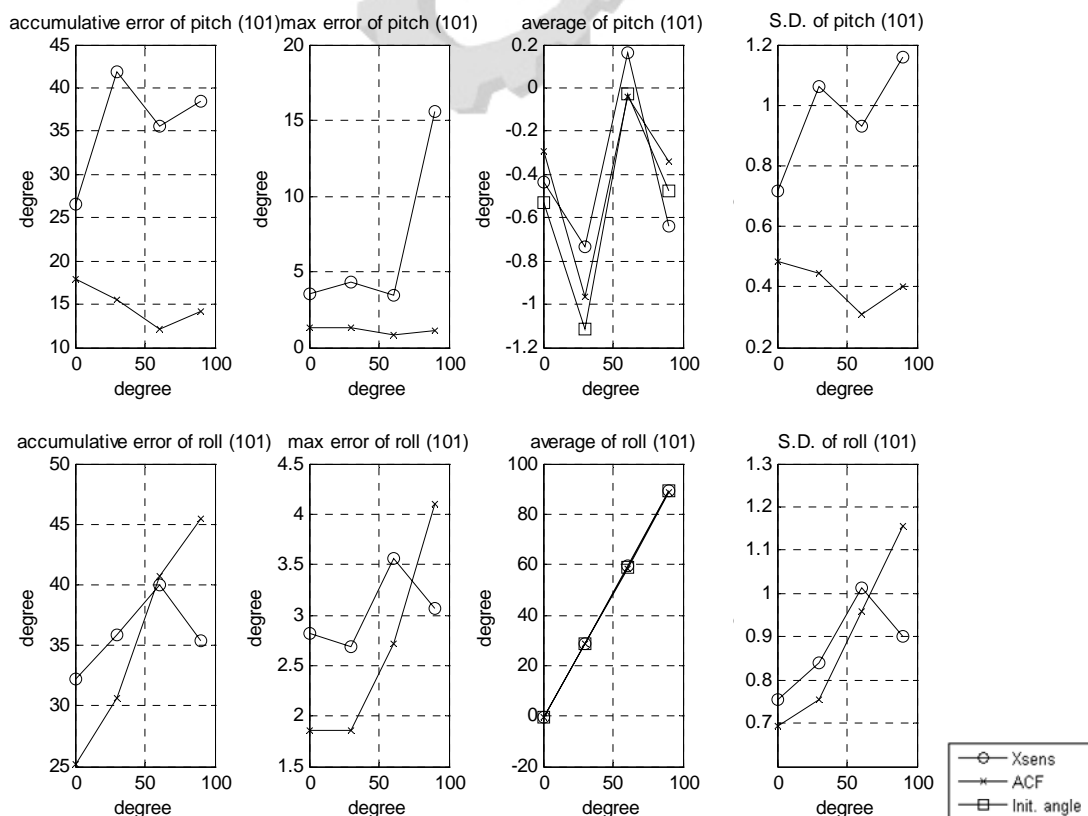


圖 6.54 狀態為(101)， $R=20\text{ cm}$ ， $V=60\text{ °/s}$  之定角速度旋轉之各個指標參數結果

表 6.11 R=20 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	27.9964	11.3575	2.5511	0.8178	0.0823	0.0413	0.6746	0.2882
	30	32.3022	10.4049	3.0254	0.9017	-0.3309	-0.0586	0.8291	0.2866
	60	24.2242	17.5712	3.8988	1.3856	0.2020	-0.1848	0.8285	0.4870
	90	20.3074	27.7864	4.5093	1.7002	0.1233	-0.4318	0.7601	0.7412
010	0	31.0858	11.5553	2.7501	0.8373	0.0323	0.0002	0.7696	0.3058
	30	36.3970	26.5186	3.6203	1.7086	-0.1164	0.2142	0.9545	0.6221
	60	46.5108	29.7776	4.6443	2.6841	-0.2238	0.3074	1.2052	0.7382
	90	58.7792	49.4972	6.1185	4.0846	0.8828	0.8372	1.5929	1.1358
011	0	24.0972	15.2668	2.1212	1.2134	-0.1768	-0.1668	0.5853	0.4219
	30	52.8246	21.1772	4.1473	1.3568	-0.7090	-0.0668	1.2865	0.5125
	60	40.3592	30.9968	3.4200	2.7180	-0.2384	0.0838	0.9710	0.7617
	90	75.1088	47.1456	5.2399	4.0296	1.0146	0.4650	1.6659	1.0574
100	0	40.9434	11.5350	5.4002	0.8974	0.1435	0.1391	1.1747	0.3174
	30	27.5260	18.4624	2.8920	1.3677	-0.1009	0.1419	0.7227	0.5087
	60	27.6676	13.0011	2.7202	0.9923	-0.0774	-0.0006	0.7705	0.3510
	90	31.9548	11.5447	4.1237	0.9000	-0.2382	-0.0883	0.9225	0.3166
101	0	26.6078	17.9064	3.5465	1.3524	-0.0944	-0.2348	0.7157	0.4826
	30	41.7958	15.5864	4.3240	1.3293	-0.3755	-0.1469	1.0607	0.4446
	60	35.4990	12.1811	3.4613	0.8596	-0.1920	0.0120	0.9300	0.3075
	90	38.4266	14.1382	15.6052	1.1193	0.1670	-0.1348	1.1588	0.4012

表 6.12 R=20 cm，V=60 °/s 之定角速度旋轉 Roll 角之各個指標參數結果

Roll 傾斜方向	傾斜角度	累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
		Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	31.7896	27.8122	2.3970	1.8954	0.3975	0.4241	0.7744	0.7689
	30	30.7924	23.0244	2.4831	1.5808	0.1206	0.3235	0.7206	0.6310
	60	20.5000	21.8516	3.3842	1.6411	-0.2488	0.3292	0.6393	0.6167
	90	29.6640	10.4701	3.7789	0.7986	0.0893	0.0645	0.8675	0.2826
010	0	32.7102	27.0260	2.7773	1.9777	0.4076	0.4475	0.8372	0.7773
	30	47.3922	32.8180	3.7776	2.5989	0.4733	0.4496	1.1887	0.9407
	60	82.0562	45.0394	7.6674	3.6359	-0.0144	0.6196	2.2522	1.2988
	90	2866.0400	2157.1000	201.0760	286.0960	-16.0391	-3.1204	68.2878	66.4890
011	0	37.2592	25.8696	2.8592	1.9143	0.3379	0.4118	0.8754	0.7447
	30	44.3738	26.7204	3.3214	1.9478	0.1045	0.3504	1.0065	0.7245
	60	79.3302	47.4524	6.8739	3.5469	-1.0481	0.6632	1.8738	1.3352
	90	2013.6800	2777.5200	208.0640	286.0080	4.4354	-0.1378	52.7572	73.4062
100	0	31.3308	30.5546	4.4160	1.8908	0.2042	0.4959	1.0616	0.8267
	30	29.1896	34.6270	3.2923	2.0975	-0.1550	0.5222	0.7843	0.8527
	60	28.7442	33.8604	2.5516	2.7355	0.0248	0.5258	0.7428	0.8353
	90	37.0132	39.6194	5.3812	4.1052	-0.0566	0.7188	1.1542	1.0599
101	0	32.2118	25.1722	2.8177	1.8546	0.1500	0.3622	0.7528	0.6927
	30	35.8358	30.5966	2.6930	1.8581	0.1124	0.4268	0.8376	0.7545
	60	40.0122	40.7326	3.5645	2.7163	-0.4596	0.6692	1.0122	0.9589
	90	35.4226	45.5094	3.0645	4.1006	0.0028	0.8392	0.8996	1.1560

