UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E ESTATÍSTICA
INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Trabalho Prático 3
Raciocínio Probalístico

Francisco Luiz Vicenzi

PROFESSOR

Mauro Roisenberg

Florianópolis

Novembro de 2020

1 Primeira Parte

Legenda:
I_0 = I < 30
I_1 = I 30 <= i <= 50
I_2 = I > 50

1.1) Qual é a probabilidade de ter NÃO haver uma compra de gasolina dado que o cartão foi fraudado?
P($G_n|F_s$) = 0.8

1.2) Qual a probabilidade do mundo estar no seguinte estado: (F=sim, G=sim, I>50, S=fem, C=não)?

$$\begin{aligned} P(F_s, G_s, I_2, S_f, C_n) &= P(F_s) * P(G_s|F_s) * P(I_2) * P(Sf) * P(C_n|F_s, I_2, S_f) \\ &= 0.001 * 0.2 * 0.35 * 0.5 * 0.05 \\ &= 0.00000175 = 1.75e-06 \end{aligned} \tag{1.1}$$

1.3) Qual a probabilidade de haver uma compra de gasolina nas últimas 24 horas?

$$\begin{aligned} P(G_s) &= P(F_s) * P(G_s|F_s) + P(F_n) * P(G_s|F_n) \\ &= 0.001 * 0.2 + 0.999 * 0.01 \\ &= 0.01019 \end{aligned} \tag{1.2}$$

1.4) Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas?

$$\begin{aligned} P(C_s) = &P(F_s) * P(I_0) * P(S_m) * P(C_s) \\ &+ P(F_s) * P(I_1) * P(S_m) * P(C_s) \\ &+ P(F_s) * P(I_2) * P(S_m) * P(C_s) \\ &+ P(F_s) * P(I_0) * P(Sf) * P(C_s) \\ &+ P(F_s) * P(I_1) * P(Sf) * P(C_s) \\ &+ P(F_s) * P(I_2) * P(Sf) * P(C_s) \\ &+ P(F_n) * P(I_0) * P(S_m) * P(C_s) \\ &+ P(F_n) * P(I_1) * P(S_m) * P(C_s) \\ &+ P(F_n) * P(I_2) * P(S_m) * P(C_s) \\ &+ P(F_n) * P(I_0) * P(Sf) * P(C_s) \\ &+ P(F_n) * P(I_1) * P(Sf) * P(C_s) \\ &+ P(F_n) * P(I_2) * P(Sf) * P(C_s) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
P(C_s) = {} & 0.001 * 0.25 * 0.5 * 0.95+ \\
& + 0.001 * 0.40 * 0.5 * 0.95 \\
& + 0.001 * 0.35 * 0.5 * 0.95 \\
& + 0.001 * 0.25 * 0.5 * 0.95 \\
& + 0.001 * 0.40 * 0.5 * 0.95 \\
& + 0.001 * 0.35 * 0.5 * 0.95 \\
& + 0.999 * 0.25 * 0.5 * 0.8 \\
& + 0.999 * 0.40 * 0.5 * 0.75 \\
& + 0.999 * 0.35 * 0.5 * 0.5 \\
& + 0.999 * 0.25 * 0.5 * 0.75 \\
& + 0.999 * 0.40 * 0.5 * 0.75 \\
& + 0.999 * 0.35 * 0.5 * 0.6 \\
P(C_s) \quad & = 0.68651375
\end{aligned}
$$

1.5) Qual a probabilidade de haver uma comprade créditos para celularnas últimas 24 horas, dado que a houve a comprade gasolina?

Objetivo: $P(C_s|G_s) = (P(C_s) * P(G_s|C_s))/P(G_s)$

$P(C_s)$: obtido em (1.4).

