



元朗公立中學校友會鄧兆棠中學  
YLPMSAA Tang Siu Tong Secondary School

# 數學 必修部分 試題專輯

(附評卷參考及考生表現評論)

# 2023

## 中四 第一次考試

- 一元二次方程
- 直線的方程

**CCHY**



## 考試範圍

### 考試目標

必修部分考試之目的為測驗考生：

1. 對課程及評估指引中數學內容、概念、技巧及原理之認識；
2. 對數學符號之熟悉及應用；
3. 以適當數學技巧解決多樣問題之能力；及
4. 以數學方式溝通及表達論據之能力。

### 本次考試課程內容撮要

1. 一元二次方程（一）
2. 一元二次方程（二）
3. 直線的方程

此外，考生須具有中一至中三數學科課程中基礎部分及非基礎部分的知識。

## 試卷形式

本次考試只考試卷一：

### 試卷一 ( $1\frac{1}{2}$ 小時) (佔 100%)

本卷分為兩部，全部題目均須作答。甲部題目範圍為必修部分中基礎課題及中一至中三數學科課程中基礎部分。乙部題目範圍為必修部分和中一至中三數學科課程中基礎部分及非基礎部分。甲部會再分為兩部份，甲部(1) (佔 23 分) 包括約七題簡易問題；甲部(2) (佔 23 分) 包括約七題較難問題。乙部 (佔 24 分) 包括四題至七題問題。

**本次考試不設試卷二 (多項選擇題)**

元朗公立中學校友會鄧兆棠中學  
2023至2024年度第一次考試  
中四級數學  
卷一

試卷及答題紙

姓名： \_\_\_\_\_ 班別： \_\_\_\_\_ (     ) 成績： \_\_\_\_\_

日期： 14/11/2023

時間： 8:30 a.m.-10:00 a.m.

---

**考生須知：**

1. 本試卷總分為 70 分。
2. 本試卷分三部分，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
3. 本試卷**各題均須作答**。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

甲(1)部 (23 分)

\*\*\*\*\*

1. 化簡  $\frac{(a^2b^{-2})^4}{a^7b^8}$ ，並以正指數表示答案。 (3 分)

2. 使  $c$  成為公式  $\frac{c+h}{c-y} = m$  的主項。 (3 分)

3. 因式分解

- (a)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$  ；  
(b)  $16z^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2$  。

(3 分)

自學題

4. 直線  $L_1$  的斜率為 1，而  $L_2$  的傾角為  $60^\circ$ 。

(a) 求  $L_1$  的傾角。

(b) 求  $L_2$  的斜率。

(4 分)

5. 解方程  $3x + 2 + x^2 = 0$ 。

(3 分)

S.4 數學第一次考試卷一試卷及答題紙

6. 給定一個底半徑為  $3\text{ cm}$  及高為  $(6+t)\text{ cm}$  的圓錐。若圓錐的斜高為  $(9+2t)\text{ cm}$ ，求  $t$ 。  
(4 分)

7. 解方程  $(x-4)^2 = x-4$ 。

(3 分)



甲(2)部 (23 分)

\*\*\*\*\*

8. 已知直線  $L$  通過點  $(3,5)$  斜率為  $2$ 。求直線  $L$  的方程。

(2 分)

9. 已知  $kx^2 + 2kx + (k+1) = 0$  有實根，求  $k$  的取值範圍。

(3 分)

10. 已知直線  $L$  的  $x$  截距和  $y$  截距分別為  $23$  和  $24$ 。求直線  $L$  的方程。

(3 分)

S.4 數學第一次考試卷一試卷及答題紙

11. 直線  $L_1: x-3y+7=0$  與直線  $L_2: 3x-y-11=0$  相交於  $P$ 。

(a) 求  $P$  的坐標。

(3 分)

(b) 求通過  $P$  而且垂直於  $L_1$  的直線方程。

(2 分)

12. 給定一個半徑為  $r$  的圓形，分別設其面積和周界為  $A$  和  $p$ 。

(a) 以  $r$  表  $A$  和  $p$ 。

(2 分)

(b) 若  $A$  比  $p$  大  $99\pi$ ，求  $r$  的值。

(2 分)

13. 考慮  $y = ax^2 + bx + c$  的圖像。已知該圖像通過  $P$  和  $Q$  兩點，而  $P$  和  $Q$  兩點的  $x$  座標分別為  $0$  和  $h$ 。
- (a) (i) 求  $P$  的座標。 (1 分)
- (ii) 求  $Q$  的座標。 (1 分)
- (b) 斜率為  $m$  的直線  $L$  通過  $P$  和  $Q$  兩點，求  $m$ 。 (2 分)
- (c) 當  $h = 0$ ，證明  $m = b$ 。 (2 分)



