

**AES**

# 목차

- ✚ DES is insecure
- ✚ AES 개요
- ✚ AES Data Units – State
- ✚ AES 구조 – Round
  - SubBytes
  - ShiftRows
  - MixColumns
  - AddRoundKey
- ✚ AES 구조 – Key Expansion
- ✚ AES 구조: Cipher vs. Inverse Cipher

# DES is insecure

Reference: (Paar & Pelzl, 2010)

## DES 에 대한 주요 공격

### ● DES 챌린지

- ◆ RSA Security에 의해 시작
- ◆ DES에 대한 brute force attack 대회

### ● DES challenge I

- ◆ 1997년 무작위 공격으로 4.5개월만에 해독

### ● DES challenge II-1

- ◆ 1998년 무작위 공격으로 39일만에 해독

### ● DES challenge II-2

- ◆ 1998년 무작위 공격으로 56시간만에 해독

### ● DES challenge III

- ◆ 1999년 무작위 공격으로 약 22시간만에 해독

# AES

## AES (Advanced Encryption Standard)

### ● History

- ◆ 1997년, NIST는 DES를 대체할 AES라는 이름의 암호기술 공모
- ◆ 1998년, 1<sup>st</sup> AES Candidate Conference 이후 21개 후보 중 15개 선정
- ◆ 1999년, 2<sup>nd</sup> AES Candidate Conference 이후 15개 후보 중 5개 선정
  - MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish
- ◆ 2000년, 3<sup>rd</sup> AES Candidate Conference 이후 Rijndael을 AES로 선정
- ◆ 2001년, FIPS 197로 AES 발표