$P(G_s)$: obtido em (1.3).

$$
\begin{aligned}
P(G_s|C_s) = {} & P(G_s|F_s) * P(F_s) * P(I_0) * P(S_m) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_s) * P(F_s) * P(I_1) * P(S_m) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_s) * P(F_s) * P(I_2) * P(S_m) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_s) * P(F_s) * P(I_0) * P(Sf) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_s) * P(F_s) * P(I_1) * P(Sf) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_s) * P(F_s) * P(I_2) * P(Sf) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_n) * P(F_n) * P(I_0) * P(S_m) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_n) * P(F_n) * P(I_1) * P(S_m) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_n) * P(F_n) * P(I_2) * P(S_m) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_n) * P(F_n) * P(I_0) * P(Sf) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_n) * P(F_n) * P(I_1) * P(Sf) * P(C_s) \\
& + P(G_s|F_n) * P(F_n) * P(I_2) * P(Sf) * P(C_s)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 0.2 * 0.001 * 0.25 * 0.5 * 0.95 \\
&\quad + 0.2 * 0.001 * 0.40 * 0.5 * 0.95 \\
&\quad + 0.2 * 0.001 * 0.35 * 0.5 * 0.95 \\
&\quad + 0.2 * 0.001 * 0.25 * 0.5 * 0.95 \\
&\quad + 0.2 * 0.001 * 0.40 * 0.5 * 0.95 \\
&\quad + 0.2 * 0.001 * 0.35 * 0.5 * 0.95 \\
&\quad + 0.01 * 0.999 * 0.25 * 0.5 * 0.8 \\
&\quad + 0.01 * 0.999 * 0.40 * 0.5 * 0.75 \\
&\quad + 0.01 * 0.999 * 0.35 * 0.5 * 0.5 \\
&\quad + 0.01 * 0.999 * 0.25 * 0.5 * 0.75 \\
&\quad + 0.01 * 0.999 * 0.40 * 0.5 * 0.75 \\
&\quad + 0.01 * 0.999 * 0.35 * 0.5 * 0.6 \\
P(G_s|C_s) &\quad = 0.0070456375
\end{aligned}
$$

Resultado final:

$$
\begin{aligned}
P(C_s|G_s) &= (P(C_s) * P(G_s|C_s))/P(G_s) \\
&= (0.68651375 * 0.0070456375)/0.01019 \\
&= 0.47467389806335875
\end{aligned}
$$

1.6) Qual a probabilidade um cartão de crédito ter sido fraudado, dado que houve a compra de créditos para celular, mas não houve a compra de gasolina nas últimas 24 horas?

Objetivo: $P(F_s|C_s, G_n) = P(F_s) * P(C_s, G_n|F_s)/P(C_s, G_n)$

$P(F_s) = 0.001$ $P(C_s)$: obtido em (1.4).

$P(G_n|F_s) = 0.8$

$$
\begin{aligned}
P(C_s, G_n|F_s) &= P(C_s|F_s) * P(G_n|F_s) \\
P(C_s|F_s) \quad &= P(F_s) * P(I_0) * P(S_m) * P(C_s) \\
&+ P(F_s) * P(I_1) * P(S_m) * P(C_s) \\
&+ P(F_s) * P(I_2) * P(S_m) * P(C_s) \\
&+ P(F_s) * P(I_0) * P(Sf) * P(C_s) \\
&+ P(F_s) * P(I_1) * P(Sf) * P(C_s) \\
&+ P(F_s) * P(I_2) * P(Sf) * P(C_s) \\
P(C_s|F_s) \quad &= 0.001 * 0.25 * 0.5 * 0.95 \\
&+ 0.001 * 0.40 * 0.5 * 0.95 \\
&+ 0.001 * 0.35 * 0.5 * 0.95 \\
&+ 0.001 * 0.25 * 0.5 * 0.95 \\
&+ 0.001 * 0.40 * 0.5 * 0.95 \\
&+ 0.001 * 0.35 * 0.5 * 0.95 \\
P(C_s|F_s) \quad &= 0.00095
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(G_n) &= 0.001 * 0.8 + 0.999 * 0.99 \\
&= 0.98981
\end{aligned}
$$

Resultado final:

$$
\begin{aligned}
P(F_s|C_s, G_n) &= (0.001 * 0.00095 * 0.8)/(0.68651375 * 0.98981) \\
&= 0.00000111843954744231
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

2 Segunda Parte

2.1) Modelei o problema descrito em uma Rede Bayesiana, visível em 1. Foram identificadas cinco variáveis aleatórias:

1. A: alunos (divididos em Ensino Fundamental, Secundário e Universitário);
2. V: alunos que viram colas (ou não);
3. C: alunos que colam (ou não);
4. E: alunos que estudam para as provas (ou não);
5. N: alunos que sentem-se penalizados pelas notas (ou não).

