

國立成功大學
航空太空工程學系
碩士論文

四旋翼機之姿態控制
Attitude Control of Quadrotor

研究生：楊榮峯 Student: Jung-Feng Yang
指導教授：陳介力 Advisor: Chieh-Li Chen

Department of Aeronautics and Astronautics

National Cheng Kung University

Tainan, Taiwan, R.O.C.

Thesis for Master of Science

June 2010

中華民國九十九年六月

國立成功大學

碩士論文

四旋翼機之姿態控制

Attitude Control of Quadrotor

研究生：楊榮峰

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

張鳳明

楊錫凱

陳介力

指導教授：陳介力

系(所)主管：陳介力

中華民國 99 年 6 月 25 日

中文摘要

無人飛行載具的研究與發展在近年來已經是相關業界與學術界的熱門研究課題，主要因為其重量輕、體積小與動態靈敏性高，而在戰略價值上也扮演著相當重要的角色，尤其無須去考慮駕駛人員的負擔，更吸引研究者紛紛投入這深具潛力的領域。無人飛行載具的發展歷史上，主要分為定翼機與旋翼機這兩種類別，本研究著重在四旋翼機體動態控制，藉由控制扇葉攻角的角度來操控四旋翼系統的升力變化，進而達到在姿態行進上的位置控制，配合 PID 閉迴路控制器與自訂的控制策略，從起始點到目標點位置資訊產生四旋翼機身的姿態角姿態，藉由伺服機構來控制各部位扇葉攻角來完成所下達的控制命令。本文不僅建立載具的完整數學模型，更配合幾種簡易的情境模擬，來驗證控制系統的可行性。

Abstract

Investigations and researches on Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) have become the most popular topics recently, because of the advantages on small size, light structures and high maneuverability. Even in military application, the UAV has its merits to investigate. Without concerning about the safety of pilot is the key merit which attracts researchers to join this field. There were two primary categories of UAVs, fixed-wing UAVs and rotary-wing UAVs. This thesis concerns about the dynamics of quadrotor, where the lift of craft is manipulated by regulating the blade's pitch angle. The point to point flight is achieved by a corresponding attitude and PID control loops for providing required lift. Numerical simulations demonstrate the performance of the resulting point to point flight of the quadrotor.

誌謝

在研究所修業的這段時間特別的令人難忘，雖然比常人在碩士生涯這條路上走的稍微的曲折，但回首過往，歷歷在目，終於還是踏上了畢業這條康莊大道，邁向人生的另一階段。

首先感謝 詹劭勳教授在我碩士生涯遇到瓶頸時，給予了我很多寶貴的意見與提攜，並給了我一句讓我難忘的警語：「當人生有太多選擇時，對自己來講並非一件好事，沒有退路的單向道，或許就是一條生路」。讓我遇到了惠我良多的 陳介力教授，對我來說，這真是個全新的開始，有更多不同於以往的視野，培養出多元的思維，而老師也亦師亦友般的對我多加照顧，且給予我很多在研究與撰寫論文上的幫助，還要感謝口試委員 張國明教授 和 楊錫凱教授在口試時提供的寶貴意見及建議，使本論文能夠更加的完整。

再來感謝學長凱笙、崇禮、彥法、浩瑋、東晉與學姊玉琦在碩士這兩年間的提攜與照顧，特別是凱笙、彥法、浩瑋與東晉學長在我研究遇到瓶頸的時候，總是不吝嗇的給予我許多寶貴的建議與思想邏輯，一步一步有耐心的協助與教導我，讓我在研究上少走了很多的冤枉路。

感謝同學國鑫(丁丁)、家緯(小丹大)、榮茂(國寶茂伯)與薇文(大頭)，在求學期間與我互助扶持，學弟佳恩、誌賢與學妹朵頤也給予我許多寶貴的意見，特別是佳恩學弟，在我研究上也給予我許多的幫助。

最後，謝謝家人與女友惠雯一直以來總是默默的支持我，讓我可以無後顧之憂的去完成我的學業生涯，沒有他們就沒有今日的我，謝謝他們給予我豐富的資源及學習環境。

目錄

中文摘要	I
Abstract	II
誌謝	III
目錄	IV
表目錄	VI
圖目錄	VII
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 研究動機與目的	2
1.3 文獻回顧	2
1.4 論文大綱	3
第二章 四旋翼機系統簡介與動態推導	4
2.1 系統架構	4
2.2 飛行原理	5
2.3 馬達之推力和力矩推導	6
2.4 空氣密度公式推導	9
2.5 四旋翼機系統動態推導	11
第三章 系統控制架構設計	16
3.1 系統架構介紹	16
3.1.1 四旋翼機馬達的選取	17
3.1.2 馬達扇葉翼型的選取	18
3.2 導航控制系統設計	21

3.3	角度誤差控制系統設計.....	22
3.4	馬達扇葉攻角追蹤控制系統設計.....	24
第四章	數值模擬.....	27
4.1	點對點垂直起降突然遭遇側風影響.....	29
4.2	點對點水平移動.....	33
4.3	點對點空間移動.....	37
4.4	點對點空間移動伴隨側風影響.....	41
第五章	結論與未來展望.....	46
5.1	結論.....	46
5.2	未來展望.....	47
參考文獻	48
自述	50



表目錄

表 3-1 MEGA 3545MN 馬達產品規格	18
表 4-1 四旋翼機模擬系統參數	28
表 4-2 導航控制系統三軸 PD 增益值	29
表 4-3 角度誤差控制系統馬達扇葉攻角 PD 增益值	29



圖目錄

圖 2-1 四旋翼機架構圖.....	4
圖 2-2 四旋翼機座標系統示意圖	6
圖 2-3 馬達扇葉幾何示意圖	7
圖 2-4 壓力對高度表(A 為單位面積).....	10
圖 2-5 空氣密度與高度表(在溫度 25°C、地表壓力 1atm，高度從 0~30 m)	11
圖 3-1 四旋翼機控制系統方塊圖	16
圖 3-2 MEGA 3545MN 轉鼓式無刷馬達	17
圖 3-3 NACA0012、NACA0015 和 NACA0020 型號之升力係數(C_l)、力矩 係數(C_m)、阻力係數(C_d)與翼形攻角圖.....	20
圖 3-4 NACA0012 翼形剖面	20
圖 3-5 三軸 PD 閉路控制器	21
圖 3-6 四旋翼系統平衡點推力圖	22
圖 3-7 角度誤差控制子系統	23
圖 3-8 MEGA 3545MN 步階回授位置 Simulink 圖.....	25
圖 3-9 MEGA 3545MN 步階回授位置響應圖	25
圖 3-10 伺服機馬達回授控制系統	26
圖 4-1 點對點垂直起降之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖.....	30
圖 4-2 點對點垂直起降之尤拉角響應圖	30
圖 4-3 點對點垂直起降之扇葉攻角響應圖(0~25 sec.)	31
圖 4-4 點對點垂直起降之扇葉攻角響應圖(25~100 sec.)	31
圖 4-5 點對點垂直起降之尤拉角誤差與系統總推力和響應圖(0~25 sec.)	32

圖 4-6 點對點垂直起降之尤拉角誤差與系統總推力和響應圖(25~100 sec.)	32
圖 4-7 點對點垂直起降之系統總推力方向與垂直軸夾角圖	33
圖 4-8 點對點水平移動之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖	34
圖 4-9 點對點水平移動之尤拉角響應圖	34
圖 4-10 點對點水平移動之扇葉攻角響應圖(0~5 sec.)	35
圖 4-11 點對點水平移動之扇葉攻角響應圖(5~20 sec.)	35
圖 4-12 點對點水平移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(0~5 sec.)	36
圖 4-13 點對點水平移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(5~20 sec.)	36
圖 4-14 點對點水平移動之系統總推力方向與垂直軸夾角圖	37
圖 4-15 點對點空間移動之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖	38
圖 4-16 點對點空間移動之尤拉角響應圖	38
圖 4-17 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(0~5 sec.)	39
圖 4-18 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(5~20 sec.)	39
圖 4-19 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(0~5 sec.)	40
圖 4-20 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(5~20 sec.)	40
圖 4-21 點對點空間移動之系統總推力方向與垂直軸夾角圖	41
圖 4-22 點對點空間移動之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖	42
圖 4-23 點對點空間移動之尤拉角響應圖	42
圖 4-24 點對點空間移動之尤拉角 Pitch 穩態響應圖(45~60 sec.)	43
圖 4-25 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(0~5 sec.)	43
圖 4-26 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(5~60 sec.)	44
圖 4-27 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(0~5 sec.)	44
圖 4-28 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(5~60 sec.)	45
圖 4-29 點對點空間移動之系統總推力方向與垂直軸夾角圖	45

第一章

緒論

1.1 前言

隨著無人載具的研究與發展，其在現今社會所扮演的角色有越發重要的趨勢，當必須執行某些負有危險性的任務或要探勘某些人力所不易接近的區域環境時，為了安全考量的情況下，此時就是無人載具最佳的用途，而無人室內或室外移動式機器人的使用上在現今社會也已經是被廣泛的使用多年了。

在近幾年來，對於無人飛行載具(Unmanned aerial vehicles, UAVs)的研究發展與應用的興趣上，在發表的文獻上有很明顯的增長，可知無人飛行載具的研究已經是目前最為熱門的研究題材之一，更甚有研究報導預測指出 UAV 的市場規模將從 1997 年的 2.9 億美金 5382 架成長為 2015 年的 12.5 億美金 17976 架，由其報導中可以明顯知道，無人飛行載具實不愧為無人載具研究中的榜首，而其所應用的範圍亦相當廣泛，凡從國防應用到民間用途上均可看到其蹤跡。

而無人飛行載具本身最大的特色就在於無須考量操作人員的人身安全問題，這是一般有乘人式的飛行載具所難望項背的，而在一般飛行載具所能夠達到的功能無人飛行載具全都能夠達到，但無人飛機所能達到的其一般飛機卻不一定能夠輕易達到。

1.2 研究動機與目的

無人飛行載具大致可區分為兩大種類—定翼機與旋翼機，其中定翼機的優點是可長時間滯空、遠距離飛行與酬載量大等，但是定翼機的缺點必須要保持著一定的飛行速度來讓機身維持著足夠的升力，且其在起飛與降落時均需要足夠的跑道長度或者是某些特定的回收機構，故其在某些任務的執行上是有先天上的環境條件限制的，而在旋翼機來講，優勢在於可短場或垂直起降、地點滯空和慢速巡航等，主要缺點為其任務半徑小。

本文所研究的對象有別於一般傳統旋翼機的類型，它屬於四旋翼機構的種類，相較於傳統的旋翼機，其優勢為四旋翼機構在姿態的運動上比傳統的旋翼機更加彈性，且四旋翼機在機構的強健性與飛行動力機構危機的處理上，也比傳統型的來得更加的好，而在四旋翼機的姿態控制策略，大部分的文獻是藉由控制馬達的輸入電壓來達到馬達推力的控制，以達成姿態上的控制，本文的重點著重在經由四旋翼推力馬達電壓固定輸入的條件下，改變其馬達扇葉攻角來改變其升力，而同樣達成姿態上的控制。

1.3 文獻回顧

有關四旋翼機的發展與應用，隨著無人飛行載具的受到重視，其相關文獻研究也陸續發表，在 2005 年，Castillo 等人就針對四旋翼機在停旋滯空的狀態下，做線性與非線性模擬控制，並以真實用四旋翼機實驗做驗證，當時他們就證明了所提出的非線性控制律對於迷你型四旋翼機有一定的強健性[1]，而在 2006 年時，Tayebi 等人也對四旋翼機提出垂直起

降的姿態穩定控制，針對四旋翼機在機身桿件的科氏力與馬達旋轉造成的陀螺扭矩，經由一個PD回授結構來達到姿態控制的策略 [2]。

2009 年時，更多關於四旋翼機的文獻紛紛出現，Das 等人[3]發表了使用逆步式控制策略(Backstepping approach)的方式對四旋翼機動態系統進行非線性的模擬控制；Raffo 等人[4]也提出了使用欠驅動強健控制(Underactuated H_{∞} Control)對四旋翼機做一軌跡追蹤的模擬控制；Lesecq 等人[5]則發表了對於資料遺失時四旋翼機在做姿態控制時，經由觀測器來做資料補償的策略，並針對運算資料遺失情況的數值模擬探討。

此外，何吉堂[8]也針對兩葉片遙控直升機動態模式，建構了一套數值分析方法，來進行兩葉片遙控直升機的非線性動態模擬，其研究結果對本文的四旋翼機動態系統分析有相當大的助益。

1.4 論文大綱

本文總共分為五個章節，各章節敘述如下：

第一章 說明本文之研究背景及動機目的，並介紹國內外相關研究及文獻。

第二章 介紹四旋翼機基本架構與飛行原理，並推導四旋翼機系統動態流程。

第三章 建立四旋翼機各部分 PID 控制架構，並說明每個子系統建構設計理念。

第四章 為數值模擬分析，針對三個情境模擬條件做四旋翼系統數值模擬與性能驗證。

第五章 針對本文建構之四旋翼機動態系統驗證後整理出結論，並探討未來之研究方向。

第二章

四旋翼機系統簡介與動態推導

2.1 系統架構

一般而言，四旋翼機飛行動力系統主要包含十字交叉剛體的主體結構和四組伺服馬達系統，將以馬達來帶動扇葉的轉動，提供四旋翼機的飛行動力或飛行姿態的改變，本文所採用的四旋翼機模型如圖 2-1 所示。

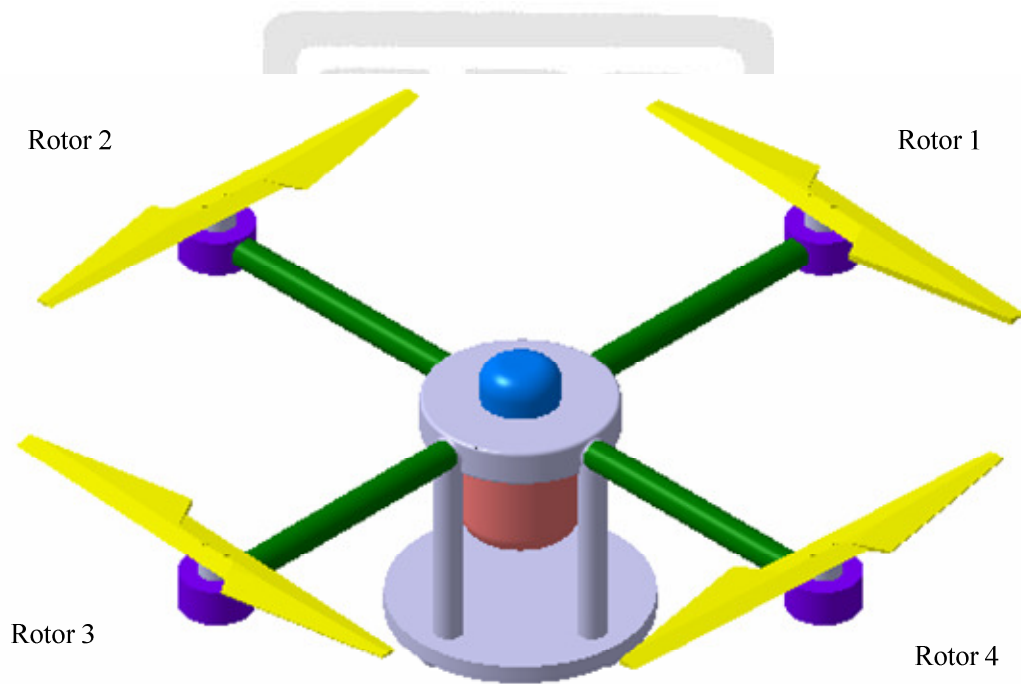


圖 2-1 四旋翼機架構圖

傳統的四旋翼機的飛行狀態控制，是利用操控系統本身四顆推力馬達輸入電壓的增減，來達到升力的變化，進而完成姿態的控制，其所採用的控制法則琳瑯滿目，一般常見的有 PID、強健控制法則、順滑模態控制等，

其中大部分是利用線性化後的系統動態來設計控制器，而本文將直接利用非線性的系統動態來設計控制器，控制的目標亦不是控制馬達的輸入電壓，而是在藉由改變馬達扇葉攻角的變化，來達到升力的增減控制，進而達到飛行姿態的操控。

本文所採取的控制策略，其優勢在於當系統馬達推力輸入信號不足以達到姿態操控的命令時，尚可藉由改變馬達扇葉攻角來輔助四旋翼系統作升力上的增減；另一方面，當四旋翼機受限於馬達伺服系統所提供的推力時，將可藉由選取高升力的扇葉幾何翼型來改善馬達控制系統的升力輸出，進而使四旋翼機系統在姿態的操控上更具彈性與靈活。

2.2 飛行原理

相較於傳統型直昇機的飛行動態，四旋翼機有著更為靈活的操作性能，假若欲作前進俯仰角(Pitch Motion)的動作時，只需增加馬達 3 的推力，且同時減少馬達 1 的推力即可達成；同理若要進行側邊滾轉的動作(Roll Motion)，則僅需利用到側邊的兩組馬達控制系統做推力的增減；而偏航運動(Yaw Motion)則需要增加馬達 1、3 的力矩且減少馬達 2、4 的力矩即可達成，如圖 2-1 所示。

