

基于 UKF 的环境自适应 UWB/DR 室内定位方法^①



周琳, 李晓明, 江先志

(浙江理工大学 机械与自动控制学院, 杭州 310018)
通讯作者: 江先志, E-mail: xianzhi@zstu.edu.cn

摘要: 针对复杂室内环境下超宽带 (Ultra WideBand, UWB) 信号传播的非视距 (Non Line Of Sight, NLOS) 误差问题, 本文提出了一种基于无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF) 的环境自适应 UWB/DR 室内定位方法. 该方法通过建立自适应 UKF 滤波模型, 将 UWB 定位信息和航迹推算 (Dead Reckoning, DR) 定位信息进行融合. 依据新息和高斯分布的 3σ 原则来对 UWB 定位结果进行非视距检测, 再通过新息的实时估计协方差和理论协方差来构建环境适应系数, 进而用此系数动态修正 UWB 定位的观测噪声, 使得观测噪声自适应真实环境, 降低 NLOS 误差对融合定位结果的影响. 实验结果表明, 该方法能有效减小 UWB 定位的 NLOS 误差, 并且由于环境适应系数的创新引入, 比 UKF 定位和粒子滤波定位 (Particle Filtering, PF) 有更高的定位精度和更强的抗 NLOS 误差性能.

关键词: UKF; 环境适应系数; UWB/DR; 原则; 非视距检测

引用格式: 周琳, 李晓明, 江先志. 基于 UKF 的环境自适应 UWB/DR 室内定位方法. 计算机系统应用, 2020, 29(5): 175-181. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/7370.html>

Adaptive UWB/DR Indoor Co-Localization Approach Based on UKF

ZHOU Lin, LI Xiao-Ming, JIANG Xian-Zhi

(Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In view of the Non-Line-Of-Sight (NLOS) error of Ultra-WideBand (UWB) signal propagation in complex indoor environments, an adaptive UWB/DR co-localization approach based on Unscented Kalman Filter (UKF) is proposed. It combines the positioning information of UWB and Dead Reckoning (DR) by establishing an adaptive UKF filtering model. In this process, the principle of innovation and Gaussian distribution is used to detect whether the UWB positioning result contains NLOS error, and then the environmental adaptation coefficient, which is constructed by real-time estimation covariance and theoretical covariance of the innovation, dynamically correct the observed noise of UWB and make it adaptive to the real environment to reduce the impact of NLOS error on the positioning result to a greater extent. The experimental results show that the proposed approach can effectively reduce the NLOS error of UWB positioning, and because of the innovative introduction of environmental adaptation coefficient, it has higher positioning accuracy and stronger anti-NLOS error performance than UKF positioning and Particle Filtering (PF) positioning.

Key words: UKF; environmental adaptation coefficient; UWB/DR; 3σ principle; Non-Line-Of-Sight (NLOS) detection

① 收稿时间: 2019-09-20; 修改时间: 2019-10-15; 采用时间: 2019-10-22; csa 在线出版时间: 2020-05-07

随着无线定位技术的不断发展, 基于位置服务的研究越来越受到了人们的关注^[1]. 目前, 全球定位系统 (Global Positioning System, GPS) 已被广泛应用于室外定位^[2], 但由于墙体等建筑物对卫星信号遮挡, 其在室内环境下定位效果较差. 因此, 室内定位技术不断涌现, 比如 Zigbee、UWB、WIFI、RFID 等定位技术^[3]. 其中 UWB 是一种穿透力强、抗干扰能力强的无线定位技术, 比 WIFI、ZigBee、RFID 等室内无线定位技术有着更高的定位精度, 在视距 (los of sight, LOS) 情况下可达厘米级别定位精度且不存在误差累积, 然而在复杂的室内环境中, UWB 信号在传播过程中不可避免地产生多径效应, 从而导致明显的 NLOS 定位误差^[4-8]. 而 DR 是一种具有自主定位导航能力并且短时定位高精度的技术, 但其定位结果将会随着时间的推移发生飘移, 即存在定位误差累积的问题^[9].