由圖 6.50 至 6.54 可以知道修正後適應性互補濾波器在各個指標參數的比較下，大部分能夠得到很好的計算結果，而在 Pitch 角接近 90° 仍然會有累積誤差較大的問題。其餘的角度實驗結果可以得知修正後適應性互補濾波器能夠有效降低離心力的干擾，以不同條件與不同狀態下之等角速度實驗結果可以證明修正後適應性互補濾波器能夠有效降低持續的離心力干擾，並利用各個指標參數與 Xsens 姿態角輸出結果做比較，得到比 Xsens 還好的輸出結果。

最後探討具有角加速度的弦波往復旋轉運動，圖 6.55 與 6.56 為使用旋轉式數位編碼器所量測之具有角加速度之弦波往復旋轉運動軌跡，並以不同頻率之弦波運動來測試此濾波器的效果；此運動為模擬載具在非等角速度的狀態下做轉彎的動作，藉此測試使用修正後適應性互補濾波器來估算姿態角，驗證其輸出效果。



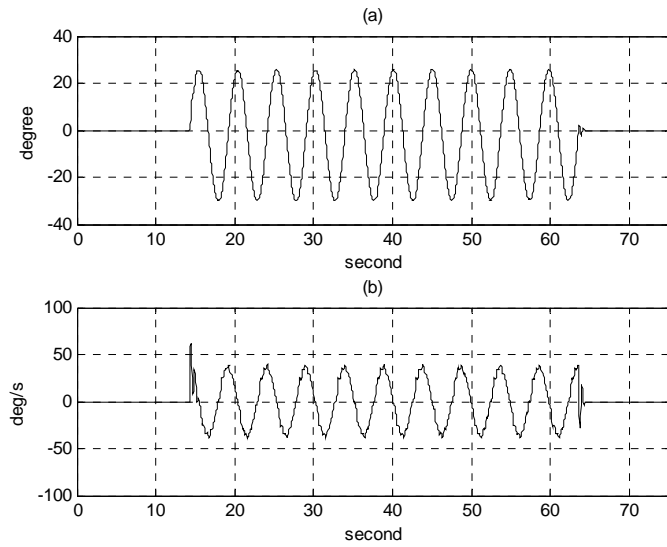


圖 6.55 0.2 Hz 之弦波旋轉運動軌跡

(a) 弦波旋轉角度軌跡

(b) 弦波旋轉角速度軌跡

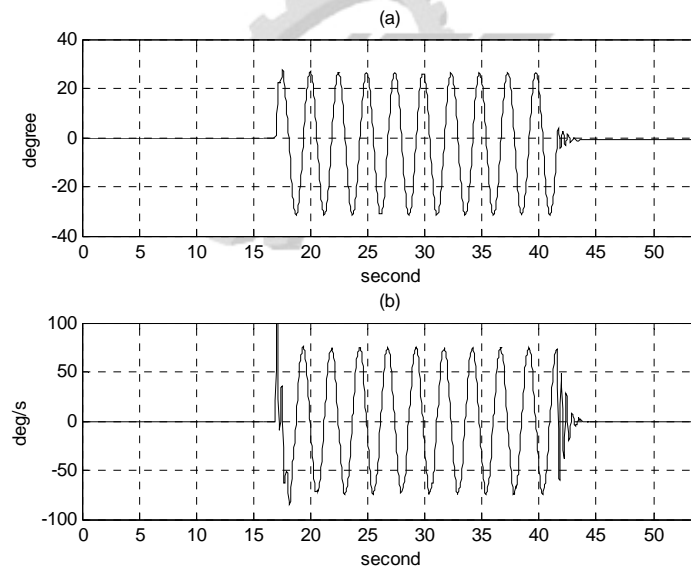


圖 6.56 0.4 Hz 之弦波旋轉運動軌跡

(a) 弦波旋轉角度軌跡

(b) 弦波旋轉角速度軌跡

圖 6.57 為旋轉平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ ,  $0.2\text{ Hz}$ )之弦波往復旋轉運動，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ 之計算結果，由圖 6.57(a)與 6.57(b)可以比較出修正後適應性互補濾波器同樣能夠降低具有切線加速度與向心加速度的影響，計算出穩定且精

確的姿態角。圖 6.58 至 6.62 為平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ ,  $0.2\text{ Hz}$ )之弦波往復旋轉運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.13 與 6.14。

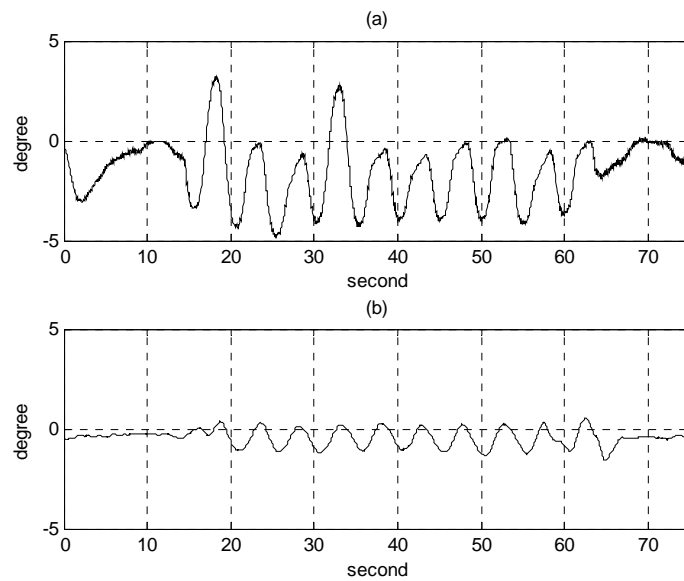


圖 6.57 旋轉平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ ,  $0.2\text{ Hz}$ )弦波往復旋轉運動計算結果，