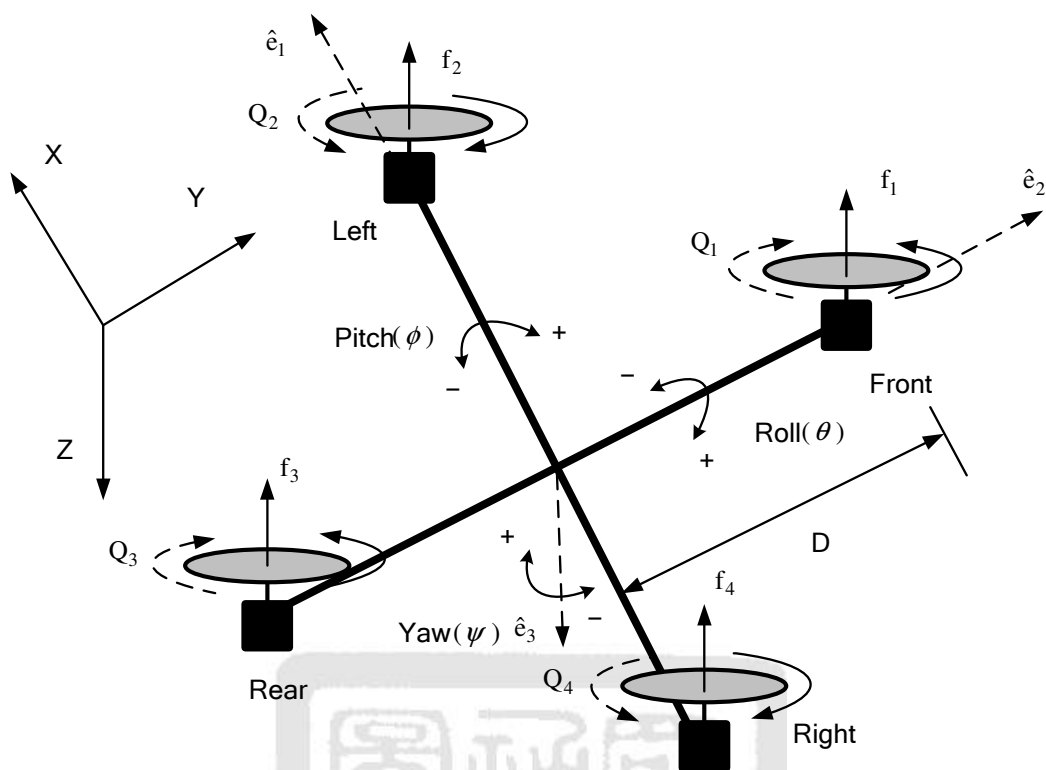


圖 2-2 四旋翼機座標系統示意圖

在大略了解四旋翼機的機身機構與飛行原理之後，接下來探討四旋翼機的系統動態推導過程及數學模型的建立，而從圖 2-2 可得知四旋翼機的數學模型的世界座標軸(X, Y, Z)與轉動座標軸($\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$)的架構。

2.3 馬達之推力和力矩推導

在推導旋翼機系統動態前，必須先瞭解馬達扇葉、扇葉翼型與扇葉攻角變化對系統推力的影響。一般而言，旋翼機的升力係數 C_L (Lift Coefficient)如下式所描述

$$C_L = \frac{T_t}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S} \quad (2-1)$$

其中 T_t 為系統推力、 ρ_∞ 為當時溫度壓力下的自由流空氣密度、 V_∞ 為自由流的空氣速度和扇葉面積 S 。在馬達扇葉運動學分析上， V_∞ 等於馬達系統的扇葉的切線速度，其關係如下式所示

$$V_\infty = V_t = \omega C_d, \quad (2-2)$$

其中 ω 為馬達轉速、 C_d 為扇葉的長度，考慮馬達扇葉幾何面積的計算，首先假設馬達扇葉幾何外型為一梯形，如下圖所示

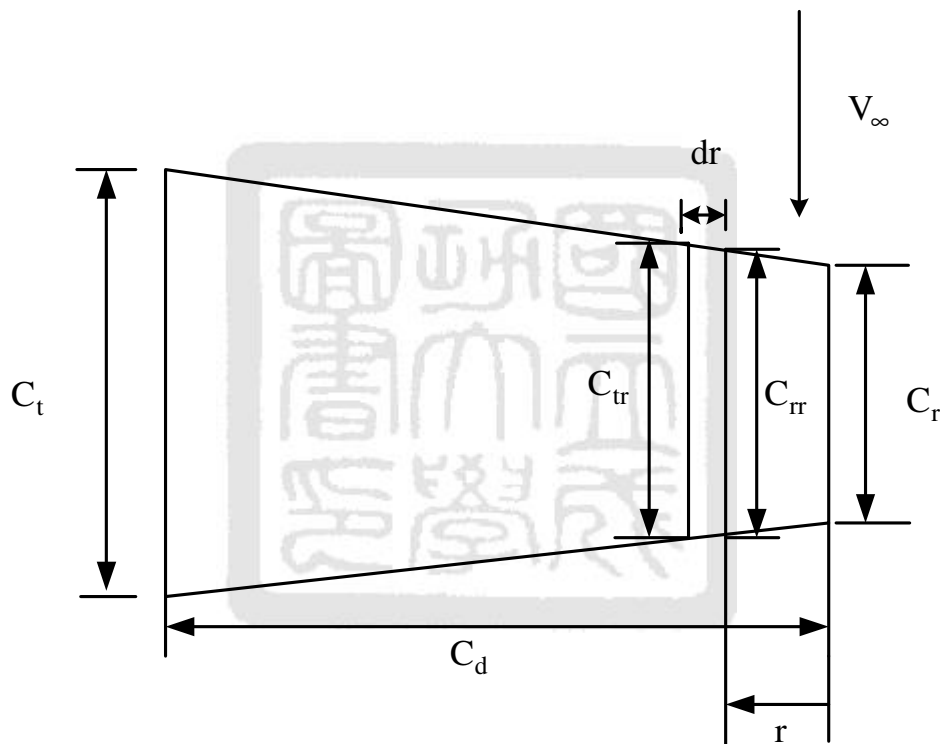


圖 2-3 馬達扇葉幾何示意圖

其中 C_t 為扇葉的尖端長度、 C_r 為扇葉的末端長度、 dr 為扇葉的單位長度、 r 為從扇葉末端到 dr 的距離，由梯形面積公式計算，將可得到小塊扇葉單位面積如式(2-3)所示

$$S_{dr} = \frac{(C_{tr} + C_{rr})dr}{2}, \quad (2-3)$$

其中

$$C_{tr} = C_r + 2 \times \frac{C_t - C_r}{C_d} (r + dr) , \quad (2-4)$$

$$C_{rr} = C_r + 2 \times \frac{C_t - C_r}{C_d} \times r , \quad (2-5)$$

由式(2-1)可知扇葉的單位推力 T_{tr} 為

$$T_{tr} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} (\omega r)^2 S_{dr} C_L . \quad (2-6)$$

經由積分運算後，可獲知當馬達旋轉時，其單片扇葉所能提供的推力， T_t 為

$$\begin{aligned} T_t &= \int_{r=0}^{r=C_d} T_{tr} dr \\ &= \frac{3C_t + C_r}{24} \rho_{\infty} C_d^3 \omega^2 C_L , \end{aligned} \quad (2-7)$$

其中

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \times \alpha , \quad (2-8)$$

C_{L0} 為零升力攻角係數(Zero-lift angle)、 $C_{L\alpha}$ 為升力斜率(Lift slope)和 α 為扇葉攻角。

再將(2-8)式帶入(2-7)式，可得到單片扇葉所能提供的推力與攻角的關係，如下表示

$$T_t = \frac{3C_t + C_r}{24} \rho_{\infty} C_d^3 \omega^2 (C_{L0} + C_{L\alpha} \times \alpha) \quad (2-9)$$

經由數學運算，可獲得單顆馬達搭配扇葉之後推力與扇葉攻角關係，其關係式將如下式所示

$$F_{\text{motor}} = nT_t = n \times \left[\frac{3C_t + C_r}{24} \rho_{\infty} \times C_d^3 \times (K_v \times V_{\text{motor}})^2 \times (C_{L0} + C_{L\alpha} \times \alpha) \right] \quad (2-10)$$

其中 n 為馬達扇葉數目， K_v 為馬達係數(Motor Coefficient)(rpm/V)， V_{motor} 為馬達輸入電壓(伏特)。

除了考慮馬達扇葉攻角對於四旋翼機系統推力的影響之外，還必須考慮扇葉攻角和馬達旋轉力矩的關係，以及其對於四旋翼機自身的影響；藉由力矩係數(Torque Coefficient， C_Q)的公式如式(2-11)所示

$$C_Q = \frac{Q}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_d} \quad (2-11)$$

其中 Q 為系統力矩、 ρ_{∞} 為當時溫度壓力下的自由流空氣密度、 V_{∞} 為自由流的空氣速度、 S 為扇葉面積以及 C_d 為扇葉長度。且經過數學運算整理後，可得到單顆馬達轉動之後之力矩與扇葉攻角關係式

$$Q_{\text{motor}} = n \times \left[\frac{C_r + 4C_t}{20} \times C_Q \times \rho_{\infty} \times C_d^4 \times (K_v \times V_{\text{motor}})^2 \right] \quad (2-12)$$

其中 n 為扇葉數目和 K_v 為馬達係數(Motor Coefficient)(rpm/V)， V_{motor} 為馬達輸入電壓(伏特)。

2.4 空氣密度公式推導

假設空氣在空間中為均質分布，因此將可套用理想氣體方程式 $PV = nRT$ ，經由單位換算可獲得 $PM = \rho_{\infty} RT$ ，其中 P 為氣體的壓力， V 為氣體的體積， n 為氣體的莫耳數(mole)， T 為氣體的絕對溫度(K)， R 為理想氣體常數($R = 0.082 \frac{\text{atm} \cdot \text{l}}{\text{mole} \cdot \text{K}} = 8.314 \frac{\text{Newton} \cdot \text{m}}{\text{mole} \cdot \text{K}}$)， M 為氣體的分子量(一般空氣成分大概可分為 80%的氮氣(N_2)與 20%的氧氣(O_2)，故

$M \cong 28 \times 0.8 + 32 \times 0.2 = 28.8$) , ρ_{∞} 為氣體的密度。

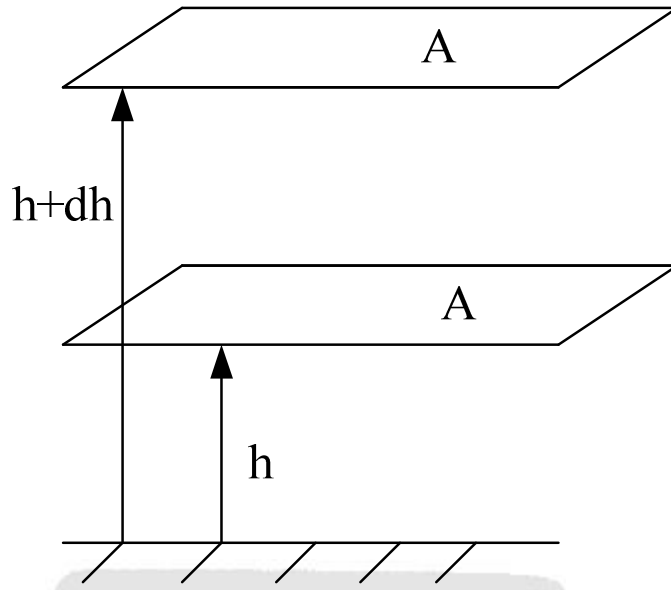


圖 2-4 壓力對高度表(A 為單位面積)

如圖 2-4 所示，考慮空中間兩不同高度的單位截面積所受之氣體壓力，其靜力平衡關係將如下式所描述

$$P(h + dh)A + \rho_{\infty} A g dh = p(h)A , \quad (2-13)$$

其中 P 為大氣壓力為高度的函數、 A 為單位截面積、 ρ_{∞} 為氣體的密度、 g 為重力加速度，經由數學計算之後，可得

$$P(h + dh) - p(h) = -\rho_{\infty} g dh \quad (2-15)$$

因此

$$\frac{dP}{dh} = -\rho_{\infty} g . \quad (2-16)$$

再將理想氣體方程式帶入式(2-16)，可得到壓力與高度的關係如下式所描述

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{PM}{RT} g \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{M}{RT} g dh , \quad (2-17)$$

其中

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (2-18)$$

結合式(2-18)至理想氣體方程式中，可以整理出空氣密度與高度的關係如下表示

$$\rho_{\infty} = \frac{P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \times M}{RT} \quad (2-19)$$

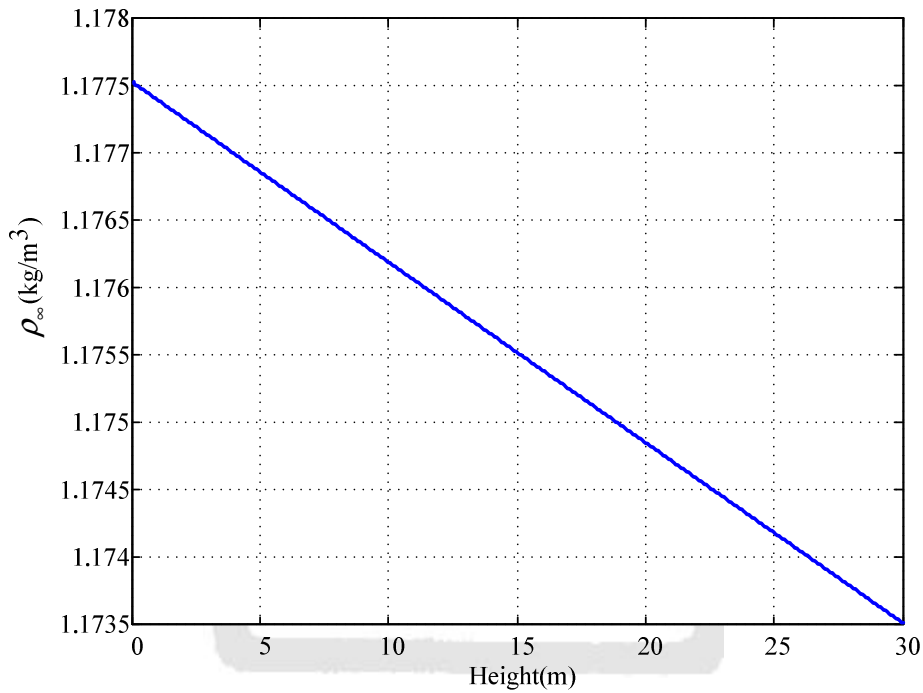


圖 2-5 空氣密度與高度表(在溫度 25°C、地表壓力 1atm，高度從 0~30m)

而如圖 2-5 所示，在低空下的空氣密度幾乎可以視為一常數，故本文在空氣密度 ρ_{∞} 的參數定義為 1.1755 kg/m^3 。

2.5 四旋翼機系統動態推導

在四旋翼機系統動態推導過程中，將假設四旋翼機為受到馬達推力

及其旋轉力矩影響的剛體，其系統總推力 $u = \sum_{i=1}^4 f_i$ (其中 $i=1, \dots, 4$ 分別代表不同馬達) 如圖 3-1 所示。而系統的廣義座標(Generalized coordinates)將定義為 $q = (X, Y, Z, \psi, \theta, \phi) \in \mathbb{R}^6$ ， $\xi = (X, Y, Z) \in \mathbb{R}^3$ 為相對於世界座標(Inertial frame)的系統質量中心的位置， $\eta = (\psi, \theta, \phi) \in \mathbb{R}^3$ 為系統轉動的尤拉角(Euler angles)， ψ 為繞著 Z 軸轉動的偏航角(yaw angle)， θ 為繞著 Y 軸轉動的滾轉角(roll angle)， ϕ 為繞著 X 軸轉動的俯仰角(pitch angle)。

一般而言，推導系統動態方程式主要有兩種方法：牛頓法(Newton Method)和拉氏法(Lagrange Method)，本文將採用拉氏法來推導四旋翼機系統的動態方程式。首先將定義拉氏函式，其如下式表示

$$L(q, \dot{q}) = T_{\text{trans}} + T_{\text{rot}} - U, \quad (2-20)$$

其中 $T_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi}$ 為四旋翼機的位移動能(translational kinetic energy)， $T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \omega^T I \omega$ 為四旋翼機的轉動動能(rotational kinetic energy)， $U = m g Z$ 為四旋翼機的重力位能(potential energy)， ω 為四旋翼機的角速度， I 為四旋翼機的質量矩(Inertial matrix)， m 為四旋翼機的質量， Z 為四旋翼機的飛行高度和重力加速度 g 。

若考慮系統的角速度 ω 與尤拉角速度 $\dot{\eta}$ 之關係，其關係式將可如下式表示

$$\omega = W_v \dot{\eta} \quad (2-21)$$

其中關係轉換矩陣如式(2-22)

$$W_v = \begin{bmatrix} -\sin\theta & 0 & 1 \\ \cos\theta \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \cos\theta \cos\phi & -\sin\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

將此轉換矩陣引入轉動動能 T_{rot} ，重新加以整理之後，將可得到

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T W_v^T I W_v \dot{\eta} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} = \frac{1}{2} (\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) - \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta \quad (2-23)$$

