- 證明 AIMA 圖 7.11 最後兩列的關係是 valid
  - distributivity of $\wedge$ over $\vee$
  - distributivity of $\vee$ over $\wedge$

根據 7.11 圖

$$
\begin{aligned}
(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\beta \wedge \alpha) \quad \text{commutativity of } \wedge \\
(\alpha \vee \beta) &\equiv (\beta \vee \alpha) \quad \text{commutativity of } \vee \\
((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) &\equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) \quad \text{associativity of } \wedge \\
((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) &\equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) \quad \text{associativity of } \vee \\
\neg(\neg\alpha) &\equiv \alpha \quad \text{double-negation elimination} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) &\equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \quad \text{contraposition} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \beta) \quad \text{implication elimination} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) &\equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) \quad \text{biconditional elimination} \\
\neg(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) \quad \text{De Morgan} \\
\neg(\alpha \vee \beta) &\equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \quad \text{De Morgan} \\
(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) &\equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) \quad \text{distributivity of } \wedge \text{ over } \vee \\
(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) &\equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) \quad \text{distributivity of } \vee \text{ over } \wedge
\end{aligned}
$$

Figure 7.11 Standard logical equivalences. The symbols α, β, and γ stand for arbitrary sentences of propositional logic.

1. $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$

依據 truth table 之推導：

α	β	γ	(α ∧ (β ∨ γ))	((α ∧ β) ∨ (α ∧ γ))	(α ∧ (β ∨ γ)) ≡ ((α ∧ β) ∨ (α ∧ γ))
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	F	T
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T
F	F	F	F	F	T

可得 $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$ 為 valid

2. $(\alpha \lor (\beta \land \gamma)) \equiv ((\alpha \lor \beta) \land (\alpha \lor \gamma))$

依據 truth table 之推導：

α	β	γ	(α ∨ (β ∧ γ))	((α ∨ β) ∧ (α ∨ γ))	(α ∨ (β ∧ γ)) ≡ ((α ∨ β) ∧ (α ∨ γ))
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T
F	F	F	F	F	T

可得 $(\alpha \lor (\beta \land \gamma)) \equiv ((\alpha \lor \beta) \land (\alpha \lor \gamma))$ 為 valid

- 下列邏輯句子是 valid？還是 satisfiable？還是 unsatisfiable/invalid?
  - $P \land Q$
  - $(P \lor \neg P) \land P$
  - $P \land (\neg P \lor Q) \land \neg Q$

1. $P \land Q$

依 truth table

P	Q	P ∧ Q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

結果有時 true，有時 false，此為 satisfiable

2. $(P \lor \neg P) \land P$

依 turth table

P	¬P	(P∨¬P)∧P
T	F	T
F	T	T

因結果永為 true，此為 valid

3. $P \land (\neg P \lor Q) \land \neg Q$

依 truth table

P	Q	P ∧(¬ P ∨ Q) ∧¬Q
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	F

此敘述無法在任何情況下都無法滿足 (unsatisfiable)，故為 invalid

- 延續 simple.proof.pdf 的材料
  - 把裡面的個別邏輯句子改寫成 conjunctive normal form (CNF)
  - 利用你所改寫的 CNF 句子證明以下
    - $\neg P_{2,2}$
    - $P_{3,1}$

1.

1. R1: $P31 \Rightarrow B21 \land B32 \land B41$
   $\equiv \neg P31 \lor (B21 \land B32 \land B41)$
   $\equiv \neg P31 \lor (B21 \land B32 \land B41)$
   $\equiv (\neg P31 \lor B21) \land (\neg P31 \lor B32) \land (\neg P31 \lor B41) \rightarrow R5$
2. R2: $B21 \Rightarrow P11 \lor P22 \lor P31$
   $\equiv \neg B21 \lor (P11 \lor P22 \lor P31)$
   $\equiv (\neg B21 \lor P11 \lor P22 \lor P31) \rightarrow R6$
3. R3: $P22 \Rightarrow B21 \land B23 \land B12 \land B32$
   $\equiv \neg P22 \lor (B21 \land B23 \land B12 \land B32)$
   $\equiv (\neg P22 \lor B21) \land (\neg P22 \lor B23) \land (\neg P22 \lor B12) \land (\neg P22 \lor B32) \rightarrow R7$
4. R4: $B12 \Rightarrow P11 \lor P22 \lor P13$
   $\equiv \neg B12 \lor (P11 \lor P22 \lor P13)$
   $\equiv (\neg B12 \lor P11 \lor P22 \lor P13) \rightarrow R8$

2.

依據 simple.proof.pdf 的 F1 ~ F4:

1. F1: ¬B11
2. F2: B21
3. F3: ¬B12
4. F4: ¬P11

根據 R7，得：

1. F5: ¬ P22 ∨ B21
2. F6: ¬ P22 ∨ B23
3. F7: ¬ P22 ∨ B12
4. F8: ¬ P22 ∨ B32

根據 F3、F7，以 unit resolution 消除，得

- F9: ¬ P22

再根據 R5，得

1. F10: ¬ P31 ∨ B21
2. F11: ¬ P31 ∨ B32
3. F12: ¬ P31 ∨ B41

根據 R6、R9，以 unit resolution 消除，得

- ¬ B21 ∨ P11 ∨ P31

再藉由 F2、F4，同樣以 unit resolution 消除，得

- F13: P31

- 實際自行上機演練 ai.2020apr16.s2.mp4 裡面的 CLIPS 指令
  - 請參考 clips.ch78.pdf 的相關文字說明
  - 期中評量的時候將有 CLIPS 的基本試題
    - 不包含 propositional.wumpus.txt

In [ ]: