元朗公立中學校友會鄧兆棠中學
YLPMSAA Tang Siu Tong Secondary School

# 數學 必修部分
# 試題專輯

(附評卷參考及考生表現評論)

# 2023

## 中四 第二次考試

- 一元二次方程
- 直線的方程
- 函數及其圖像
- 續多項式
- 變分
- 指數函數

CCHY

# 考試範圍

## 考試目標

必修部分考試之目的為測驗考生：

1. 對課程及評估指引中數學內容、概念、技巧及原理之認識；
2. 對數學符號之熟悉及應用；
3. 以適當數學技巧解決多樣問題之能力；及
4. 以數學方式溝通及表達論據之能力。

## 本次考試課程內容撮要

1. 一元二次方程
2. 直線的方程
3. 函數及其圖像
4. 續多項式
5. 變分
6. 指數函數

此外，考生須具有中一至中三數學科課程中基礎部分及非基礎部分的知識。

**試卷形式**

本次考試共考兩試卷：

**試卷一（ $2\frac{1}{4}$ 小時）( 佔 65%）**

本卷分為兩部，全部題目均須作答。甲部題目範圍為必修部分中基礎課題及中一至中三數學科課程中基礎部分。乙部題目範圍為必修部分和中一至中三數學科課程中基礎部分及非基礎部分。甲部會再分為兩部份，甲部(1)（佔 23 分）包括約七題簡易問題；甲部(2) （佔 23 分）包括約七題較難問題。乙部（佔 24 分）包括四題至七題問題。

**試卷二（ $1\frac{1}{4}$ 小時）( 佔 35%）**

本卷分為兩部，全部題目均須作答。甲部（佔本卷分數的 $\frac{2}{3}$ ）題目範圍為必修部分中基礎課題及中一至中三數學科課程中基礎部分。乙部（佔本卷分數的 $\frac{1}{3}$ ）題目範圍為必修部分和中一至中三數學科課程中基礎部分及非基礎部分。

元朗公立中學校友會鄧兆棠中學
2023至2024年度第二次考試
中四級數學
卷一

試卷及答題紙

姓名：________________________ 班別：______( ) 成績：____________________

日期：06/02/2024 時間：8:30 a.m. - 10:45 a.m.

---

**考生須知 ：**

1. 本試卷總分為 105 分。
2. 本試卷分三部分，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
3. 本試卷**各題均須作答**。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

**甲部 (1)（41 分）**

*************************************************************************************

1. 化簡 $\dfrac{(ab^2)^2}{a^{-2}b^3}$，並以正指數表示答案。（3 分）

2. 因式分解

(a) $a^2+4a-5$，

(b) $ab^2-b^2+a^2+4a-5$。（3 分）

3. 把公式 $p=\dfrac{5q}{4q-3}$ 的主項變換為 $q$。（3 分）

4. 文具店中，3 枝塗改液和 2 枝漿糊筆共售 \$69，而 4 枝塗改液和 5 枝漿糊筆共售 \$120。

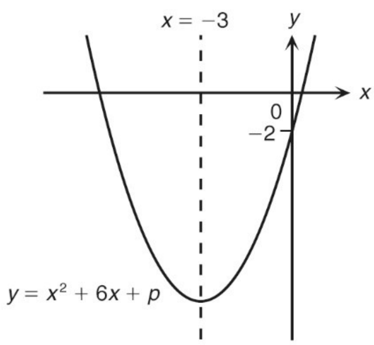
每枝塗改液和每枝漿糊筆的售價分別是多少？

(3 分)

5. 圖中所示為 $y = x^2 + 6x + p$ 的圖像，其中 $p$ 為常數。圖像的 $y$ 截距是 $-2$，而對稱軸是 $x = -3$。

(a) 求 $p$ 的值。
(b) 求函數的極小值。

(4 分)



**<u>自學題</u>**

6. 化簡下列各數式，並以正指數表示答案。

(a) $\sqrt[5]{x^3 \cdot x}$

(b) $(b^{\frac{4}{5}})^{\frac{1}{2}} \div b^{\frac{1}{2}}$

(4 分)

7. 設 $f(x) = ax^2 + 5x - a$，其中 $a$ 為常數。已知 $f(2) = -2$。

(a) 求 $a$ 的值。

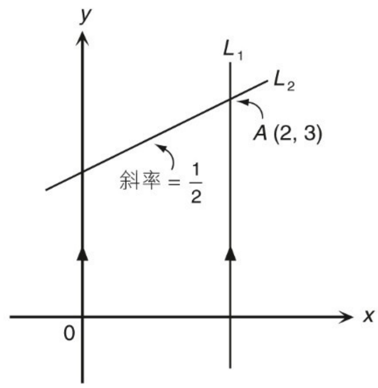
(b) 求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的值。

(4 分)

8. 求 $(6x^3+5x^2+7x+8)\div(2x+1)$ 的商式和餘式。 (3 分)

9. 求 $a^2(a+b)^2$ 和 $(a+b)(a-b)$ 的 H.C.F. 和 L.C.M.。 (2 分)

10. 在圖中，$L_1$ 平行於 $y$ 軸，$L_2$ 與 $L_1$ 相交於 $A(2, 3)$，而 $L_2$ 的斜率為 $\frac{1}{2}$。求 $L_1$ 和 $L_2$ 的方程。 (3 分)




11. 若 $y$ 隨 $x^3$ 而正變，及當 $x = 2$ 時，$y = 16$，求

(a) 一個聯繫 $x$ 和 $y$ 的方程；

(b) 當 $x = -3$ 時 $y$ 的值。 (4 分)

12. 已知 $y = x^2 + 4kx + 4(k+1)^2$ 的圖像與 $x$ 軸只接觸於一點 $P$，其中 $k$ 為常數。

(a) 求 $k$ 的值。

(b) 求 $P$ 的坐標。

(c) 求圖像的對稱軸。

(5 分)

**甲部 (2)（38 分）**

***************************************************************************************

13. 已知函數 $y = x^2 - 4x + k$ 的極小值是 12，其中 $k$ 為常數。

(a) 求 $k$ 的值。 (3 分)

(b) 寫出圖像的各項特徵：

(i) 對稱軸

(ii) 頂點的坐標 (2 分)

14. 等腰三角形 $ABC$ 的頂點分別是 $A(h, k)$、$B(3, 0)$ 和 $C(9, 0)$，其中 $h > 0$、$k > 0$ 及 $AB = AC$。已知 $\triangle ABC$ 的面積是 12 平方單位。求 $AB$ 和 $AC$ 的方程。

(4 分)

15. 考慮二次方程 (*): $2x^2-5x-(3k-2)=0$ 。

(a) 試以 $k$ 表示方程的判別式。 (2 分)

(b) 若 (*) 有實根，求 $k$ 的取值範圍。 (2 分)

(c) 由此，當 $k$ 取 (b) 中的最小整數值時，求 (*) 的根。 (3 分)

16. 當 $x^3-(3+k)x^2+4x-6$ 除以 $x-k$ 時，所得的餘數是 $5k-16$，其中 $k$ 為常數。求 $k$ 的值。
(3 分)

17. 設 $f(x)=ax^3+4x-b$，其中 $a$ 和 $b$ 均為常數。當 $f(x)$ 除以 $x+3$ 和 $x-1$ 時，餘數分別是 $-94$ 和 $6$。

(a) 求 $a$ 和 $b$ 的值。 (4 分)

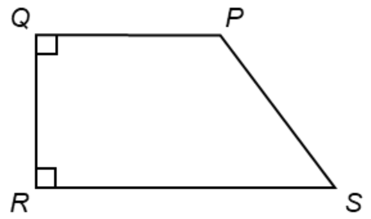
(b) 求 $f(x+1)\div(x-1)$ 的餘數。 (2 分)

18. 圖中所示為梯形 $PQRS$，其中 $\angle PQR = \angle QRS = 90°$。已知 $RS$ 比 $PQ$ 長 10 cm 及 $PQ + QR + RS = 100$ cm。設 $PQ$ 的長度為 $x$ cm，其中 $0 < x < 45$，而 $PQRS$ 的面積為 $A$ cm$^2$。

(a) 試以 $x$ 表示 $A$。 (2 分)

(b) 若 $PQRS$ 的面積是 1050 cm$^2$，求 $x$ 的值。 (2 分)

(c) 求 $PQRS$ 的最大面積和對應的 $x$ 值。 (3 分)



19. 生產一個釘書機的成本 (\$$C$) 一部分固定不變，而另一部分則隨生產釘書機的數目 ($n$) 而反變。當生產 250 個釘書機時，每個釘書機的成本是 \$18；當生產 1000 個釘書機時，每個釘書機的成本是 \$13.5。

(a) 試以 $n$ 表示 $C$。 (3 分)

(b) 若每個釘書機的成本是 \$16，問共需生產多少個釘書機？ (1 分)

(c) 若共生產 750 個釘書機，而每個釘書機以 \$25 出售，問盈利百分率是多少？
(答案須準確至三位有效數字。) (2 分)