A partir dessas variáveis, podemos descrever seus relacionamentos e influências. A variável A influencia diretamente as variáveis V, C e E. As variáveis C e E influenciam diretamente a variável N. A topologia é abstraída do enunciado do problema, que descreve as distribuições. Por exemplo, a seguinte frase, extraída do enunciado, retrata o relacionamento entre A e C: "*Dos alunos que frequentam a Universidade 60% colam, [...]*". As tabelas 1, 4, 3, 2 e 5

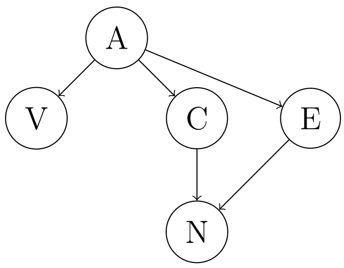

Figura 1 – Rede Bayesiana

apresentam as probabilidades condicionais das relações apresentadas anteriormente.

A=Fundamental	**A=Secundário**	**A=Universitário**
0.6	0.3	0.1

Tabela 1 – Tabela de Probabilidades para A

A	**E=sim**	**E=não**
A=Fundamental	0	1
A=Secundário	0.5	0.5
A=Universitário	0.5	0.5

Tabela 2 – Tabela de Probabilidades para E

A	**C=sim**	**C=não**
A=Fundamental	0	1
A=Secundário	0.8	0.2
A=Universitário	0.6	0.4

Tabela 3 – Tabela de Probabilidades para C

A	**V=sim**	**V=não**
A=Fundamental	0.1	0.9
A=Secundário	1	0
A=Universitário	0.8	0.2

Tabela 4 – Tabela de Probabilidades para V

C	**E**	**N=sim**	**N=não**
C=sim	**E=sim**	0.1	0.9
	E=não	0	1
C=não	**E=sim**	0.01	0.99
	E=não	0	1

Tabela 5 – Tabela de Probabilidades para N

2.2) Calcule a probabilidade de um aluno colar.

Objetivo: $P(C_s)$.

$$\begin{aligned} P(C_s) &= P(C_s) * P(A_f) + P(C_s) * P(A_s) + P(C_s) * P(A_u) \\ &= 0 * 0.6 + 0.8 * 0.3 + 0.6 * 0.1 \\ &= 0.3 \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.3) Calcule a probabilidade de um aluno frequentar o ensino Secundário dado que ele viu algum colega colando e que se sentiu penalizado na nota.

Objetivo: $P(A_s|V_s, N_s)$.

$$P(A_s|V_s, N_s) = (P(A_s) * P(V_s, N_s|A_s))/P(V_s, N_s) \tag{2.2}$$

$$
\begin{aligned}
P(N_s|A_s) &= P(A_s, V_s, C_s, E_s, N_s) \\
&+ P(A_s, V_s, C_s, E_n, N_s) \\
&+ P(A_s, V_s, C_n, E_s, N_s) \\
&+ P(A_s, V_s, C_n, E_n, N_s) \\
P(N_s|A_s) &= 0.3 * 1 * 0.8 * 0.5 * 0.1 \\
&+ 0.3 * 1 * 0.8 * 0.5 * 0 \\
&+ 0.3 * 1 * 0.2 * 0.5 * 0.01 \\
&+ 0.3 * 1 * 0.2 * 0.5 * 0 \\
P(N_s|A_s) &= 0.0123
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(V_s) &= 0.1 * 0.6 + 1 * 0.3 + 0.1 * 0.8 \\
&= 0.44
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(N_s) &= P(C_s) * P(E_s) * P(N_s|C_s, E_s) \\
&+ P(C_s) * P(E_n) * P(N_s|C_s, E_n) \\
&+ P(C_n) * P(E_s) * P(N_s|C_n, E_s) \\
&+ P(C_n) * P(E_n) * P(N_s|C_n, E_n) \\
P(N_s) &= 0.3 * 0.2 * 0.1 \\
&+ 0 \\
&+ 0.7 * 0.2 * 0.001 \\
&+ 0 \\
P(N_s) &= 0.0614
\end{aligned}
$$

Resultado final:

$$
\begin{aligned}
P(A_s|V_s, N_s) &= (P(A_s) * P(V_s, N_s|A_s))/P(V_s, N_s) \\
&= (0.3 * 1 * 0.0123)/(0.0614 * 0.44) \\
&= 0.1365857269
\end{aligned}
$$