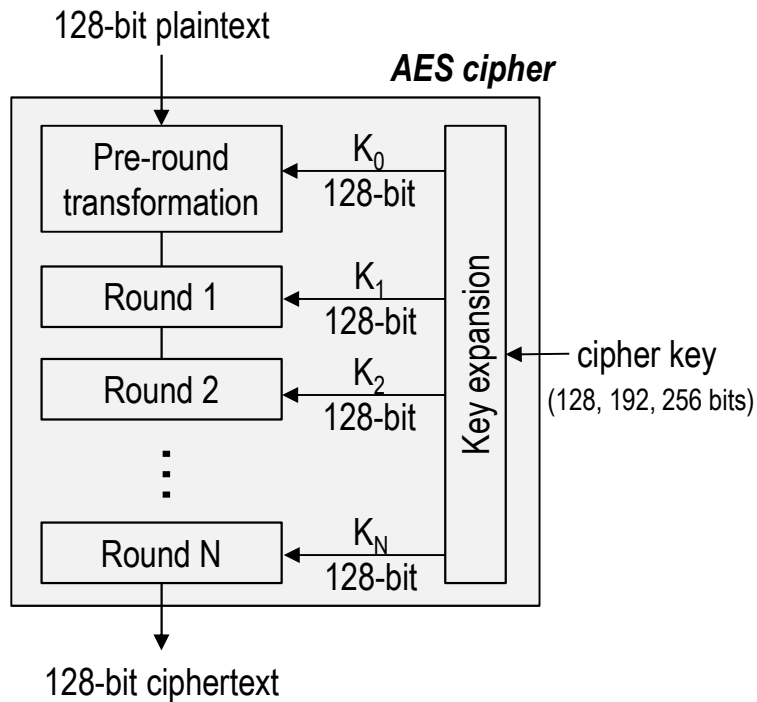
### ● 선정기준

- ◆ 안전성, 비용, 구현 효율성

### ● Non-Feistel block cipher

- ◆ 평문 블록 크기 128비트, 암호문 크기 128비트
- ◆ 암호화 키 크기 128, 192, 256비트

# AES 구조

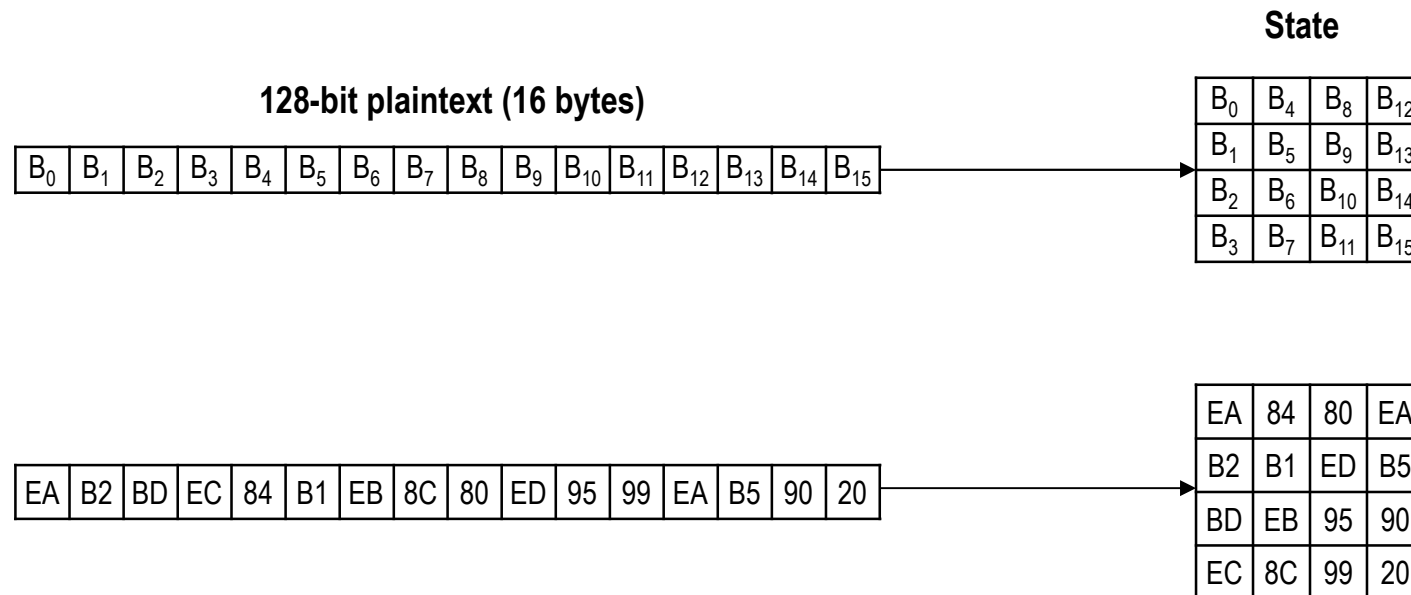


N	Key size
10	128
12	192
14	256

## AES

- 평문 128비트, 암호문 128비트
- 키 크기 및 라운드 수에 따라 3가지 버전 존재: AES-128, AES-192, AES-256
- 암호화 키 크기가 다르더라도 key expansion 모듈이 만드는 round key는 항상 128비트임
- 복호화에서는 round 키 역순 적용
- Pre-round transformation 단계가 있어 라운드 키의 총 개수는 라운드 수보다 하나 많음

# AES: Data Units – State

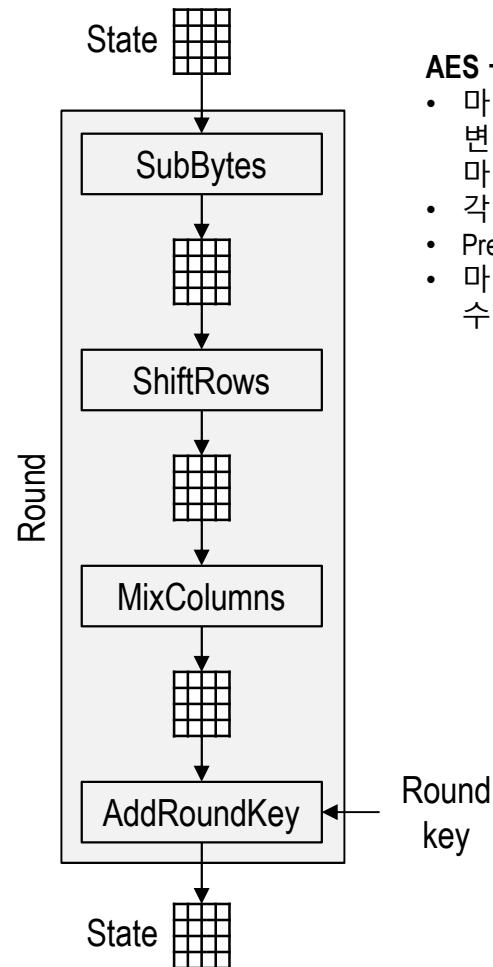
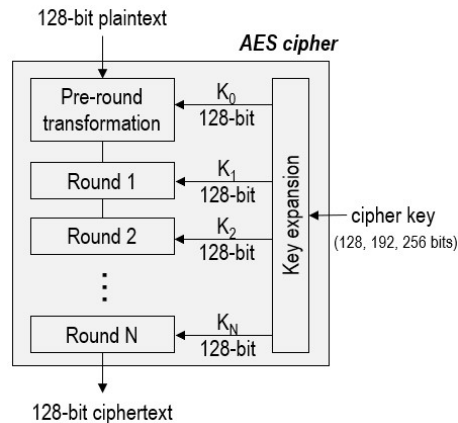


