

Caracterización de Modelos Hiperelásticos con Algoritmos Metaheurísticos

Autor: Claudio Héctor Canales Donoso

Director de tesis: Claudio García Herrera



DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA
MECÁNICA
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Trabajo de titulación presentado en conformidad a los requisitos
para obtener el título de Ingeniero Civil en Mecánica y Magíster en
Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Mecánica.

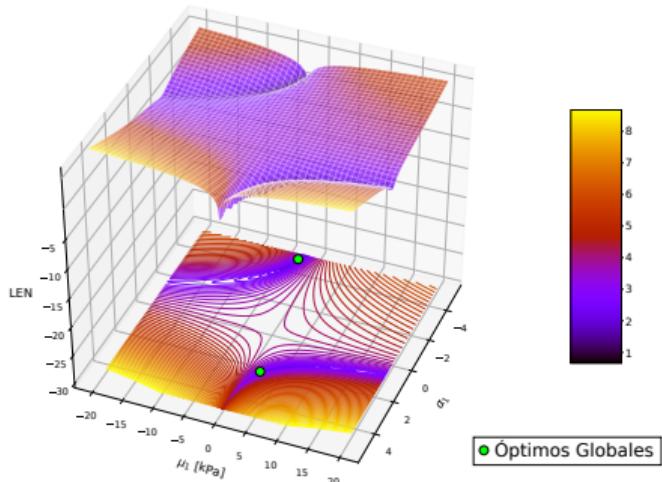
Profesores correctores:
Demetrio Macías
Diego Vasco
Roberto Ortega

11 de abril de 2021

1. Motivación
2. Algoritmos Metaheurísticos
3. Modelos Constitutivos
4. Caracterización Isótropa con Algoritmos Metaheurísticos
5. Caracterización Anisótropa con Algoritmos Metaheurísticos
6. Conclusiones
7. Lineas de Trabajos Futuras
8. Referencias
9. Anexos

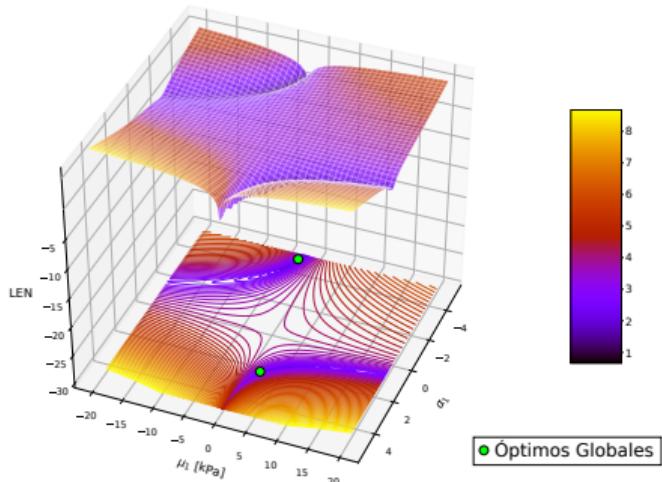
¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , restricciones de estabilidad y múltiples óptimos locales.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los gradientes
- Son altamente paralelizables pero tienen un alto costo computacional



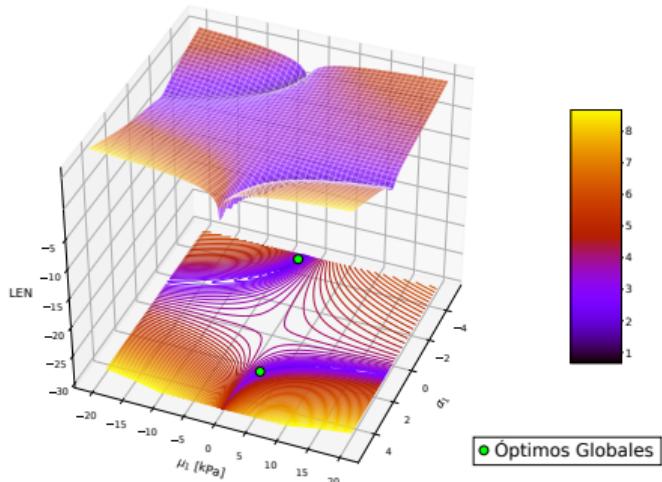
¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , **restricciones de estabilidad** y **múltiples óptimos locales**.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los gradientes
- Son altamente paralelizables pero tienen un alto costo computacional



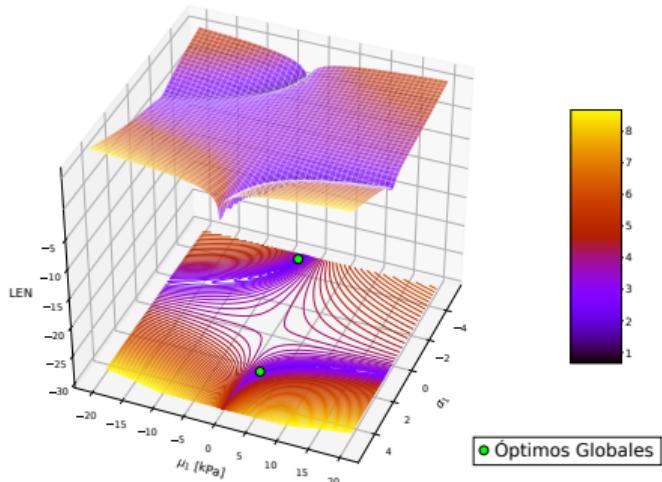
¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , **restricciones de estabilidad** y **múltiples óptimos locales**.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los gradientes
- Son altamente paralelizables pero tienen un alto costo computacional



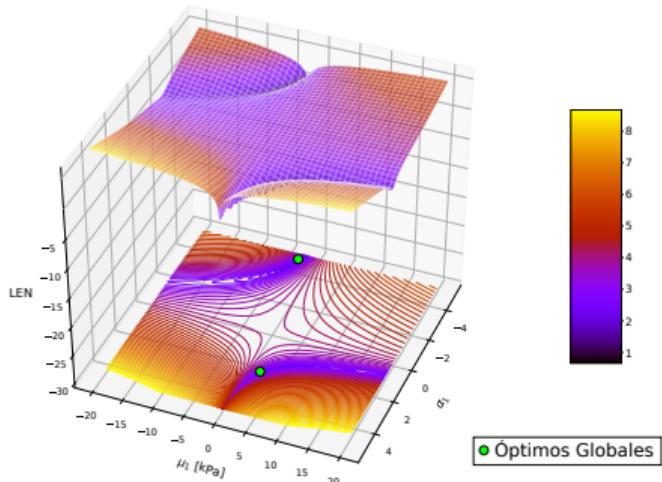
¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , **restricciones de estabilidad** y **múltiples óptimos locales**.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los gradientes
- Son altamente paralelizables pero tienen un alto costo computacional



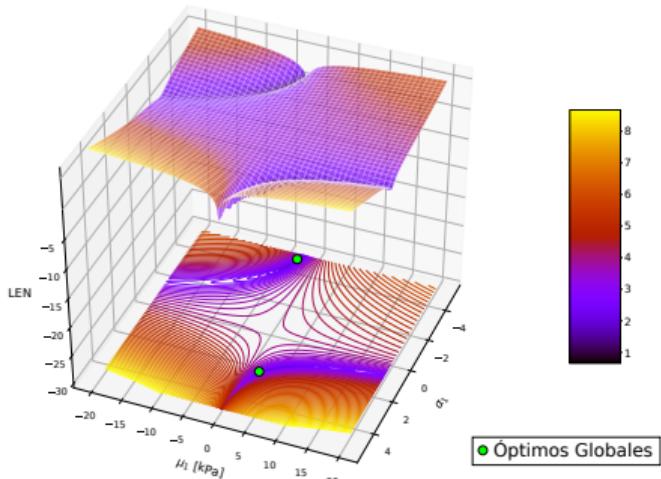
¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , **restricciones de estabilidad** y **múltiples óptimos locales**.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los **gradientes**
- Son altamente paralelizables pero tienen un alto costo computacional



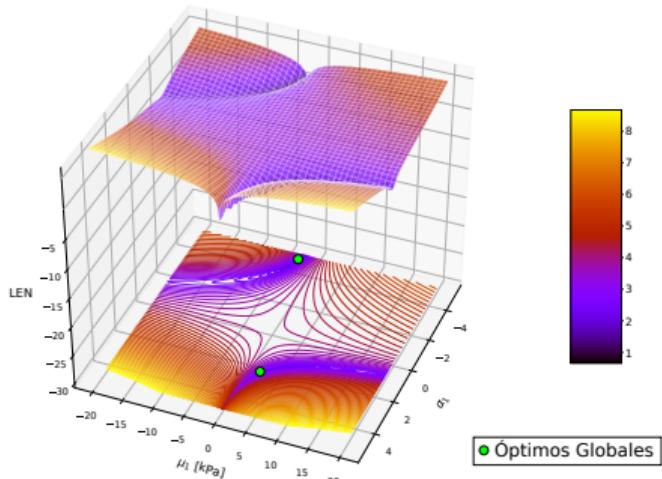
¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , **restricciones de estabilidad** y **múltiples óptimos locales**.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los **gradientes**
- Son altamente **paralelizables** pero tienen un **alto costo computacional**



¿Por qué utilizar algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos?