感測器狀態為(001)， $0^\circ$

(a) Xsens 之 Pitch 角輸出結果

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角計算結果

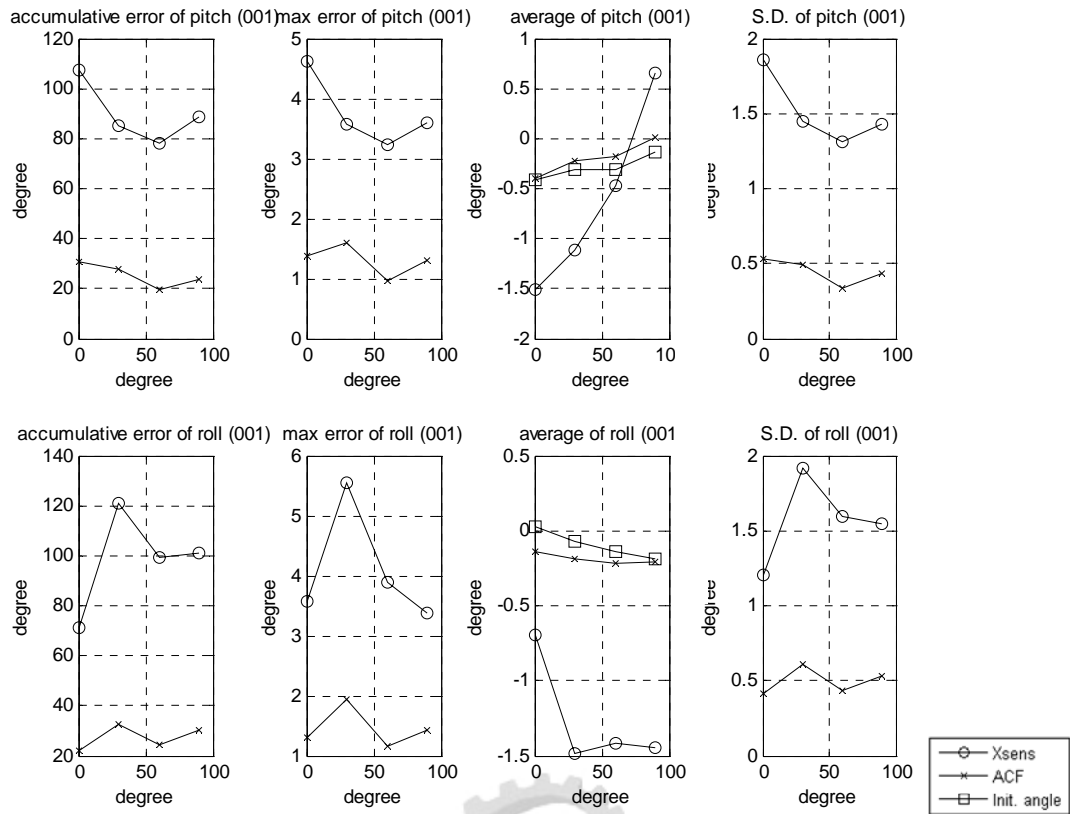


圖 6.58 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(001)，0.2 Hz

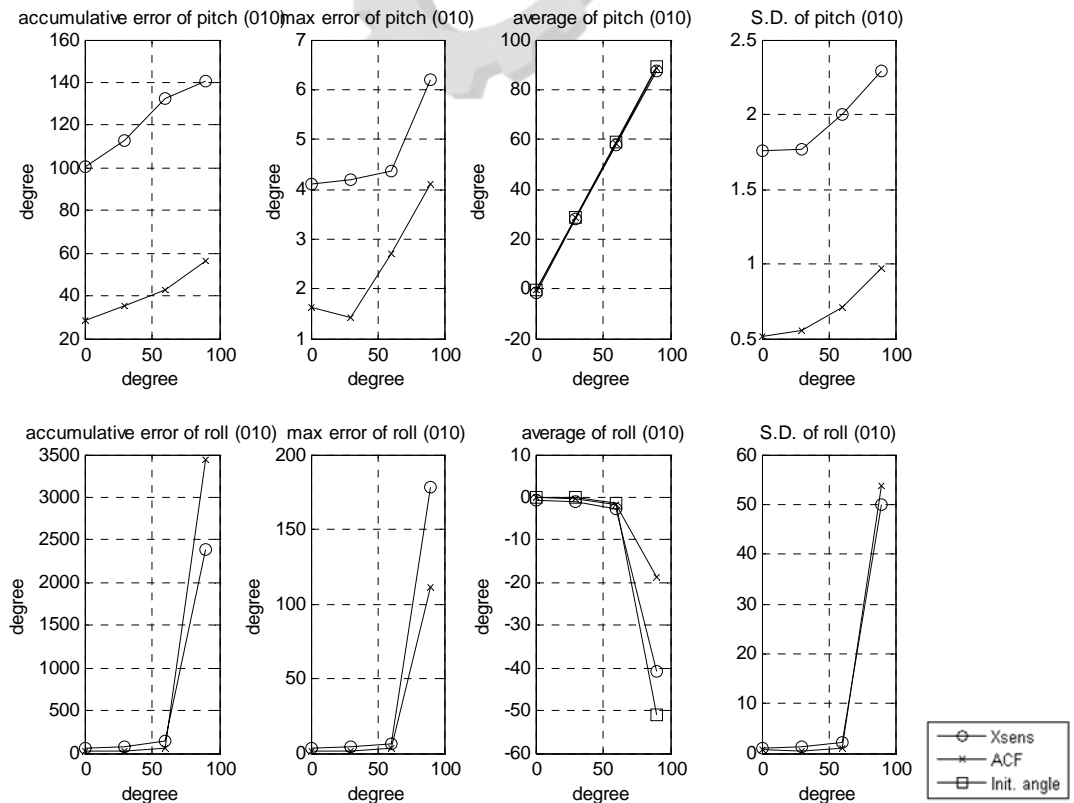


圖 6.59 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(010)，0.2 Hz

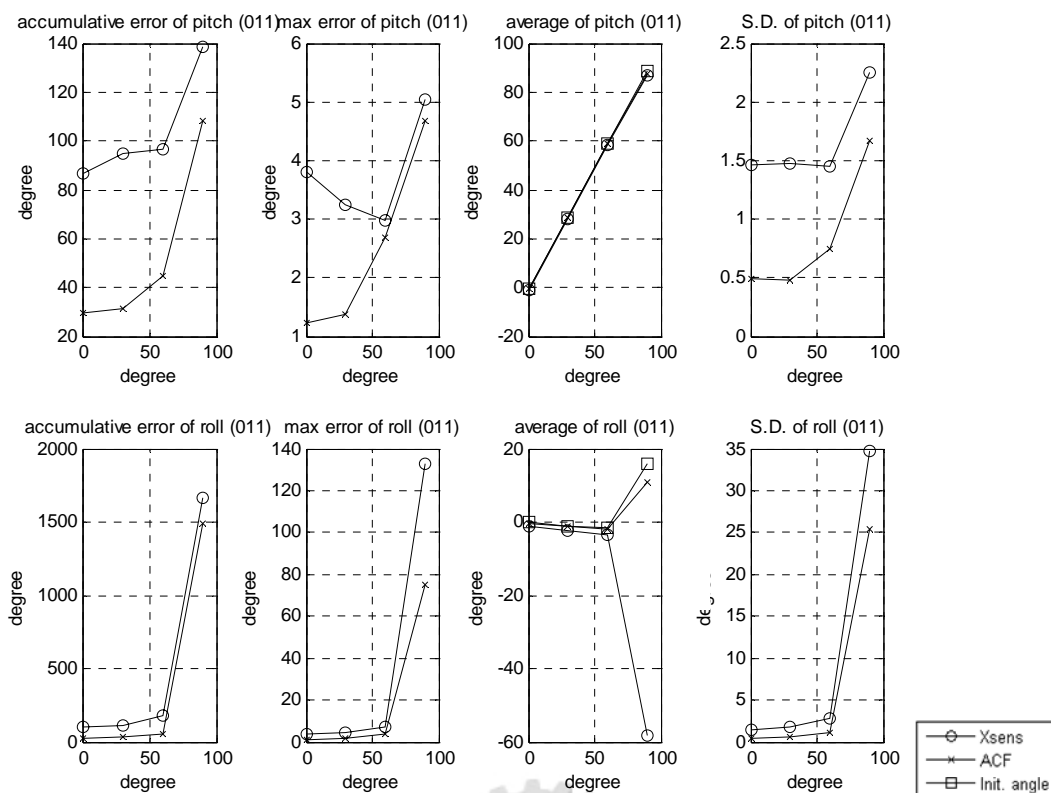


圖 6.60 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(011)，0.2 Hz

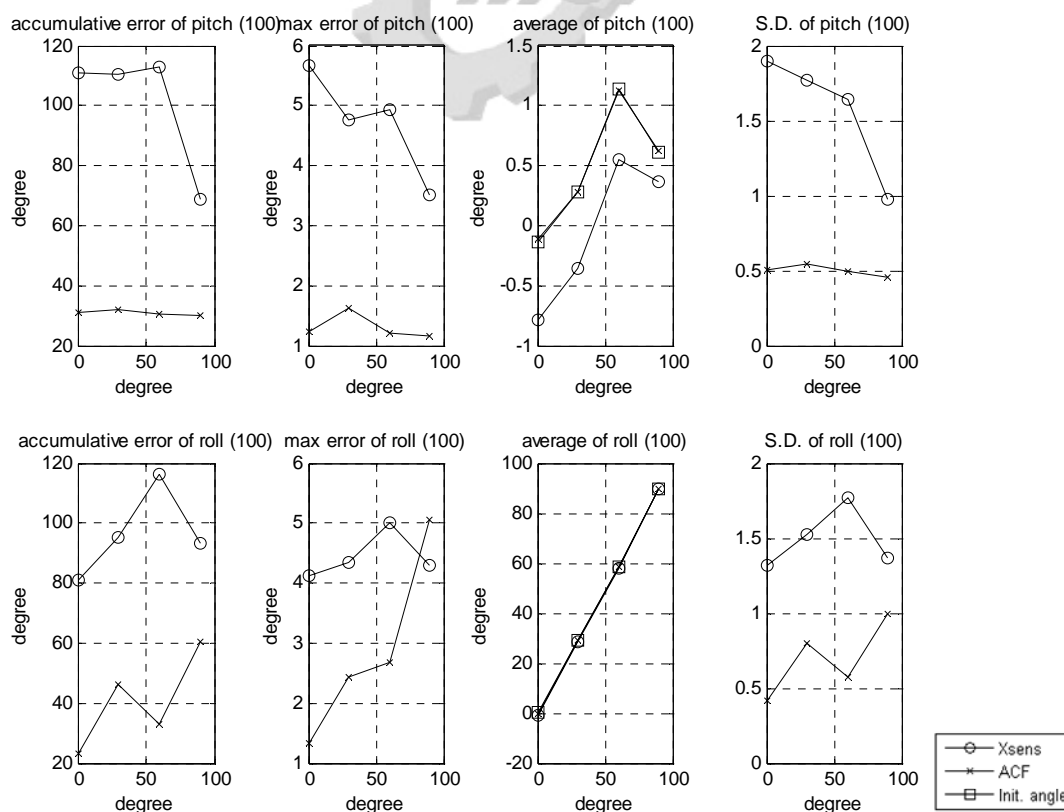


圖 6.61 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(100)，0.2 Hz

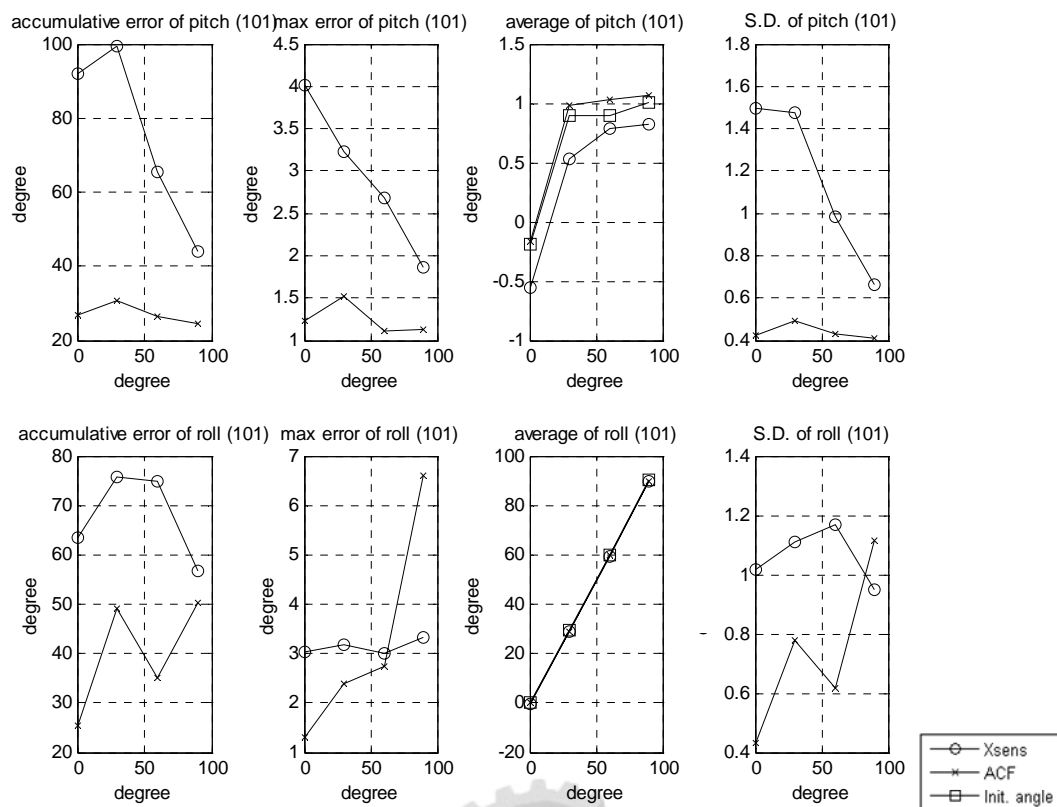


圖 6.62 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(101)，0.2 Hz

表 6.13 0.2 Hz 之弦波旋轉運動 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	107.6640	30.6062	4.6185	1.3792	1.1059	-0.0115	1.8569	0.5304
	30	85.2410	28.0246	3.5784	1.6053	0.8016	-0.0829	1.4494	0.4885
	60	78.0460	19.6388	3.2266	0.9695	0.1696	-0.1250	1.3078	0.3397
	90	88.8180	23.9572	3.6071	1.3014	-0.7803	-0.1440	1.4278	0.4295