乙部 (24 分)

\*\*\*\*\*

14. 考慮  $\omega = \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{2023}$ 。

(a) 化簡  $\frac{1+i}{1-i}$ 。

(2 分)

(b) 利用 (a)，化簡  $\omega$ 。

(3 分)

S.4 數學第一次考試卷一試卷及答題紙

15. 點  $A$  和  $B$  的座標分別為  $(3,6)$  和  $(6,0)$ 。  $P$  是  $AB$  上的內分點，使得  $AP:PB=1:r$ 。

(a) 求  $P$  的座標，答案以  $r$  表示。

(2 分)

(b) 證明通過  $OP$  的直線方程為  $6rx-(6+3r)y=0$ 。

(2 分)

(c) 若  $OP$  與  $x-y+2023=0$  垂直，求  $r$  的值。

(2 分)





S.4 數學第一次考試卷一試卷及答題紙

16. 直線  $mx + y - m^2 = 0$  與  $x$  軸和  $y$  軸分別相交於  $A$  和  $B$  兩點，而  $P$  是  $AB$  的中點。當中  $m$  為正實常數。

(a) 以  $m$  表達  $P$  的座標。

(4 分)

(b) 求  $\triangle OAP$  的面積和  $\triangle OBP$  的面積的比例。

(2 分)



17. 考慮  $y = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$  的圖像， $\alpha < \beta$ 。

- (a) 有人宣稱該圖像和  $x$  軸有 2 個相異的相交點，你同意嗎？試解釋你的答案。(3 分)
- (b) 設那 2 個相交點為  $A$  和  $B$ ，寫出  $AB$  的中點座標。(1 分)
- (c) 求  $AB$  的垂直平分線的直線方程。(3 分)

試卷完

**本次考試不設試卷二（多項選擇題）**

## 評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

### 一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。
2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類：

「M」分	使用正確方法的得分；
「A」分	正確答案的得分；
沒有「M」或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。
3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般濟楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。
4. 評卷時過有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。
5. 評卷參考中，塗上陰影的部分代表可省略的步驟，有外框的部分代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

## 試卷一

Solution	Marks	Remarks
1. $\frac{(a^2b^{-2})^4}{a^7b^8}$ $= \frac{a^8b^{-8}}{a^7b^8}$ $= \frac{a^{8-7}}{b^{8+8}}$ $= \frac{a}{b^{16}}$	1M 1M 1A -----(3)	for $(mn)^l = m^l n^l$ for $\frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}$
2. $\frac{c+h}{c-y} = m$ $c+h = mc - my$ $h+my = (m-1)c$ $c = \frac{h+my}{m-1}$	1M 1M 1A -----(3)	
3. (a) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ $= (2x-3y)^2$  (b) $16z^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2$ $= (4z)^2 - (2x-3y)^2$ $= (4z+2x-3y)(4z-2x+3y)$	1A  1M 1A -----(3)	
4. (a) $L_1$ 的傾角 $= \arctan(1)$ $= 45^\circ$  (b) $L_2$ 的斜率 $= \tan(60^\circ)$ $= \sqrt{3}$	1M 1A  1M 1A -----(4)	1M for arctangent  1M for tangent r.t. 1.73

Solution	Marks	Remarks
5. $3x+2+x^2=0$ $x^2+3x+2=0$ $(x+1)(x+2)=0$ $x+1=0$ 或 $x+2=0$ $x=-1$ 或 $x=-2$	1M 1M 1A	for general form for factorize
$3x+2+x^2=0$ $x^2+3x+2=0$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$ $x = \frac{-3 \pm 1}{2}$ $x = \frac{-3+1}{2}$ 或 $x = \frac{-3-1}{2}$ $x = -2$ 或 $x = -1$	1M 1M 1A	for general form for quadratic formula
6. $3^2 + (6+t)^2 = (9+2t)^2$ $t^2 + 8t + 12 = 0$ $t = -2$ 或 $t = -6$ (捨去)	-----(3) 1M 1M 1A+1A -----(4)	accept any reasonable method for Pythagoras theorem for general form 1A for both correct 1A for reject