- Los materiales hiperelásticos presentan un comportamiento altamente no lineal.
- La función objetivo de estos modelos constitutivos presenta **regiones valles** , **restricciones de estabilidad** y **múltiples óptimos locales**.
- Los algoritmos metaheurísticos están orientados a la **optimización global** de un problema.
- También es posible optimizar funciones objetivos **discontinuas** y con un dominio acotado por **múltiples restricciones**.
- Los algoritmos son independientes de los **gradientes**
- Son altamente **paralelizables** pero tienen un **alto costo computacional**



Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

Objetivo general

Proponer y analizar diferentes algoritmos metaheurísticos para caracterizar materiales hiperelásticos, con el fin de evaluar los alcances y condiciones de estos.

Objetivos específicos

- Conocer algoritmos metaheurísticos para optimizar y ajustar parámetros de modelos constitutivos no lineales.
- Analizar modelos constitutivos adecuados a la respuesta mecánica de materiales hiperelásticos, aplicados a tejidos blandos (arterias) y elastómeros.
- Implementar y validar los distintos algoritmos metaheurísticos para resolver el problema de caracterización de los modelos.
- Analizar la unicidad y estabilidad de los parámetros ajustados.
- Caracterizar materiales usando datos experimentales de trabajos anteriores y realizados en esta tesis.
- Caracterizar tejido blando (arterias) a través optimización metaheurística y elementos finitos.

- Todo material caracterizado es idealizado como hiperelástico y esta sujeto a un modelo constitutivo isótropo o anisótropo.
- Cualquier expresión analítica o numérica se realiza bajo el supuesto de hiperelasticidad, homogeneidad y continuidad del material.
- Los algoritmos metaheurísticos implementados son tres: algoritmos genéticos, optimización por enjambre de partículas y las estrategias evolutivas.

- Todo material caracterizado es idealizado como hiperelástico y esta sujeto a un modelo constitutivo isótropo o anisótropo.
- Cualquier expresión analítica o numérica se realiza bajo el supuesto de hiperelasticidad, homogeneidad y continuidad del material.
- Los algoritmos metaheurísticos implementados son tres: algoritmos genéticos, optimización por enjambre de partículas y las estrategias evolutivas.

- Todo material caracterizado es idealizado como hiperelástico y esta sujeto a un modelo constitutivo isótropo o anisótropo.
- Cualquier expresión analítica o numérica se realiza bajo el supuesto de hiperelasticidad, homogeneidad y continuidad del material.
- Los algoritmos metaheurísticos implementados son tres: algoritmos genéticos, optimización por enjambre de partículas y las estrategias evolutivas.

Algoritmo Genético (GA)

Algoritmo de optimización basado en el proceso **Darwiniano** de la sobre-vivencia. Representa sus variables de forma **discreta**.

Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)

Algoritmo de optimización basado en la inteligencia de los enjambres. Representa sus variables de forma **continua**.

Estrategia Evolutiva (ES)

Este algoritmo se basa en el principio biológico de la evolución. La principal diferencia con el algoritmo genético es que utiliza **dos poblaciones** y representación **continua de variables**.

Algoritmo Genético (GA)

Algoritmo de optimización basado en el proceso **Darwiniano** de la sobre-vivencia. Representa sus variables de forma **discreta**.

Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)

Algoritmo de optimización basado en la inteligencia de los enjambres. Representa sus variables de forma **continua**.

Estrategia Evolutiva (ES)

Este algoritmo se basa en el principio biológico de la evolución. La principal diferencia con el algoritmo genético es que utiliza **dos poblaciones** y representación **continua de variables**.

Algoritmo Genético (GA)

Algoritmo de optimización basado en el proceso **Darwiniano** de la sobre-vivencia. Representa sus variables de forma **discreta**.

Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)

Algoritmo de optimización basado en la inteligencia de los enjambres. Representa sus variables de forma **continua**.

Estrategia Evolutiva (ES)

Este algoritmo se basa en el principio biológico de la evolución. La principal diferencia con el algoritmo genético es que utiliza **dos poblaciones** y representación **continua de variables**.

Material Incompresible de Ogden

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (1)$$

Modelo de Mooney-Rivlin

$$W(l_1, l_2) = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (l_1 - 3)^i (l_2 - 3)^j \quad (2)$$

Modelo de Yeoh

$$W(l_1) = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (l_1 - 3)^i \quad (3)$$

Material Incompresible de Ogden

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (1)$$

Modelo de Mooney-Rivlin

$$W(l_1, l_2) = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (l_1 - 3)^i (l_2 - 3)^j \quad (2)$$

Modelo de Yeoh

$$W(l_1) = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (l_1 - 3)^i \quad (3)$$

Material Incompresible de Ogden

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (1)$$

Modelo de Mooney-Rivlin

$$W(I_1, I_2) = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2)$$

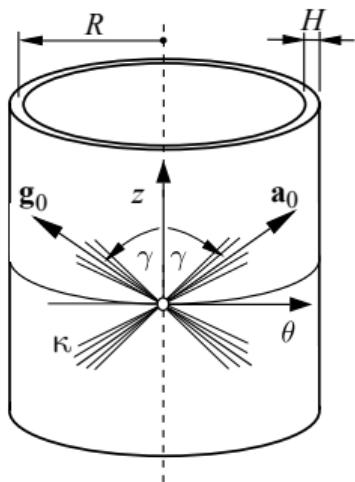
Modelo de Yeoh

$$W(I_1) = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (I_1 - 3)^i \quad (3)$$

Modelos Constitutivos Anisótropos

Modelo de Gasser [1] $\rightarrow W(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0 \otimes \mathbf{g}_0) = W(I_1, I_4, I_6)$

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=4,6} \left[\exp \left(k_2 [I_1 \kappa + (1 - 3\kappa) I_\alpha - 1]^2 \right) - 1 \right] \quad (4)$$



- $W = W_{matrix} + W_{fiber}$
- μ, k_1 y $k_2 \geq 0 \rightarrow$ constantes material
- γ dirección de las fibras $\rightarrow \mathbf{d} = \hat{\mathbf{z}}$
- $0 \geq \kappa \geq 1/3$
- Si $\kappa = 0 \rightarrow$ **Modelo de Gasser** \equiv **Modelo de Holzapfel**
Holzapfel, G.A. & Gasser, C.T & Ogden, R.W. (2000)
[2]

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{tr } \mathbf{C} \\ I_4 &= \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0 : \mathbf{C} = \lambda_a^2 > 1 \\ I_6 &= \mathbf{g}_0 \otimes \mathbf{g}_0 : \mathbf{C} = \lambda_g^2 > 1 \end{aligned}$$

Ajuste de Tracción Uniaxial

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - \sigma(\lambda_i, \mathbf{x}))^2 \quad (5)$$

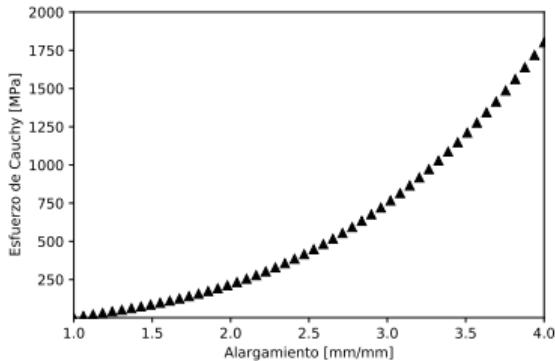


Figura 1: Curva generada de ensayo uniaxial utilizando parámetros conocidos de modelo de Mooney-Rivlin $C_{10} = 10$ [MPa], $C_{01} = 20$ [MPa] y $C_{11} = 5$ [MPa].