010	0	100.4246	28.1604	4.0990	1.6269	0.9829	0.0765	1.7618	0.5144
	30	112.6036	35.3728	4.1898	1.4304	0.7478	0.0808	1.7661	0.5501
	60	132.5920	42.9222	4.3578	2.7159	0.9002	0.0724	2.0038	0.7062
	90	140.5340	56.5880	6.2059	4.1076	1.7606	0.5054	2.2922	0.9748
011	0	86.4808	29.8614	3.8099	1.2369	0.6217	-0.0756	1.4602	0.4872
	30	94.9718	31.3092	3.2508	1.3756	0.7178	-0.0246	1.4721	0.4844
	60	96.8506	44.9296	2.9844	2.6941	0.6946	0.0422	1.4479	0.7405
	90	138.7180	108.0462	5.0483	4.6671	1.7852	1.1386	2.2518	1.6728
100	0	110.9362	31.0590	5.6759	1.2314	0.6547	-0.0243	1.8940	0.5010
	30	110.3926	31.8764	4.7533	1.6265	0.6395	0.0039	1.7731	0.5466
	60	113.0756	30.7136	4.9398	1.2125	0.5872	0.0104	1.6454	0.4924
	90	68.6540	30.2186	3.5206	1.1651	0.2430	-0.0125	0.9777	0.4599
101	0	92.1342	26.9488	4.0132	1.2215	0.3603	-0.0263	1.4988	0.4249
	30	99.2262	30.6848	3.2299	1.5287	0.3666	-0.0921	1.4784	0.4945
	60	65.5968	26.2614	2.6805	1.1170	0.1174	-0.1358	0.9861	0.4324
	90	43.8770	24.6298	1.8652	1.1273	0.1860	-0.0686	0.6657	0.4107