针对上述问题, 本文提出了一种基于 UKF 的环境自适应 UWB/DR 室内定位方法, 将 UWB 定位和 DR 定位的优势联合, 用 DR 定位降低 UWB 定位出现的 NLOS 误差, 用 UWB 定位更新 DR 定位的当前位置, 减少 DR 定位的累积误差. 该方法通过建立自适应 UKF 滤波模型, 将 UWB 定位信息和 DR 定位信息进行融合. 在此过程中, 利用新息和高斯分布的 3σ 原则来对 UWB 定位结果进行非视距检测, 再通过新息的实时估计协方差和理论协方差来构建环境适应系数, 进而用此系数动态修正 UWB 定位的观测噪声, 使得观测噪声自适应真实环境, 更大程度地降低 NLOS 误差对融合定位结果的影响. 为了验证本文定位方法的有效性和稳定性, 设计差速移动机器人在多遮挡室内环境中进行折线运动实验并实时采集和处理数据. 实验效果表明, 该方法能够有效减小 UWB 定位的 NLOS 误差和 DR 定位的累积误差, 并且由于环境适应系数的创新引入, 比 UKF 定位方法和 PF 定位方法具有更高的定位精度和更强的抗 NLOS 误差性能.

1 DR 定位

DR 定位是一种精度较高的自主式定位方法, 尤其适用于短时短距定位. 其核心思想可概述为根据当前时刻的位置、速度和航向推算下一时刻的位置. 航位推算的实现原理如图 1 所示.

已知当前时刻的初始位置 (x_k, y_k) 、航向角 θ_k 和速度 v_k , 移动机器人在下一时刻移动到 (x_{k+1}, y_{k+1}) 时, 航向

角的变化为 ω_k , 根据当前的速度 v_k 乘以间隔时间 $t_{k+1} - t_k$ 得到的航行距离 l_k , 从而 t_{k+1} 时刻的位置和航向角可以表示为:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + v_k \cdot (t_{k+1} - t_k) \cdot \sin \theta_k \\ y_{k+1} = y_k + v_k \cdot (t_{k+1} - t_k) \cdot \cos \theta_k \\ \theta_{k+1} = \theta_k + \omega_k \end{cases} \quad (1)$$

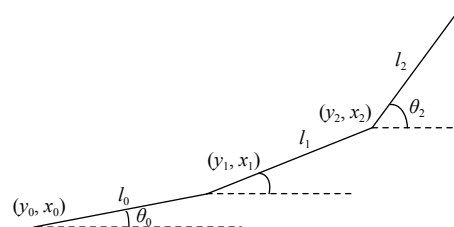


图 1 航位推算原理图

采用的数据采集移动平台如图 2 所示. 该移动平台采用差速驱动, 左右两个为直流电机驱动的主动轮, 前后两个为用于支撑的万向轮. 本文通过安装在电机轴端的光电编码器输出来进行航位推算.

设车轮的直径为 D , 两车轮间距为 L , 左右两个驱动轮的转速分别为 ω_L, ω_R , 根据差速移动机器人的运动学关系^[10]可知速度和航向变化的计算表达式为:

$$\begin{cases} v = \frac{(w_R + w_L) D}{2} \\ w = \frac{(w_R - w_L) D}{L} \end{cases} \quad (2)$$



图 2 数据采集移动平台图

因此 k 时刻根据的位置和航向推得的下一时刻的位置和航向可表达为:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + D \frac{(w_{L_k} + w_{R_k})}{2} (t_{k+1} - t_k) \cdot \sin \theta_k \\ y_{k+1} = y_k + D \frac{(w_{L_k} + w_{R_k})}{2} (t_{k+1} - t_k) \cdot \cos \theta_k \\ \theta_{k+1} = \theta_k + D \frac{(w_{L_k} - w_{R_k})}{L} \end{cases} \quad (3)$$

其中, ω_{R_k} , ω_{L_k} 分别表示左右驱动轮 t_i 时刻的转速, 由光电编码器测得.

2 基于 TOA 的 UWB 定位

到达时间方法 (Time Of Arrive, TOA) 的核心在于精确地测量出信号从发射机到达接收机的飞行时间. 已知信号的传播速度即可精确地计算出发射机和接收机之间的距离, 但是发射机和接收机采用不同的时钟源, 即两者存在影响飞行时间测量值的时钟差, 又因为信号传播速度非常快, TOA 所测距离准确度难以保证. 因此采用 DS 测距 (Double-Sided two-way ranging) 消除时钟差影响, 其原理图如图 3 所示.