Evaluación de los Algoritmos Metaheurísticos

Ajuste de Tracción Uniaxial

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - \sigma(\lambda_i, \mathbf{x}))^2 \quad (6)$$

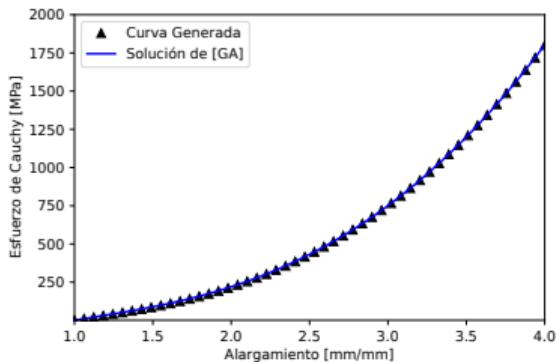


Figura 2: Curva generada de ensayo uniaxial utilizando parámetros conocidos de modelo de Mooney-Rivlin $C_{10} = 10$ [MPa], $C_{01} = 20$ [MPa] y $C_{11} = 5$ [MPa].

Parámetros [kPa]	GA [3]	GA		PSO		ES elitista		ES no elitista	
		μ	IC95 %	μ	IC95 %	μ	IC95 %	μ	IC95 %
$C_{01} = 20$	22,5	17,28	0,609	17,61	0,650	18,11	0,231	18,09	0,158
$C_{10} = 10$	8,73	11,27	0,366	11,43	0,392	11,02	0,156	11,13	0,197
$C_{11} = 5$	5,078	4,87	0,031	4,89	0,029	4,92	7,8E-3	4,88	7,2E-2
TPR [s]	83	8,1		0,115		0,016		0,016	
MSE	0,24	0,26		0,22		0,16		0,21	

Cuadro 1: Comparación de ES, PSO y GA, replicando las condiciones de la publicación de J.R. Fernández [3]

Evaluación de los Algoritmos Metaheurísticos

Ajuste de Tracción Uniaxial

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - \sigma(\lambda_i, \mathbf{x}))^2 \quad (7)$$

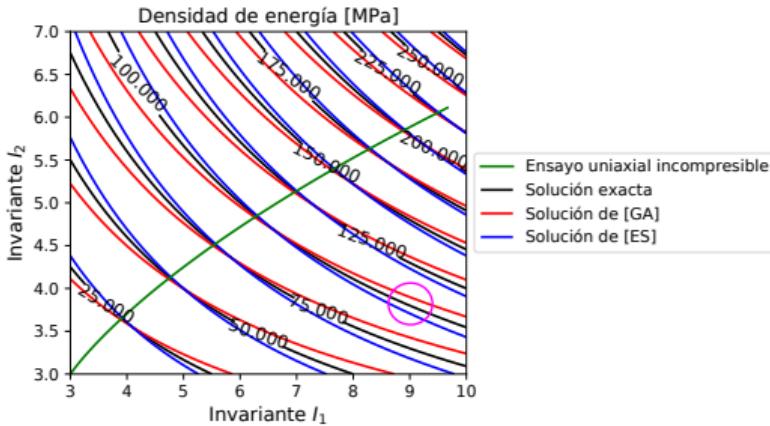


Figura 3: $W(I_1, I_2)$ para los valores teóricos y los valores ajustados.

Camino de deformación de ensayo de tracción uniaxial

$$I_1 = \lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}, \quad I_2 = 2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2} \quad (8)$$

Caminos de deformación

Caracterización Isótropa con Algoritmos Metaheurísticos

Ensayo	I_1	I_2
Uniaxial	$\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}$	$\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2}$
Biaxial	$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2}$	$(\lambda_1 \lambda_2)^2 + \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2}$
Equiaxial	$2\lambda_1^2 + \frac{1}{\lambda_1^4}$	$(\lambda_1)^4 + \frac{2}{\lambda_1^2}$
Presurización	$\lambda_r^2 + \lambda_\theta^2 + \lambda_z^2$	$\lambda_r^2 \lambda_\theta^2 + \lambda_z^2 \lambda_\theta^2 + \lambda_z^2 \lambda_r^2$
Corte Puro	$\lambda^2 + \lambda^{-2} + 1$	$\lambda^2 + \lambda^{-2} + 1$
Corte Simple	$k^2 + 3$	$k^2 + 3$

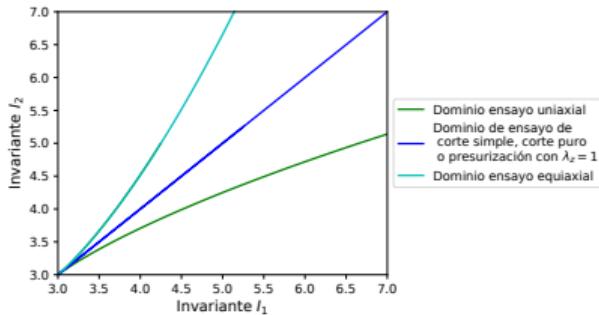


Figura 4: Caminos de deformación para los diferentes ensayos mecánicos

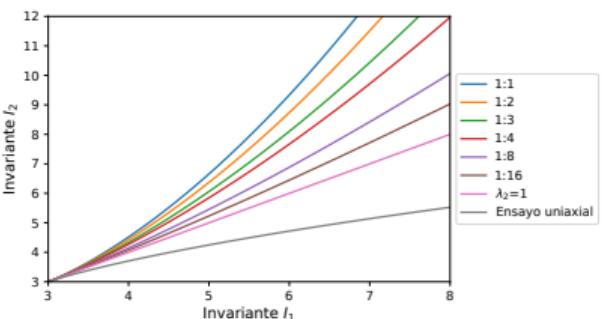


Figura 5: Ensayo biaxial en el espacio de los invariantes

Caracterización de múltiples ensayos mecánicos.



Función mono-objetivo múltiples ensayos mecánicos

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - \sigma(\lambda_i, \mathbf{x}))^2 + w_p^2 \sum_{i=1}^m (P_i - P(\lambda_i^c, \mathbf{x}))^2 + w_e^2 \sum_{i=1}^q (\sigma_i^e - \sigma^e(\lambda_i^e, \mathbf{x}))^2 \quad (9)$$

- S.C Mooney-Rivlin 2 Parámetros $C_i = (20, 15)$
 - S.C Mooney-Rivlin 3 Parámetros $C_i = (20, 15, 12)$
 - S.C Mooney-Rivlin 4 Parámetros $C_i = (20, 15, 12, 7)$
 - S.C Mooney-Rivlin 5 Parámetros $C_i = (20, 15, 12, 7, 6)$

¿Los parámetros obtenidos presentan un error relativo < 0,5 %?							
Curvas		Uniaxial		Uniaxial-Presurización		Uniaxial- Presurización-Equiaxial	
Cantidad de Parámetros de Mooney-Rivlin	2	SI	0,00 %	SI	0,00 %	SI	0,00 %
	3	SI	0,16 %	SI	0,00 %	SI	0,00 %
	4	NO	4,49 %	SI	0,25 %	SI	0,00 %
	5	NO	7,75 %	NO	0,84 %	SI	0,00 %

Cuadro 2: Evaluación cualitativa del ajuste de datos experimentales

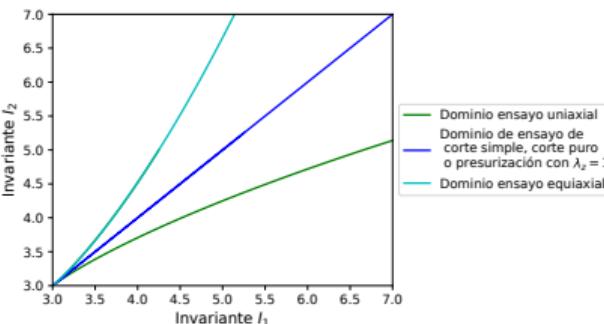


Figura 6: Caminos de deformación para los diferentes ensayos mecánicos

Caracterización Experimental (Látex).