乙部（**26** 分）

20. 設 $f(x)=2(x+2)(x+3)^2+ax+b$，其中 $a$ 及 $b$ 均為常數。已知 $f(x)$ 可被 $x-2$ 整除。當 $f(x)$ 除以 $x+4$ 時，餘數為 $-2a+20$。

    (a) 求 $a$ 及 $b$。 (3 分)

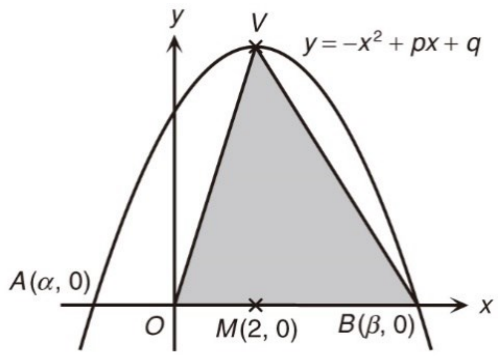
    (b) 某人宣稱方程 $f(x)=0$ 所有的根均為有理數。你是否同意？試解釋你的答案。 (3 分)

21. 已知 $C$ 一部分隨 $t^3$ 正變，而另一部分則隨 $t^2$ 正變。當 $t = 1$ 時，$C = 11$；當 $t = 2$ 時，$C = 52$。求

(a) 一個聯繫 $C$ 和 $t$ 的方程； (3 分)

(b) 當 $C = 27$ 時 $t$ 的值。 (3 分)

22. 圖中所示為 $y=-x^2+px+q$ 的圖像，其中 $p$ 和 $q$ 為常數。$V$ 是圖像的頂點，且圖像與 $x$ 軸相交於 $A(\alpha,0)$ 和 $B(\beta,0)$。$M(2,0)$ 是 $AB$ 的中點。




(a) (i) 試以 $p$ 表示 $\alpha+\beta$。

(ii) 由此，求 $p$ 的值。 (3 分)

(b) 已知 $\alpha^2+\beta^2=40$，求 $V$ 的坐標。 (4 分)

23. 家琪把球 $P$ 垂直向上拋。$t_p$ 秒後，球 $P$ 距離地面的高度 ($h_p$ m)
可表示成函數 $h_p = -5t_p^2 + 20t_p + 13$。

(a) (i) 問球 $P$ 於何時會達到最高的高度？

(ii) 求球 $P$ 所達到的最高高度。

(3 分)

(b) 當球 $P$ 達到最高的高度時，詠賢把另一個球 $Q$ 垂直向上拋。$t_Q$ 秒後，球 $Q$ 距離地面的高度 ($h_Q$ m) 可表示成函數 $h_Q = -5t_Q^2 + 15t_Q + 13$。

(i) 求球 $Q$ 所達到的最高高度。

(ii) 求當球 $Q$ 達到最高的高度時球 $P$ 的高度。

(4 分)

全卷完

# 元朗公立中學校友會鄧兆棠中學
# 2023至2024年度第二次考試
# 中四級數學
# 卷二

## 試卷

姓名：________________________　　　　　　　　　　班別：___________ (　　　)

日期：6/2/2024　　　　　　　　　　　　　　　　　　時間：11:15 a.m. - 12:30 p.m.

---

**考生須知 ：**

1. 細讀答題紙上的指示，並於適當的空位上填寫考生資料。
2. 當宣布開卷後，考生須檢查試題有否缺漏，最後一題之後應有「全卷完」字樣。
3. 本試卷各題佔分相等。
4. 每題只可填畫一個答案。若填畫多個答案，則該題不給分。
5. 答案錯誤，不另扣分。

**1.** 下列哪一個是有理數？

**A.** $\sqrt{0.9}$

**B.** $2+\sqrt{2}$

**C.** $\dfrac{\pi}{2\pi}$

**D.** $\sqrt{4}\times\sqrt{8}$

**2.** 若 $a$ 和 $b$ 均為無理數，下列哪個必定為無理數？

**A.** $a^2$

**B.** $2a$

**C.** $a+b$

**D.** $ab$

**3.** 解 $2(x+7)(x-2)=(x-2)^2$ 。

**A.** $x=-16$

**B.** $x=-16$ 或 $x=2$

**C.** $x=-7$

**D.** $x=-7$ 或 $x=2$

**4.** 設 $a$ 為一常數。解方程 $(x+2a)^2=9a^2$。

**A.** $-2a$

**B.** $a$

**C.** $a$ 或 $-5a$

**D.** $-a$ 或 $5a$

**5.** 若 $\beta$ 是方程 $3x^2+2x-3=0$ 的根，則 $6\beta^2+4\beta-7=$

**A.** $0$。

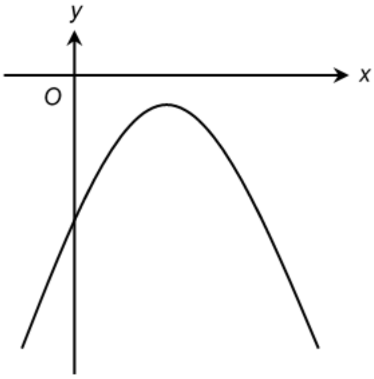
**B.** $-1$。

**C.** $4$。

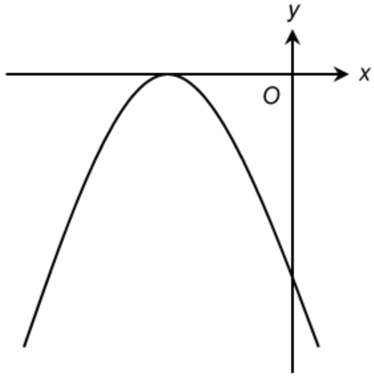
**D.** $-4$。

**6.** 下列哪個可表示 $y=-2x^2-13x-18$ 的圖像？

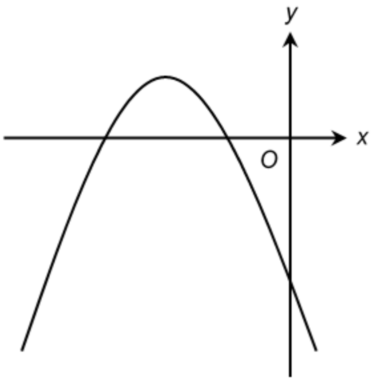
**A.**



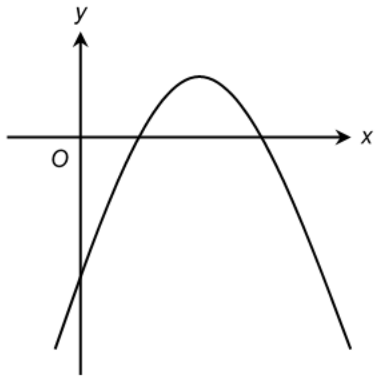

**B.**



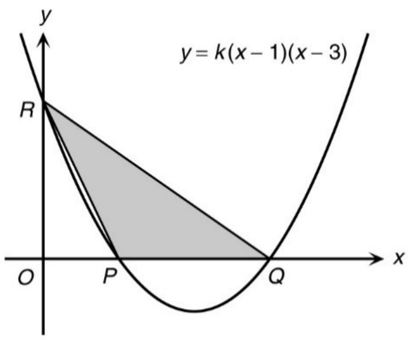

**C.**




**D.**




**7.** 在圖中，$y = k(x-1)(x-3)$ (其中 $k$ 為一常數) 的圖像與 $x$ 軸相交於 $P$ 和 $Q$，並與 $y$ 軸相交於 $R$。若 $\triangle PQR$ 的面積是 6 平方單位，求 $k$ 的值。




**A.** 2
**B.** 3
**C.** 4
**D.** 未能確定

**8.** 設兩個連續整數中較小的一個數為 $x$。若該兩整數之積的 3 倍比它們之和的平方小 111，則以下哪項可用以求 $x$？

**A.** $3x(x + 1) = [x + (x + 1)]^2 + 111$
**B.** $3x(x + 1) = [x + (x + 1)]^2 - 111$
**C.** $3x(x - 1) = [x + (x - 1)]^2 + 111$
**D.** $3x(x - 1) = [x + (x - 1)]^2 - 111$

**9.** 下列哪個方程有兩個相異實根？

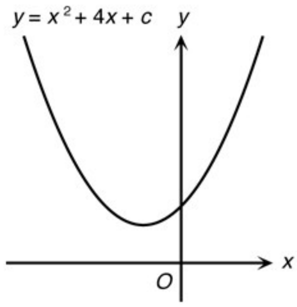
I. $2x^2 - x + 1 = 0$
II. $3x^2 + 6x - 1 = 0$
III. $2x^2 + 4x + 2 = 0$