其中 $J = W_v^T I W_v$ 。

將上述關係帶入式(2-20)， $L(q, \dot{q})$ 將可改寫為

$$\begin{aligned} L &= T_{\text{trans}} + T_{\text{rot}} - U \\ &= \frac{m}{2} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} (\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) - \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta - m g Z \end{aligned} \quad (2-24)$$

結合尤拉-拉氏方程式(Euler-Lagrange equations)和廣義力(generalized forces)所推算的四旋翼機系統動態方程式將如下所描述

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \begin{bmatrix} F_{\xi} \\ \tau \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

其中 $F_{\xi} = R \hat{F}$ 為總推力作用於四旋翼系統上的位移作用力(translational force)， R 為方向餘弦矩陣(Direction Cosine Matrix，Body 3-2-1 Rotate)

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 f_i \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

u 為方向朝上且垂直於系統的總推力，其中 f_i 為馬達 M_i 所產生的推力。

結合式(2-26)與式(2-27)，經由整理後可得式(2-28)

$$F_{\xi} = R F = \begin{bmatrix} -\sin\theta \left(\sum_{i=1}^4 f_i \right) \\ (\cos\theta \sin\phi) \left(\sum_{i=1}^4 f_i \right) \\ (\cos\theta \cos\phi) \left(\sum_{i=1}^4 f_i \right) \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

在此將假設系統重心是位於四旋翼機系統的中心處，則 $\tau \in \mathfrak{R}^3$ 包含偏航角、滾轉角和俯仰角的旋轉力矩，如下式所表示

$$\tau = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} \\ D(f_2 - f_4) \\ D(f_3 - f_1) \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

其中 D 是馬達到重心之間的距離，而 τ_{Mi} 為馬達 M_i 因自身旋轉對系統重心所產生的力偶矩。

經由數學運算分別可獲得下列各式

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q} &= \left(\frac{\partial L}{\partial X}, \frac{\partial L}{\partial Y}, \frac{\partial L}{\partial Z}, \frac{\partial L}{\partial \psi}, \frac{\partial L}{\partial \theta}, \frac{\partial L}{\partial \phi} \right) \\ &= (0, 0, -mg, 0, -\dot{\psi} \dot{\phi} \cos\theta, 0) \end{aligned} \quad (2-30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} &= \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}}, \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}}, \frac{\partial L}{\partial \dot{Z}}, \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}, \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}, \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) \\ &= (m\dot{X}, m\dot{Y}, m\dot{Z}, \dot{\psi} - \dot{\phi} \sin\theta, \dot{\theta}, \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin\theta) \end{aligned} \quad (2-31)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} &= \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{X}}, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}}, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Z}}, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) \\ &= (m\ddot{X}, m\ddot{Y}, m\ddot{Z}, \ddot{\psi} - \ddot{\phi} \sin\theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos\theta, \ddot{\theta}, \ddot{\phi} - \ddot{\psi} \sin\theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos\theta) \end{aligned} \quad (2-32)$$

分別將式(2-28)、式(2-29)、式(2-30)和式(2-32)代入式(2-25)，並重新加以整理，將可以獲得四旋翼機系統的動態方程式，其描述將如下式表示

$$\begin{bmatrix} m\ddot{X} \\ m\ddot{Y} \\ m\ddot{Z} \\ \ddot{\psi} - \ddot{\phi} \sin \theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} - \ddot{\psi} \sin \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \\ 0 \\ \psi \dot{\phi} \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \left(\sum_{i=1}^4 f_i \right) \\ (\cos \theta \sin \phi) \left(\sum_{i=1}^4 f_i \right) \\ (\cos \theta \cos \phi) \left(\sum_{i=1}^4 f_i \right) \\ \sum_{i=1}^4 \tau_i \\ D(f_2 - f_4) \\ D(f_3 - f_1) \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

再將 2.3 節所推導得到的馬達推力與扇葉攻角關係式(2-10)與馬達轉動之後之力矩與扇葉攻角關係式(2-12)帶入式(2-33)，即可得到四旋翼的系統動態與扇葉攻角的數學模型。



第三章

控制系統架構設計

本章主要討論四旋翼機控制系統的設計和其設計流程，首先在 3.1 節將介紹整體系統架構與陳述其設計概念，然後將在 3.2 節和 3.3 節分別介紹控制系統的子系統結構。

3.1 系統架構介紹

本文控制目標為使四旋翼機能夠從起始點移動至期望點的點對點飛行控制，系統控制目標為在固定推力馬達轉速的條件下，經由控制扇葉的攻角變化，促使四旋翼機達到點對點的位置控制目標，其系統控制流程架構如圖 3-1 所示。由於本文以數值模擬來探討，因此在開始建構控制系統之前，先挑選決定模擬系統中所需使用到的系統參數，如控制四旋翼機推力的推力馬達與控制扇葉攻角變化的伺服機馬達和扇葉翼形的選取，並規範出四旋翼機控制系統所必需有的合理的系統參數(譬如四旋翼機系統總重、四旋翼機系統馬達到重心之間的桿件長度、馬達扇葉長度和其寬度等)，以提供控制模擬與分析之用。

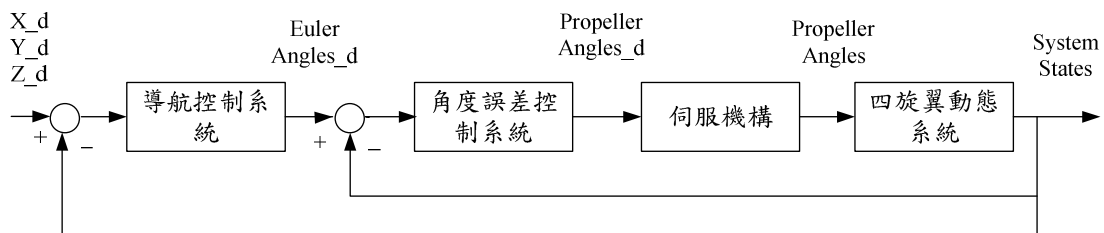


圖 3-1 四旋翼機控制系統方塊圖

3.1.1 四旋翼機馬達選取

在此本文所選取的馬達為大部分無人遙控直升機所採用的型號 (MEGA POWER 系列無刷馬達)，馬達外觀如圖 3-2 所示，其產品相關規格如表 3-1 所示。



圖 3-2 MEGA 3545MN 轉鼓式無刷馬達

表 3-1 MEGA 3545MN 馬達產品規格

系統參數	規格
直徑	35 mm
長度	45 mm
重量	150 g
軸心尺寸	5 mm
每伏特轉速	1100 rpm/V
最大連續電流	42 A
最佳效率電流	22~33 A

3.1.2 馬達扇葉翼形選取

扇葉翼形總共可分為兩類，對稱翼形(the symmetric airfoil)和非對稱翼形(the cambered airfoil)，此兩者間的主要差別在於對稱翼形在翼旋長(chord)的上下翼形外型為互相對稱的結構，而非對稱翼形除了包含有對稱翼形所有的特性之外，還在翼旋長(chord)的上下部份多了一個弧形(camber)結構。本文所選取的翼形為一般無人遙控旋翼機所最常使用的對稱翼形當作本文的馬達扇葉翼形，其型號為 NACA 4 Digits 系列。

藉由美國 DreeseCode 公司所研發的 DesignFoil 的翼形與機翼設計軟體作為輔助，挑選本文所需使用的扇葉翼形，其軟體的分析功能包含：

1. DesignFoil 繪圖功能：可快速繪製內建的上千個 NACA 翼形 2D 圖(airfoil 翼剖面)，或將已知的翼形數據資料繪成 2D 翼形圖，或利用內

建翼形繪製工具設計新翼形。此外、可以連接印表機直接列印出翼形尺寸圖，或轉換輸出成數種軟體檔案格式如 AutoCAD、Excel、Gridgen、DWT CMARC 等。

2. DesignFoil 翼形分析：內建風洞模擬(Virtual Wind Tunnel)功能，可快速計算分析 NACA 翼形與任意形狀翼形的空氣動力性能(升力係數 C_l 、阻力係數 C_d 、力矩係數 C_m 、壓力係數 C_p 、 V/V_{∞} 和 Drag Polar)，並繪製壓力 C_p 圖與流速 V/V_{∞} 圖。

3. DesignFoil 機翼計算：內建全尺寸機翼計算功能(Wing Tool)，可快速設計與計算分析全尺寸機翼(wing)在大氣中飛行的主要空氣動力性能(總升力、總阻力、失速速度、 L/D 和 Wing Loading)。

4. DesignFoil 性能分析：計算所得翼形(airfoil 翼剖面)升力係數 C_l 、阻力係數 C_d 、力矩係數 C_m 等參數可進一步應用於 AAA 飛機設計分析軟體中，做為飛機機翼或控制翼面之翼形(airfoil 翼剖面)輸入值，以進一步分析全機飛行性能。

5. DesignFoil 報告輸出：各項分析功能的計算數據與圖形輸出(Airfoil、 C_p 、 V/V_{∞} 、Boundary Layers 和 Drag Polar)可做為產品型錄或設計報告的技術資料。依購買軟體選項不同，設計分析之翼形與機翼的輸出格式可轉換輸出為：Excel、.dat、AutoCAD、SolidWorks、Rhino3D、Ashlar、DWT、Gridgen 和 CATIA 等。

根據 DesignFoil 所規劃出的 NACA 對稱翼形系列如圖 3-3 所示，由圖 3-3 可以得知，NACA 對稱翼形系列的失速攻角大約是在 10° 附近左右，並且隨著翼形最大厚度的增大，整體升力係數也會隨之降低；故本文將選用 NACA0012 為四旋翼機馬達扇葉，其扇葉剖面如圖 3-4 所示。

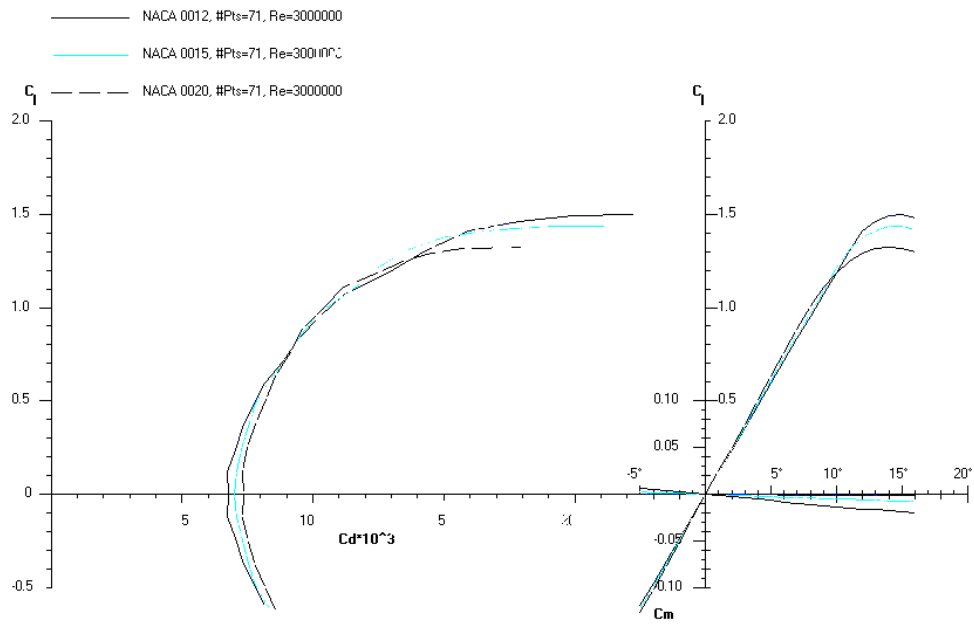


圖 3-3 NACA0012、NACA0015 和 NACA0020 型號之
 升力係數(C_L)、力矩係數(C_m)、阻力係數(C_d)與翼形攻角圖

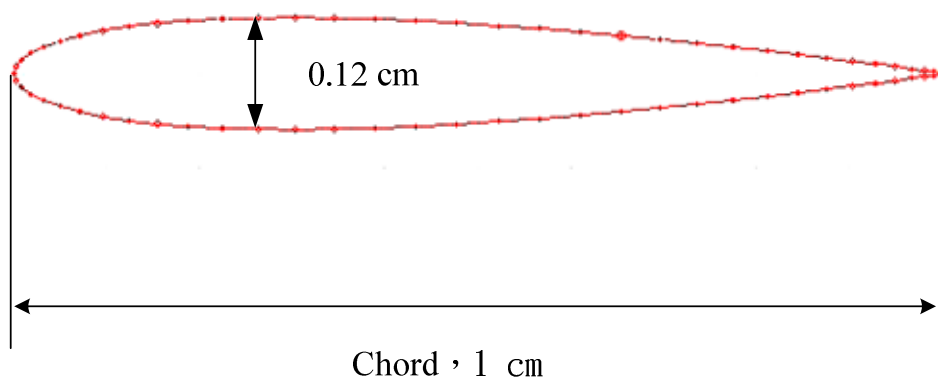


圖 3-4 NACA0012 翼形剖面

3.2 導航控制系統設計

導航控制系統顧名思義其主要功能在於提供系統若欲達到目標位置所需要改變的四旋翼機姿態角與總推力資訊，本文分別對 X、Y 和 Z 三軸設計一 PID 閉迴路控制器來作為控制策略如圖 3-5 所示並在每個 PID 控制器之後再加上一個飽和限制裝置(saturation)，用來避免輸出的姿態角過大而導致控制系統的不穩定。

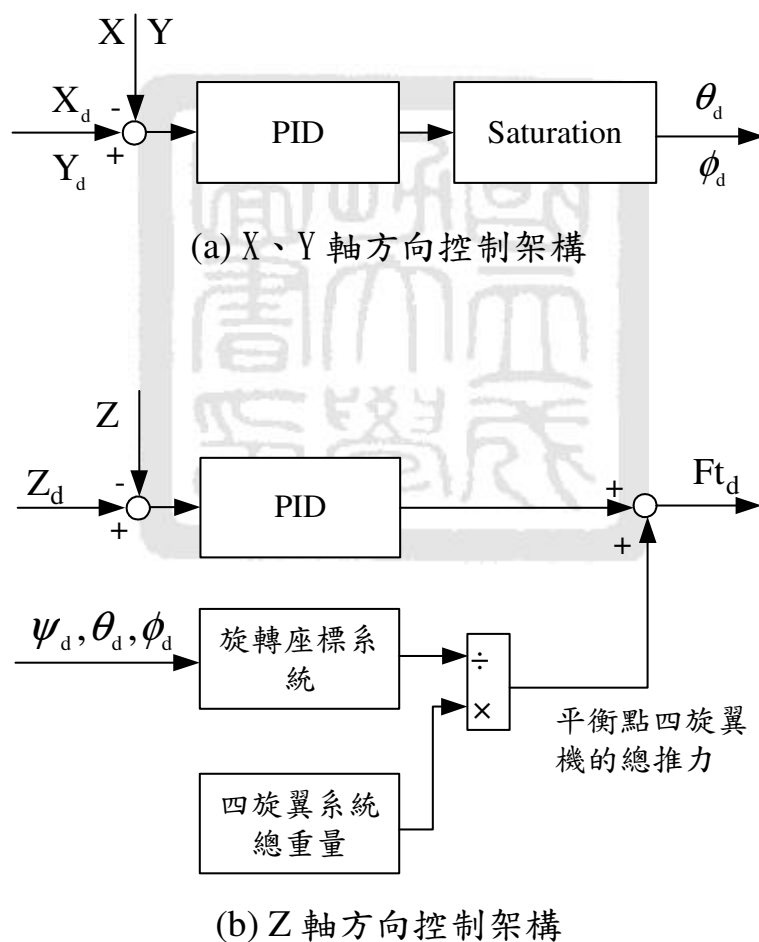


圖 3-5 三軸 PID 閉路控制器

本系統 X 軸和 Y 軸的移動分別對應四旋翼機的尤拉角度滾轉角

(Roll, θ)和俯仰角(Pitch, ϕ)的變化量；而 Z 軸的移動所對應的則是垂直於四旋翼系統平面的系統總推力的增減。以下將針對系統總推力的變化策略做一詳細的介紹；如圖 3-5 (b)所示，共分為兩個主要部份，上半部為依據 Z 軸高度的變化來判斷四旋翼機推力的增減，而下半部則為四旋翼機系統在當下尤拉角度的姿態下所需要維持在平衡點的系統推力計算，圖 3-6 即為其 Matlab 之 Simulink 示意圖，其主要是利用副程式(DCM)計算四旋翼系統機身與垂直軸 Z 軸的角度，再與四旋翼系統總重量做計算，得出平衡點四旋翼系統的所需總推力，其中標籤為 DCM 是利用旋轉座標系統建構而成的副程式。