表 6.14 0.2 Hz 之弦波旋轉運動 Roll 角之各個指標參數結果

Roll		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsens	ACF
001	0	71.3558	21.7958	3.5633	1.3136	0.7151	0.1606	1.2035	0.4124
	30	121.0586	32.4070	5.5543	1.9278	1.4207	0.1263	1.9167	0.6091
	60	99.0524	24.1388	3.8798	1.1558	1.2739	0.0748	1.5914	0.4317
	90	101.0560	30.3524	3.3895	1.4146	1.2567	0.0154	1.5491	0.5325
010	0	66.6588	32.9284	3.1375	1.9361	0.6078	0.1576	1.1053	0.6337
	30	84.2850	30.8454	4.5533	1.7234	0.7918	0.1648	1.3782	0.5740
	60	139.6240	53.7166	6.1391	3.1476	1.2947	0.2772	2.1552	0.9756
	90	2386.3400	3442.2400	178.0540	110.9530	-10.0882	-32.3363	50.0328	53.6108
011	0	99.1448	21.2278	3.6966	1.1547	0.9646	0.1460	1.4947	0.3702
	30	108.5044	30.8230	4.6453	1.7949	1.2491	0.1510	1.7386	0.5713
	60	175.8780	54.3076	7.0102	3.6308	1.8278	0.2536	2.8098	1.0643
	90	1669.6400	1488.2200	132.7050	75.4220	74.3142	5.3436	34.8074	25.4512
100	0	80.9738	23.1846	4.1332	1.3271	0.7434	0.1569	1.3177	0.4152
	30	95.3684	46.3118	4.3557	2.4276	0.8764	0.2326	1.5204	0.7976
	60	116.1058	33.1022	5.0033	2.6735	0.8938	0.2714	1.7666	0.5780
	90	93.3446	60.4774	4.3068	5.0587	0.1320	0.1680	1.3653	0.9947
101	0	63.4892	25.3178	3.0288	1.3094	0.5680	0.1136	1.0164	0.4310
	30	75.7508	49.1676	3.1735	2.3979	0.6146	0.2006	1.1086	0.7786
	60	74.9790	35.1188	3.0143	2.7422	0.5164	0.2542	1.1668	0.6166
	90	56.8140	50.3412	3.3209	6.6050	0.2266	0.4062	0.9490	1.1158

由圖 6.58 至 6.62 可以知道修正後適應性互補濾波器在各個指標參數的比較下，大部分能夠得到很好的計算結果，有效降低同時具有離心力與切線加速度的干擾。

現在將頻率由 0.2 Hz 提高至 0.4 Hz，加大外力加速度的干擾，測試修正後適應性互補濾波器的姿態角估算效果。圖 6.63 為旋轉平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ , 0.4 Hz)之弦波往復旋轉運動，感測器狀態為(001)， $0^\circ$ 之計算結果，由圖 6.63(a)與 6.63(b)可以比較出修正後適應性互補濾波器同樣能夠降低具有切線加速度與向心加速度的影響，計算出穩定且精確的姿態角。圖 6.64 至 6.68 為平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ , 0.4 Hz)之弦波往復旋轉運動之各個狀態的各個指標參數結果，並將其結果整理成表 6.15 與 6.16。

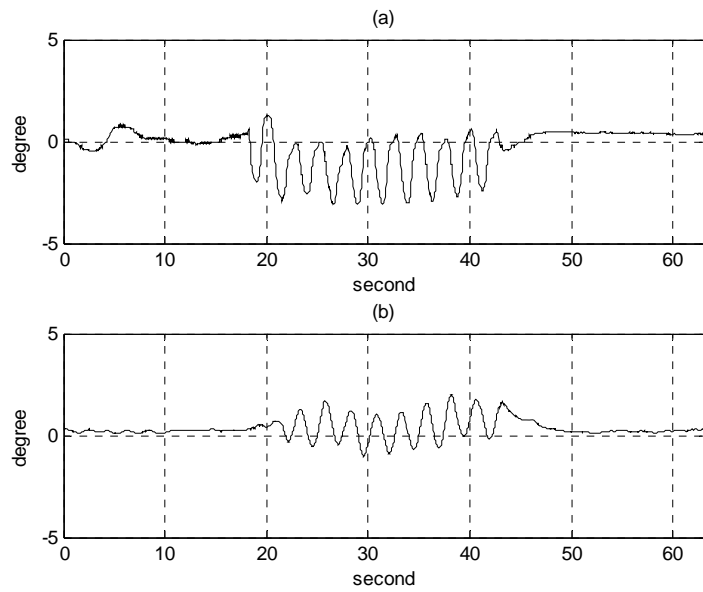


圖 6.63 旋轉平台做具有角加速度( $R=20\text{ cm}$ ,  $0.4\text{ Hz}$ )弦波往復旋轉運動計算結果，感測器狀態為(001)， $0^\circ$

(a) Xsens 之 Pitch 角輸出結果

(b) 修正後適應性互補濾波器之 Pitch 角計算結果

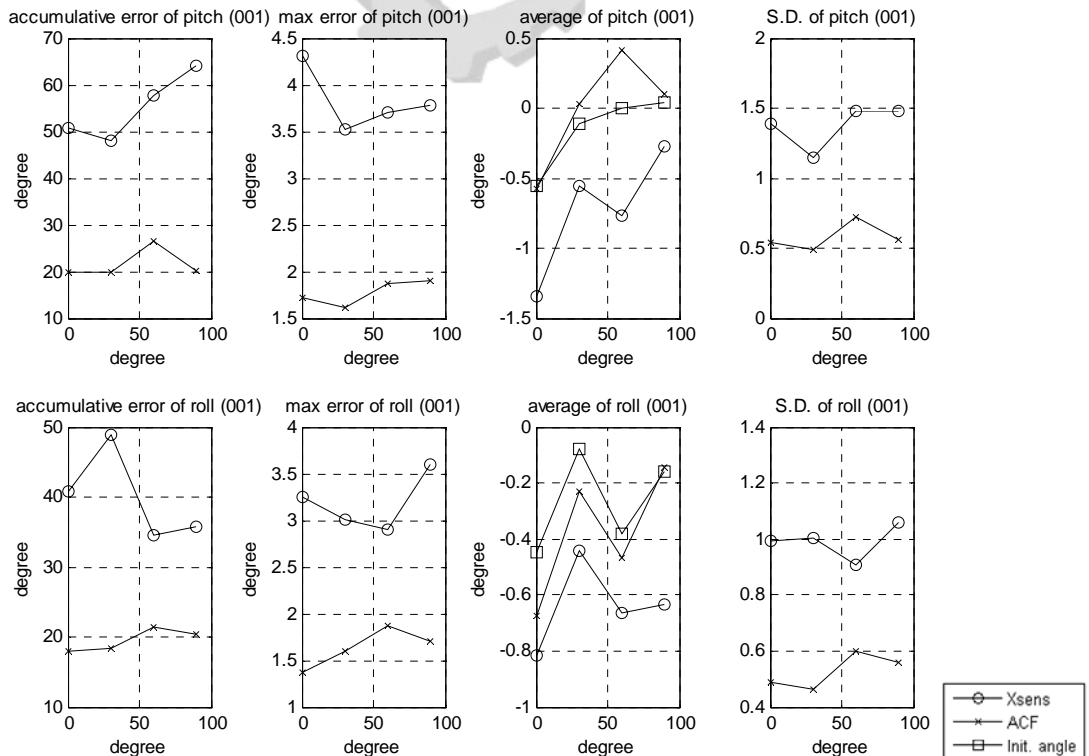


圖 6.64 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(001)， $0.4\text{ Hz}$