**A.** 只有 I
**B.** 只有 II
**C.** 只有 I 及 III
**D.** 只有 II 及 III

**10.** 若二次方程 $x^2 - 4x + p = 1$ 沒有實根，求 $p$ 的取值範圍。

**A.** $p < 4$
**B.** $p > 4$
**C.** $p < 5$
**D.** $p > 5$

**11.** 圖中所示為 $y = x^2 + 4x + c$ 的圖像。下列哪一個可能是 $c$ 的值？




**A.** 4
**B.** 5
**C.** −4
**D.** 0

**12.** 若二次方程 $2x^2-12x+k=0$ 的其中一個根比另一個根大 4，求 $k$ 的值。

**A.** 7
**B.** 8
**C.** 9
**D.** 10

**13.** 建立一個以 $x$ 為未知數，根為 $3+\sqrt{10}$ 和 $3-\sqrt{10}$ 的二次方程。

**A.** $x^2-6x-1=0$
**B.** $x^2+6x+1=0$
**C.** $x^2-6x+2\sqrt{10}=0$
**D.** $x^2+6x-2\sqrt{10}=0$

**14.** 若 $\alpha\neq\beta$ 及 $\begin{cases}\alpha^2=2\alpha+5\\\beta^2=2\beta+5\end{cases}$，則 $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=$