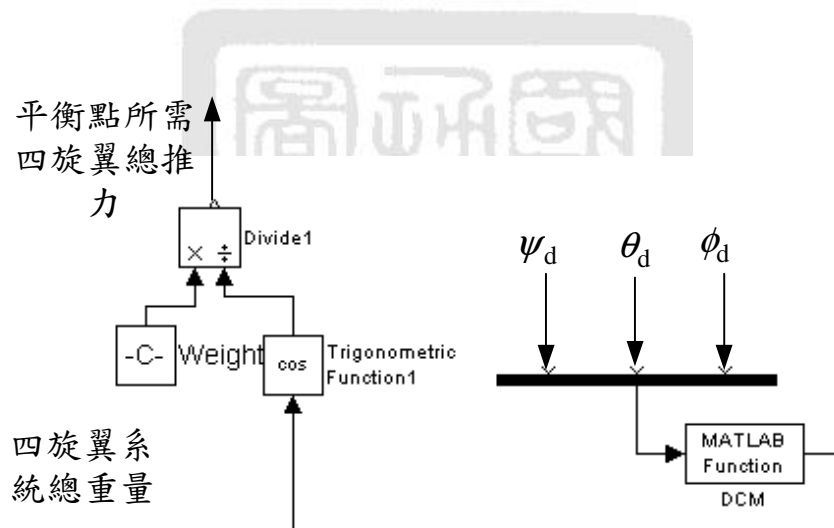


圖 3-6 四旋翼系統平衡點推力圖

3.3 角度誤差控制系統設計

此子系統的設計主要重點在於目標點經由導航控制系統，得到要到達該目標點四旋翼系統所需對應需要的尤拉角姿態與系統總推力之後，與四旋翼系統真實姿態角做計算，再分別經由 PID 閉迴路控制器來調變

馬達扇葉所對應的扇葉攻角變化量，來得到馬達扇葉攻角角度命令。

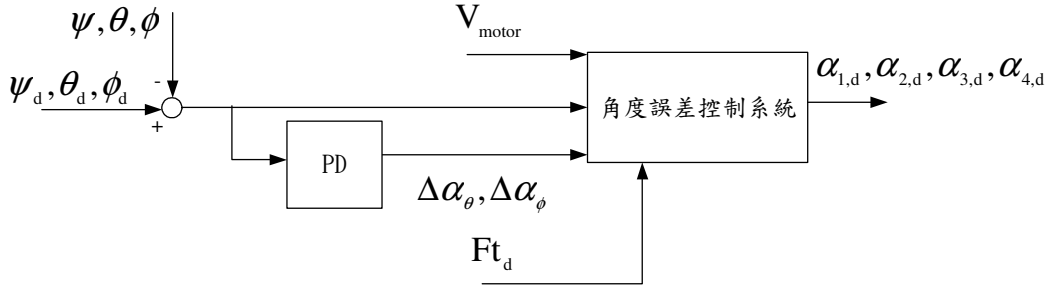


圖 3-7 角度誤差控制系統

其扇葉攻角更新規則，首先利用式(2-10)的馬達推力與扇葉攻角的關係式來求取經由 Z 軸 PID 控制器下所算出的四旋翼所需系統總推力，平均分散給四顆推力馬達之後，計算單顆馬達要達到平衡點所需扇葉攻角角度，然後再與經由 PD 控制器所得到的馬達扇葉攻角變化量 $\Delta\alpha_\theta$ 、 $\Delta\alpha_\phi$ 做如式(3-1)的計算規則，得到每顆馬達的扇葉攻角命令，

$$\begin{aligned}\alpha_{1,d} &= \alpha_0 - \Delta\alpha_\phi \\ \alpha_{2,d} &= \alpha_0 - \Delta\alpha_\phi \\ \alpha_{3,d} &= \alpha_0 + \Delta\alpha_\phi \\ \alpha_{4,d} &= \alpha_0 + \Delta\alpha_\theta\end{aligned}\tag{3-1}$$

$\alpha_{i,d}$ ：第 i 顆馬達的扇葉攻角， $i=1\sim 4$

α_0 ：單顆馬達平衡點推力下的馬達扇葉攻角

但因為本文所選取的馬達扇葉翼形 NACA0012 其攻角變化量與升力係數的增減並非是完全線性區段，攻角角度大約在 10° 以後升力係數就開始往下掉落，即達到所謂的失速攻角(stall angle of attack)區段，故本文在控制扇葉角度增減方面亦有限定每顆馬達扇葉攻角的角度最大變化量，讓四旋翼系統的控制更加的合乎真實條件限制。

3.4 馬達扇葉攻角追蹤控制系統設計

經由前面兩個部分的控制系統得到四顆馬達扇葉分別的期望的攻角之後，在真實四旋翼機構上尚需把訊號傳遞給一物件機構去驅動馬達扇葉，以達到控制系統的角度命令，此一物件機構稱之為伺服機構(servos)，為求方便本文所採用的伺服機構轉移函數採用前述 3.1.1 節所選用的馬達，物件特性雖不相同，但是因為本次模擬所改變的馬達扇葉角度均在小角度內變化，因此本文所假設的轉移函數在模擬系統上為可行的。

因為欠缺此顆馬達的真實速度響應資料，所以在馬達暫態系統響應部份必須經由假設條件來得知，此部份的馬達扇葉攻角控制動作主要是要模擬一般遙控直升機由人類搖控改變直升機扇葉的動作，故考量一般人體的反應頻率的情況下，假設馬達系統頻寬(Bandwidth)為 $2H_z$ ，經由換算可得到馬達系統時間常數為 $\frac{1}{4\pi}$ ，再來根據馬達的 K_v 值可以得到若做輸入電壓為 1 伏特的馬達速度系統鑑別，最後可以規劃出馬達系統速度轉移函數如式(3-2)，

$$G_{\text{motor}}(s) = \frac{\text{rpm}}{V_{\text{motor}}} = \frac{1100}{\frac{1}{4\pi}s + 1} \quad (3-2)$$

經由 Matlab 的 Simulink 功能畫出如圖 3-9 的單位步階回授位置響應圖。

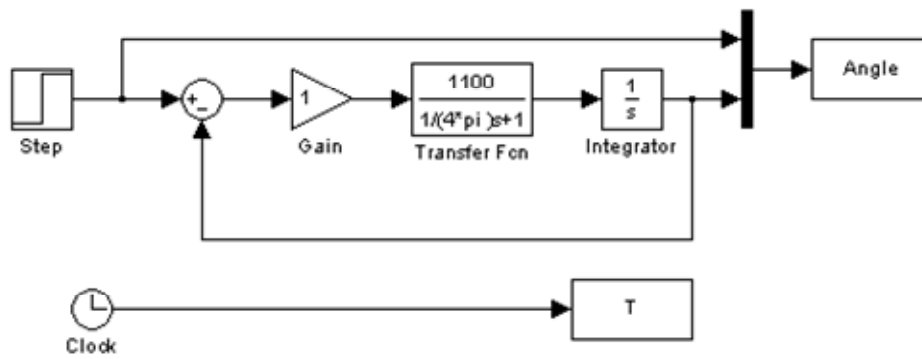


圖 3-8 MEGA 3545MN 步階回授位置 Simulink 圖

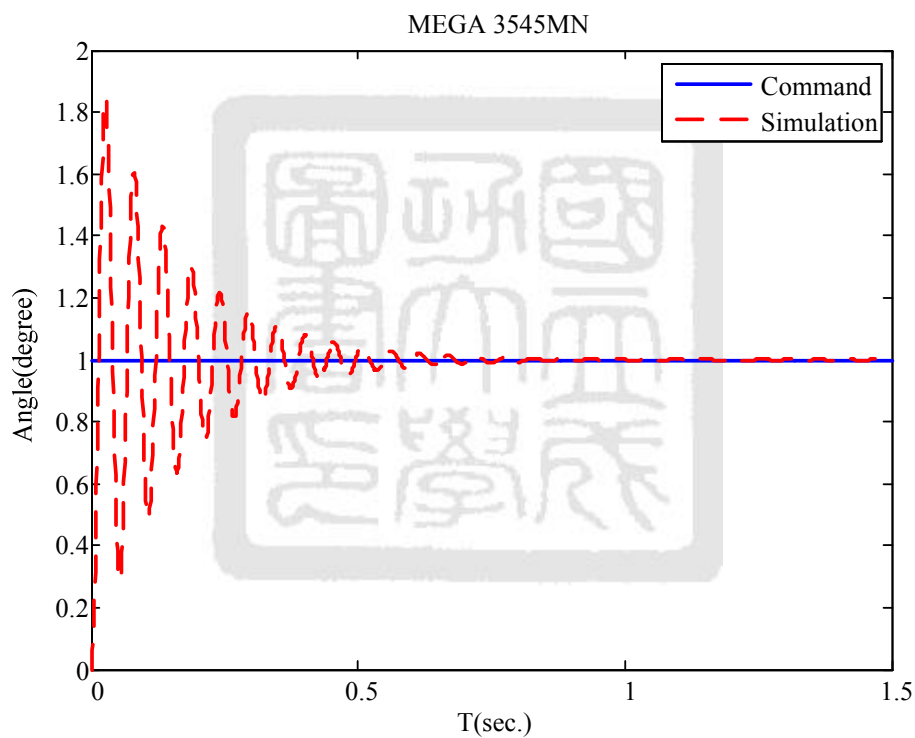


圖 3-9 MEGA 3545MN 步階回授位置響應圖

因為前述馬達的系統頻寬假設為 $2H_z$ ，故若誤差控制系統所計算出來的期望馬達扇葉攻角命令頻寬大於馬達的系統頻寬，則會發生系統發散的情況，故在控制系統命令與伺服馬達之間再多增加一個 $2H_z$ 的低通濾波器(Low pass filter)如式(3-3)，以確保控制系統命令一定能夠被伺服馬

達所追蹤。

$$G_{\text{low pass}} = \frac{1}{\frac{1}{4\pi}s + 1} \quad (3-3)$$

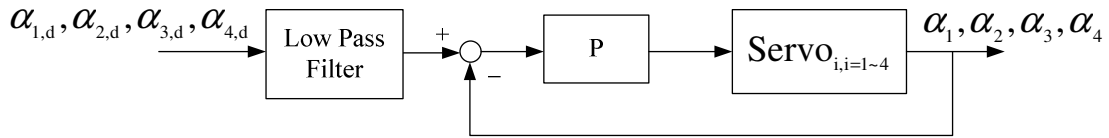


圖 3-10 伺服機馬達回授控制系統

在此控制策略的主要目標為追蹤馬達扇葉攻角的角度變化，由於在開迴路控制系統中，假若有角度誤差則將不能進行誤差修正，所以本文採用包含P控制器的閉迴路單回授控制架構來追蹤期望扇葉攻角的角度。

第四章

數值模擬

本章節將以四種不同的模擬情境來驗證本文所提出之四旋翼機動態控制：

1. 點對點垂直起降突然遭遇側風影響：

四旋翼機構在水平位置不變的情況下，從起始點位置 (X_0, Y_0, Z_0) 到目標點位置 (X_0, Y_0, Z_1) ，在 20 秒後突然在 Y 軸方向有一側風影響做高度位置變化。

2. 點對點水平移動：

四旋翼機構在垂直位置不變的情況下，從起始點位置 (X_0, Y_0, Z_0) 到目標點位置 (X_1, Y_0, Z_0) 做水平位置變化。

3. 點對點空間移動：

四旋翼機構在三維空間移動的情況下，從起始點位置 (X_0, Y_0, Z_0) 到目標點位置 (X_1, Y_1, Z_1) 做 3-DOF (Degree Of Freedom)的位置變化。

4. 點對點空間移動伴隨側風影響：

四旋翼機構在三維空間移動的情況下，從起始點位置 (X_0, Y_0, Z_0) 到目標點位置 (X_1, Y_1, Z_1) 且在 Y 軸方向有一側風影響做 3-DOF (Degree Of Freedom)的位置變化。

以下先行列出在之後的模擬所需用到的四旋翼機系統參數，如下表 4-1 所示：

表 4-1 四旋翼機模擬系統參數

參數符號	參數代表意義	參數數值與單位
g	重力加速度	9.8 m/s^2
m	四旋翼機總重量	0.468 kg
D	馬達到四旋翼機重心的距離	0.225 m
n	馬達扇葉數目	4
C_d	馬達扇葉長度	0.1 m
C_r	馬達扇葉尾端寬度	0.025 m
C_t	馬達扇葉尖端寬度	0.025 m
C_Q	馬達扇葉力矩係數	$\frac{\pi}{2}$
C_{L0}	馬達扇葉零升力攻角係數	0
$C_{L\alpha}$	馬達扇葉升力斜率	2π
K_V	馬達係數	1100 rpm/V
ρ_∞	空氣密度	1.1755 kg/m^3

而在前述章節裡面的導航控制系統與角度誤差控制系統控制 PID 增益值的設定方面則如下表 4-2、4-3 所示：

表 4-2 導航控制系統三軸 PID 增益值

	P 增益值	I 增益值	D 增益值
X	-0.05	-0.0005	-0.1
Y	0.05	0.0001	0.1
Z	0.7	0.001	0.6

表 4-3 角度誤差控制系統馬達扇葉攻角 PD 增益值

	P 增益值	D 增益值
$\Delta\alpha_\theta$	-0.15	-0.05
$\Delta\alpha_\phi$	0.15	0.05

其中 X 軸方向的控制增益值因為座標軸定義的關係，所以其增益值設定為負值，以下所述的第二、三個情境模擬的周邊環境條件假設為在不考慮環境擾動，如側風、風阻等空氣動力因素，第一、四個情境模擬則為四旋翼機受到環境擾動影響，且四旋翼機的四顆推力馬達在輸入電壓 2 伏特的情況下，均可穩定追到依照輸入電壓所對應的相對期望轉速條件下所做的模擬。

4.1 點對點垂直起降突然遭遇側風影響

此情境模擬的情況是仿照若四旋翼機必須做定點偵測且突然有一側風影響的情況下，假設為從起始原點 $O(0,0,0)$ 垂直上升到目標點 $A(0,0,10)$ ，然後四旋翼機就此停在 A 點維持滯空不動，20 秒後遭遇 Y 軸方向的側風影響，以作周邊環境資訊收集，或定點環境目標偵測，以下為模擬自動控制模式時四旋翼機系統的系統各部分響應圖：