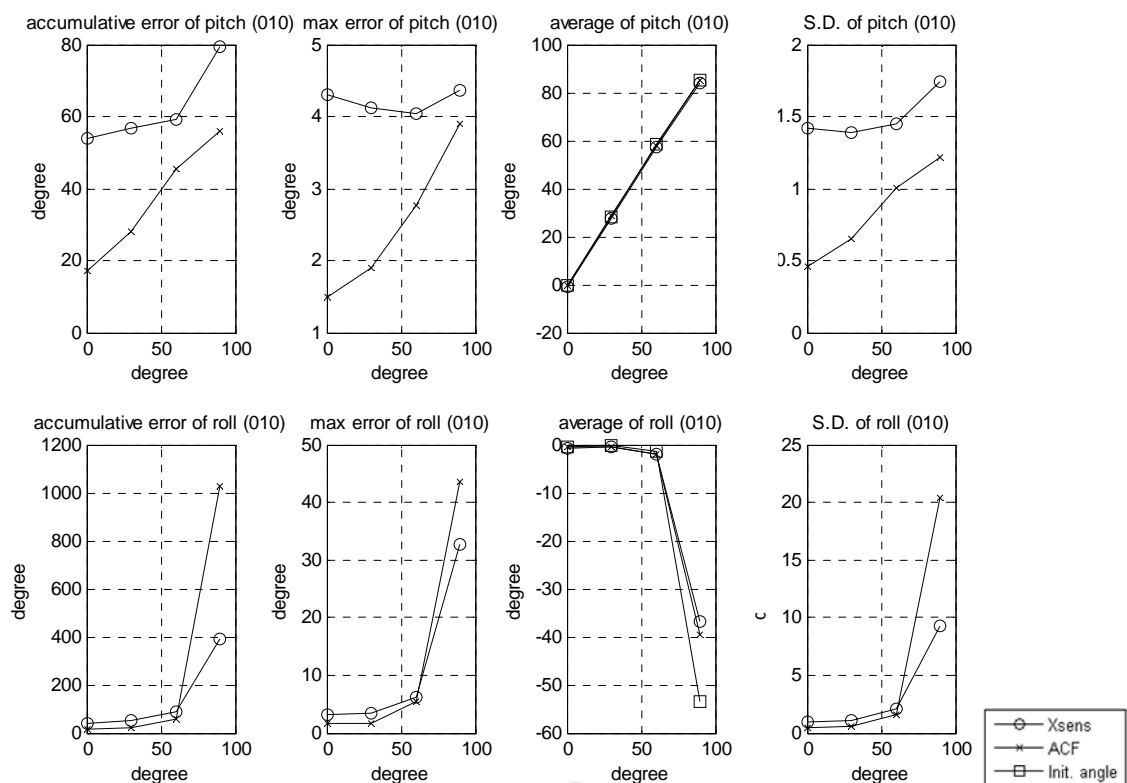


圖 6.65 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(010)，0.4 Hz

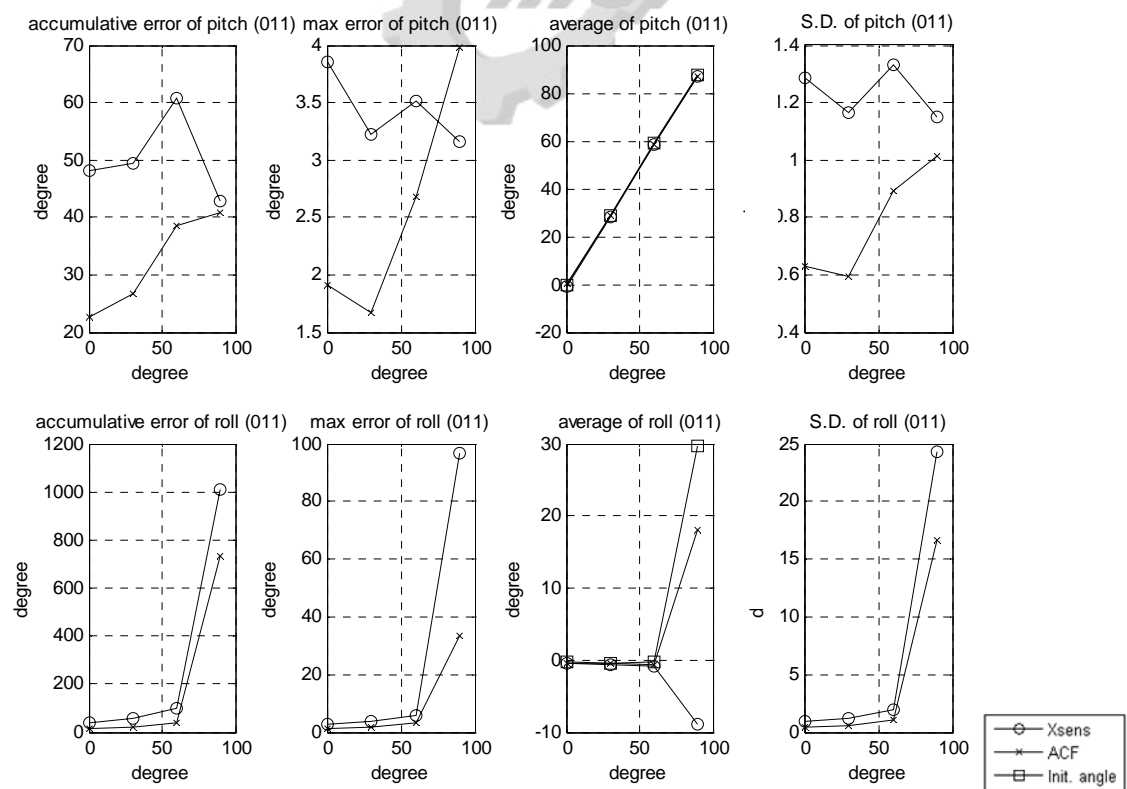


圖 6.66 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(011)，0.4 Hz

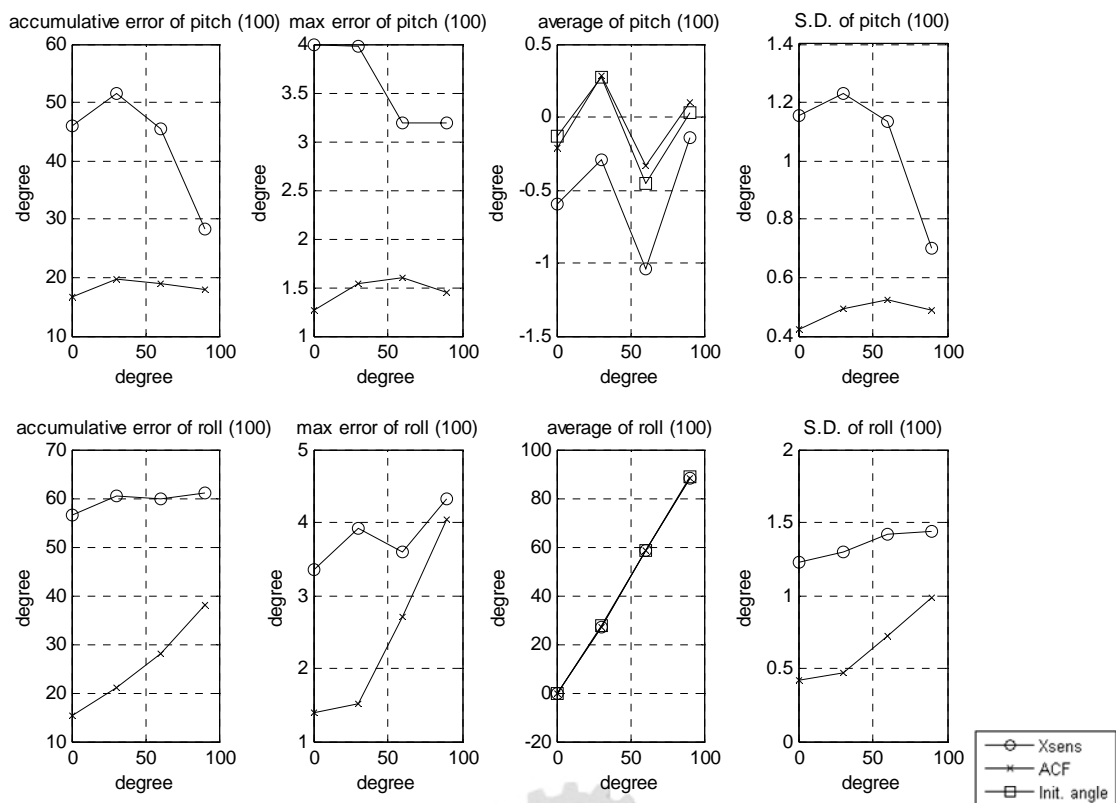


圖 6.67 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(100)，0.4 Hz

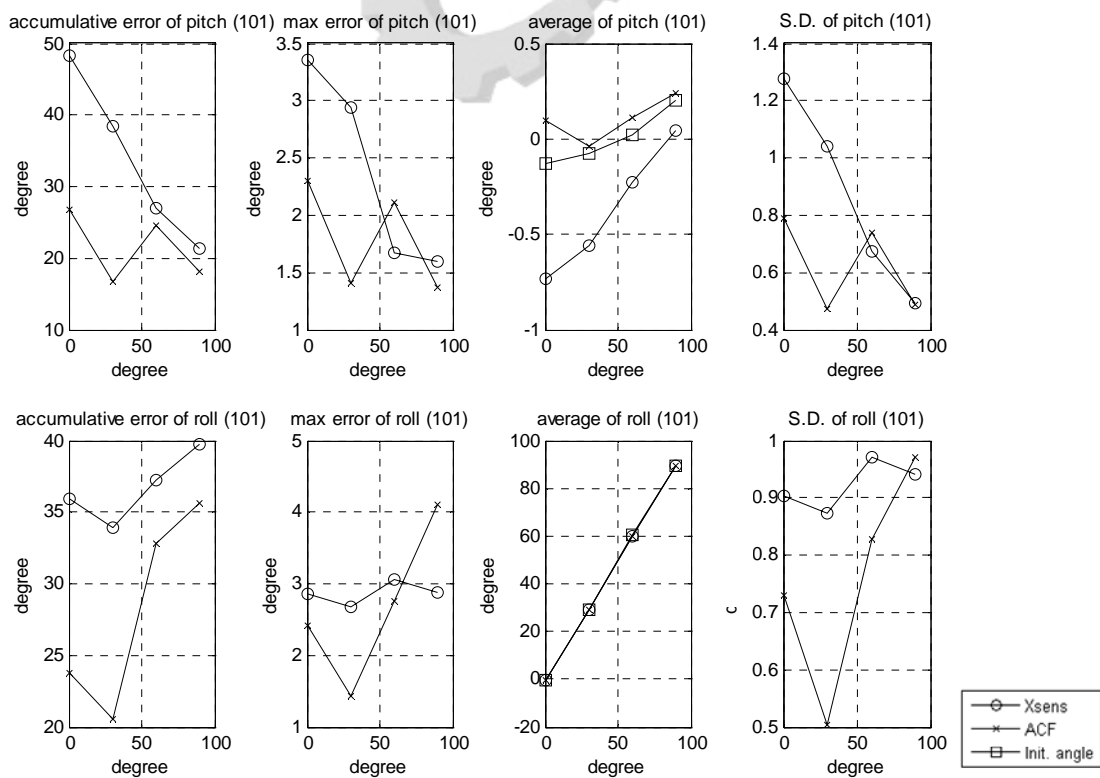


圖 6.68 弦波旋轉運動之各個指標參數統計結果，狀態為(101)，0.4 Hz

表 6.15 0.4 Hz 之弦波旋轉運動 Pitch 角之各個指標參數結果

Pitch		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	50.7870	19.8772	4.3071	1.7219	0.7897	0.0196	1.3842	0.5440
	30	48.0182	19.7450	3.5302	1.6213	0.4495	-0.1446	1.1463	0.4923
	60	57.8546	26.4354	3.6993	1.8748	0.7672	-0.4137	1.4811	0.7177
	90	64.0260	20.0316	3.7866	1.8967	0.3106	-0.0642	1.4796	0.5591
010	0	54.1226	17.2164	4.3122	1.4873	0.7850	0.0387	1.4236	0.4603
	30	56.8066	28.2164	4.1181	1.8910	0.8354	-0.1206	1.3867	0.6506
	60	59.0720	45.5298	4.0328	2.7632	0.9610	0.4820	1.4467	1.0037
	90	79.5220	56.0220	4.3686	3.8901	1.1788	0.3258	1.7465	1.2158
011	0	48.1552	22.7352	3.8575	1.9118	0.5660	-0.2656	1.2836	0.6298
	30	49.5164	26.6864	3.2239	1.6697	0.3890	0.1188	1.1657	0.5926
	60	60.6944	38.6108	3.5138	2.6815	0.6034	0.2564	1.3344	0.8899
	90	42.8566	40.8718	3.1553	3.9792	0.5016	0.6710	1.1479	1.0145
100	0	45.9204	16.6568	3.9950	1.2664	0.4700	0.0856	1.1544	0.4252
	30	51.6132	19.7946	3.9731	1.5409	0.5584	-0.0104	1.2315	0.4910
	60	45.4590	19.0062	3.1914	1.5917	0.5908	-0.1236	1.1350	0.5241
	90	28.2298	17.9572	3.1886	1.4526	0.1797	-0.0690	0.6994	0.4873
101	0	48.1916	26.7248	3.3500	2.3027	0.6041	-0.2293	1.2758	0.7866
	30	38.3516	16.7328	2.9438	1.4077	0.4846	-0.0392	1.0398	0.4750