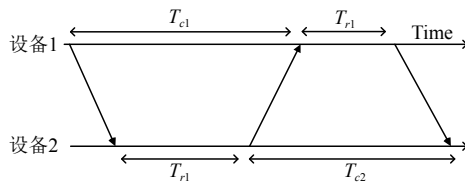


图 3 DS 测距原理图

图 3 中, T_{c1} , T_{c2} 分别表示设备 1 和设备 2 发出信号到收到回应信号所耗费的时间, T_{r1} , T_{r2} 则分别表示设备 1 和设备 2 处理收到的信号所耗费的时间, c 为光速, 从而可得待测节点到四周各个基站的距离为:

$$d_i = \frac{(T_{c1} \cdot T_{c2} - T_{r1} \cdot T_{r2})}{T_{c1} + T_{c2} + T_{r1} + T_{r2}} c \quad (4)$$

该方法等效于分别用设备发射机和接收机的时钟计算一次来回路程花费的时间, 再四均等分总时间求取测量时间. 这可以有效减少不同设备之间的时钟差导致的飞行时间误差, 极大提高了 TOA 的精度.

本文所采用的 UWB 定位系统的原理如图 4 所示, 移动站安装在数据采集移动平台上, 定位系统的基准锚点为四周的 4 个定位基站, 基站基于 TOA 方法实时获取其到移动站的距离.

令 UWB 移动站 (Moving Station, MS) 和基站 (Base Station, BS) 的位置分别为 (x, y) 和 (x_i, y_i) , MS 和 BS 的距离为 d_i , 因此可得方程组为:

$$\begin{cases} \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} = d_1 \\ \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} = d_2 \\ \vdots \\ \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} = d_i \end{cases} \quad (5)$$

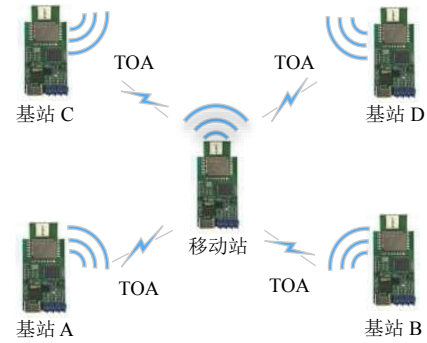


图 4 UWB 定位系统原理图

用该方程组的最后一个方程减去前 $n-1$ 个方程即可得方程组如下:

$$\begin{cases} 2(x_n - x_1)x + 2(y_n - y_1)y = d_1^2 - d_n^2 - x_1^2 + x_n^2 - y_1^2 + y_n^2 \\ 2(x_n - x_2)x + 2(y_n - y_2)y = d_2^2 - d_n^2 - x_2^2 + x_n^2 - y_2^2 + y_n^2 \\ \vdots \\ 2(x_n - x_{n-1})x + 2(y_n - y_{n-1})y = d_{n-1}^2 - d_n^2 - x_{n-1}^2 + x_n^2 - y_{n-1}^2 + y_n^2 \end{cases} \quad (6)$$

然而在实际情况下, 通过测量所得 d_1, d_2, \dots, d_i 都是存在误差的, 因此使用最小二乘法去估计待测节点的位置, 则可以得到式 (6) 的解为:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (7)$$

其中, $\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$ 为 MS 的估计位置, 并且:

$$A = \begin{bmatrix} 2(x_n - x_1) & 2(y_n - y_1) \\ 2(x_n - x_2) & 2(y_n - y_2) \\ \vdots & \vdots \\ 2(x_n - x_{n-1}) & 2(y_n - y_{n-1}) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_n^2 - x_1^2 + x_n^2 - y_1^2 + y_n^2 \\ d_2^2 - d_n^2 - x_2^2 + x_n^2 - y_2^2 + y_n^2 \\ \vdots \\ d_{n-1}^2 - d_n^2 - x_{n-1}^2 + x_n^2 - y_{n-1}^2 + y_n^2 \end{bmatrix}$$

3 基于 UKF 的环境自适应 UWB/DR 定位

3.1 选用 UKF 的合理性分析

线性系统叠加原理表明线性系统的多个输入信号的总响应等于各个信号单独作用产生响应的代数和. 由式 (3) 可知, DR 定位涉及三角函数运算, 因此本文提出的室内定位模型是非线性的, 不符合叠加原理. 一般采用扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 或

无迹卡尔曼滤波处理非线性模型的滤波问题. 其中 EKF 通过将非线性函数进行 Taylor 级数展开, 并保留其一阶近似项实现线性化, 难免引入线性化误差, 而 UKF 利用无迹变换 (Unscented Transform, UT) 处理均值和协方差的非线性传递问题, 直接基于非线性模型进行解算, 免除线性化误差, 精确度更高^[11-14]. 因此本文选用 UKF 方法来进行融合滤波.