**A.** $\dfrac{2}{5}$。
**B.** $-\dfrac{2}{5}$。
**C.** $\dfrac{5}{2}$。
**D.** $-\dfrac{5}{2}$。

**15.** $-(i^7)^{16}=$
**A.** $-i$。
**B.** $i$。
**C.** $-1$。
**D.** $1$。

**16.** $\dfrac{3-4i}{1+2i}=$
**A.** $-1-2i$。
**B.** $1+2i$。
**C.** $3+2i$。
**D.** $3-2i$。

**17.** 若 $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$，求 $f(3)\cdot f\left(\dfrac{1}{2}\right)$的值。

**A.** $\frac{1}{3}$

**B.** $\frac{3}{5}$

**C.** $\frac{1}{4}$

**D.** $\frac{9}{4}$

**18.** 下列何者**不是** $x$ 的函數，其中 $x \neq 0$ 及 $y$ 可為任意實數?

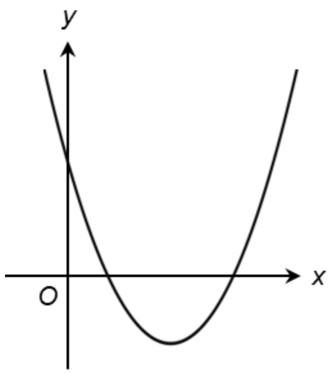
**A.** $y = 5 - x$

**B.** $y = x^2 + 9x - 12$

**C.** $y = x^3 + \frac{1}{x}$

**D.** $y^2 = 4x$

**19.** 圖中所示為 $y = (ax + 1)^2 + k$ 的圖像，其中 $a$ 和 $k$ 為非零常數。下列何者正確？



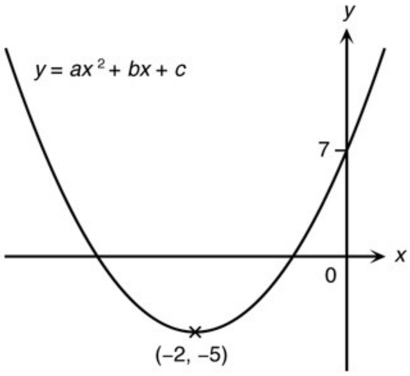

**A.** $a < 0$ 及 $k < 0$

**B.** $a < 0$ 及 $k > 0$

**C.** $a > 0$ 及 $k < 0$

**D.** $a > 0$ 及 $k > 0$

**20.** 圖中所示為 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像，其頂點的坐標是 $(-2, -5)$。下列何者正確？




I. 對稱軸是 $x = -5$。

II. 圖像的開口向下。

III. $b^2 > 28a$

**A.** 只有 I

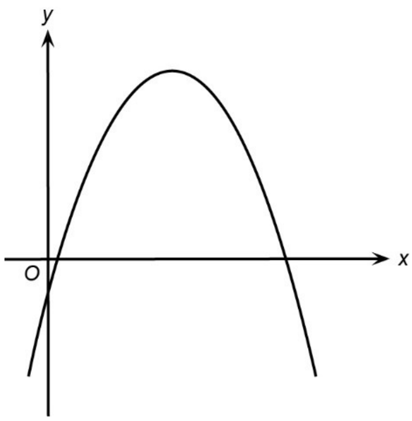
**B.** 只有 II

**C.** 只有 III

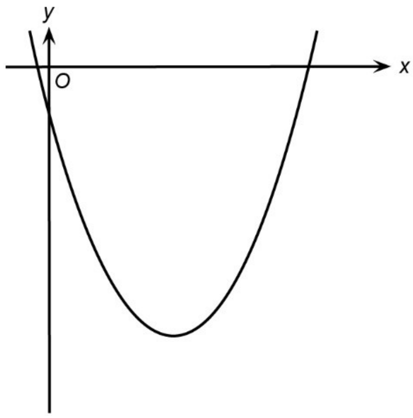
**D.** I、II 及 III

**21.** 若 $0 < a < 1$，則下列何者可表示 $y = (ax - 1)^2 - a$ 的圖像？

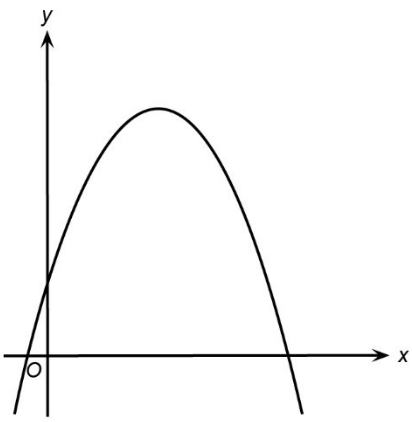
**A.**



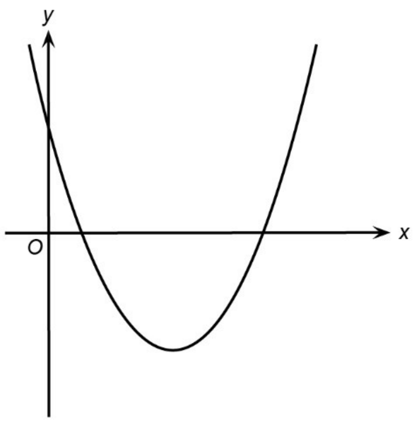

**B.**




**C.**




**D.**



**22.** 下列有關 $y = 2(x-3)^2 - 8$ 的圖像之敍述，何者不正確？

**A.** 圖像的 $x$ 截距是 1 和 5。

**B.** 圖像的 $y$ 截距是 10。

**C.** 圖像的對稱軸是 $x = 3$。

**D.** 圖像的極大點的坐標是 $(3, -8)$。

**23.** 設 $p$ 為常數。若函數 $y = -2x^2 - 16x + p$ 的極大值是 30，則 $p =$

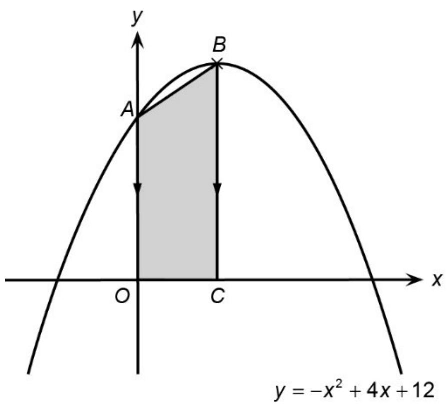
**A.** $-2$。

**B.** $-1$。

**C.** 0。

**D.** 2。

**24.** 在圖中，$y = -x^2 + 4x + 12$ 的圖像與 $y$ 軸相交於 $A$。$B$ 是圖像的頂點，而 $C$ 是 $x$ 軸上的一點，使 $AO \mathbin{//} BC$。求梯形 $OABC$ 的面積。




**A.** 12 平方單位

**B.** 16 平方單位

**C.** 28 平方單位

**D.** 34 平方單位

**25.** 求通過點 $(5, 1)$ 且平行於 $y$ 軸的直線的方程。

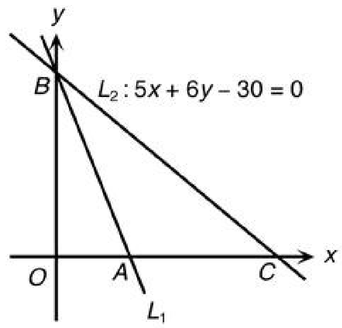
**A.** $x = 1$

**B.** $x = 5$

**C.** $y = 1$

**D.** $y = 5$

**26.** 在圖中，兩條直線 $L_1$ 和 $L_2: 5x+6y-30=0$ 與 $y$ 軸相交於同一點 $B$，且 $AC=4$ 單位。求 $L_1$ 的方程。




**A.** $5x+2y+10=0$

**B.** $5x+2y-10=0$

**C.** $2x+5y+25=0$

**D.** $2x+5y-25=0$

**27.** 下列哪條 / 些直線與 $L: y=\frac{3}{5}x+1$ 互相垂直？

I. $L_1$: $5x+3y+7=0$

II. $L_2$: $3x+5y+7=0$

III. $L_3$: $10x+6y-9=0$

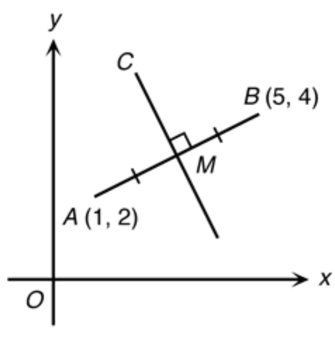
**A.** 只有 I

**B.** 只有 II

**C.** 只有 I 及 III

**D.** 只有 II 及 III

**28.** 在圖中，$CM$ 是 $AB$ 的垂直平分線。求 $CM$ 的方程。



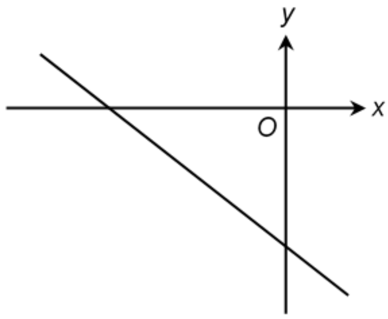

**A.** $x+2y+6=0$

**B.** $x+2y-18=0$

**C.** $2x+y+3=0$

**D.** $2x+y-9=0$

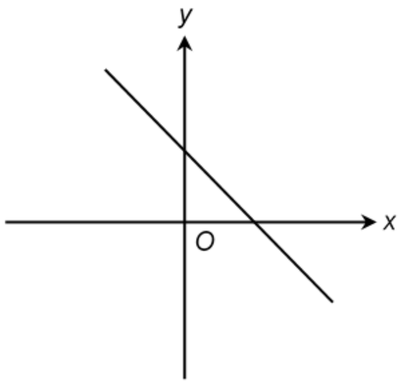
**29.** 圖中所示為直線 $x + ay + b = 0$ 的圖像。下列何者正確？



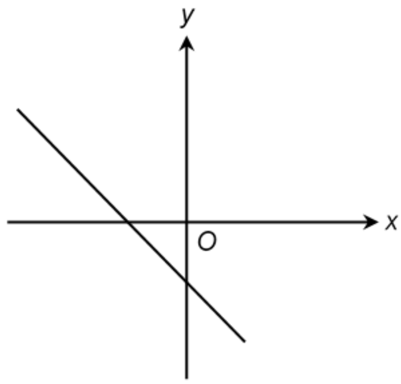

**A.** $a > 0$ 及 $b > 0$
**B.** $a > 0$ 及 $b < 0$
**C.** $a < 0$ 及 $b > 0$
**D.** $a < 0$ 及 $b < 0$

**30.** 若 $a > 0$ 及 $b < 0$，下列哪個圖像可代表直線 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + 1 = 0$ ？

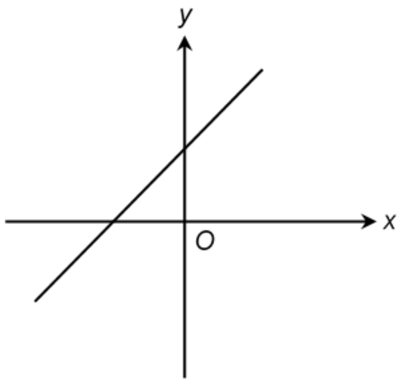
**A.**



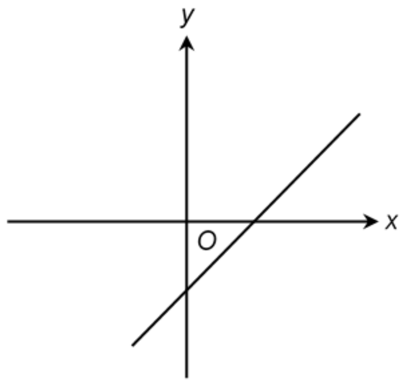

**B.**




**C.**




**D.**



**31.** 直線 $L_1 : ax - by + 5 = 0$ 與直線 $L_2 : 6x - 3y + 7 = 0$ 並不相交。若直線 $L_3 : 5x + 4y - 10 = 0$ 的 $y$ 截距和 $L_1$ 的 $y$ 截距相等，求 $a$ 和 $b$ 的值。

**A.** $a = -1, b = 2$

**B.** $a = 2, b = -1$

**C.** $a = 2, b = 4$

**D.** $a = 4, b = 2$

**32.** 化簡 $(2x-3)(x^2-6x+7)-(2-3x^2)$。

**A.** $2x^3-12x^2+32x-23$

**B.** $2x^3-6x^2+32x-33$

**C.** $2x^3+6x^2-33$

**D.** $2x^3+12x^2-32x+23$

**33.** 當多項式 $f(x)$ 除以 $3x^2 + 2x + 18$ 時，所得的商式和餘式分別是 $2x-1$ 和 $2x - 21$。求 $f(x)$。

**A.** $6x^3 + x^2 + 32x + 3$

**B.** $6x^3 + x^2 + 36x - 39$

**C.** $6x^3 - x^2 - 4x - 39$

**D.** $6x^3 - x^2 - 8x - 3$

**34.** 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + 12x - 7$，其中 $a$ 為常數。當 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 時，所得的餘數是 3。求當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時的餘數。

**A.** 23。

**B.** 3。

**C.** –3。

**D.** –23。

**35.** 若 $6x^2+7x-3$ 是多項式 $f(x)$ 的因式，則

**A.** $f\left(\frac{2}{3}\right)=0$ 及 $f(-3)=0$。

**B.** $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ 及 $f\left(-\frac{1}{3}\right)=0$。

**C.** $f\left(-\frac{2}{3}\right)=0$ 及 $f(3)=0$。

**D.** $f\left(-\frac{3}{2}\right)=0$ 及 $f\left(\frac{1}{3}\right)=0$。

**36.** 因式分解 $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6$。

**A.** $(x+2)(x-3)(3x-1)$

**B.** $(x+2)(x-3)(2x+1)$

**C.** $(x-2)(x+3)(3x+1)$

**D.** $(x-2)(x+3)(2x-1)$

**37.** 求 $6abc^2$、$8a^2c$ 和 $18abc$ 的 H. C.F. 和 L.C.M.。

| | H. C.F. | L. C.M. |
|---|---|---|
| **A.** | $ac$ | $a^2bc^2$ |
| **B.** | $ac$ | $72a^4b^2c^4$ |
| **C.** | $2ac$ | $72a^2bc^2$ |
| **D.** | $2ac$ | $864a^4b^2c^4$ |

**38.** 化簡 $\dfrac{x^2+3x+2}{x+4} \times \dfrac{x^2+3x-4}{2x^2+x-1}$ 。

**A.** $\dfrac{2x-1}{x-1}$

**B.** $\dfrac{x-1}{2x-1}$

**C.** $\dfrac{2x-1}{(x+2)(x-1)}$

**D.** $\dfrac{(x+2)(x-1)}{2x-1}$

**39.** $\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{x-\dfrac{1}{x}} =$

**A.** $\dfrac{1}{x^2+1}$

**B.** $\dfrac{1}{x-1}$

**C.** 1

**D.** 2

**40.** 下列何者表示 $y$ 隨 $x$ 而正變？

I. $\frac{y}{x}=10$

II. $xy=10$

III. $x+y=10$

**A.** 只有 I

**B.** 只有 II

**C.** 只有 I 及 III

D. 只有 II 及 III

**41.** $y$ 隨 $x^2$ 而正變。當 $x=4$ 時，$y=6$。試以 $x$ 表示 $y$。

**A.** $y=\frac{2}{3}x^2$

**B.** $y=\frac{3}{2}x^2$

**C.** $y=\frac{8}{3}x^2$

**D.** $y=\frac{3}{8}x^2$

**42.** 已知 $s\propto\frac{1}{\sqrt{r}}$，其中 $r>0$。當 $r=4$ 時，$s=9$。當 $s=2$ 時，$r=$

**A.** 3。

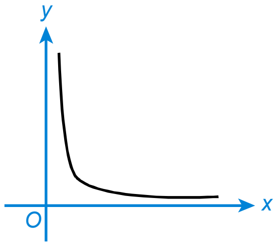
**B.** 9。

**C.** 81。

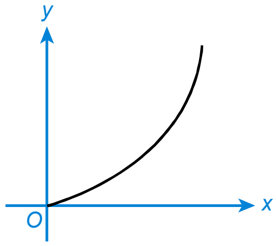
**D.** 162。

**43.** 下列何者顯示 $y$ 隨 $x$ 而反變？

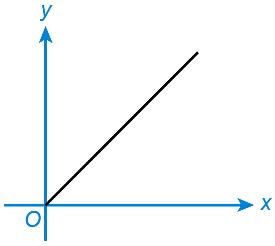
**A.**



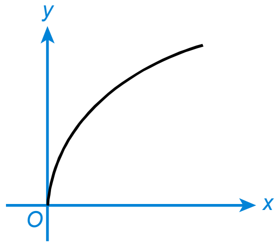

**B.**




**C.**




**D.**




**44.** $z$ 隨 $x$ 而正變，且隨 $y^3$ 而反變，其中 $y > 0$。下列何者必為常數？

**A.** $\dfrac{xz}{y^3}$

**B.** $\dfrac{x}{y^3 z}$

**C.** $\dfrac{z}{xy^3}$

**D.** $xy^3z$

**45.** 兩件物件 A 和 B 之間的引力 $F$ 單位隨物件 A 的質量 $m_A$ kg 和物件 B 的質量 $m_B$ kg 而聯變，且隨兩件物件之間的距離 $d$ m 的平方而反變。若該兩件物件的質量及它們之間的引力同時減少 36%，求兩件物件之間的距離的百分變化。