## AES – State

- AES 알고리즘의 동작들은 내부적으로 State라는 (바이트들의) 2차원배열에 대해 적용됨
- 최초 128-bit 크기의 입력 블록은 State 배열에 복사된 후 내부 처리를 거침

# AES 구조: Cipher의 Round

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>

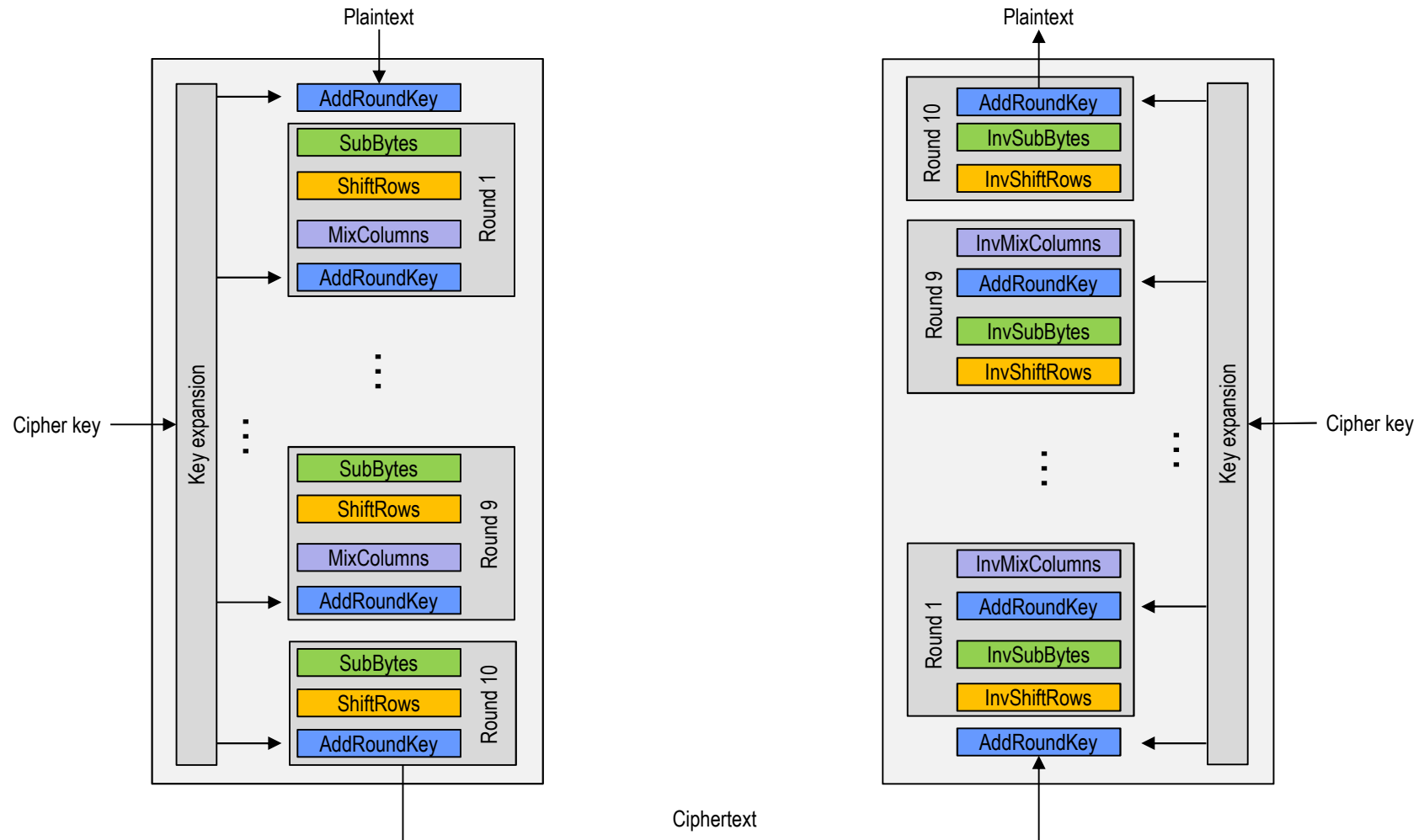


## AES 구조: Cipher의 Round

- 마지막 라운드를 제외한 각 라운드는 가역적인 4개 변환(SubBytes, ShiftRows, MixColumns, AddRoundKey) 수행. 마지막 라운드는 3개 변환 수행