3.2 UKF 预测方程和观测方程确定

根据 DR 定位建立系统的状态预测方程如下:

$$X_k = f(X_{k-1}, \omega_{R_{k-1}}, \omega_{L_{k-1}}) + Q_k \quad (8)$$

式中, $X=[x, y, \theta]^T$ 为运动状态, (x, y) 为机器人当前位置, θ 为当前航向, $\omega_{R_{k-1}}, \omega_{L_{k-1}}$ 为电机编码器测得的电机转速, 作为运动状态的控制变量, Q_k 为三维的过程噪声. 根据式 (5) 可得 $f(X_{k-1}, \omega_{R_{k-1}}, \omega_{L_{k-1}})$ 的表达式为:

$$f(X_{k-1}, \omega_{R_{k-1}}, \omega_{L_{k-1}}) = \begin{cases} x_{k+1} = x_k + D \frac{(\omega_{L_k} + \omega_{R_k})}{2} (t_{k+1} - t_k) \cdot \sin \theta_k \\ y_{k+1} = y_k + D \frac{(\omega_{L_k} + \omega_{R_k})}{2} (t_{k+1} - t_k) \cdot \cos \theta_k \\ \theta_{k+1} = \theta_k + D \frac{(\omega_{L_k} - \omega_{R_k})}{L} (t_{k+1} - t_k) \end{cases} \quad (9)$$

根据 UWB 的 TOA 定位方法可以获得位置坐标, 根据电子罗盘可测得航向, 因此以位置和航向作为观测从而建立测量方程如下:

$$Z_k = HX_k + R_k \quad (10)$$

式中, R_k 为三维得到观测噪声, H 为观测矩阵, 其表达式为:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

3.3 UKF 方法

无迹卡尔曼滤波的大体思路是结合 Kalman 线性滤波框架和 UT 变换来处理均值和协方差的非线性传递问题, 提高非线性问题的滤波效果. UKF 计算步骤如下:

(1) 初始化

计算系统状态和方差的初始值, 在导航开始阶段多次采集 UWB 定位坐标和电子罗盘航向来计算系统状态和方差的初始值.

(2) Sigma 点和对应权值计算

$$\begin{cases} X_0(k-1|k-1) = \bar{X}(k-1|k-1) \\ X_i(k-1|k-1) = \bar{X}(k-1|k-1) \\ \quad - \sqrt{(n+\lambda)P(k-1|k-1)}_i, \quad i=1, 2, \dots, n \\ X_i(k-1|k-1) = \bar{X}(k-1|k-1) \\ \quad + \sqrt{(n+\lambda)P(k-1|k-1)}_i, \\ \quad i=n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \omega_0^{(m)} = \lambda/(n+\lambda) \\ \omega_0^{(c)} = \lambda/(n+\lambda) + (1-\alpha^2+\beta) \\ \omega_i^{(m)} = \omega_i^{(c)} = 1/2(n+\lambda), (i=1, \dots, 2n) \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n$, n 为系统状态 X 的维数, α 和 κ 确定采样点在均值附近的分布, 通常 α 取一个较小的正值, $\kappa=3-n$, $P(k|k)_i$ 为协方差矩阵的第 i 列. β 是非负的权重系数, 如果 x 服从高斯分布, β 最优值为 2.

(3) 状态预测

$$\begin{cases} X_i(k|k-1) = f[X_i(k-1|k-1)] \\ \bar{X}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} X_i(k|k-1) \\ P(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} [\bar{X}(k|k-1) - X_i(k|k-1)] \\ \quad [\bar{X}(k|k-1) - X_i(k|k-1)]^T + Q_k \end{cases} \quad (14)$$

(4) 量测预测

$$\begin{cases} Z_i(k|k-1) = HX_i(k|k-1) \\ \bar{Z}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} Z_i(k|k-1) \\ P_{x_k z_k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} [X_i(k|k-1) - \bar{X}(k|k-1)] \\ \quad [Z_i(k|k-1) - \bar{Z}(k|k-1)]^T \\ P_{z_k z_k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} [Z_i(k|k-1) - \bar{Z}(k|k-1)] \\ \quad [Z_i(k|k-1) - \bar{Z}(k|k-1)]^T + R_k \end{cases} \quad (15)$$