	60	27.0550	24.5804	1.6772	2.1096	0.2430	-0.0935	0.6720	0.7365
	90	21.3514	18.1806	1.6014	1.3756	0.1544	-0.0434	0.4939	0.4885

表 6.16 0.4 Hz 之弦波旋轉運動 Roll 角之各個指標參數結果

Roll		累積誤差		最大誤差		平均誤差		標準差	
傾斜方向	傾斜角度	Xsens	ACF	Xsens	ACF	Xsesn	ACF	Xsens	ACF
001	0	40.8932	18.0794	3.2542	1.3671	0.3720	0.2258	0.9924	0.4873
	30	48.8838	18.3220	3.0097	1.5912	0.3598	0.1506	1.0018	0.4652
	60	34.5966	21.4982	2.9064	1.8768	0.2805	0.0836	0.9104	0.6021
	90	35.7030	20.3156	3.6021	1.6993	0.4783	-0.0122	1.0579	0.5601
010	0	38.7568	16.1936	3.0322	1.5521	0.3460	0.1131	0.9250	0.4386
	30	48.6194	19.4414	3.4478	1.7645	0.3857	0.2002	1.0946	0.5246
	60	88.9030	59.8110	6.0854	5.3143	0.8558	0.7429	2.0282	1.6033
	90	390.5540	1028.8640	32.6870	43.6478	-16.7802	-13.9146	9.2769	20.4322
011	0	40.6174	16.8340	2.7505	1.4650	0.1906	0.1254	0.9493	0.4691
	30	57.4702	19.9754	3.6156	1.6839	0.1215	-0.0195	1.2511	0.5208
	60	96.7192	37.3078	5.7396	3.1329	0.7434	0.4146	1.9005	1.0355
	90	1007.4640	730.8640	96.5784	33.4268	38.5342	11.6914	24.3530	16.6688
100	0	56.4902	15.2204	3.3546	1.3996	0.0345	0.0873	1.2287	0.4160
	30	60.4516	21.0480	3.9174	1.5104	0.4358	0.2186	1.3013	0.4718
	60	59.8268	27.9654	3.5856	2.6981	0.4508	0.3654	1.4242	0.7233
	90	61.1526	38.1266	4.3175	4.0465	0.1974	0.4468	1.4427	0.9819
101	0	35.9536	23.7232	2.8510	2.4195	0.1933	0.2603	0.9043	0.7302
	30	33.8768	20.5408	2.6714	1.4359	0.1714	0.3048	0.8731	0.5048
	60	37.2490	32.8598	3.0663	2.7492	0.3076	0.6028	0.9699	0.8286
	90	39.7144	35.6586	2.8867	4.1115	0.2444	0.5304	0.9414	0.9709

由圖 6.64 至 6.68 可以知道修正後適應性互補濾波器在各個指標參數的比較下，大部分能夠得到很好的計算結果，而在 Pitch 角接近 90°時，不管在 0.2 Hz 與 0.4 Hz 的往復旋轉運動下，Pitch 角與 Roll 角的累積誤差皆為較大的問題發生。其他的角度實驗結果證明修正後適應性互補濾波器能夠有效降低同時具有離心力與切線加速度的干擾。