**A.** 減少 20%

**B.** 增加 20%

**C.** 減少 36%

**D.** 增加 36%

全卷完

## 評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

## 一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。

2. 在評卷參考中,分數會分為下列三類：

| | |
|---|---|
| 「M」分 | 使用正確方法的得分； |
| 「A」分 | 正確答案的得分； |
| 沒有「M」或「A」的分 | 正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。 |

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。

3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般濟楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。

4. 評卷時過有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。

5. 評卷參考中，塗上陰影的部分代表可省略的步驟，有外框的部分代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

**試卷一**

**甲部 (1)（41 分）**

**************************************************************************************

1. 化簡 $\dfrac{(ab^2)^2}{a^{-2}b^3}$，並以正指數表示答案。（3 分）

$\dfrac{(ab^2)^2}{a^{-2}b^3}$

$=\dfrac{a^2b^4}{a^{-2}b^3}$ 1M

$=a^{2-(-2)}b^{4-3}$ 1M

$=a^4b$ 1A

2. 因式分解

(c) $a^2+4a-5$，

(d) $ab^2-b^2+a^2+4a-5$。（3 分）

(a) $a^2+4a-5=(a+5)(a-1)$ 1A

(b) $ab^2-b^2+a^2+4a-5$

$=b^2(a-1)+(a+5)(a-1)$ 1M

$=(a-1)(b^2+a+5)$ 1A

3. 把公式 $p=\dfrac{5q}{4q-3}$ 的主項變換為 $q$。（3 分）

***解：***

$p=\dfrac{5q}{4q-3}$

$p(4q-3)=5q$

$4pq-3p=5q$ 1M

$4pq-5q=3p$ 1M

$q(4p-5)=3p$

$\therefore \quad \underline{\underline{q=\dfrac{3p}{4p-5}}}$ 1A

4. 文具店中，3 枝塗改液和 2 枝漿糊筆共售 \$69，而 4 枝塗改液和 5 枝漿糊筆共售 \$120。

每枝塗改液和每枝漿糊筆的售價分別是多少？

(3 分)

*解：*

設每枝塗改液的售價為 $\$x$，每枝漿糊筆的售價為 $\$y$。

依題意，

$$\begin{cases} 3x + 2y = 69 \text{ ..........................} (1) \\ 4x + 5y = 120 \text{ ........................} (2) \end{cases} \quad \text{1M}$$

(1) × 5，$15x + 10y = 345$ ..........(3)

(2) × 2，$8x + 10y = 240$ ...........(4)

(3) − (4)，$(15x+10y)-(8x+10y) = 345-240$ 1M

$$15x + 10y - 8x - 10y = 105$$

$$7x = 105$$

$$x = 15$$

把 $x = 15$ 代入 (1)，

$$3(15) + 2y = 69$$

$$2y = 24$$

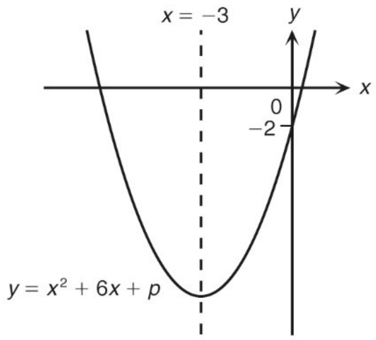
$$y = 12$$

∴ 每枝塗改液的售價是 \$15，每枝漿糊筆的售價是 \$12。1A

5. 圖中所示為 $y = x^2 + 6x + p$ 的圖像，其中 $p$ 為常數。圖像的 $y$ 截距是 $-2$，而對稱軸是 $x = -3$。

(a) 求 $p$ 的值。

(b) 求函數的極小值。




(4 分)

**(a)** $\because$ $y$ 截距 $= -2$

1M

$\therefore$ $p = \underline{\underline{-2}}$

1A

**(b)** 從 (a) 可得，$y = x^2 + 6x - 2$。

當 $x = -3$ 時，

$y = (-3)^2 + 6(-3) - 2$ 　　1M

$= 9 - 18 - 2$

$= -11$

$\therefore$ 該函數的極小值是 $-11$。 　　1A

**<u>自學題</u>**

6. 化簡下列各數式，並以正指數表示答案。

(a) $\sqrt[5]{x^3 \cdot x}$

(b) $(b^{\frac{4}{5}})^{\frac{1}{2}} \div b^{\frac{1}{2}}$

(4 分)

$\sqrt[5]{x^3 \cdot x} = \left(x^4\right)^{\frac{1}{5}}$ 1M

$= \underline{\underline{x^{\frac{4}{5}}}}$ 1A

$(b^{\frac{4}{5}})^{\frac{1}{2}} \div b^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{2}{5}} \div b^{\frac{1}{2}}$ 1M

$= b^{\frac{2}{5}-\frac{1}{2}}$

$= b^{-\frac{1}{10}}$

$= \underline{\underline{\dfrac{1}{b^{\frac{1}{10}}}}}$ 1A

7. 設 $f(x) = ax^2 + 5x - a$，其中 $a$ 為常數。已知 $f(2) = -2$。

(a) 求 $a$ 的值。

(b) 求 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ 的值。

(4 分)

**(a)** $f(2) = -2$

$a(2)^2 + 5(2) - a = -2$ 1M

$4a + 10 - a = -2$

$3a = -12$

$a = \underline{\underline{-4}}$ 1A

**(b)** 從 (a) 可得，$f(x) = -4x^2 + 5x - (-4) = -4x^2 + 5x + 4$

$f\left(\dfrac{1}{2}\right) = -4\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 5\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 4$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{11}{2}}}$ 1A

8. 求 $(6x^3+5x^2+7x+8)\div(2x+1)$ 的商式和餘式。 (3 分)

$$\begin{array}{r@{}l}
 & 3x^2+\ \ x+3 \\
2x+1\big) & 6x^3+5x^2+7x+8 \\
 & \underline{6x^3+3x^2} \\
 & 2x^2+7x+8 \\
 & \underline{2x^2+\ \ x} \\
 & 6x+8 \\
 & \underline{6x+3} \\
 & 5
\end{array}$$

1M

∴ 商式 $=\underline{\underline{3x^2+x+3}}$ 1A

餘式 $=\underline{\underline{5}}$ 1A

9. 求 $a^2(a+b)^2$ 和 $(a+b)(a-b)$ 的 H.C.F. 和 L.C.M.。 (2 分)

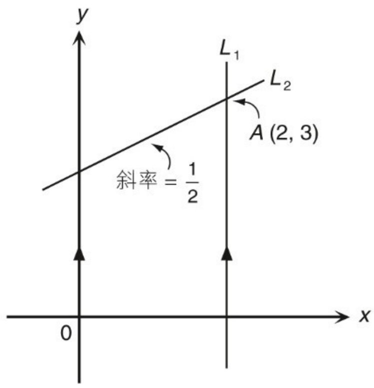
$$\begin{aligned}
a^2(a+b)^2 &= a^2\times(a+b)^2 \\
(a+b)(a-b) &= (a+b)\times(a-b)
\end{aligned}$$

∴ H.C.F. $=\underline{\underline{a+b}}$ 1A

L.C.M. $=a^2\times(a+b)^2\times(a-b)$

$=\underline{\underline{a^2(a+b)^2(a-b)}}$ 1A

10. 在圖中，$L_1$ 平行於 $y$ 軸，$L_2$ 與 $L_1$ 相交於 $A(2, 3)$，而 $L_2$ 的斜率為 $\frac{1}{2}$。求 $L_1$ 和 $L_2$ 的方程。 (3 分)




$\because$ $L_1$ 平行於 $y$ 軸。
$\therefore$ $L_1$ 的方程是 $x = 2$。 1A
$L_2$ 的方程是

$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$ 1M

$\therefore$ $y=\frac{1}{2}x+2$ 1A (或 $x-2y+4=0$)

11. 若 $y$ 隨 $x^3$ 而正變，及當 $x = 2$ 時，$y = 16$，求
(a) 一個聯繫 $x$ 和 $y$ 的方程；
(b) 當 $x = -3$ 時 $y$ 的值。

(4 分)

**(a)** $\because$ $y$ 隨 $x^3$ 而正變。
$\therefore$ $y = kx^3$，其中 $k \neq 0$ 1A
把 $x = 2$ 及 $y = 16$ 代入方程，可得：
$16 = k(2)^3$ 1M
$k = 2$
$\therefore$ 聯繫 $x$ 和 $y$ 的方程是 $y = 2x^3$。 1A