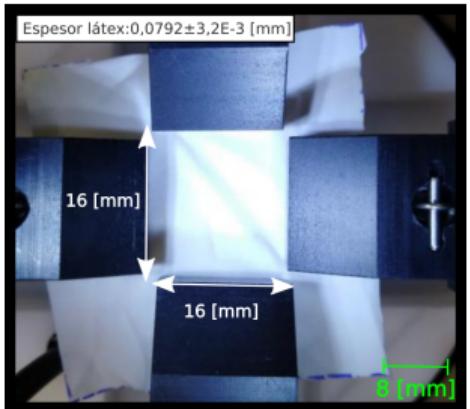


Figura 7: Probeta de látex montada en un equipo biaxial.

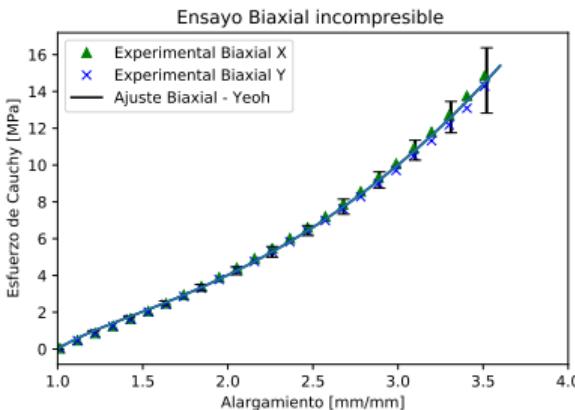


Figura 8: Ajustes a datos experimentales con modelo de Yeoh

Parámetros [MPa]	[ES] Elitista	
	μ	IC 95 %
C_1	4,881E-1	5,224E-4
C_2	10,21	3,712E-5
C_3	7,572E-6	1,009E-6
Error Estándar	0,173	

Cuadro 3: Parámetros recuperados con el modelo de Yeoh para ensayo biaxial

1. Motivación
2. Algoritmos Metaheurísticos
3. Modelos Constitutivos
4. Caracterización Isótropa con Algoritmos Metaheurísticos
5. Caracterización Anisótropa con Algoritmos Metaheurísticos
6. Conclusiones
7. Lineas de Trabajos Futuras

Caracterización con ensayo de tracción uniaxial

Función objetivo caracterización anisótropa.

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{lon} - \sigma^{lon}(\lambda_i^{lon}, \mathbf{x})}{n\sigma_n^{lon}} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sigma_i^{cir} - \sigma^{cir}(\lambda_i^{cir}, \mathbf{x})}{m\sigma_m^{cir}} \right)^2, \quad \mathbf{x} = (\mu, \kappa, k_1, k_2, \theta) \quad (10)$$

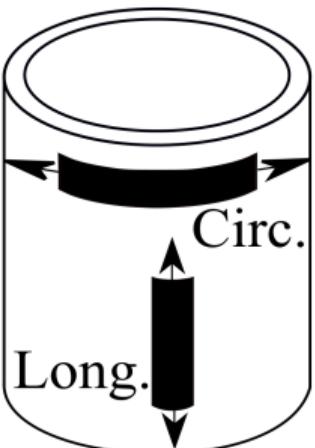


Figura 9: Representación gráfica de las probetas obtenidas en una arteria

Evaluación de las estrategias evolutivas

Caracterización Anisótropa con Algoritmos Metaheurísticos

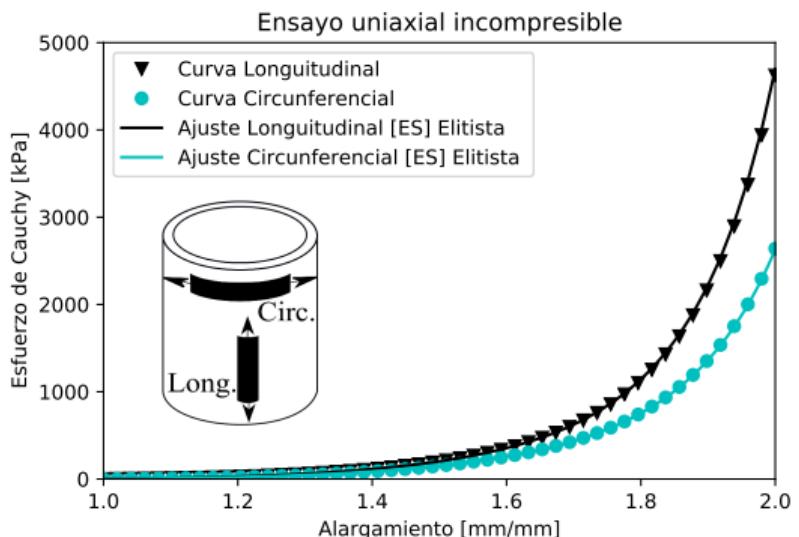


Figura 10: Ajuste de una solución conocida de un material anisótropo con estrategias evolutivas

Parámetros	Solución conocida	Límite Inferior	Límite Superior
μ [kPa]	22,589	0,00	1,00E+05
k_1 [kPa]	224,217	0,00	1,00E+06
k_2	2,464	0,00	1,00E+01
κ	0,285	0,00	0,3333
θ°	39,624°	0,0°	90°
Generaciones	150	Población	1140

Cuadro 4: Hiperparámetros de ES para encontrar una solución conocida

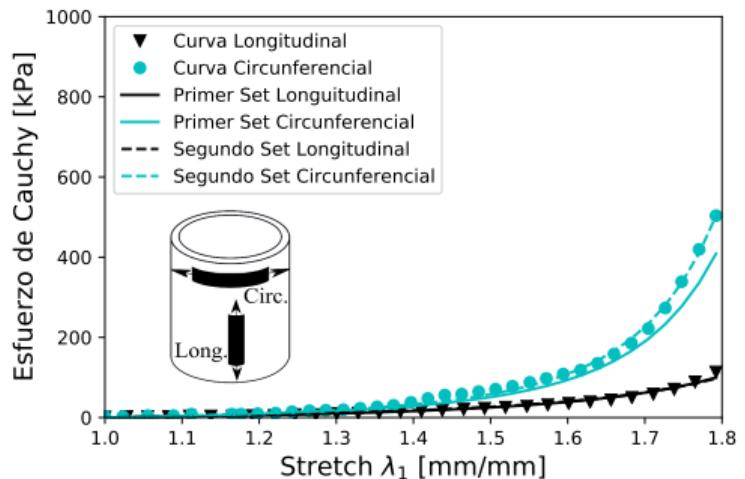
Parámetros	ES Elitista	
	Promedio	95 % IC
μ [kPa]	2,2260E+01	8,3100E-02
k_1 [kPa]	2,1303E+02	2,3413E+00
k_2	2,3705E+00	1,9879E-02
κ	2,7391E-01	2,3596E-03
θ°	4,0400E+01	1,7648E-01
Función objetivo	5,06E-05	

Cuadro 5: Resultados del ajuste de una solución conocida utilizando el modelo de Holzapfel-Gasser-Ogden

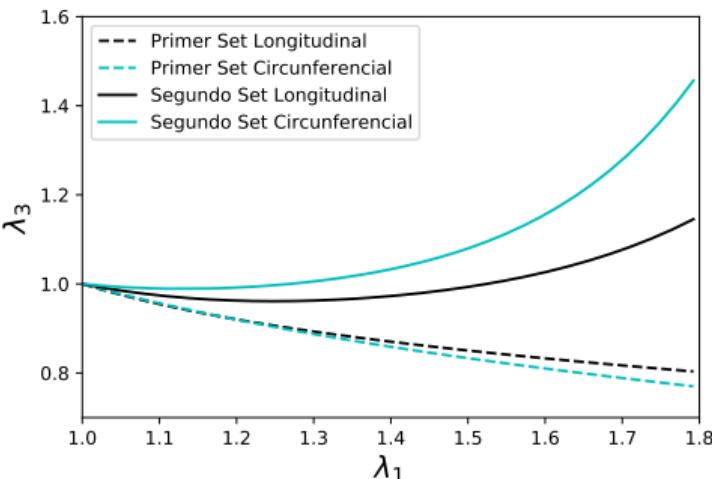
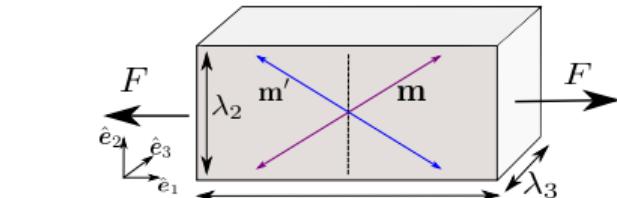
Inestabilidad transversal