- 각 변환의 입출력은 state임
- Pre-round transformation은 하나의 변환 AddRoundKey만 수행
- 마지막 라운드는 MixColumns를 제외한 나머지 3개 변환 수행

# AES 구조: Cipher vs. Inverse Cipher – Design #1

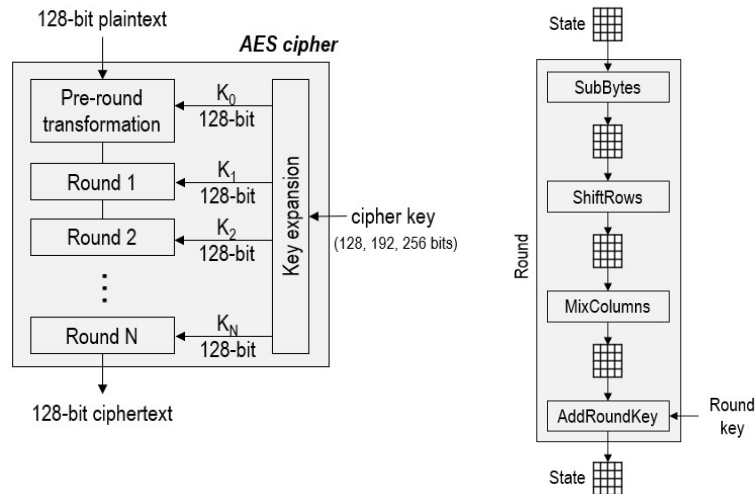
Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>





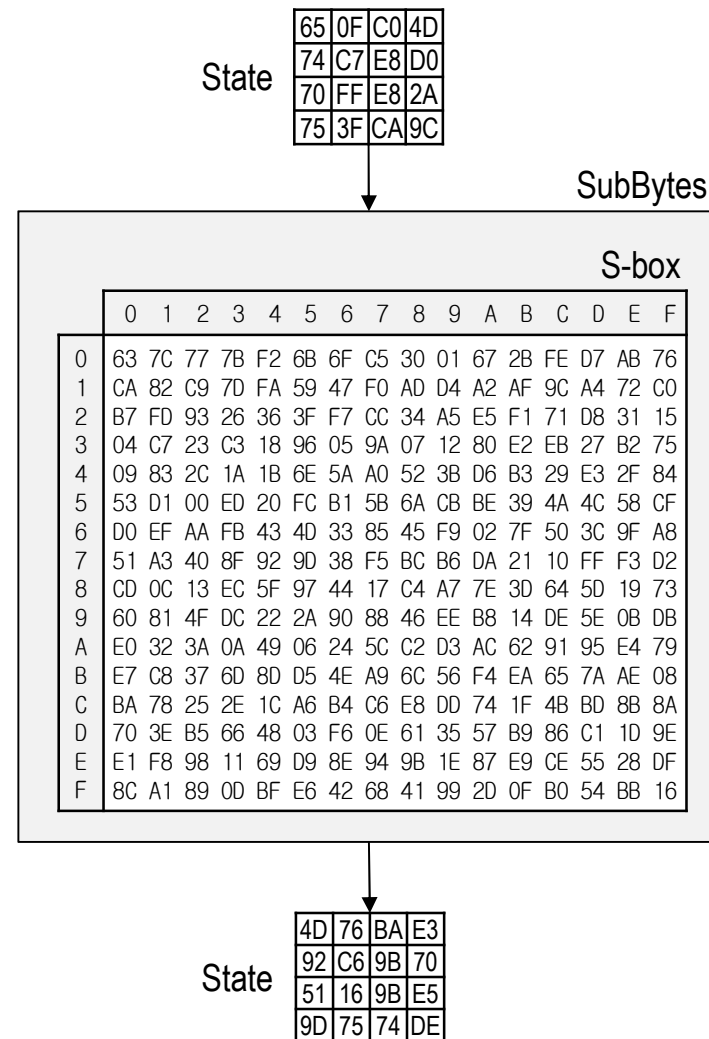
# AES 구조: Round – SubBytes (테이블 기반)