**(b)** 當 $x = -3$ 時，
$y = 2(-3)^3$
$= \underline{\underline{-54}}$ 1A

12. 已知 $y=x^2+4kx+4(k+1)^2$ 的圖像與 $x$ 軸只接觸於一點 $P$，其中 $k$ 為常數。
    (a) 求 $k$ 的值。
    (b) 求 $P$ 的坐標。
    (c) 求圖像的對稱軸。

(5 分)

**(a)** $\because$ $y=x^2+4kx+4(k+1)^2$ 的圖像與 $x$ 軸只接觸於一點。
$\therefore$ $\Delta=0$

即 $(4k)^2-4(1)[4(k+1)^2]=0$ 1M

$$k^2-(k+1)^2=0$$
$$k^2-(k^2+2k+1)=0$$
$$-2k-1=0$$
$$k=\underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$ 1A

**(b)** 從 (a) 可得，

$$y=x^2+4\left(-\frac{1}{2}\right)x+4\left(-\frac{1}{2}+1\right)^2$$
$$=x^2-2x+1$$

把 $y=0$ 代入 $y=x^2-2x+1$，可得：

$$x^2-2x+1=0$$
$$(x-1)^2=0$$ 1M
$$x=1$$

$\therefore$ $P$ 的坐標 $=\underline{\underline{(1,\ 0)}}$ 1A

**(c)** 對稱軸是 $x=1$。 1A

**甲部 (2)（38 分）**

******************************************************************************************

13. 已知函數 $y=x^2-4x+k$ 的極小值是 12，其中 $k$ 為常數。

(a) 求 $k$ 的值。

(3 分)

(b) 寫出圖像的各項特徵：

(i) 對稱軸

(ii) 頂點的坐標

(2 分)

**(a)**

$$\begin{aligned} y &= x^2-4x+k \\ &= x^2-4x+2^2-2^2+k && \text{1M} \\ &= (x^2-4x+2^2)-4+k \\ &= (x-2)^2-4+k \end{aligned}$$

$\because$ 函數的極小值是 12。

$\therefore$ $-4+k=12$ 1M

$k=\underline{\underline{16}}$ 1A

**(b)** 從 (a) 可得，$y=(x-2)^2+12$。

**(i)** 圖像的對稱軸是 $x=2$。 1A

**(ii)** 圖像頂點的坐標是 (2,12)。 1A

14. 等腰三角形 $ABC$ 的頂點分別是 $A(h, k)$、$B(3, 0)$ 和 $C(9, 0)$，其中 $h > 0$、$k > 0$ 及 $AB = AC$。已知 $\triangle ABC$ 的面積是 12 平方單位。求 $AB$ 和 $AC$ 的方程。

(4 分)

$\triangle ABC$ 的面積 $= 12$ 平方單位

$\frac{1}{2} \times k \times (9-3) = 12$ 1M

$3k = 12$

$k = 4$

$\because$ $\triangle ABC$ 是一個等腰三角形，其中 $AB = AC$。

$\therefore$ $h = \frac{3+9}{2} = 6$ 1M

$AB$ 的方程是

$y - 0 = \frac{0-4}{3-6}(x-3)$

$y = \frac{4}{3}x - 4$ 1A (或 $4x - 3y - 12 = 0$)

$AC$ 的方程是

$y - 0 = \frac{0-4}{9-6}(x-9)$

$y = -\frac{4}{3}x + 12$ 1A (或 $4x + 3y - 36 = 0$)

15. 考慮二次方程 (*): $2x^2-5x-(3k-2)=0$。

(a) 試以 $k$ 表示方程的判別式。

(2 分)

(b) 若 (*) 有實根，求 $k$ 的取值範圍。

(2 分)

(c) 由此，當 $k$ 取 (b) 中的最小整數值時，求 (*) 的根。

(3 分)

**(a)** 對於方程 (*)，

$\Delta=(-5)^2-4(2)[-(3k-2)]$ 1M

$=25+24k-16$

$=\underline{\underline{24k+9}}$ 1A

**(b)** ∵ (*) 有實根。

∴ $\Delta\geq 0$

即 $24k+9\geq 0$ 1M

$k\geq -\dfrac{3}{8}$

∴ $k$ 的取值範圍是 $k\geq -\dfrac{3}{8}$。 1A

**(c)** $k$ 的最小整數值是 0。 1M

把 $k=0$ 代入 (*)，可得：

$2x^2-5x-[3(0)-2]=0$

$2x^2-5x+2=0$

$(2x-1)(x-2)=0$ 1*M*

$2x-1=0$ 或 $x-2=0$

$x=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$ 或 $x=\underline{\underline{2}}$ 1A

16. 當 $x^3-(3+k)x^2+4x-6$ 除以 $x-k$ 時，所得的餘數是 $5k-16$，其中 $k$ 為常數。求 $k$ 的值。

(3 分)

設 $f(x)=x^3-(3+k)x^2+4x-6$。

根據餘式定理，

$$f(k)=5k-16 \qquad \text{1M}$$

$$k^3-(3+k)k^2+4k-6=5k-16$$

$$k^3-3k^2-k^3+4k-6=5k-16$$

$$3k^2+k-10=0$$

$$(3k-5)(k+2)=0 \qquad \text{1M}$$

$$3k-5=0 \quad \text{或} \quad k+2=0$$

$$k=\underline{\underline{\frac{5}{3}}} \quad \text{或} \quad k=\underline{\underline{-2}} \qquad \text{1A}$$

17. 設 $f(x)=ax^3+4x-b$，其中 $a$ 和 $b$ 均為常數。當 $f(x)$ 除以 $x+3$ 和 $x-1$ 時，餘數分別是 $-94$ 和 $6$。

(a) 求 $a$ 和 $b$ 的值。

(4 分)

(b) 求 $f(x+1)\div(x-1)$ 的餘數。

(2 分)

**(a)** 根據餘式定理，

$f(-3)=-94$ 1M

$a(-3)^3+4(-3)-b=-94$

$-27a-12-b=-94$

$27a+b=82$ ......(1)

$f(1)=6$ 1M

$a(1)^3+4(1)-b=6$

$a+4-b=6$

$a-b=2$ ......(2)

$(1)+(2): 28a=84$

$a=\underline{\underline{3}}$ 1A

把 $a=3$ 代入 (2)，可得：

$3-b=2$

$b=\underline{\underline{1}}$ 1A

**(b)** 設 $g(x)=f(x+1)$。

根據餘式定理，

餘數 $=g(1)$

$=f(1+1)$

$=f(2)$ 1M

$=3(2)^3+4(2)-1$

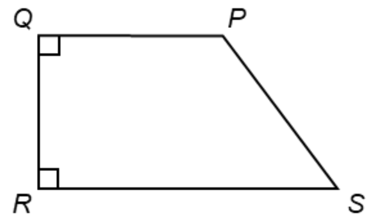
$=\underline{\underline{31}}$ 1A

18. 圖中所示為梯形 $PQRS$，其中 $\angle PQR = \angle QRS = 90°$。已知 $RS$ 比 $PQ$ 長 10 cm 及 $PQ + QR + RS = 100$ cm。設 $PQ$ 的長度為 $x$ cm，其中 $0 < x < 45$，而 $PQRS$ 的面積為 $A$ cm$^2$。

(a) 試以 $x$ 表示 $A$。 (2 分)

(b) 若 $PQRS$ 的面積是 1050 cm$^2$，求 $x$ 的值。 (2 分)

(c) 求 $PQRS$ 的最大面積和對應的 $x$ 值。 (3 分)




**(a)** $RS = (x + 10)$ cm

$$PQ + QR + RS = 100 \text{ cm}$$
$$x \text{ cm} + QR + (x+10) \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$
$$QR = [100 - x - (x+10)] \text{ cm}$$
$$= (90 - 2x) \text{ cm}$$

∵ $PQRS$ 的面積 $= \dfrac{(PQ+RS)\times QR}{2}$ 1M

∴ $A = \dfrac{[x+(x+10)](90-2x)}{2}$

$= \dfrac{(2x+10)(90-2x)}{2}$

$= (x+5)(90-2x)$

$= 90x - 2x^2 + 450 - 10x$

$= \underline{\underline{-2x^2 + 80x + 450}}$ 1A

**(b)** ∵ $PQRS$ 的面積 $= 1050$ cm$^2$

∴ $-2x^2 + 80x + 450 = 1050$ 1M

$x^2 - 40x + 300 = 0$

$(x-10)(x-30) = 0$

$x = \underline{\underline{10}}$ 或 $x = \underline{\underline{30}}$ 1A

**(c)** $A = -2x^2 + 80x + 450$

$= -2(x^2 - 40x) + 450$

$= -2(x^2 - 40x + 20^2 - 20^2) + 450$ 1M

$= -2(x-20)^2 + 800 + 450$

$= -2(x-20)^2 + 1250$

∵ $x^2$ 的係數 $= -2 < 0$

∴ $A$ 的極大值 $= 1250$

∴ $PQRS$ 的最大面積 $= \underline{\underline{1250 \text{ cm}^2}}$，對應的 $x$ 值是 20。 1A+1A