(5) 状态更新

$$\begin{cases} K(k+1) = P_{x_k z_k} P_{z_k z_k}^{-1} \\ \bar{X}(k+1|k+1) = \bar{X}(k+1|k) \\ \quad + K(k+1)[Z(k+1) - \bar{Z}(k+1|k)] \\ P(k+1|k+1) = P(k+1|k) \\ \quad - K(k+1)P_{z_k z_k} K^T(k+1) \end{cases} \quad (16)$$

3.4 环境适应系数构建

由于室内环境复杂, 往往存在着诸多障碍, 采用 UWB 进行室内定位时, 其信号传播过程中将会发生反

射和折射,从而导致 NLOS 误差,此时 LOS 状态下确认的 UWB 定位结果的观测噪声已无法正确反馈.而利用稳定噪声统计特性的 UKF 滤波不能得知这种变化,因而大大影响其滤波的精度和稳定性.为了优化滤波的效果,构建环境适应系数来对观测噪声实时修正,使得观测噪声能根据环境变化自适应.

新息定义为:

$$\varepsilon(k)=Z(k)-\bar{Z}(k|k-1) \quad (17)$$

理论上,最优滤波的残差服从均值为零的高斯分布,其协方差为:

$$D(k)=\sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} \varepsilon_i(k) \varepsilon_i^T(k)+R_k \quad (18)$$

但当 BS 和 MS 出现 NLOS 环境的时候,残差将会发生显著的变化.因此可以根据高斯分布的 3σ 原则,利用新息的理论协方差的均方根构建校验信息来对 UWB 得到的定位结果进行非视距检测.

$$\begin{cases} LOS: -3\sqrt{D(k)} \leq \varepsilon(k) \leq 3\sqrt{D(k)} \\ NLOS: -3\sqrt{D(k)} > \varepsilon(k), \varepsilon(k) > 3\sqrt{D(k)} \end{cases} \quad (19)$$

结合开窗估计法和极大似然估计法可得到新息的实时估计协方差为^[15,16]:

$$\hat{D}(k)=\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \varepsilon(k-m) \varepsilon^T(k-m) \quad (20)$$

则利用实时估计协方差和理论协方差构建环境适应系数为:

$$\alpha_k = \begin{cases} I, LOS \\ \left(\hat{D}(k) - \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} \varepsilon_i(k) \varepsilon_i^T(k) \right) / R_{LOS, NLOS} \end{cases} \quad (21)$$

式中, R_{LOS} 为 UWB 在 LOS 情况下定位结果的协方差,则 UWB 定位的观测噪声在每一次进行无迹卡尔曼滤波的时候都进行动态修正为:

$$R_k = \alpha_k R_{LOS} \quad (22)$$

4 实验分析

实验环境如图 5 所示,在场地内共放置了 4 个 UWB 基站,坐标分别为 A(0, 0), B(840, 0), C(0, 840), D(840, 840), 单位为 cm. 数据采集移动平台在移动过程中的可以实时采集航向和车速信息,并通过 ESP8266 不断向外传输, UWB 基站 A 通过串口不断向外发送移

动站和各个基站的距离.通过自主开发的 C# 软件同频率实时记录以上数据.

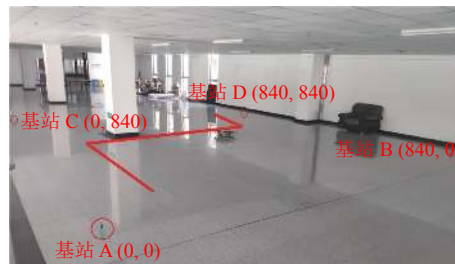


图 5 实验环境图

为了更好验证所提出方法的定位效果,设计途经 NLOS 误差路段的折线路径实验,即采集平台在空间阻挡的区域中按计划路径匀速运行时的信息.由于 NLOS 误差的存在,观测噪声模型必然呈现非高斯特性.至此可知,室内定位模型是非线性且非高斯的.而粒子滤波是一种适于处理此类模型的成熟滤波方法.因此本文分别通过 UKF、PF 和环境自适应 UKF 方法处理数据,并比对和分析定位效果得出实验结果.