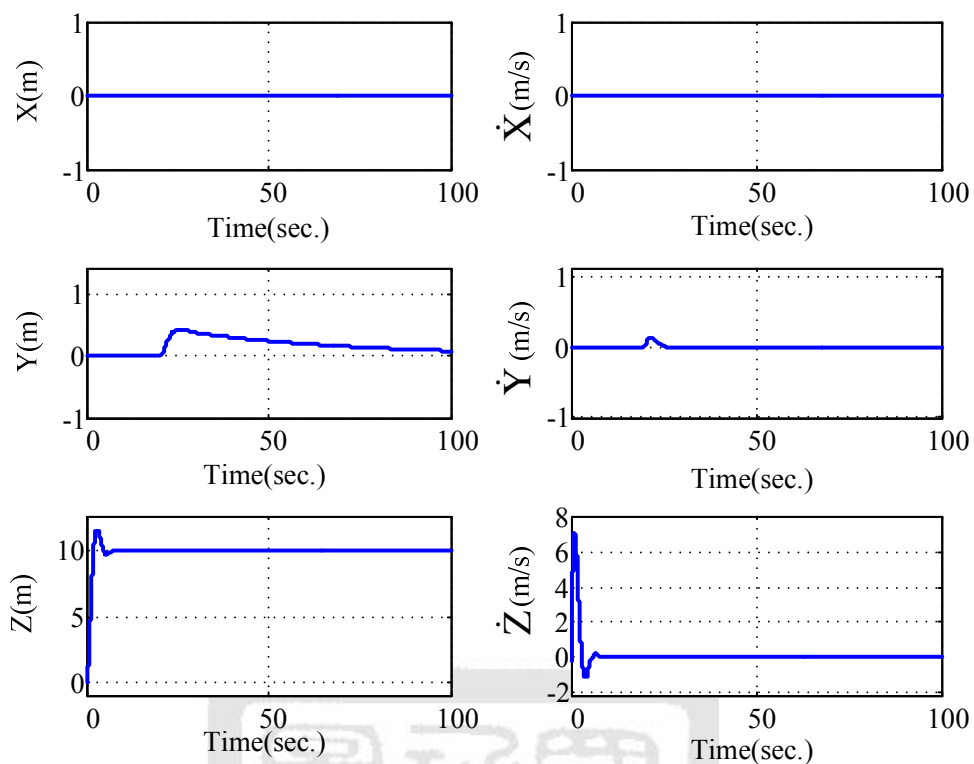


圖 4-1 點對點垂直起降之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖

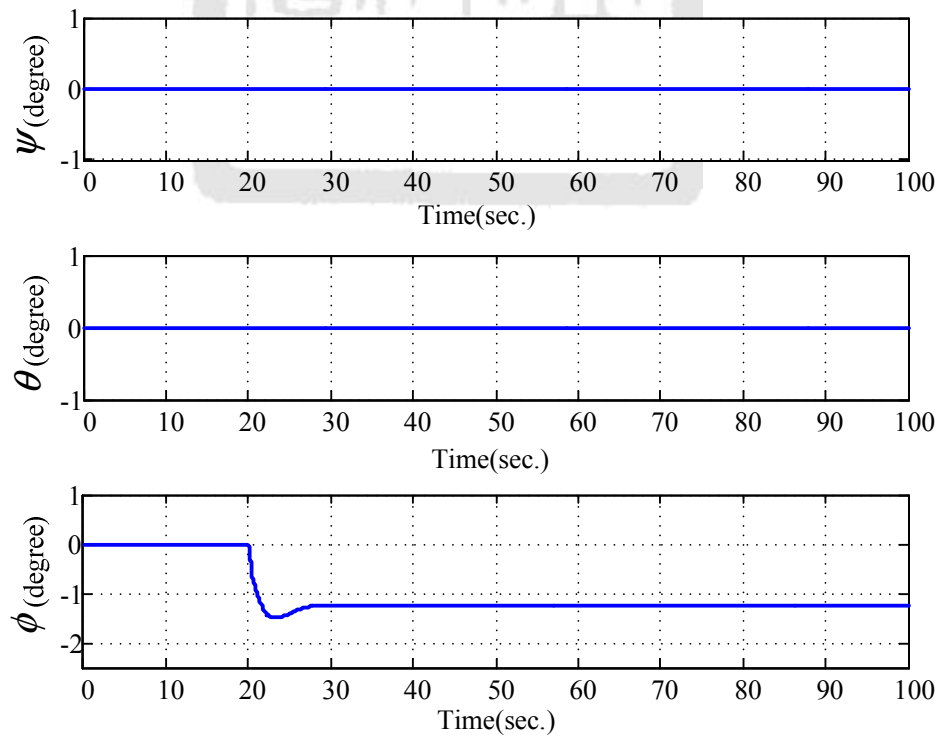


圖 4-2 點對點垂直起降之尤拉角響應圖

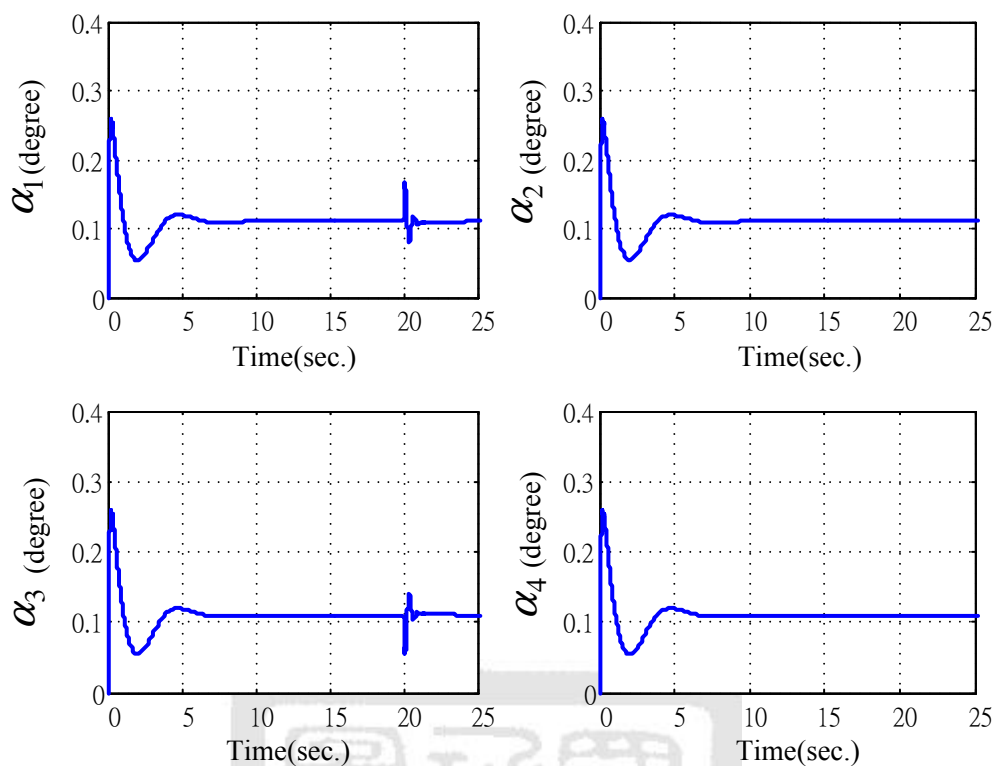


圖 4-3 點對點垂直起降之扇葉攻角響應圖(0~25 sec.)

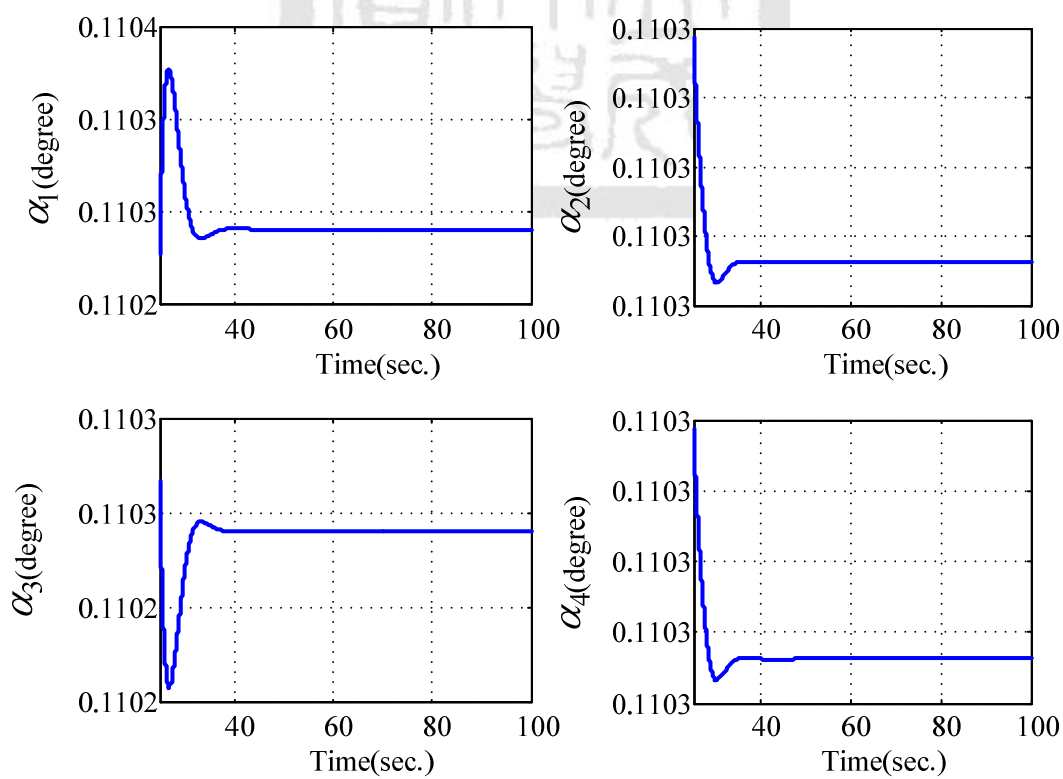


圖 4-4 點對點垂直起降之扇葉攻角響應圖(25~100 sec.)

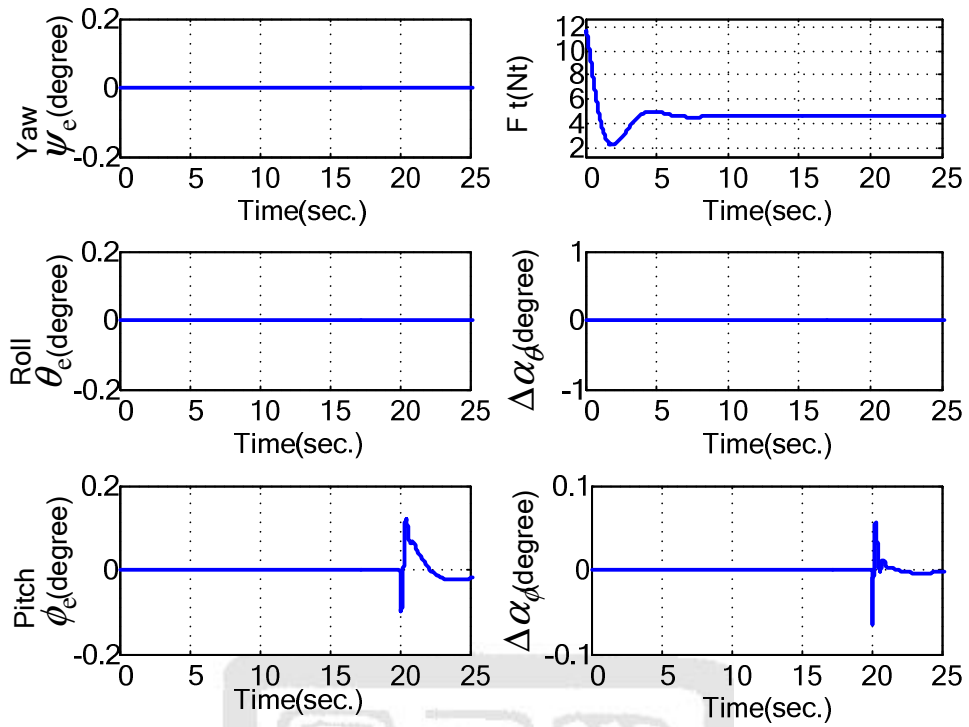


圖 4-5 點對點垂直起降之尤拉角誤差與系統總推力和響應圖(0~25 sec.)

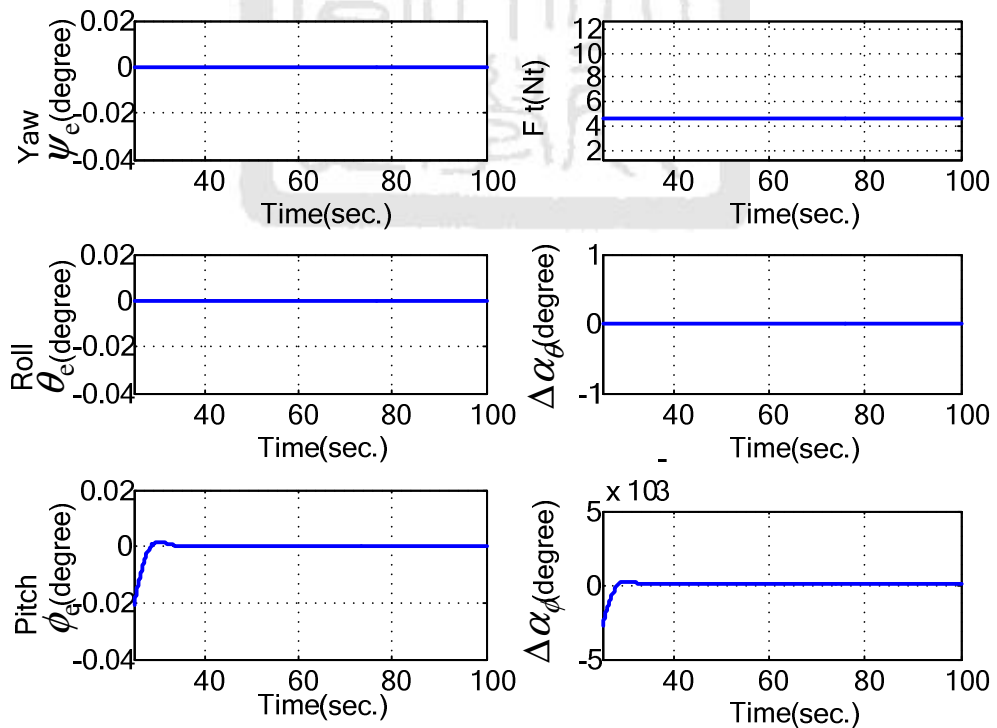


圖 4-6 點對點垂直起降之尤拉角誤差與系統總推力和響應圖
(25~100 sec.)

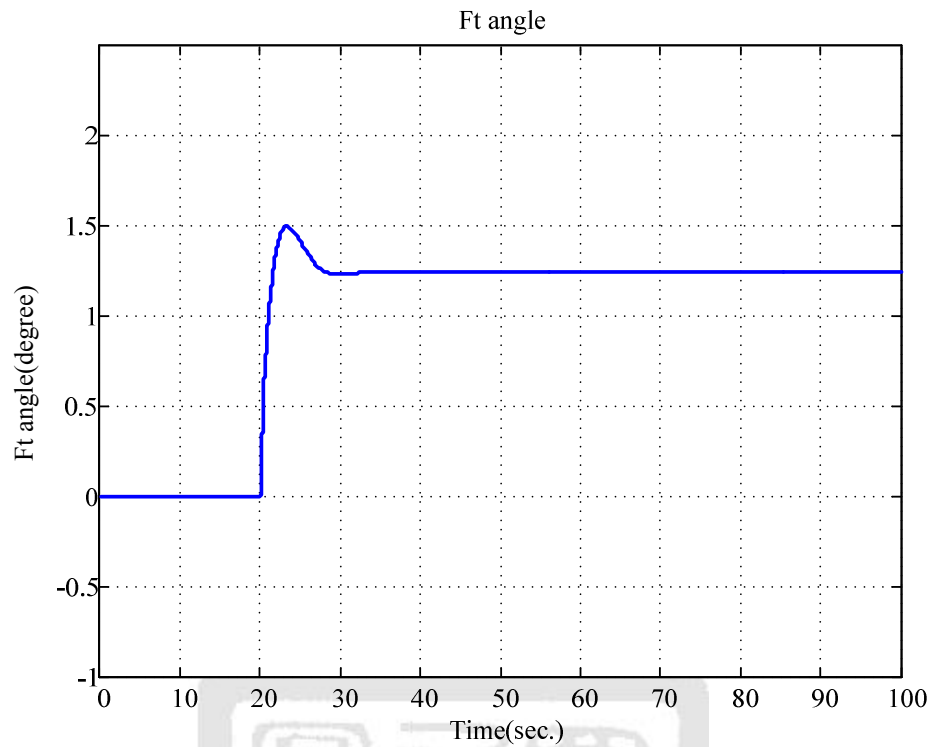


圖 4-7 點對點垂直起降之系統總推力方向與垂直軸夾角圖

4.2 點對點水平移動

此情境模擬的情況是仿照若四旋翼機必須要做維持水平高度下的平面移動量測某一區域的資訊情況下，假設為從起始原點 $O(0,0,0)$ 水平移動到目標點 $B(10,0,0)$ ，以作區域區段式環境資訊收集，以下為模擬自動控制模式時四旋翼機系統的系統各部分響應圖：