19. 生產一個釘書機的成本 (\$$C$) 一部分固定不變，而另一部分則隨生產釘書機的數目 ($n$) 而反變。當生產 250 個釘書機時，每個釘書機的成本是 \$18；當生產 1000 個釘書機時，每個釘書機的成本是 \$13.5。

(a) 試以 $n$ 表示 $C$。 (3 分)

(b) 若每個釘書機的成本是 \$16，問共需生產多少個釘書機？ (1 分)

(c) 若共生產 750 個釘書機，而每個釘書機以 \$25 出售，問盈利百分率是多少？(答案須準確至三位有效數字。) (2 分)

**(a)** ∵ $C$ 一部分固定不變，而另一部分則隨 $n$ 而反變。

∴ $C = k_1 + \dfrac{k_2}{n}$，其中 $k_1, k_2 \neq 0$ 1A

把 $C = 18$ 及 $n = 250$ 代入方程，可得：

$$18 = k_1 + \frac{k_2}{250}$$ 1M 任何一項 *

$$250k_1 + k_2 = 4500 \quad ......(1)$$

把 $C = 13.5$ 及 $n = 1000$ 代入方程，可得：

$$13.5 = k_1 + \frac{k_2}{1000}$$ 任何一項 *

$$1000k_1 + k_2 = 13\,500 \quad ......(2)$$

$(2)-(1)$: $750k_1 = 9000$

$k_1 = 12$

把 $k_1 = 12$ 代入 (1)，可得：

$$250(12) + k_2 = 4500$$

$$k_2 = 1500$$

∴ $C = 12 + \dfrac{1500}{n}$ 1A

**(b)** 當 $C = 16$ 時，

$$16 = 12 + \frac{1500}{n}$$

$$n = 375$$

∴ 需生產 375 個釘書機，使每個釘書機的成本是 \$16。 1A

**(c)** 每個釘書機的成本 $= \$\left(12 + \dfrac{1500}{750}\right)$

$= \$14$

盈利百分率 $= \dfrac{25-14}{14} \times 100\%$ 1M

$= \underline{\underline{78.6\%}}$ (準確至三位有效數字) 1A

乙部（**26** 分）

*********************************************************************************************

20. 設 $f(x)=2(x+2)(x+3)^2+ax+b$，其中 $a$ 及 $b$ 均為常數。已知 $f(x)$ 可被 $x-2$ 整除。當 $f(x)$ 除以 $x+4$ 時，餘數為 $-2a+20$ 。

(a) 求 $a$ 及 $b$。 (3 分)

(b) 某人宣稱方程 $f(x)=0$ 所有的根均為有理數。你是否同意？試解釋你的答案。 (3 分)

**(a)** $f(2)=0$ 1M

$2(2+2)(2+3)^2+a(2)+b=0$

$2a+b=-200 \text{......} (1)$

$f(-4)=-2a+20$ 1M

$2(-4+2)(-4+3)^2+a(-4)+b=-2a+20$

$-4-4a+b=-2a+20$

$2a-b=-24 \text{......} (2)$

(1) + (2)： $4a=-224$

$a=-56$

把 $a=-56$ 代入 (2)，可得：

$2(-56)-b=-24$

$b=-88$

$\therefore$ $a=\underline{\underline{-56}}$ 及 $b=\underline{\underline{-88}}$ 1A

**(b)** $f(x)=0$

$2(x+2)(x+3)^2-56x-88=0$

$x^3+8x^2-7x-26=0$

$(x-2)(x^2+10x+13)=0$ 1M

$x=2$ or $x^2+10x+13=0$

$$x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4(1)(13)}}{2(1)}$$ 1M

$$=\frac{-10\pm\sqrt{48}}{2}$$

$$=-5\pm2\sqrt{3}$$

$\because$ $-5+2\sqrt{3}$ 及 $-5-2\sqrt{3}$ 均為無理數。

$\therefore$ 不同意該宣稱。 1A

21. 已知 $C$ 一部分隨 $t^3$ 正變，而另一部分則隨 $t^2$ 正變。當 $t = 1$ 時，$C = 11$；當 $t = 2$ 時，$C = 52$。求

(a) 一個聯繫 $C$ 和 $t$ 的方程； (3 分)

(b) 當 $C = 27$ 時 $t$ 的值。 (3 分)

**(a)** $\because$ $C$ 一部分隨 $t^3$ 正變，而另一部分則隨 $t^2$ 正變。

$\therefore$ $C = k_1t^3 + k_2t^2$，其中 $k_1, k_2 \neq 0$ 1A

把 $t = 1$ 及 $C = 11$ 代入方程，可得：

$$11 = k_1(1)^3 + k_2(1)^2$$ 1M 任何一項*

$$k_1 + k_2 = 11 \qquad \ldots\ldots(1)$$

把 $t = 2$ 及 $C = 52$ 代入方程，可得：

$$52 = k_1(2)^3 + k_2(2)^2$$ 任何一項*

$$8k_1 + 4k_2 = 52$$
$$2k_1 + k_2 = 13 \qquad \ldots\ldots(2)$$

$(2) - (1)$: $k_1 = 2$

把 $k_1 = 2$ 代入 (1)，可得：

$$2 + k_2 = 11$$
$$k_2 = 9$$

$\therefore$ $C = 2t^3 + 9t^2$ 1A

**(b)** 當 $C = 27$ 時，

$$27 = 2t^3 + 9t^2$$
$$2t^3 + 9t^2 - 27 = 0$$

設 $f(t) = 2t^3 + 9t^2 \quad 27$。

$$f(-3) = 2(-3)^3 + 9(-3)^2 - 27$$
$$= -54 + 81 - 27$$
$$= 0$$

$\therefore$ $t + 3$ 為 $f(t)$ 的因式。

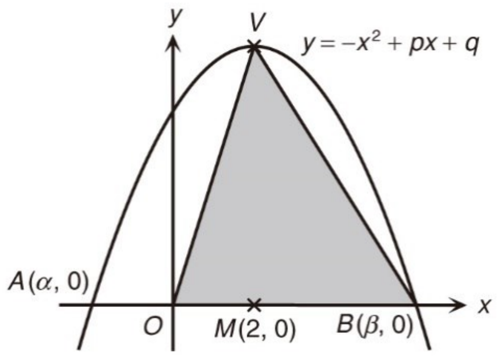
利用長除法，可得：

$$2t^3 + 9t^2 - 27 = (t+3)(2t^2 + 3t - 9)$$
$$= (t+3)(2t-3)(t+3)$$
$$= (t+3)^2(2t-3)$$

$\therefore$ $(t+3)^2(2t-3) = 0$ 1M + 1A

$\therefore$ $t = -3$ 或 $t = \frac{3}{2}$ 1A

22. 圖中所示為 $y=-x^2+px+q$ 的圖像，其中 $p$ 和 $q$ 為常數。$V$ 是圖像的頂點，且圖像與 $x$ 軸相交於 $A(\alpha,0)$ 和 $B(\beta,0)$。$M(2,0)$ 是 $AB$ 的中點。




(a) (i) 試以 $p$ 表示 $\alpha+\beta$。

(ii) 由此，求 $p$ 的值。 (3 分)

(b) 已知 $\alpha^2+\beta^2=40$，求 $V$ 的坐標。 (4 分)

**(a) (i)** $\because$ 圖像與 $x$ 軸相交於 $A(\alpha,0)$ 和 $B(\beta,0)$。

$\therefore$ $\alpha$ 和 $\beta$ 是 $-x^2+px+q=0$ 的根。

$\therefore$ $\alpha+\beta=-\dfrac{p}{(-1)}=\underline{\underline{p}}$ 1A

**(ii)** $\because$ $M(2,0)$ 是 $AB$ 的中點。

$\therefore$ 根據中點公式，可得：

$2=\dfrac{\alpha+\beta}{2}$ 1M

$2=\dfrac{p}{2}$

$p=\underline{\underline{4}}$ 1A

**(b) (i)** $\alpha\beta=\dfrac{q}{-1}=-q$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2)-2\alpha\beta$

$=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=4^2-2(-q)$

$=16+2q$ 1A

$\because$ $\alpha^2+\beta^2=40$

$\therefore$ $16+2q=40$

$q=\underline{\underline{12}}$ 1A

**(ii)** 設 $V$ 的坐標為 $(2,n)$。

把 $(2,n)$、$p=4$ 及 $q=12$ 代入 $y=-x^2+px+q$，可得：

$n=-2^2+4(2)+12$ 1M

$=-4+8+12$

$=16$

$\therefore$ $V$ 的坐標 $=\underline{\underline{(2,16)}}$ 1A

23. 家琪把球 $P$ 垂直向上拋。$t_p$ 秒後，球 $P$ 距離地面的高度 ($h_p$ m) 可表示成函數 $h_p = -5t_p^2 + 20t_p + 13$。