Caracterización Anisótropa con Algoritmos Metaheurísticos

x	μ	κ	k_1	k_2	θ
x_1	10,4	0,27	30,6	3,94	1,07
x_2	0,73	0,00	13,9	2,13	0,84



(a) Ensayos de Tracción

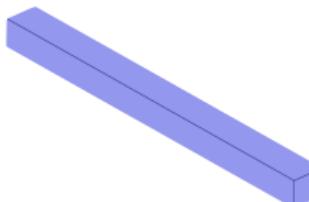
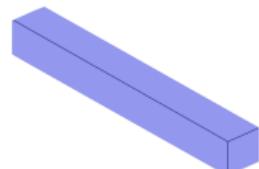
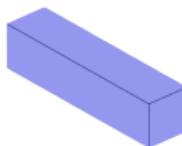


(b) Alargamiento Transversal λ_3

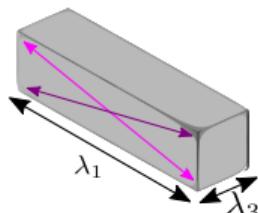
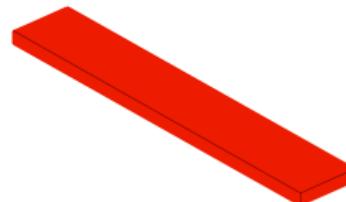
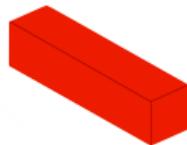
Inestabilidad transversal

x	μ	κ	k_1	k_2	θ
x_1	10,4	0,27	30,6	3,94	1,07
x_2	0,73	0,00	13,9	2,13	0,84

Estable x_1



Inestable x_2



$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_1 = 1.5$$

$$\lambda_1 = 2$$

Alargamientos transversales en ensayo uniaxial

$$\lambda_3 = \left[\frac{W_1 + \sin^2(\theta_1)W_4 + \sin^2(\theta_2)W_6}{W_1} \right]^{1/4} \lambda_1^{-1/2} = \Psi^{1/4} \lambda_1^{-1/2} \quad (11)$$

La inestabilidad transversal ocurre por un crecimiento desproporcionado de la anisotropía respecto a la isotropía del material.

Alargamientos transversales en ensayo uniaxial

$$\lambda_3 = \left[\frac{W_1 + \sin^2(\theta_1)W_4 + \sin^2(\theta_2)W_6}{W_1} \right]^{1/4} \lambda_1^{-1/2} = \Psi^{1/4} \lambda_1^{-1/2} \quad (11)$$

La inestabilidad transversal ocurre por un crecimiento desproporcionado de la anisotropía respecto a la isotropía del material.

Criterio de estabilidad transversal

Se define criterio de estabilidad como

$$\frac{d\lambda_3}{d\lambda_1} \leq 0 \quad \text{Criterio de estabilidad transversal .} \quad (12)$$

Para cualquier $W(l_1, l_4, l_6)$ se tiene que cumplir que

$$\frac{d\Psi}{d\lambda_1} \leq \frac{2\Psi}{\lambda_1} . \quad (13)$$

Criterio de estabilidad transversal

Se define criterio de estabilidad como

$$\frac{d\lambda_3}{d\lambda_1} \leq 0 \quad \text{Criterio de estabilidad transversal .} \quad (12)$$

Para cualquier $W(l_1, l_4, l_6)$ se tiene que cumplir que

$$\frac{d\Psi}{d\lambda_1} \leq \frac{2\Psi}{\lambda_1} . \quad (13)$$

Estabilidad del modelo de Gasser[1] y Holzapfel[2]

- Si es que se considera que existe una dirección critica θ en el que apuntan las fibras y se evalua el modelo de Gasser en Ψ , se obtiene que

$$\Psi(I_1, I_4) = 1 + \frac{k_1 E_4 (1 - 3\kappa) \sin^2(\theta)}{\mu/2 + e^{-k_2 E_4^2} + k_1 \kappa E_4}. \quad (14)$$

Si es que $\lambda_1 \rightarrow \infty$ el valor de Ψ y su derivada son:

$$\lim_{\lambda_1 \rightarrow \infty} \Psi = 1 + \frac{(1 - 3\kappa) \sin^2(\theta)}{\kappa}; \quad \lim_{\lambda_1 \rightarrow \infty} \frac{d\Psi}{d\lambda_1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \kappa \neq 0 \quad (15)$$

- Por lo tanto, evaluando la inecuación de estabilidad transversal se tiene que:

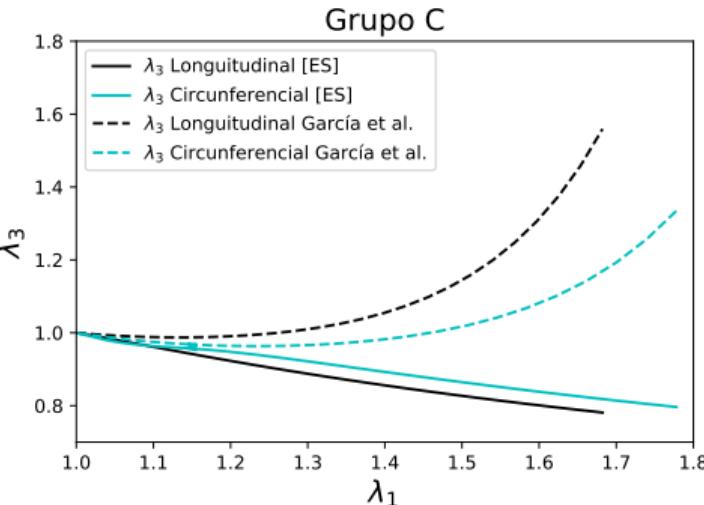
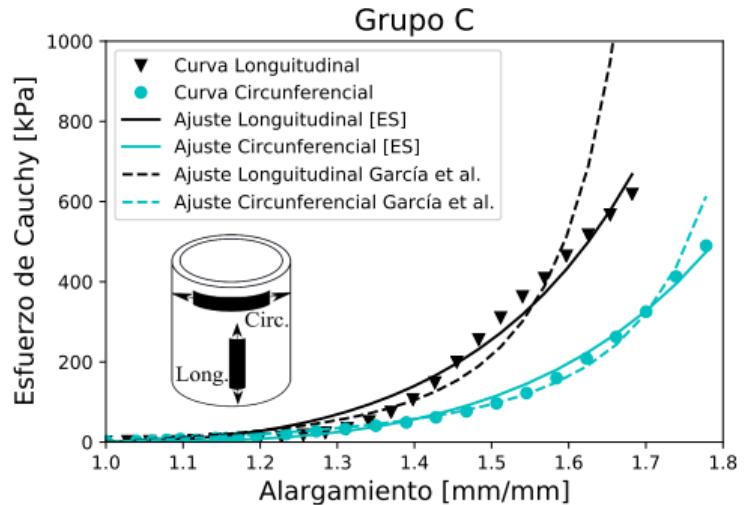
$$\lim_{\lambda_1 \rightarrow \infty} \frac{d\Psi}{d\lambda_1} \leq \lim_{\lambda_1 \rightarrow \infty} \frac{2\Psi}{\lambda_1} \quad \Rightarrow \quad 0 \leq 0 \quad (16)$$

Evaluando la inecuación de estabilidad transversal se tiene que el modelo de **Gasser** sera estable para $\lambda_1 \rightarrow \infty$, siempre y cuando $\kappa \neq 0$, es decir que el modelo de **Holzapfel** no lo es.