Solution	Marks	Remarks
7. $(x-4)^2 = x-4$ $(x-4)^2 - (x-4) = 0$ $(x-4)(x-4-1) = 0$ $(x-4)(x-5) = 0$ $x-4=0$ 或 $x-5=0$ $x=4$ 或 $x=5$	1M 1M  1A	  for $pq=0$ $\Rightarrow p=0$ or $q=0$
$(x-4)^2 = x-4$ $x-4=1$ 或 $x-4=0$ $x-5=0$ 或 $x-4=0$ $x=4$ 或 $x=5$	1M+1M  1A	for eliminate $(x-4)$ for $(x-4)=0$
$(x-4)^2 = x-4$ $x^2 - 8x + 16 = x - 4$ $x^2 - 9x + 20 = 0$ $x=4$ 或 $x=5$	1M 1M 1A	for expand for general form
	----- (3)	

## S.4 數學第一次考試卷一評卷參考

Solution	Marks	Remarks
8. $\frac{y-5}{x-3} = 2$ $2x - y - 1 = 0$	1M 1A ----- (2)	for point slope form or equivalent
9. 判別式 $\geq 0$ 及 $k \neq 0$ $4k^2 - 4k(k+1) \geq 0$ 及 $k \neq 0$ $-4k \geq 0$ 及 $k \neq 0$ $k \leq 0$ 及 $k \neq 0$ $k < 0$	1M 1A   1A ----- (3)	for $b^2 - 4ac$
10. $\frac{y-0}{x-23} = \frac{24-0}{0-23}$ $24x + 23y - 552 = 0$	1M+1M 1A	for (23,0) and (0,24) for point slope form or equivalent
$\frac{x}{23} + \frac{y}{24} = 1$ $24x + 23y - 552 = 0$	1M+1M 1A	for x-int and y-int for intercept form or equivalent
	----- (3)	accept any reasonable method
11.(a) $\begin{cases} x - 3y + 7 = 0 \\ 3x - y - 11 = 0 \end{cases}$ $3(3y - 7) - y - 11 = 0$ $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$ $\therefore P$ 的座標為 (5,4)	1M 1M 1A ----- (3)	for system of linear equations  withhold 1A if the above step is skipped
(b) $L_1$ 的斜率 $= \frac{1}{3}$ 所需斜率 $= -3$  所需直線方程： $\frac{y-4}{x-5} = -3$ $3x + y - 19 = 0$	1M   1A ----- (2)	or equivalent
12.(a) $A = \pi r^2$ $p = 2\pi r$	1A 1A ----- (2)	
(b) $\pi r^2 - 2\pi r = 99\pi$ $r^2 - 2r - 99 = 0$ $r = 11$ 或 $r = -9$ (捨去)	1M 1A ----- (2)	for both correct and reject

Solution	Marks	Remarks
13.(a) (i) $P(0, c)$	1A ----- (1)	
(a) (ii) $Q(h, ah^2 + bh + c)$	1A ----- (1)	
(b) $m = \frac{ah^2 + bh + c - c}{h - 0}$ $m = \frac{ah^2 + bh}{h}$ $m = ah + b$	1M  1A ----- (2)	
(c) 當 $h=0$ : $m = a(0) + b$ $m = b$	1M 1 ----- (2)	f.t.
14.(a) $\frac{1+i}{1-i}$ $= \frac{1+i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i}$ $= \frac{2i}{2}$ $= i$	1M  1A ----- (2)	withhold 1M and 1A if this step is skipped
(b) $\omega$ $= \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{2023}$ $= i^{2023}$ $= i^{4 \times 505 + 3}$ $= (1)^{505} (-i)$ $= -i$	1M  1M 1A ----- (3)	for using result of (a)  for $i^4 = 1$ accept any reasonable method



Solution	Marks	Remarks
16.(a) $x$ 截距 $= -\frac{-m^2}{m} = m$ $y$ 截距 $= -\frac{-m^2}{1} = m^2$ $P$ 的座標 $= \left( \frac{m+0}{2}, \frac{0+m^2}{2} \right)$ $= \left( \frac{m}{2}, \frac{m^2}{2} \right)$	1A 1A 1M 1A -----(4)	can be absorb can be absorb for using mid-point formula withhold 1M if this is not mentioned f.t.
(b) $AP = PB$ $\Rightarrow AP:PB = 1:1$ $\Rightarrow \Delta OAP$ 的面積 : $\Delta OBP$ 的面積 = 1:1	1M 1A -----(2)	withhold 1M if this is not mentioned f.t.
17.(a) $y$ $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$ $= (x - \alpha)(x - \beta)$ $y = 0 \Rightarrow x = \alpha$ 或 $x = \beta$ $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha \neq \beta$ $\Rightarrow$ 有 2 個相異的相交點	1M 1M 1A	for x-int for $\alpha \neq \beta$ f.t.
判別式 $= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ $= (\alpha - \beta)^2$ $> 0$ ( $\because \alpha \neq \beta$ ) $\Rightarrow$ 有 2 個相異的相交點	1M 1M 1 -----(3)	for discriminant for $\forall x \in \mathbb{R} \ x^2 \geq 0$ and $\alpha - \beta \neq 0$ f.t.
(b) $\left( \frac{\alpha + \beta}{2}, 0 \right)$	1A -----(1)	
(c) $AB$ 的斜率 = 0 $\Rightarrow AB$ 的垂直平分線是鉛垂線 所需直線方程： $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$	1M 1M 1A -----(3)	