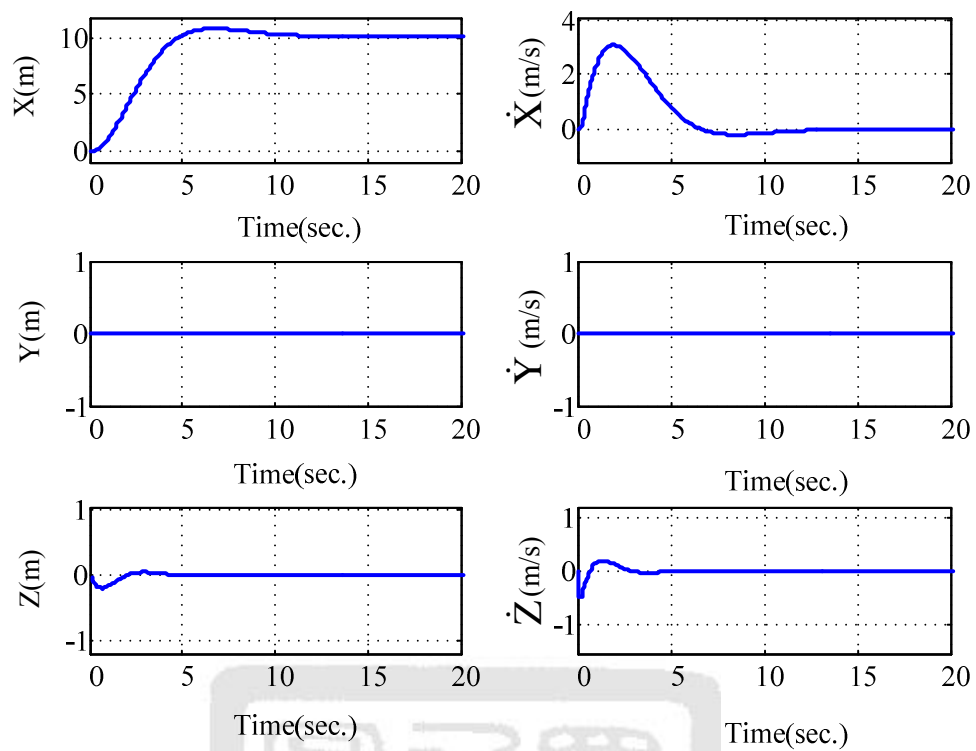


圖 4-8 點對點水平移動之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖

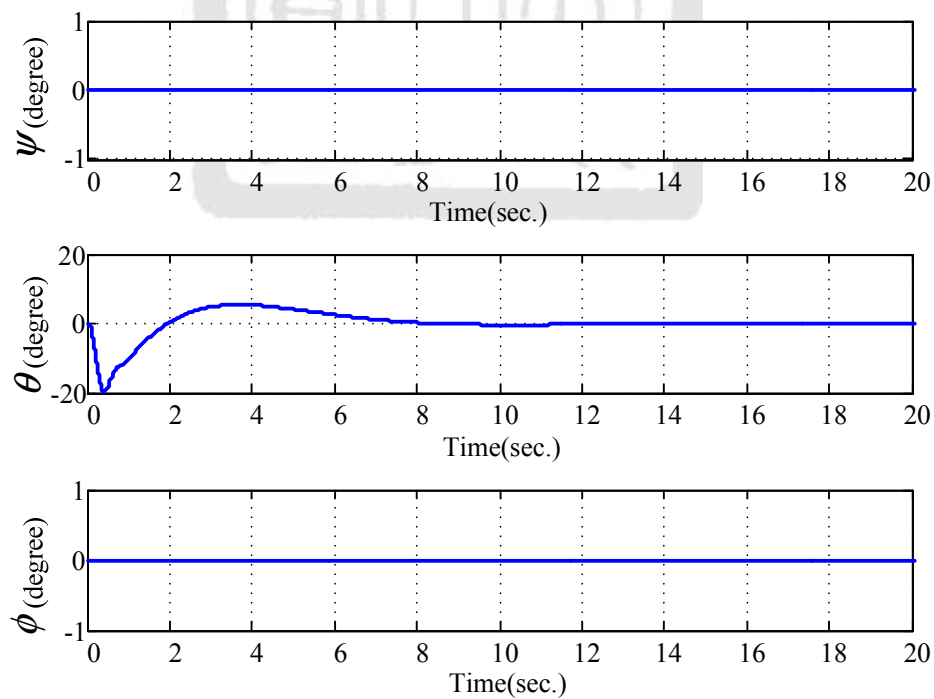


圖 4-9 點對點水平移動之尤拉角響應圖

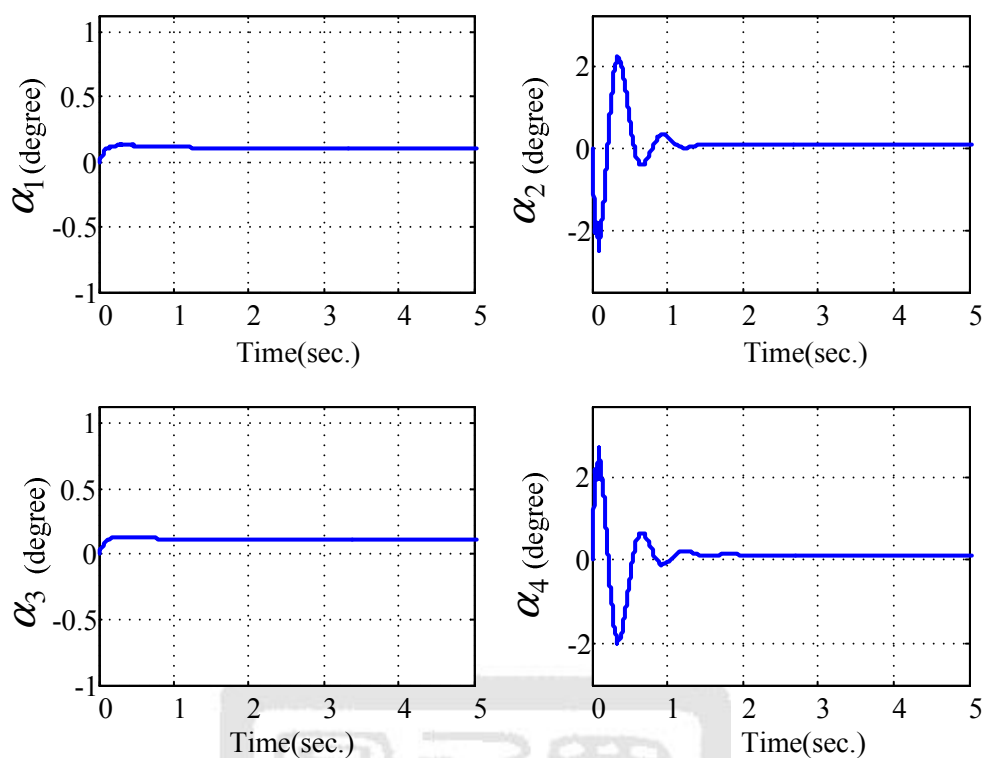


圖 4-10 點對點水平移動之扇葉攻角響應圖(0~5 sec.)

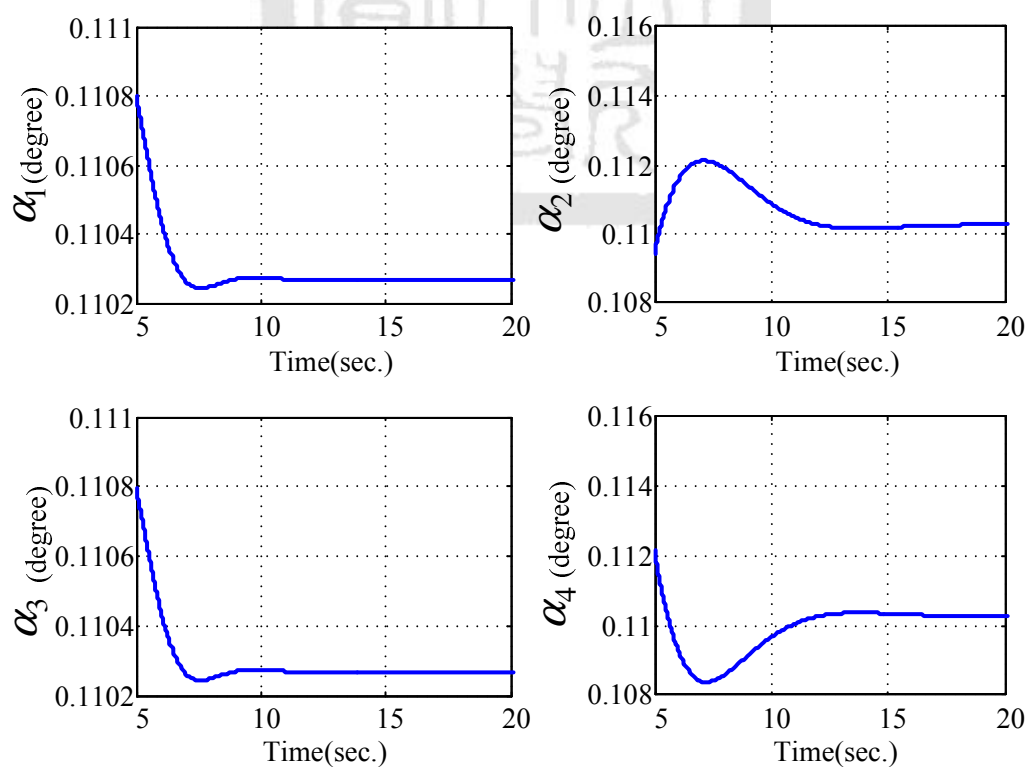


圖 4-11 點對點水平移動之扇葉攻角響應圖(5~20 sec.)

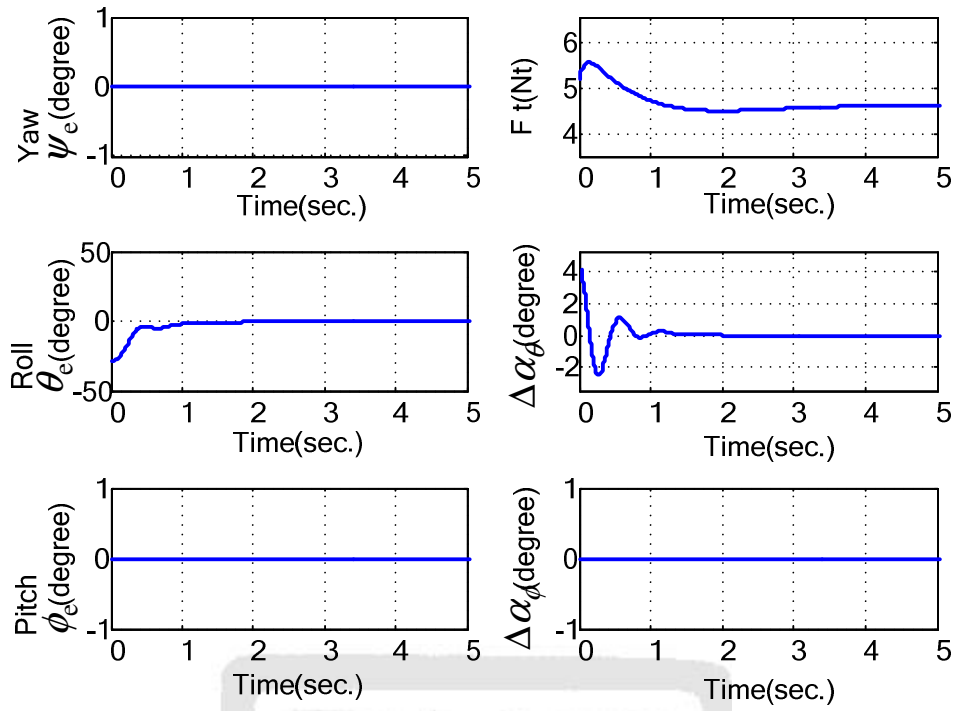


圖 4-12 點對點水平移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(0~5 sec.)

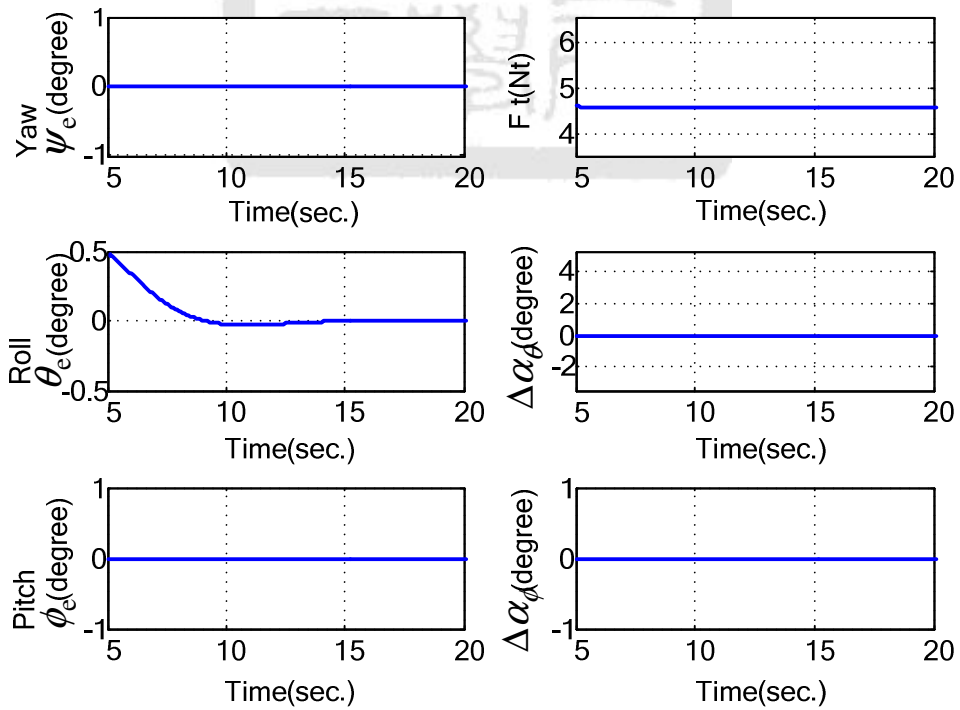


圖 4-13 點對點水平移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(5~20 sec.)

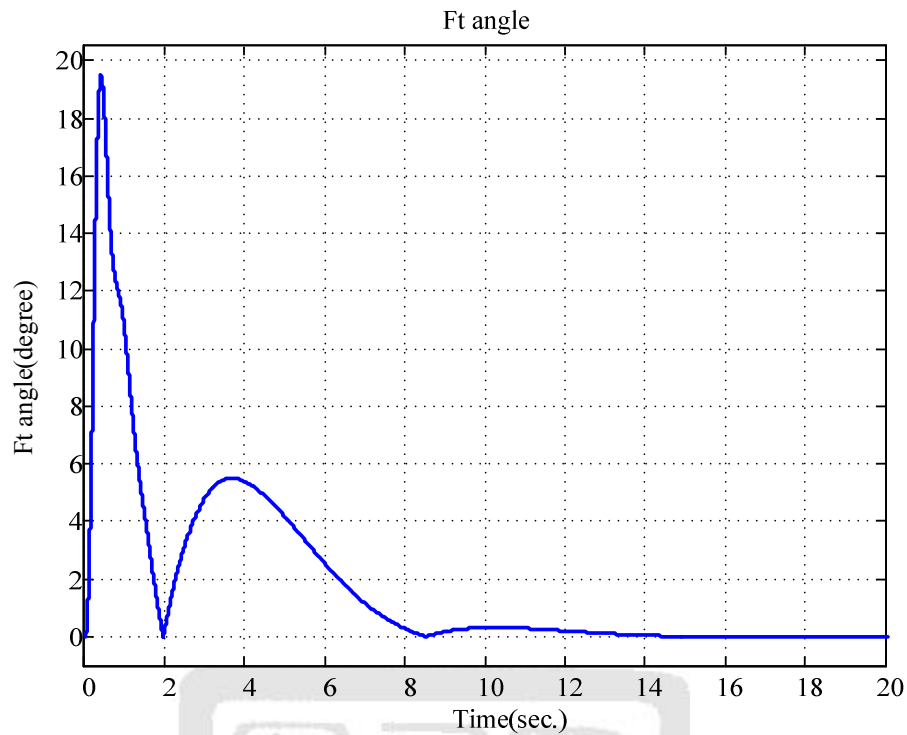


圖 4-14 點對點水平移動之系統總推力方向與垂直軸夾角圖

4.3 點對點空間移動

此情境模擬的情況是仿照四旋翼機做任意空間軌跡移動的情況下，以做某些特定任務條件，而在此本文只做兩點一線的情境模擬，假設為從起始原點 $O(0,0,0)$ 三維空間移動到目標點 $C(10,10,10)$ ，以下為模擬自動控制模式時四旋翼機系統的系統各部分響應圖：