Caracterización con término estabilizador



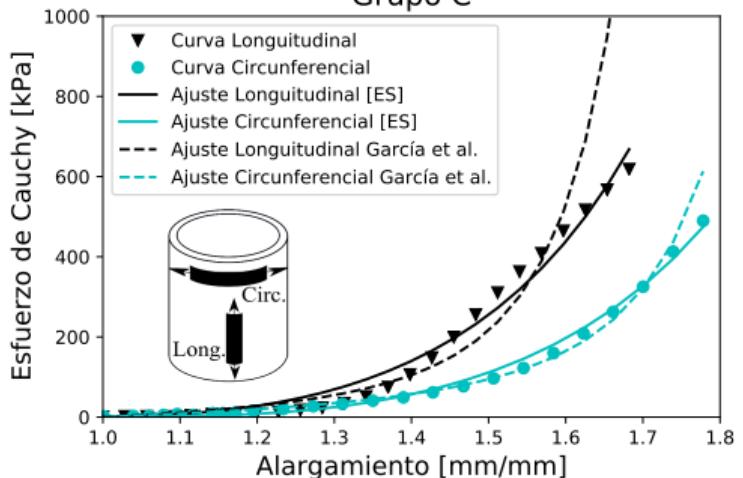
$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{lon} - \sigma^{lon}(\lambda_i^{lon}, \mathbf{x})}{n\sigma_n^{lon}} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sigma_i^{cir} - \sigma^{cir}(\lambda_i^{cir}, \mathbf{x})}{m\sigma_m^{cir}} \right)^2 + g_1(\mathbf{x}, \lambda_i^{lon}, \lambda_i^{cir}) \quad (17)$$



Caracterización con término estabilizador

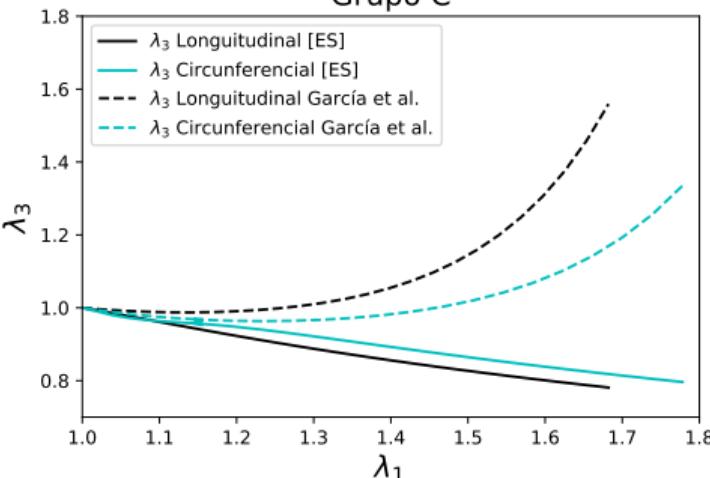
$$\min_{x \in A^n} f(x) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{lon} - \sigma_i^{lon}(\lambda_i^{lon}, x)}{n\sigma_n^{lon}} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sigma_i^{cir} - \sigma_i^{cir}(\lambda_i^{cir}, x)}{m\sigma_m^{cir}} \right)^2 + g_1(x, \lambda_i^{lon}, \lambda_i^{cir}) \quad (17)$$

Grupo C



(e) Ensayos de Tracción

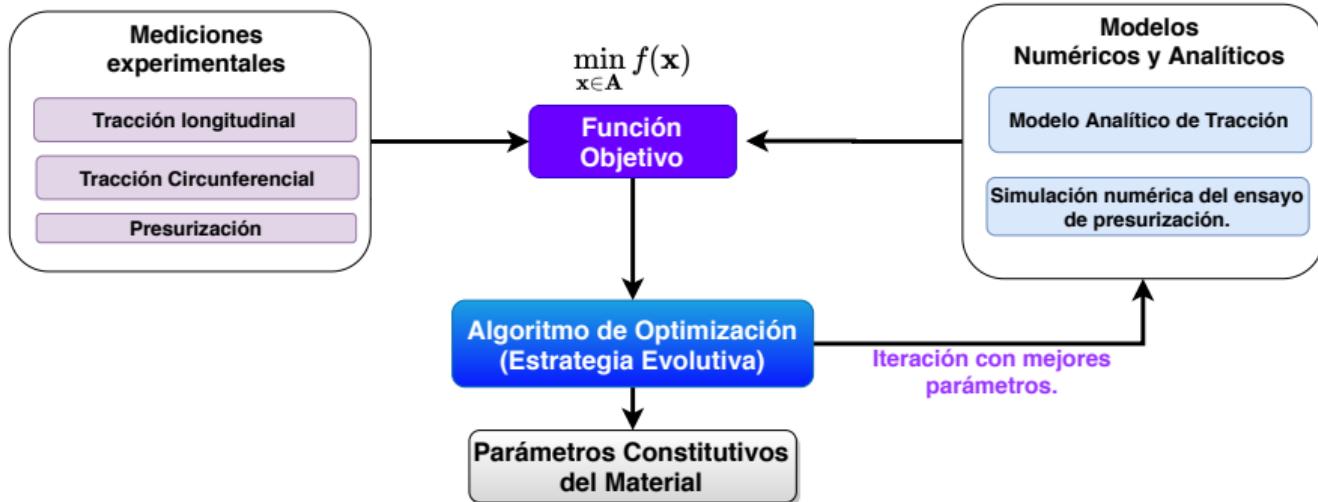
Grupo C



(f) Alargamiento Transversal λ_3

García-Herrera, Claudio Celentano, Diego Cruchaga, Marcela Rojo, Francisco Atienza, José Guinea, Gustavo Goicolea, José. (2011). Mechanical characterisation of the human thoracic descending aorta: Experiments and modelling. Computer methods in biomechanics and biomedical engineering. 15. 185-93. 10.1080/10255842.2010.520704. [5]

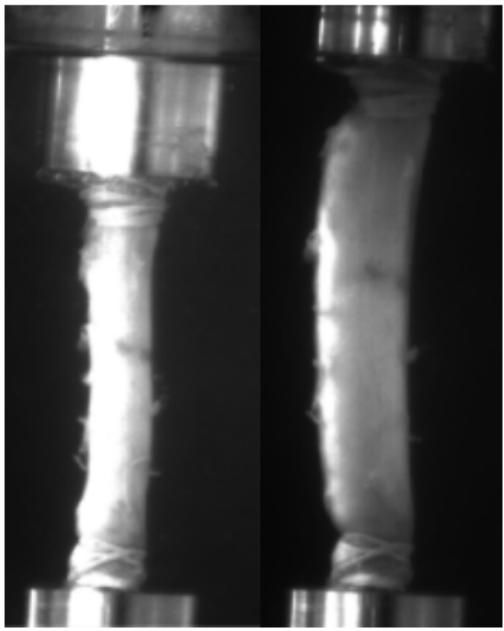
Caracterización de datos experimentales con MEF



$$\begin{aligned} \min_{x \in A^n} f(x) = & \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{lon} - \sigma^{lon}(\lambda_i^{lon}, x)}{n\sigma_n^{lon}} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sigma_i^{cir} - \sigma^{cir}(\lambda_i^{cir}, x)}{m\sigma_m^{cir}} \right)^2 \\ & + 2 \sum_{i=1}^k \left(\frac{\lambda_i^\theta - \lambda^\theta(P_i, x)}{k(\lambda_k^\theta - \lambda_1^\theta)} \right)^2 + g_1(x, \lambda_i^{lon}, \lambda_i^{cir}) \end{aligned} \quad (18)$$

Simulación de Presurización

Caracterización Anisótropa con Algoritmos Metaheurísticos

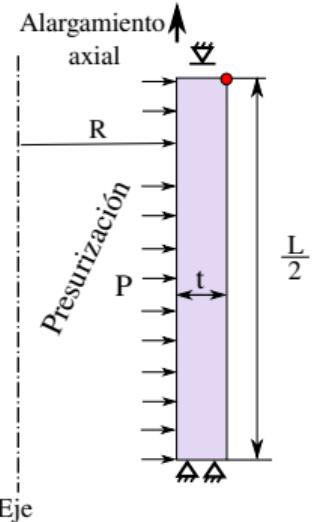


(a)

(b)