实验结果如图 6~图 9 所示,分别分析基于最小二乘法得到的测量值、UKF 方法、PF 方法以及本文方法的运动轨迹复现、定位误差、定位累计误差以及定位误差累积概率分布.

图 6 对比了不同方法的运动轨迹复现结果,可以看出,在 LOS 情况下测量值也有着较高的定位精度,此时基于非视距检测构建的环境适应系数为 1,即环境自适应 UKF 和 UKF 具有相同滤波效果;当存在 NLOS 测距异常值时,测量值的定位精度明显降低,UKF、PF 和环境自适应 UKF 方法均表现出较强的抗 NLOS 性能.

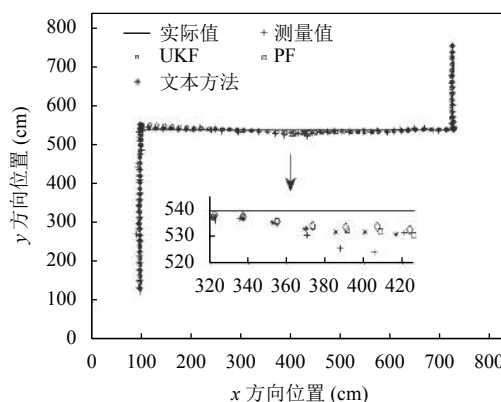


图 6 运动轨迹复现

- [10.3969/j.issn.0372-2112.2019.01.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2019.01.002)]
- 4 Kok M, Hol JD, Schön TB. Indoor positioning using ultrawideband and inertial measurements. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 64(4): 1293–1303. [doi: [10.1109/TVT.2015.2396640](https://doi.org/10.1109/TVT.2015.2396640)]
 - 5 Li SX, Li GY, Wang L, *et al.* A three-dimensional robust ridge estimation positioning method for UWB in a complex environment. *Advances in Space Research*, 2017, 60(12): 2763–2775. [doi: [10.1016/j.asr.2017.10.040](https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.10.040)]
 - 6 Luo YJ, Law CL. Indoor positioning using UWB-IR signals in the presence of dense multipath with path overlapping. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(10): 3734–3743. [doi: [10.1109/TWC.2012.081612.120045](https://doi.org/10.1109/TWC.2012.081612.120045)]
 - 7 何贵斌. 超宽带导航技术及应用构想. *中国新通信*, 2012, (8): 43–48.
 - 8 张令文, 杨刚. 超宽带室内定位关键技术. *数据采集与处理*, 2013, 28(6): 706–713. [doi: [10.3969/j.issn.1004-9037.2013.06.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-9037.2013.06.002)]
 - 9 Liu BB, Wu XJ, Reddy V, *et al.* A RTLS/DR based localization system architecture for indoor mobile robots. *Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on A World of Wireless, Mobile and Multimedia Networks*. Montreal, QB, Canada. 2010. 1–6.
 - 10 马勤勇. 两轮差速驱动移动机器人运动模型研究[硕士学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2013.
 - 11 Julier SJ, Uhlmann JK, Durrant-Whyte HF. A new approach for filtering nonlinear systems. *Proceedings of 1995 American Control Conference-ACC'95*. Seattle, WA, USA. 1995. 1628–1632.
 - 12 王芳, 李楠, 刘汝佳, 等. 基于超宽带和航位推算的室内机器人 UKF 定位算法. *导航定位与授时*, 2017, 4(2): 26–30.
 - 13 郝晨, 李航. 扩展卡尔曼和无迹卡尔曼滤波应用对比研究. *沈阳师范大学学报 (自然科学版)*, 2015, 33(2): 279–283.
 - 14 战帅, 冯世民. 扩展卡尔曼滤波器和无迹卡尔曼滤波器的性能对比研究. *信息通信*, 2018, (5): 35–36. [doi: [10.3969/j.issn.1673-1131.2018.05.016](https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-1131.2018.05.016)]
 - 15 Mehra R. Approaches to adaptive filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, 17(5): 693–698. [doi: [10.1109/TAC.1972.1100100](https://doi.org/10.1109/TAC.1972.1100100)]
 - 16 卞鸿巍, 金志华, 王俊璞, 等. 组合导航系统新息自适应卡尔曼滤波算法. *上海交通大学学报*, 2006, 40(6): 1000–1003, 1009. [doi: [10.3321/j.issn:1006-2467.2006.06.028](https://doi.org/10.3321/j.issn:1006-2467.2006.06.028)]