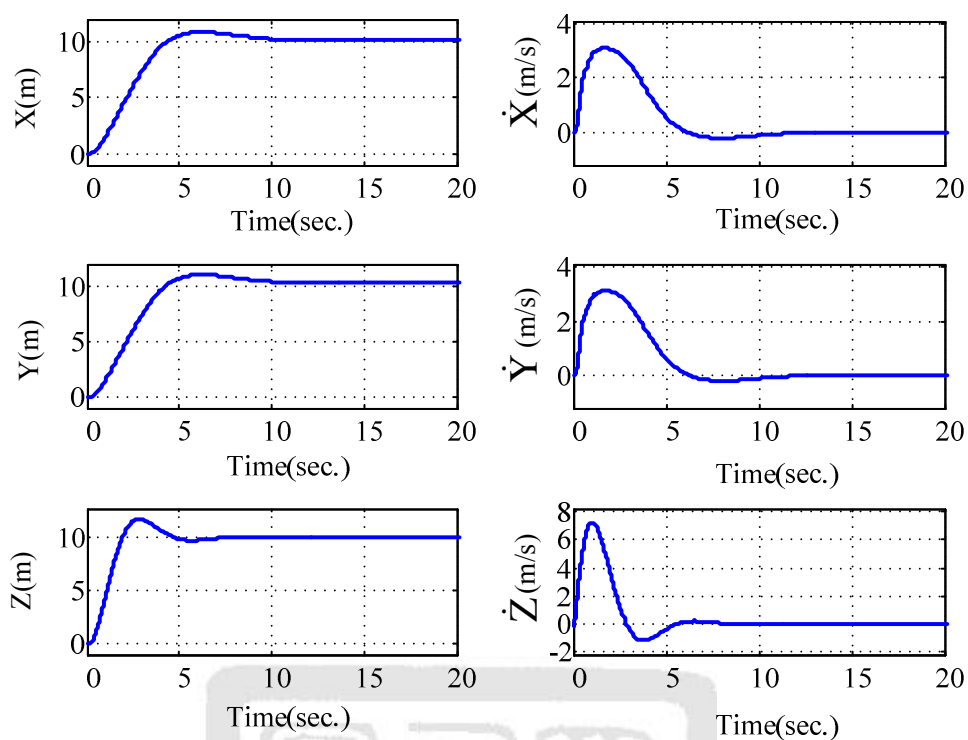


圖 4-15 點對點空間移動之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖

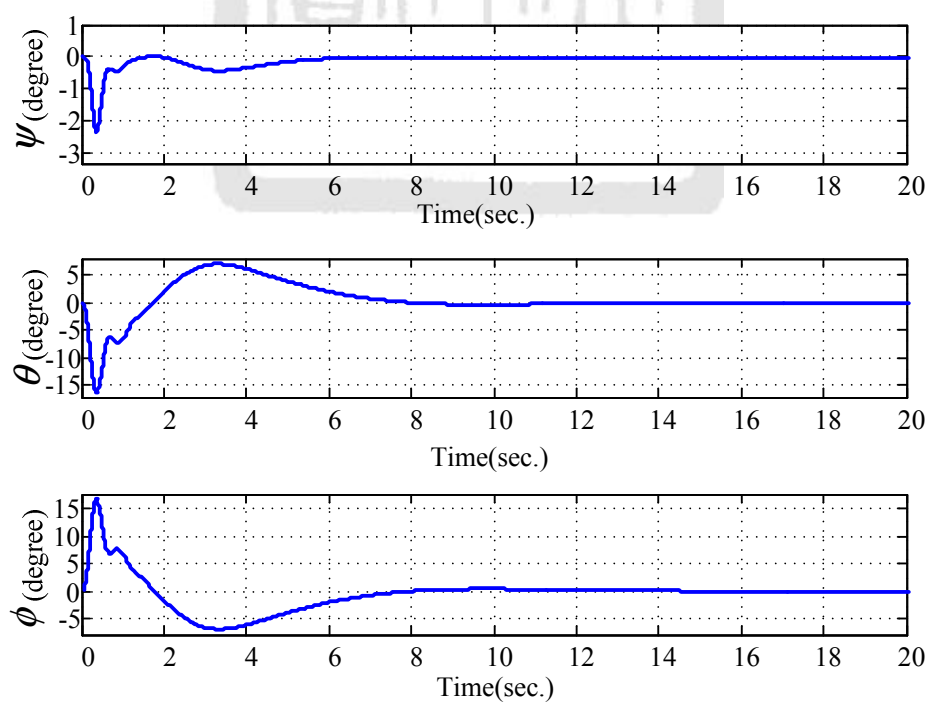


圖 4-16 點對點空間移動之尤拉角響應圖

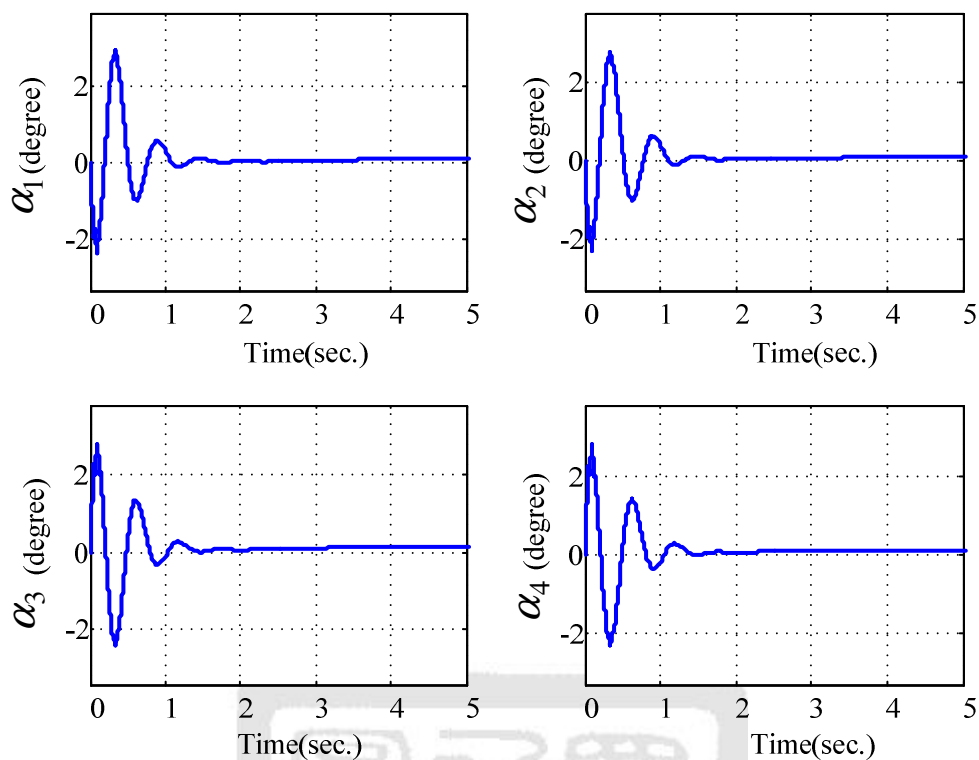


圖 4-17 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(0~5 sec.)

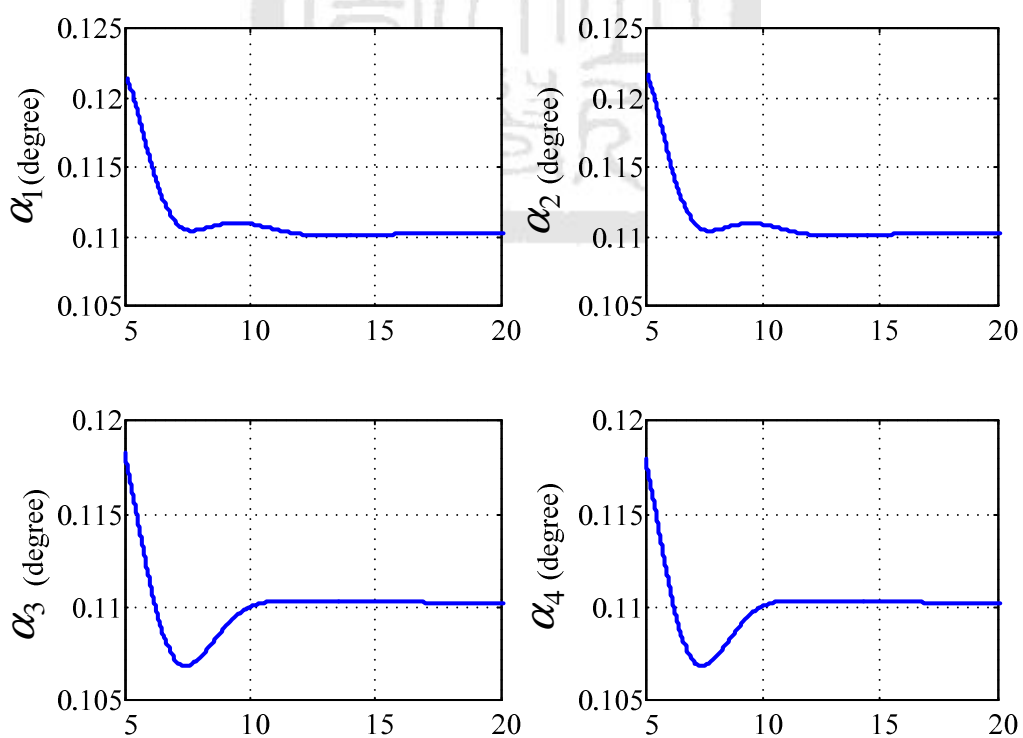


圖 4-18 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(5~20 sec.)

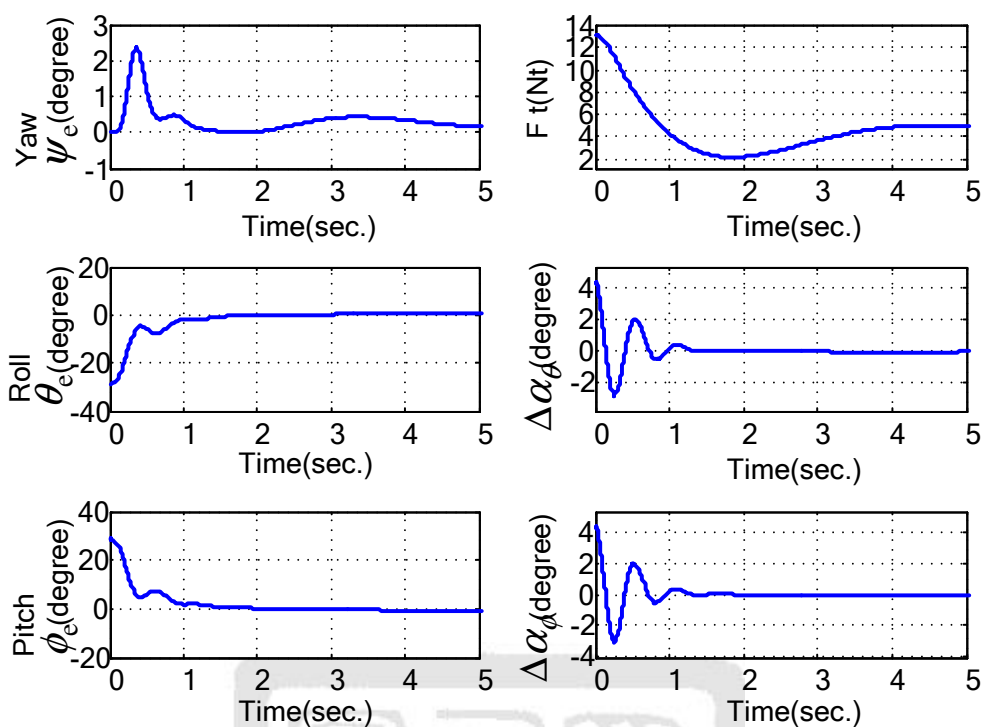


圖 4-19 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(0~5 sec.)

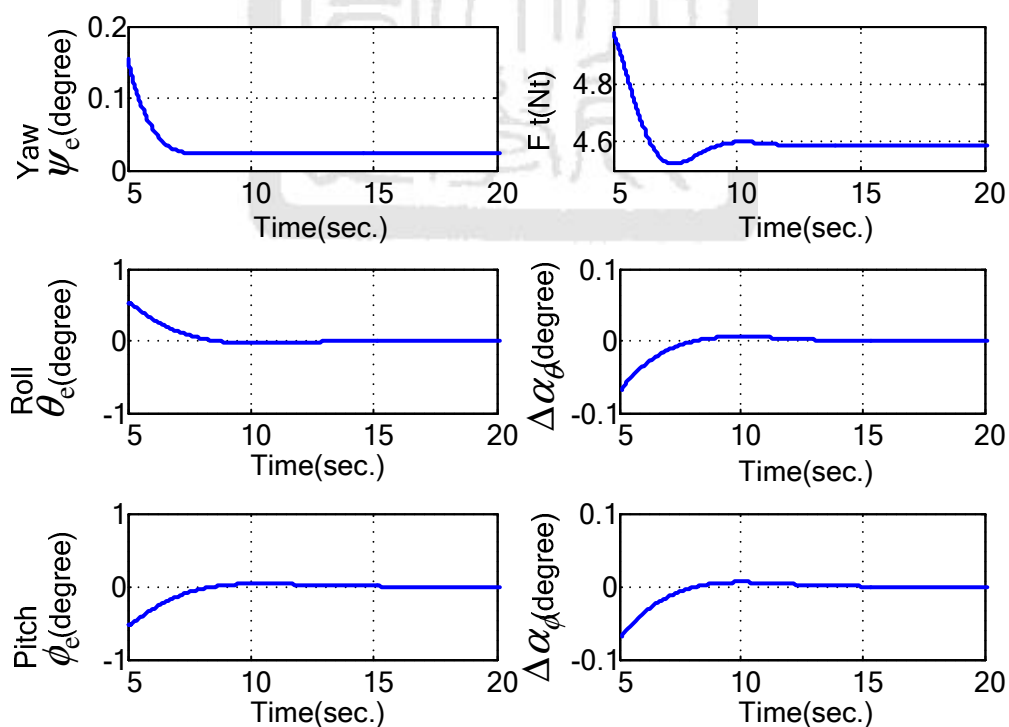


圖 4-20 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(5~20 sec.)

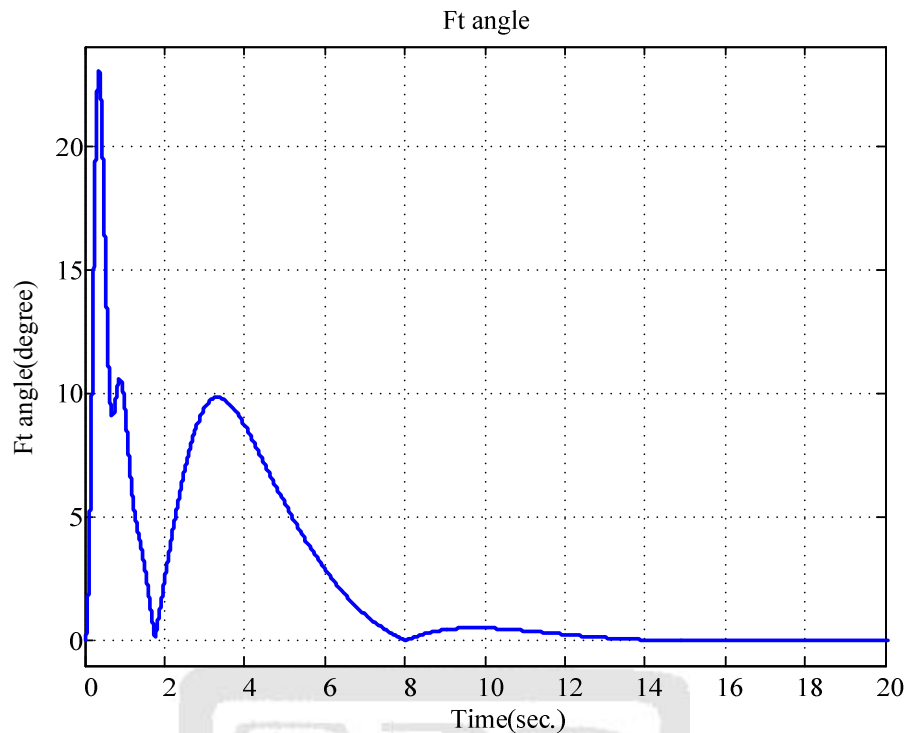


圖 4-21 點對點空間移動之系統總推力方向與垂直軸夾角圖

4.4 點對點空間移動伴隨側風影響

此情境模擬的情況是仿照四旋翼機做任意空間軌跡移動且受到周圍環境因素影響的情況下，以做某些特定任務條件，在此本文只做兩點一線的情境模擬，環境影響因素假設為四旋翼機在行進期間，在 Y 軸方向有一側風影響，假設為從起始原點 $O(0,0,0)$ 三維空間移動到目標點 $C(10,10,10)$ ，以下為模擬自動控制模式時四旋翼機系統的系統各部分響應圖：

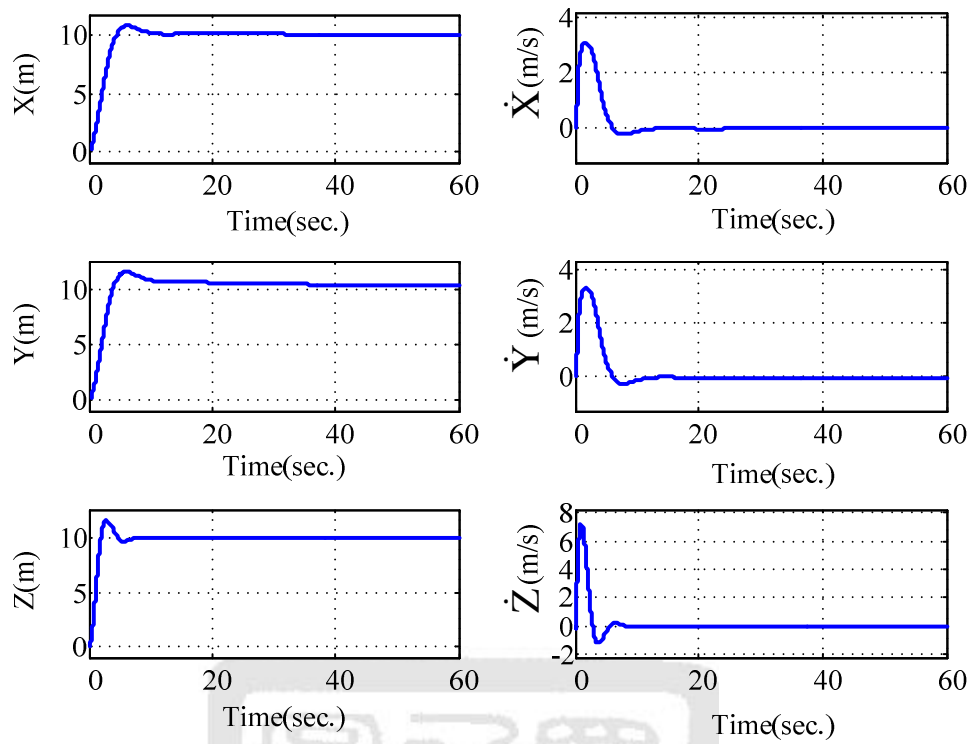


圖 4-22 點對點空間移動之 XYZ 位置與 XYZ 速度響應圖

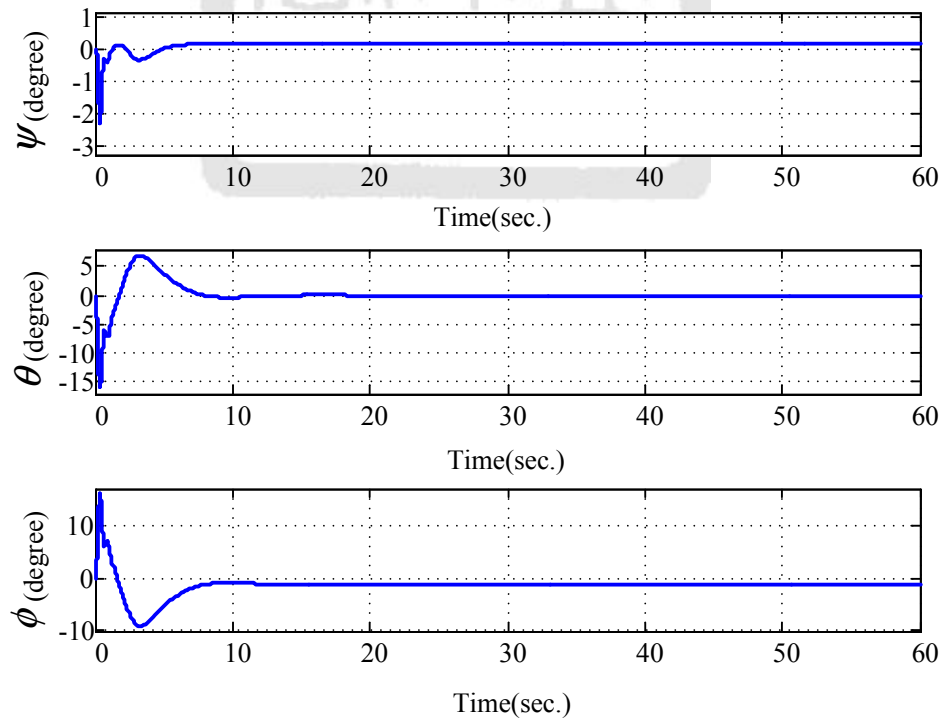


圖 4-23 點對點空間移動之尤拉角響應圖

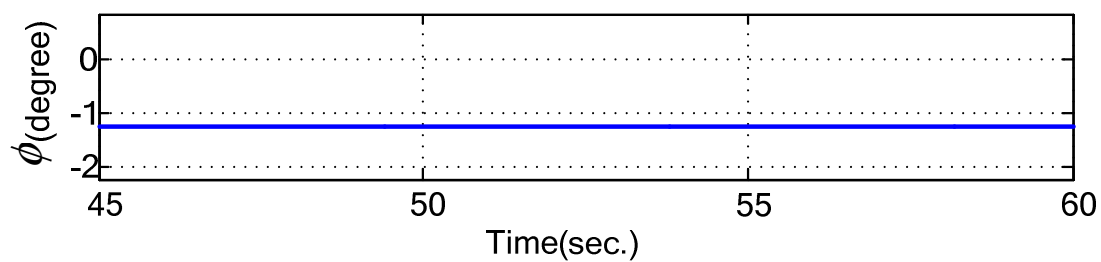


圖 4-24 點對點空間移動之尤拉角 Pitch 穩態響應圖(45~60 sec.)