Figura 11: Ensamblaje experimental. (a) Aorta torácica sin estirar (b) Aorta torá-
cica presurizada con un pre-estiramiento.

claudio.canales@usach.cl



(a)



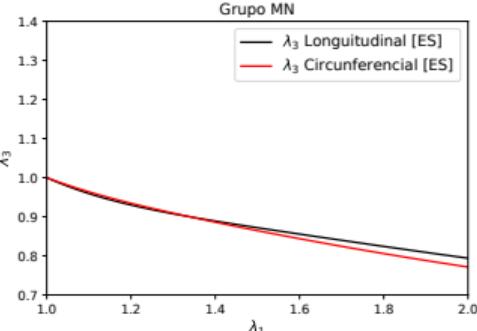
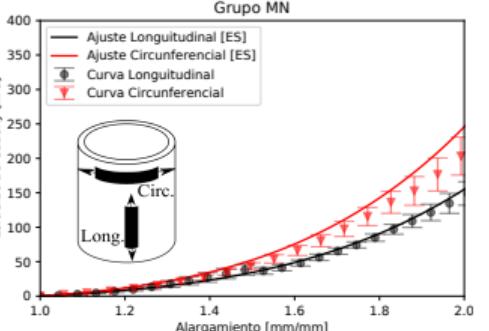
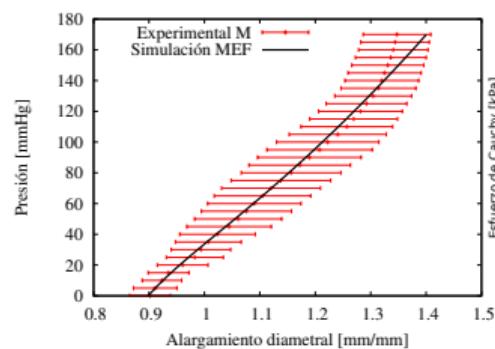
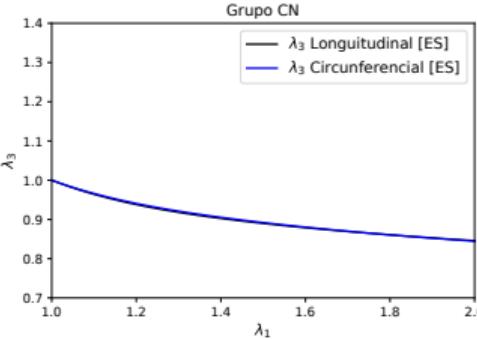
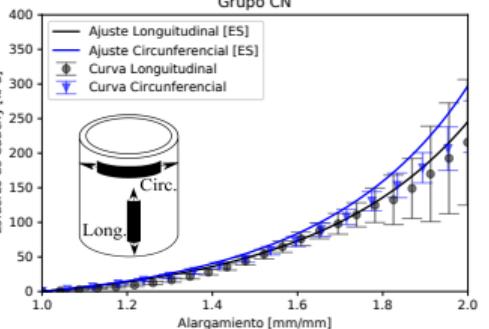
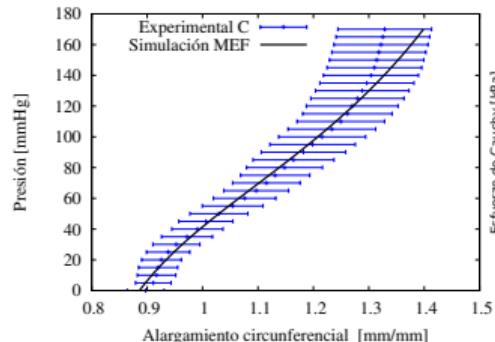
(b)

Figura 12: (a) Representación 2D de las condiciones de contorno para la simulación del ensayo de presurización. (b) Malla estructurada de la simulación de elementos finitos con 2500 elementos cuadriláteros. Fuente: Propia

Resultados

Caracterización Anisótropa con Algoritmos Metaheurísticos

Presurización y Uniaxial



Algoritmos metaheurísticos

- Permiten **caracterizar** material hiperelástico (isótropo e anisótropo)
- Resuelven exitosamente problemas con múltiples **restricciones, multimodalidad, regiones valles y discontinuidades**.
- Flexibles y robustos para diferentes problemas [6].

Caracterización Hiperelástica

- Caminos de deformación.
- Grados de libertad, sesgo y sobre ajuste.

Estabilidad Transversal

- Se establece un nuevo criterio de **estabilización anisótropa**.
- Se demuestra que el modelo de **Holzapfel** es inestable para grandes deformaciones y que el modelo de **Gasser** es estable.
- Se presenta una metodología para estabilizar la respuesta mecánica del material.

Caracterización inversa FEM

- Caracterización considerando deformación no-homogénea.
- Única opción cuando no hay un modelo analítico.

- Extender y adaptar los procedimientos de caracterización a otro tipos de materiales complejos.
- Proponer un modelo constitutivo con dos direcciones preferenciales y que cumpla el criterio de estabilidad transversal.
- Diseñar de forma inversa metamateriales con los algoritmos de optimización metaheurísticos.
- Crear un meta-modelo que permita disminuir el costo computacional de las simulaciones de elementos finitos.

- [1] Gasser TC, Ogden RW, Holzapfel GA.
Hyperelastic modelling of arterial layers with distributed collagen fibre orientations.
J R Soc Interface. 2006 Feb 22;3(6):15-35. doi: 10.1098/rsif.2005.0073.
PMID: 16849214; PMCID: PMC1618483
- [2] Holzapfel, Gerhard Gasser, Thomas Ogden, Ray. (2012).
A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models.
Journal of Elasticity. 61. 1-48. 10.1007/s10659-012-9364-2
- [3] Fernández, Jose Lopez-Campos, Jose SEGADE Robleda, Abraham Vilán, J.A.. (2018).
A genetic algorithm for the characterization of hyperelastic materials.
Applied Mathematics and Computation. 329. 239-250. 10.1016/j.amc.2018.02.008. 3
- [4] Helfenstein J, Jabareen M, Mazza E, et al.
On non-physical response in models for fiber-reinforced hyperelastic materials.
J Mech Behav Biomed Mater. 2011 Oct;4(7):1359-68. doi: 10.1016/j.jmbbm.2011.05.006.
PMID: 21783146.
- [5] García-Herrera C, Celentano DJ, Cruchaga, MA, et al.
Mechanical characterisation of the human thoracic descending aorta: experiments and modelling.
Comput Methods Biomed Engin. 2012;15(2):185-93. doi: 10.1080/10255842.2010.520704
PMID: 21480018.
- [6] Demetrio M, Alexandre V, Dominique B.
Application of evolution strategies for the solution of an inverse problem in near-field optics.
J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis. 2004 Aug;21(8):1465-71. doi: 10.1364/josaa.21.001465.
PMID: 15330475.

Curvas		Parámetros de Mooney-Rivlin			
		2	3	4	5
Ajuste Uniaxial	NRSMD Uniaxial	0	3,03E-06	3,78E-06	3,77E-05
Ajuste Uniaxial -Presurización	NRSMD Uniaxial	0	6,76E-09	3,55E-05	8,41E-05
	NRSMD Presurización	0	1,23E-08	6,50E-06	3,42E-06
Ajuste Uniaxial- Presurización- Equiaxial	NRSMD Uniaxial	0	0	3,32E-07	4,29E-06
	NRSMD Presurización	0	0	3,46E-07	1,61E-05
	NRSMD Equiaxial	0	0	1,84E-07	3,48E-05

Cuadro 6: NRMSD de ajuste de múltiples curvas.