透過以上所做的各種實驗結果得知若是 Pitch 角不接近 90°時，修正後適應性互補濾波器能夠有限的降低載具在高頻震動、加減速時所產生的線性加速度干擾，而在轉彎時所產生的離心力與切線加速度所造成的干擾能夠有效的降低其影響，證明載具在有外力干擾下也能夠利用修正後適應性互補濾波器提高姿態角計算結果的精確度，降低干擾所造成的誤差。

## 第七章 結論

本研究目的在探討互補濾波器對姿態角估算的可行性。在互補濾波器方面，透過低通濾波器與高通濾波器將低頻感測器與高頻感測器較佳的估算結果取出，並利用 PCF 的架構結合本研究之互補濾波器架構，使修正後適應性互補濾波器能夠在具有外力干擾下仍能估算出不錯的姿態角。

為了驗證修正後適應性互補濾波器是否在力平衡與非力平衡狀態下都能夠估算出準確且穩定的姿態角，本研究經由不同的實驗，並將感測器擺放不同的狀態，測試修正後適應性互補濾波器的估算結果，再藉由適當的調整以能達到較佳的計算輸出。

在單旋轉實驗方面，透過修正後適應性互補濾波器的估算能夠將其輸出響應降低至 $\pm 0.5$  dB 以內。在雙軸旋轉實驗方面，修正後適應性互補濾波器的 Pitch 角估算誤差皆低於 $1^\circ$ ，而 Roll 角之標準差皆低於 0.2。在步階旋轉實驗結果可以得知，由修正後適應性互補濾波器之結果，其安定時間小於 1 秒，穩態誤差控制在 $\pm 0.5^\circ$ 。由這些實驗結果可以得知修正後適應性互補濾波器在純旋轉運動下，能夠估算出精確且穩定的姿態角。

在線性加速度之實驗結果來看，雖然大部分的角度實驗結果皆比 Xsens 的輸出結果好，但是結果卻不如預期。在持續的加減速度干擾實驗結果可以看出，由於修正後適應性互補濾波器的演算架構，在非力平衡狀態下運動時無法有效的降低陀螺儀的飄移所造成的影響，而造成誤差放大的問題，因此需要一個完整的機制來降低陀螺儀量測雜訊所造成的累積誤差。

另一方面，從實驗中可以得知當 Pitch 角接近 $90^\circ$ 時，Pitch 角與 Roll 角之累積誤差皆比其他的角度實驗結果大，其原因可能除了演算架構的缺陷，也與實驗環境所造成的磁場干擾有關。

藉由實驗的證實，本研究將兩種不同特性的感測器姿態角與方位角計算輸出值透過修正後適應性互補濾波器的結合，可以得到理想的估算姿態角輸出。

## 第八章 未來工作

本研究所發展之修正後適應性互補濾波器對於環架閉鎖的問題仍有改善的空間，雖然本研究已經針對環架閉鎖的問題做探討，但是磁通量計容易受環境的影響，因此成效有限。以期未來能夠利用特殊的演算法將磁場的干擾降低，降低 Pitch 角在接近  $90^\circ$  時所產生的誤差，另一方面也需要一個適當的機制來降低陀螺儀因累積誤差所造成之錯誤的姿態角與方位角，提高修正後適應性互補濾波器對於外力干擾的改善效果。

以目前修正後適應性互補濾波器架構能在具有外力干擾下得到較為準確的姿態角與方位角，藉由求出的姿態角與方位角即可將重力加速度與線性加速度分離，利用分離後之線性加速度估算目前載具之位置。

但是只使用慣性感測器來計算目前載具之位置時，會因為計算誤差與雜訊累積的因素，使計算結果會產生相當大的誤差[17]，所以需要一個在長時間使用下也不會產生累積誤差之感測器，因此參考前人的研究成果，選擇 GPS 為此感測器。

目前本研究只針對於載具的姿態與方位角做深入的探討，以期未來能夠再搭配 GPS 來估算載具的位置，提高精確度並且能夠更即時的控制載具的運動，達到能夠適應各種變化的地步。

## 第九章 參考文獻

- [1] 楊長圃，無人直昇機慣系導航系統，碩士論文，元智大學/機械工程學系，桃園，2003。
- [2] 黃博政，分散式無人載具感測與控制系統之發展，碩士論文，國立台北科技大學機電整合研究所，台北，2005。
- [3] 楊宜芬，無人載具導航控制系統之開發，碩士論文，國立台北科技大學機電整合研究所，台北，2007。
- [4] 洪文龍，無人直昇機起降與停懸控制輔助系統之開發，碩士論文，國立台北科技大學機電整合研究所，台北，2009。
- [5] 陳祐泓，無人載具路徑跟隨導航之研究，碩士論文，國立台北科技大學機電整合研究所，台北，2010。
- [6] R. Mahony, T. Hamel and Jean-Michel Pflimlin, "Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, pp. 1203-1218, 2008.
- [7] R. P. G. Collinson, *Introduction to Avionics*. Microwave Technology Series 11, Chapman & Hall, 1st, pp.231-237, 1996.
- [8] H. Rehbindler and X. Hu, "Nonlinear Pitch and Roll Estimation for Walking Robots," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol.3, pp. 2617-2622, 2000.
- [9] P. Martin and E. Salaün , "A General Symmetry-Preserving Observer for Aided Attitude Heading Reference Systems," *Decision and Control, CDC 2008, 47th IEEE Conference*, pp. 2294-2301, 2008.
- [10] D. Jurman, M. Jankovec, R. Kamnik and M. Topic., "Calibration and Data Fusion Solution for the Miniature Attitude and Heading Reference System," *Sensors and Actuators, A-Physical*, vol. 138, pp. 411-420, 2007.
- [11] R. Zhu , D. Sun , Z. Zhou and D. Wang, "A Linear Fusion Algorithm for Attitude Determination Using Low Cost MEMS-Based Sensors," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 40, pp. 322-328, 2007.
- [12] M. Euston, P. Coote, R. Mahony, J. Kim and T. Hamel "A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV with a Low-Cost IMU," *6th International Conference on Field and Service Robotics*, pp. 340-345, 2008.
- [13] J.F. Vasconcelos, C. Silvestre, P. Oliveira, P. Batista and B. Carneira, "Discrete Time-Varying Attitude Complementary Filter," *American Control Conference*, pp. 4056-4061, 2009.

- [14] S. K. Hong, "Fuzzy Logic Based Closed-Loop Strap Down Attitude System for Unmanned Aerial Vehicle (UAV)," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 107, pp. 109-118, 2003.
- [15] H. J. Lee and S. Jung, "Gyro Sensor Drift Compensation by Kalman Filter to Control a Mobile Inverted Pendulum Robot System," *IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 1-6, 2009.
- [16] Young-Soo Suh, Sang-Kyeong PARK, Hee-Jun KANG and Young-Shick RO, "Attitude Estimation Adaptively Compensating External Acceleration," *JSME International Journal, Series C*, vol. 49, pp.172-179, 2006.
- [17] 張耕魁，利用卡曼濾波器整合全球定位系統及慣性導航系統，碩士論文，國立台北科技大學機電整合研究所，台北，2008。
- [18] S. Grewal, R. Weill and P. Andrews, *Global Positioning System, Inertial Navigation, and Integration*, Wiley Interscience, NY, 2001.





## 作者簡介

姓名：徐嘉偉

出生地：台灣省台中縣

出生日期：74 年 12 月 26 日

學歷：國立台北科技大學機電整合研究所  
國立聯合大學機械系

通訊處：苗栗縣苑裡鎮上館里 9 鄰 184 號

電話：0919-701728