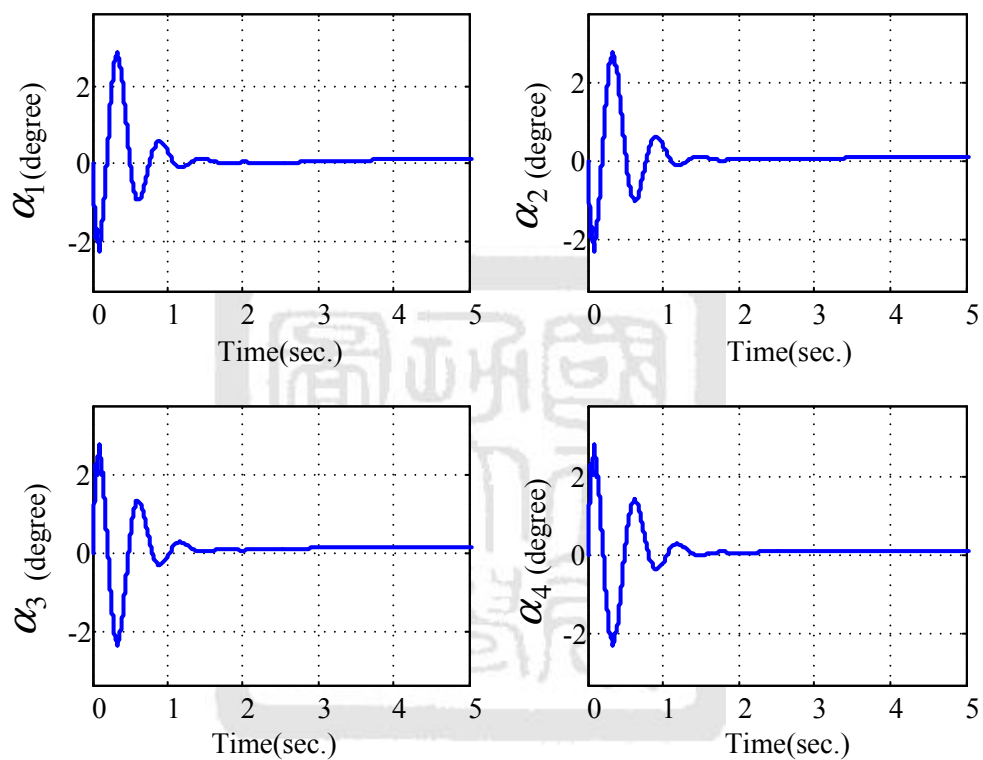


圖 4-25 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(0~5 sec.)

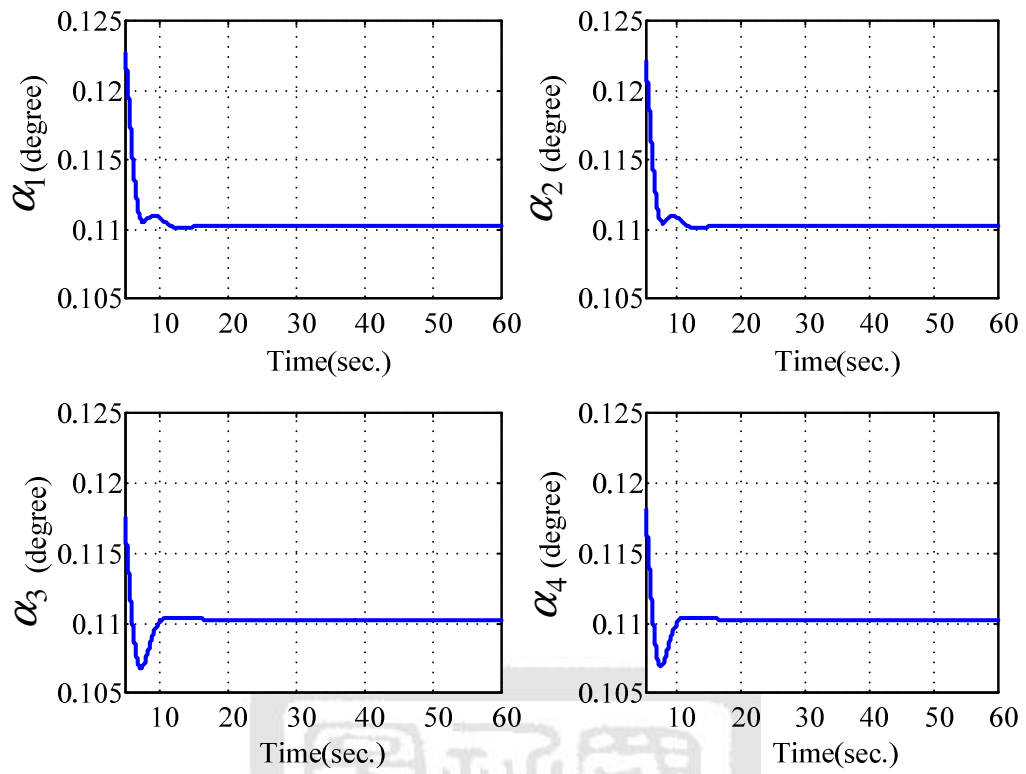


圖 4-26 點對點空間移動之扇葉攻角響應圖(5~60 sec.)

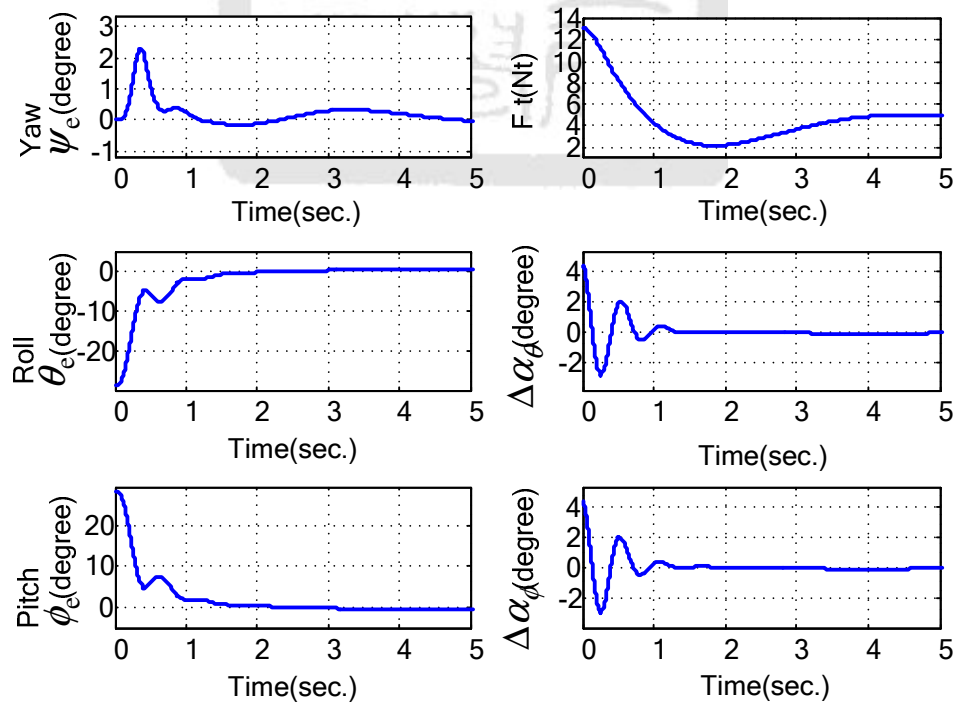


圖 4-27 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(0~5 sec.)

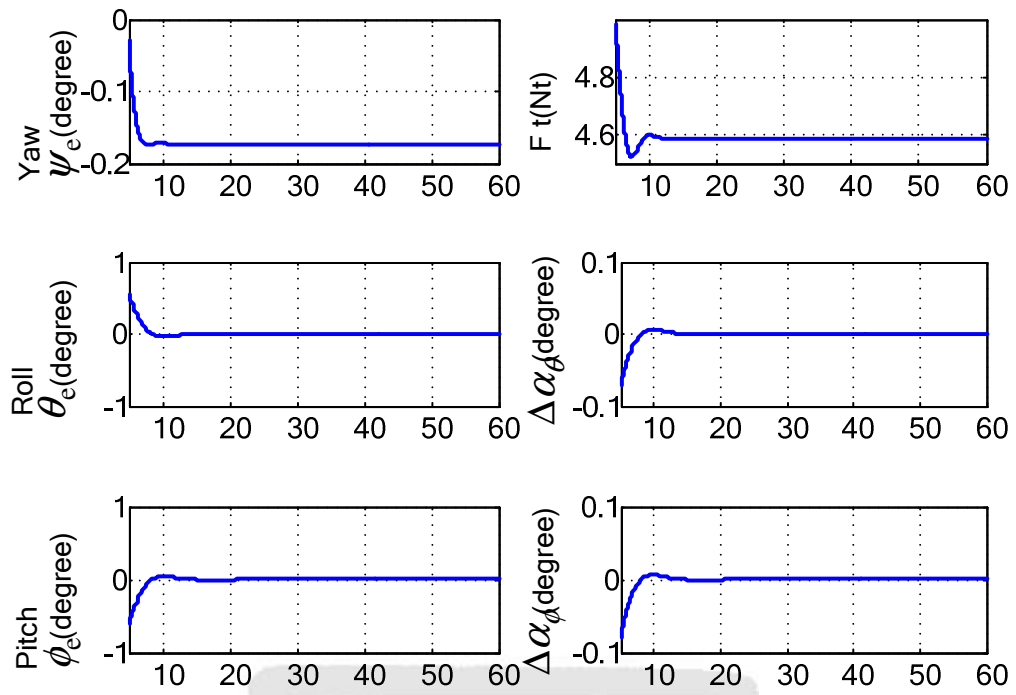


圖 4-28 點對點空間移動之尤拉角誤差與系統總推力響應圖(5~60 sec.)

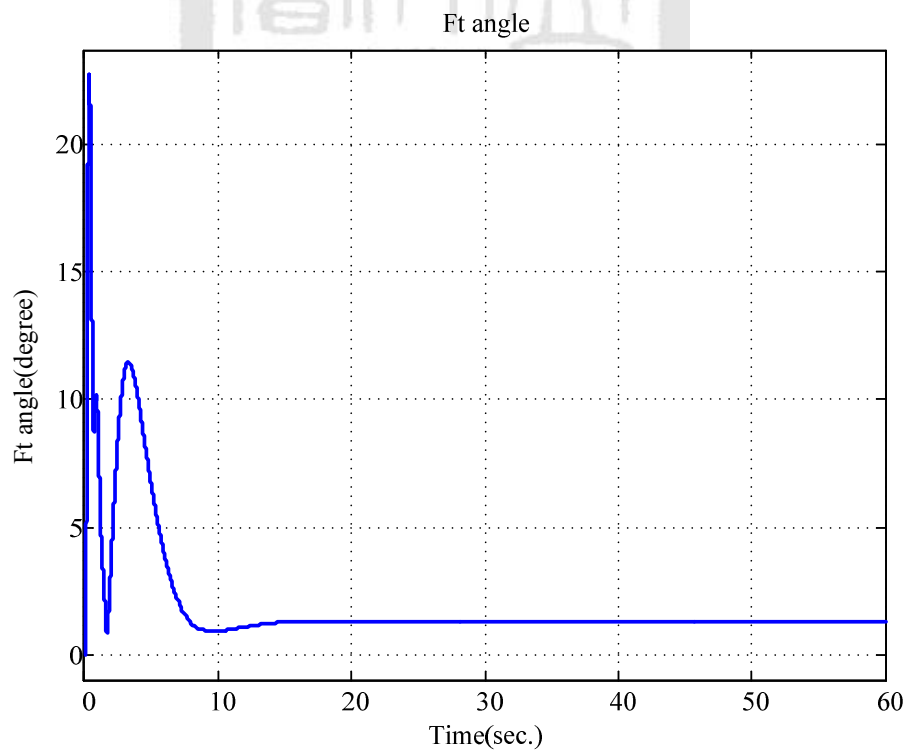


圖 4-29 點對點空間移動之系統總推力方向與垂直軸夾角圖

第五章

結論與未來展望

5.1 結論

本文以拉氏法理論來求取四旋翼機系統動態方程式，然後再經由氣動力學原理找出扇葉攻角與馬達推力的關係，經由兩者的結合，藉由 PID 控制策略嘗試以控制扇葉攻角的目的達到控制四旋翼機的點對點的移動，再用四種情境模擬的情況，來驗證經由控制扇葉攻角是的確可以成功的達到四旋翼機的姿態的控制。

本文在控制架構上，使用閉迴路 PID 控制策略的分段式分工方式來達到控制目的，首先從目標點與起始點的距離先行規劃出四旋翼機的期望姿態角度與四旋翼系統總推力，第二步驟再從已規劃的期望姿態來分別運算出四個扇葉攻角命令，第三步驟再經由本文模擬規劃的伺服機馬達來經由閉迴路控制來促使四旋翼機扇葉達到經由控制步驟後所運算出的扇葉攻角命令，進而達成兩點間位置移動的控制目標，而同時也經由本文的數值模擬的分析上，也印證了這個控制架構的可行性。

5.2 未來展望

隨著研究的進行，有關於四旋翼機載具的系統動態分析與不同目標的控制策略的文獻紛紛的出現，在這裡有幾點可以提供給未來改進的目標：

一、 載具的設計改良

目前本文所採用的扇葉翼形為對稱翼形，選用的原因是為了先採用比較簡單的翼形來當作模擬的參數，以簡化複雜的動態系統，且這也是一般遙控直升機最常選用的翼形種類，在加上對稱翼形在翼形種類上的選取也比非對稱翼形來的簡易與方便，但是單純以翼形所能提供的升力這點因素來講，非對稱翼形在種類上與失速攻角的彈性選擇上遠遠大於對稱翼形上的條件限制，故或許未來有機會可以選用其他種類的翼形，應該會對四旋翼機構上的姿態控制上有很大的幫助。

二、 控制策略的設計

而在控制法則的這方面，本文是先採用最普遍也是最簡單的 PID 控制閉迴路來當作控制四旋翼機的控制策略，但在經過證實本文目標的可行性之後，或許可採用其他更富強健性的控制策略(如順滑模態控制、 H_∞ 控制等)，應該可以到的到更好的控制優勢。

三、 情境模擬規劃的設計

本文的控制目標是達到四旋翼機的點對點的位置控制，而在之後控制策略上的更新之後，或許可以朝著路徑追蹤的目標前進，讓四旋翼機在應用上能夠更富多樣性。

參考文獻

- [1] Pedro Castillo, Rogelio Lozano, and Alejandro Dzul, “Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors”, *IEEE Control System Magazine*, Vol. 25, No. 6, pp. 45-55, December 2005.
- [2] Abdelhamid Tayebi and Stephen McGilvray, “Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft”, *IEEE Transactions On Control System Technology*, Vol. 14, No. 3, pp. 562-571, May 2006.
- [3] Abhijit Das. Frank Lewis. Kamesh Subbarao, “Backstepping Approach for Controlling a Quadrotor Using Lagrange Form Dynamics”, *Journal Of Intelligent & Robotic Systems*, Vo. 56, No. 1-2, pp. 127-151, September 2009.
- [4] Guilherme V. Raffo, Manuel G. Ortega and Francisco R.Rubio,”An Underactuated H_{∞} Control Strategy for a Quadrotor Helicopter”, *Proceedings of the European Control Conference*, August 2009.
- [5] Suzanne Lesecq, Sylviane Gentil, Nawal Daraoui, “Quadrotor Attitude Estimation with Data Losses”, *Proceedings of the European Control Conference*, August 2009.

[6] John D. Anderson, Jr., “Fundamentals of Aerodynamics”, *McGRAW-HILL*, 2001.

[7] Prouty, Raymond W., ”Helicopter Performance, Stability, and Control”, *Krieger Publishing Company*, 1990.

[8] 何吉堂, “兩葉片遙控直升機動態模式的建立”, 國立成功大學航空太空研究所碩士論文, 民國 90 年 7 月.



自述

作 者：楊榮峯

生 日：民國 70 年 11 月 17 日

出生地：高雄縣

學 歷：國立成功大學 航空太空工程學系 學士 (90~94)

國立成功大學 航空太空工程學系研究所 控制組 碩士 (97~99)

通訊處：高雄縣茄萣鄉忠孝街 149 巷 1 號(852)

E-mail：playjamin@gmail.com