Caracterización de datos experimentales con MEF

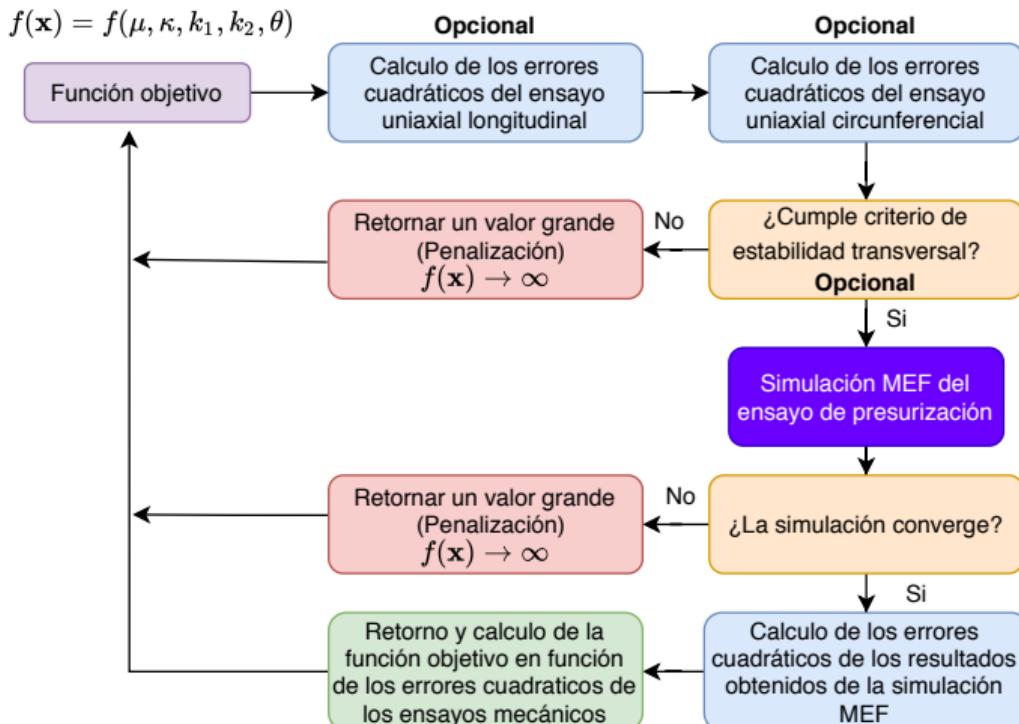
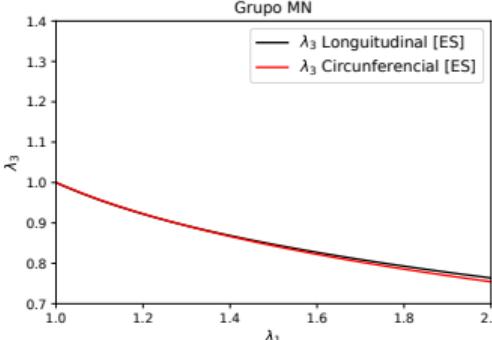
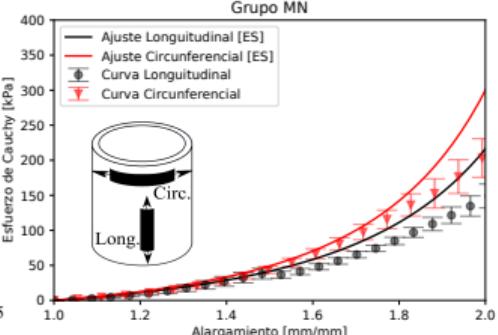
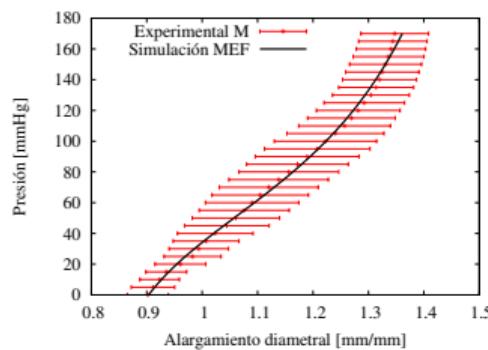
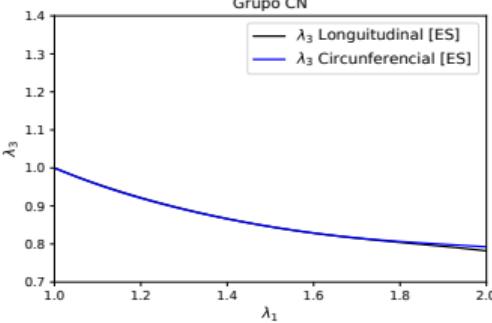
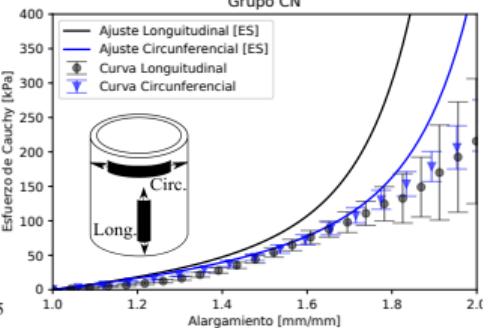
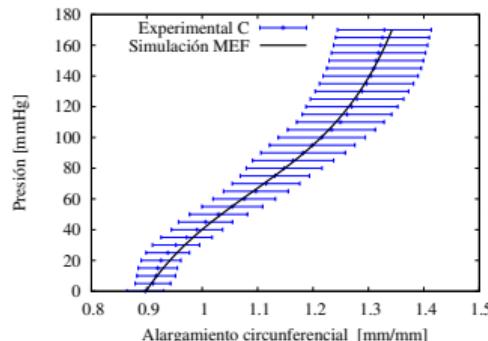


Figura 13: Diagrama de bloques que describe de forma ilustrativa como se evalúa la función objetivo.

Resultados

Anexos

Solo Presurización



Función de penalización para estabilidad transversal

- Para controlar que tan estricta sera la restricción del criterio de estabilización se incorpora una función $h(\lambda_1) \in [0, 1]$

$$\frac{d\Psi}{d\lambda_1} \leq \frac{2\Psi}{\lambda_1} h(\lambda_1). \quad (19)$$

- En términos prácticos, el valor de h se puede dejar como una constante, en este caso se utiliza $h = 0,7$ y se define la siguiente función de penalización:

$$g_1(\mathbf{x}, \lambda_i^{lon}, \lambda_i^{cir}) = \begin{cases} C, & \text{Si } \frac{d\Psi}{d\lambda_1} > \frac{7\Psi}{5\lambda_1} \quad \forall \quad \lambda_1 \in \{\lambda_i^{cir}, \lambda_i^{lon}\} \\ 0, & \text{De otra manera} \end{cases} \quad (20)$$

- Esta función de penalización da origen a la siguiente función objetivo que ajusta los datos experimentales de los ensayos uniaxiales y asegura la estabilidad del material:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}^n} f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{lon} - \sigma^{lon}(\lambda_i^{lon}, \mathbf{x})}{n\sigma_n^{lon}} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sigma_i^{cir} - \sigma^{cir}(\lambda_i^{cir}, \mathbf{x})}{m\sigma_m^{cir}} \right)^2 + g_1(\mathbf{x}, \lambda_i^{lon}, \lambda_i^{cir}) \quad (21)$$

- Para modelar analíticamente el ensayo de tracción es necesario considerar un gradiente de deformación homogéneo, que satisface la incompresibilidad

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

- Evaluando \mathbf{F} en el tensor de Cauchy ($\sigma = J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T - p \mathbf{I}$), se obtienen las ecuaciones analíticas del ensayo uniaxial:

$$\sigma_{11}(\lambda_1, \lambda_2) = 2(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(W_1) + 2(\lambda_2 \cos(\gamma))^2 W_4 \quad (23)$$

$$0 = \sigma_{22}(\lambda_1, \lambda_2) = 2(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(W_1) + 2(\lambda_2 \sin^2(\gamma)) W_4, \quad (24)$$

donde $W_i = \frac{\partial W}{\partial l_i}$, tal que $i = \{1, 4, 6\}$

- Para modelar analíticamente el ensayo de tracción es necesario considerar un gradiente de deformación homogéneo, que satisface la incompresibilidad

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

- Evaluando \mathbf{F} en el tensor de Cauchy ($\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T - p \mathbf{I}$), se obtienen las ecuaciones analíticas del ensayo uniaxial:

$$\sigma_{11}(\lambda_1, \lambda_2) = 2(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(W_1) + 2(\lambda_2 \cos(\gamma))^2 W_4 \quad (23)$$

$$0 = \sigma_{22}(\lambda_1, \lambda_2) = 2(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(W_1) + 2(\lambda_2 \sin^2(\gamma)) W_4, \quad (24)$$

donde $W_i = \frac{\partial W}{\partial l_i}$, tal que $i = \{1, 4, 6\}$