(b) (i) 問球 $P$ 於何時會達到最高的高度？

(ii) 求球 $P$ 所達到的最高高度。

(3 分)

(b) 當球 $P$ 達到最高的高度時，詠賢把另一個球 $Q$ 垂直向上拋。$t_Q$ 秒後，球 $Q$ 距離地面的高度 ($h_Q$ m) 可表示成函數 $h_Q = -5t_Q^2 + 15t_Q + 13$。

(i) 求球 $Q$ 所達到的最高高度。

(ii) 求當球 $Q$ 達到最高的高度時球 $P$ 的高度。

(4 分)

**(a) (i)**

$$\begin{aligned} h_P &= -5t_P^2 + 20t_P + 13 \\ &= -5(t_P^2 - 4t_P) + 13 \\ &= -5(t_P^2 - 4t_P + 2^2 - 2^2) + 13 && \text{1M} \\ &= -5(t_P^2 - 4t_P + 2^2) + 20 + 13 \\ &= -5(t_P - 2)^2 + 33 \end{aligned}$$

$\therefore$ 當 $t_P = 2$ 時，$h_P$ 達至極大值。

$\therefore$ 於 2 秒後，球 $P$ 會達到最高的高度。 1A

**(ii)** 從 (a)(i) 可得，

$h_P = \quad 5(t_P - 2)^2 + 33$

$\therefore$ 球 $P$ 所達到的最高高度是 33 m。 1A

**(b) (i)**

$$\begin{aligned} h_Q &= -5t_Q^2 + 15t_Q + 13 \\ &= -5(t_Q^2 - 3t_Q) + 13 \\ &= -5\left[t_Q^2 - 3t_Q + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] + 13 && \text{1M} \\ &= -5\left[t_Q^2 - 3t_Q + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] + \frac{45}{4} + 13 \\ &= -5\left(t_Q - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{97}{4} \end{aligned}$$

$\therefore$ $h_Q$ 的極大值是 $\frac{97}{4}$。

$\therefore$ 球 $Q$ 所達到的最高高度是 $\frac{97}{4}$ m。 1A

**(ii)** 從 (b)(i) 可得，

$$h_Q = -5\left(t_Q - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{97}{4}$$

∴ 球 $Q$ 於被拋出 $\frac{3}{2}$ 秒後達到最高的高度。

當 $t_Q = \frac{3}{2}$ 時，$t_P = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

把 $t_P = \frac{7}{2}$ 代入 $h_P = \quad 5(t_P - 2)^2 + 33$，可得：

$$h_P = -5\left(\frac{7}{2} - 2\right)^2 + 33$$ 1M

$$= \frac{87}{4}$$

∴ 當球 $Q$ 達到最高的高度時，球 $P$ 的高度是 $\frac{87}{4}$ m。 1A

全卷完

## 試卷二

| 題號 | 答案 | 題號 | 答案 |
|---|---|---|---|
| 1. | C(52) | 26. | B(46) |
| 2. | B(12) | 27. | C(39) |
| 3. | B(58) | 28. | D(27) |
| 4. | C(58) | 29. | A(24) |
| 5. | B(55) | 30. | C(21) |
| 6. | C(70) | 31. | D(15) |
| 7. | A(36) | 32. | A(79) |
| 8. | B(52) | 33. | B(67) |
| 9. | B(70) | 34. | D(58) |
| 10. | D(33) | 35. | D(76) |
| 11. | B(36) | 36. | A(85) |
| 12. | D(79) | 37. | C(58) |
| 13. | A(46) | 38. | D(55) |
| 14. | B(21) | 39. | B(58) |
| 15. | C(42) | 40. | A(36) |
| 16. | A(42) | 41. | D(61) |
| 17. | C(89) | 42. | C(36) |
| 18. | D(42) | 43. | A(49) |
| 19. | A(24) | 44. | B(24) |
| 20. | C(73) | 45. | A(21) |
| 21. | D(30) | | |
| 22. | D(39) | | |
| 23. | A(46) | | |
| 24. | C(61) | | |
| 25. | B(39) | | |

*註：括號內數字為答對百分率。*

# 考生表現

## 試卷一

本班共有 33 考生應考。平均得分為 45/105 分(42.86%)。考生於甲部的表現一般較乙部為佳。

### 甲部(1)

| 題號 | 一般表現 |
|---|---|
| 1 | 甚佳。大部份考生能化簡給定的數式，並以正指數表示答案。 |
| 2 | 良好。部份考生未能利用(a)的結果因式分解在(b)給定的數式。 |
| 3 | 良好。部份考生未能藉乘法分配律進行主項變換。 |
| 4 | 甚佳。大部份考生能列出正確的聯立方程並求得正確的解。 |
| 5 | 平平。部分考生誤以為 (-3,-2) 為頂點，代入數式後求得錯誤的值。 |
| 6 | 平平。部分考生未能處理涉及有理數指數的運算。 |
| 7 | 良好。大部份考生能理解函數的記法並進行代入運算。 |
| 8 | 甚佳。大部份考生能利用長除法求得商式和餘式。 |
| 9 | 平平。大部份考生能求得 LCM，但因未能掌握 0 指數而未能求得正確的 HCF。 |
| 10 | 甚差。大部份考生未有察覺鉛垂線的斜率為未有定義，因而代入錯誤的斜率用點斜式求得錯誤的方程。 |
| 11 | 甚佳。部分考生未有在(a)求方程時計算變分常數 k 的值而在(b)時才計算。 |
| 12 (a) | 甚差。大部分考生未藉恒等式正確展開二項式而未能求得正確的判別式。 |
| 12 (b) (c) | 平平。大部份考生能察覺到 $P$ 是該圖像的頂點，並運用圖像的概念或代數方式求得對稱軸和頂點坐標。 |

**甲部(2)**

| 題號 | 一般表現 |
|---|---|
| 13 | 甚差。大部分考生因混淆一般式和頂點式中常數的意義而誤以為 k=12 並求出錯誤的 k 值。 |
| 14 | 甚差。大部份考生未掌握「無圖式坐標幾何」的題型，因而未能求得直線方程。 |
| 15 (a) | 甚差。部分考生未能藉乘法分配律正確展開數式而求得錯誤的判別式。 |
| (b) | 甚差。部份考生誤將判別式的範圍設為>0，因而未能列出正確的不等式。部份考生因(a)未能求出判別式而未能在(b)題列出不等式。 |
| (c) | 甚差。部份考生誤取 1，而非 0，作為最小整數值，因而未能求得方程的根。 |
| 16 | 甚差。大部份考生能利用餘式定理列出正確的數式，但因未能藉乘法分配律正確展開數式而未能得 k 值。 |
| 17 (a) | 良好。大部份考生能利用餘式定理列出正確的數式並求出 $a$ 和 $b$ 的值。 |
| (b) | 甚差。$f(x+1)$ 除以 $(x-1)$為同學較少見過的題型，因此使用餘式定理時未能判斷 $x$ 該代入甚麼數值。 |
| 18 | 甚差。大部份考生對於理解情景描述較為冗長的應用題有困難，同時亦因幾何計算技巧生疏而未能列出數式並解方程求根。 |
| 19 | 平平。部份考生未掌握部分變的處理方式，未有藉設 2 個變分常數以列出正確的方程。大部份考生未能正確列出百分變化的算式。 |

## 乙部

| 題號 | 一般表現 |
|---|---|
| 20 (a) | 平平。大部份考生能藉餘式定理列出聯立方程，但未能求出正確的解。 |
| (b) | 甚差。大部份考生未能藉因式定理將 3 次多項式因式分解成 1 次多項式和 2 次多項式的積，因而未能求得方程的根。部份考生能因式分解方程，但未有證明所得的根為無理數，只藉由計算機中的結果判斷根為無理數。 |
| 21 (a) | 平平。部份考生未掌握部分變的處理方式，未有藉設 2 個變分常數以列出正確的方程。 |
| (b) | 甚差。大部份考生未能藉因式定理將 3 次多項式因式分解成 1 次多項式和 2 次多項式的積，因而未能求得方程的根。 |
| 22 | 大部份考生因時間不足而未有作答此題。有作答的考生表現如下 |
| (a) | 良好。部份考生能藉兩根之和或對稱軸方程求得 $p$ 值。 |
| (b) | 良好。考生能將給定數式以$(a+b)^2 - 2ab$ 的式表示，從而能夠利用兩根之和及積列出方程並求根。 |
| 23 | 大部份考生因時間不足而未有作答此題。有作答的考生表現如下:<br>部份考生對於較常用於物理而較少出現在中學數學的代數記號感到陌生及未能理解，因而未能列出正確的方程。部份考生能利用對稱軸方程或配方法求得極值及其對應值。 |

一般建議

考生應注意以下各點：

1. 掌握基本數學課題，如指數、因式分解、主項變換、恆等式及不等式；
2. 列出關鍵步驟及清楚解釋如何從前題得出結論；
3. 定義任何使用的符號；
4. 發展較強的無圖思考能力；
5. 探索題目不同部分之間的關係。

CCHY