**試卷二**

**本次考試不設試卷二（多項選擇題）**

## 考生表現

### 試卷一

本年度 4C 班共有 33 考生應考。平均得分為 25.3/70 分(36.14%)。考生於甲部的表現一般較乙部為佳。

### 甲部(1)

題號	一般表現
1	良好。大約 66.7% 考生能化簡給定的數式。
2	平平。只有大約一半考生能正確地移項。
3 (a)	平平。只有大約一半考生能因式分解二次多項式。
(b)	甚差。只有大約 18% 考生能利用(a)的結果因式分解在(b)給定的數式。
4 (a)	平平。只有大約一半考生能透過逆函數輸入斜率求得傾角。
(b)	良好。大約 70.0% 考生能求得斜率並以根式表示答案。
5	甚佳。大約 87.9% 考生能以各種方法求得根。
6	甚差。只有大約 27.3% 考生能利用畢氏定理寫出正確的方程，當中只有極少考生意識到有不合理的根並將其捨去。
7	平平。只有大約一半考生能透過各種方法化簡方程並求得根。

## 甲部(2)

題號	一般表現
8	甚佳。大約 81.8% 考生能以各種方法求直線方程。有少數同學在化簡方程時因正負號運算出錯而未能求得正確的方程。
9	良好。大約 75.8% 考生能寫出 $\Delta \geq 0$ 。有少量考生錯誤地認為 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ 。不過，全數考生均未能透過二次方程定義中的 $a \neq 0$ 列出 $k \neq 0$ 這個條件。
10	甚差。只有大約 21.2% 考生能利用截距式或點斜式求直線方程。有不少同學因錯誤地認為該直線通過(23, 24)而未能寫出正確的方程。
11 (a)	良好。大約 70.0% 考生能以聯立方程求得相交點的座標。
(b)	甚差。只有大約 27.3% 考生能利用互相垂直的直線的斜率特性求得所需斜率。
12 (a)	甚差。大約 63.6% 考生忘記了小學時曾學習過的圓形面積和周界公式。
(b)	甚差。只有大約 24.2% 考生能正確地列出方程並將其寫成一般式。有部份考生沒有捨去不合理的根。
13 (a) (i)	甚差。只有大約 33.3% 考生能透過座標幾何的基本概念求得座標。
(ii)	甚差。只有極少考生能透過座標幾何的基本概念求得座標。
(b)	甚差。只有大約 21.2% 考生能計算兩點的斜率。
(c)	甚差。只有極少考生能透過代入法完成證明。



**乙部**

題號	一般表現
14 (a)	良好。大約 60.6% 考生能以共軛對的特性化簡份母包含複數的份數。
(b)	良好。大約 70.0% 考生能以虛數特性化簡給定的數式。
15 (a)	甚差。只有大約 21.2% 考生能透過內分點公式求得座標。
(b)	甚差。只有極少考生能計算兩點的斜率。
(c)	甚差。只有極少考生能完成證明。
16 (a)	甚差。只有極少考生能利用給定的直線方程一般式求得截距並正確地寫出中點。
(b)	甚差。只有極少考生理解中點的幾何意義得出兩個三角形是一對等底同高三角形。
17 (a)	甚差。只有極少考生理解根的特性和判別式之間的邏輯關係從而完成推論。
(b)	甚差。只有 3 位考生理解根和截距的關係並正確地寫出中點。
(c)	甚差。全數考生未能掌握鉛垂線方程的概念。有少數考生嘗試利用點斜式求所需垂直平分線的直線方程，但因未意識到鉛垂線的斜率為未定義而未能求得直線方程。

#### S.4 數學第一次考試考生表現

##### 一般建議

考生應注意以下各點：

1. 掌握基本數學課題，如指數、因式分解、主項變換、恆等式及不等式；
2. 列出關鍵步驟及清楚解釋如何從前題得出結論；
3. 定義任何使用的符號；
4. 發展較強的無圖思考能力；
5. 探索題目不同部分之間的關係。



The background of the image is composed of large, overlapping triangles in various shades of purple, from deep indigo to light lavender, set against a white background. These triangles are arranged in a way that creates a sense of depth and movement, framing the central text.

**CCHY**