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



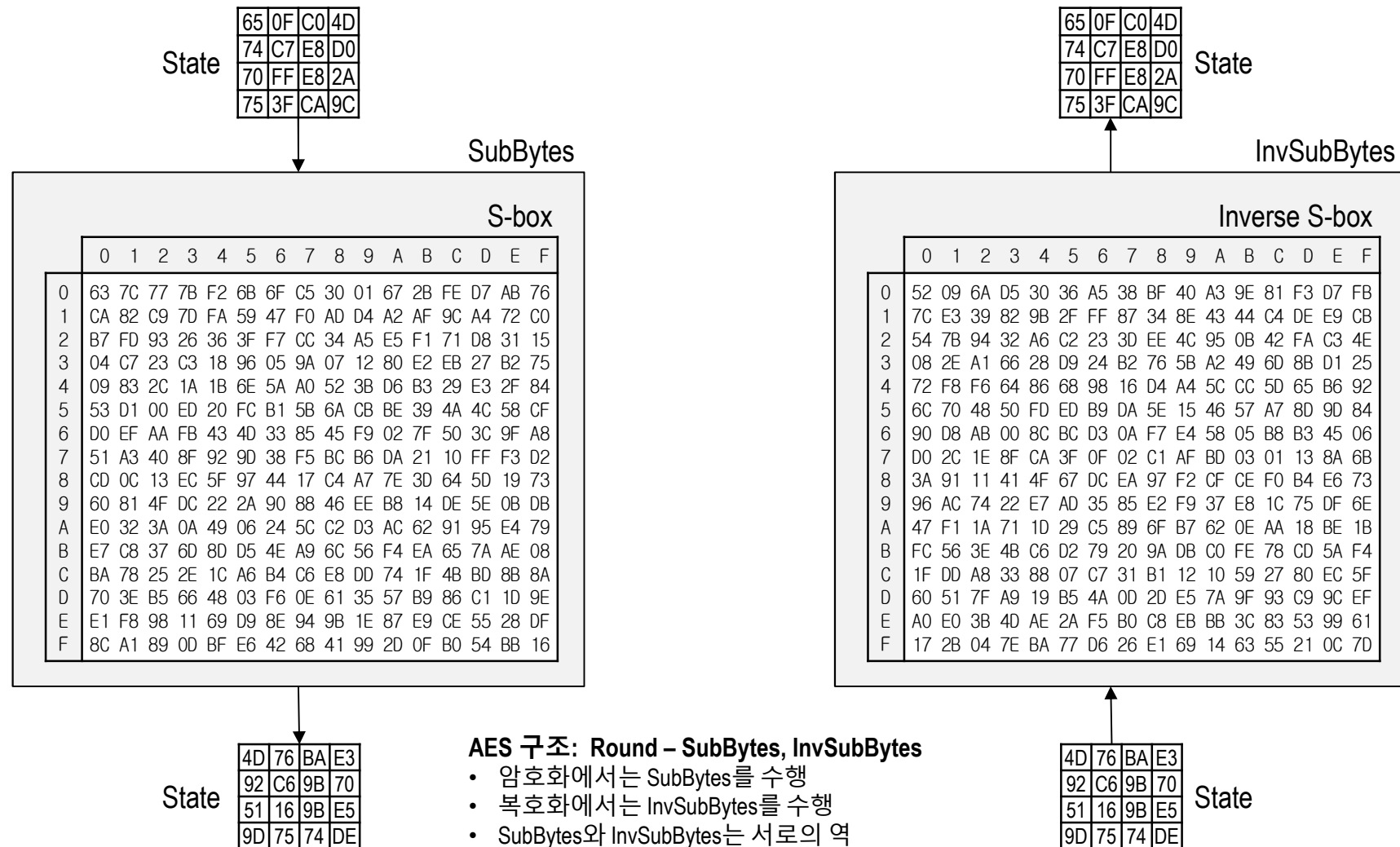
## AES 구조: Round – SubBytes

- SubBytes는 state를 입력 받아, state 내 각 바이트를 SubBytes S-box 테이블을 이용하여 새로운 바이트로 변환



# AES 구조: Round – SubBytes, InvSubBytes

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



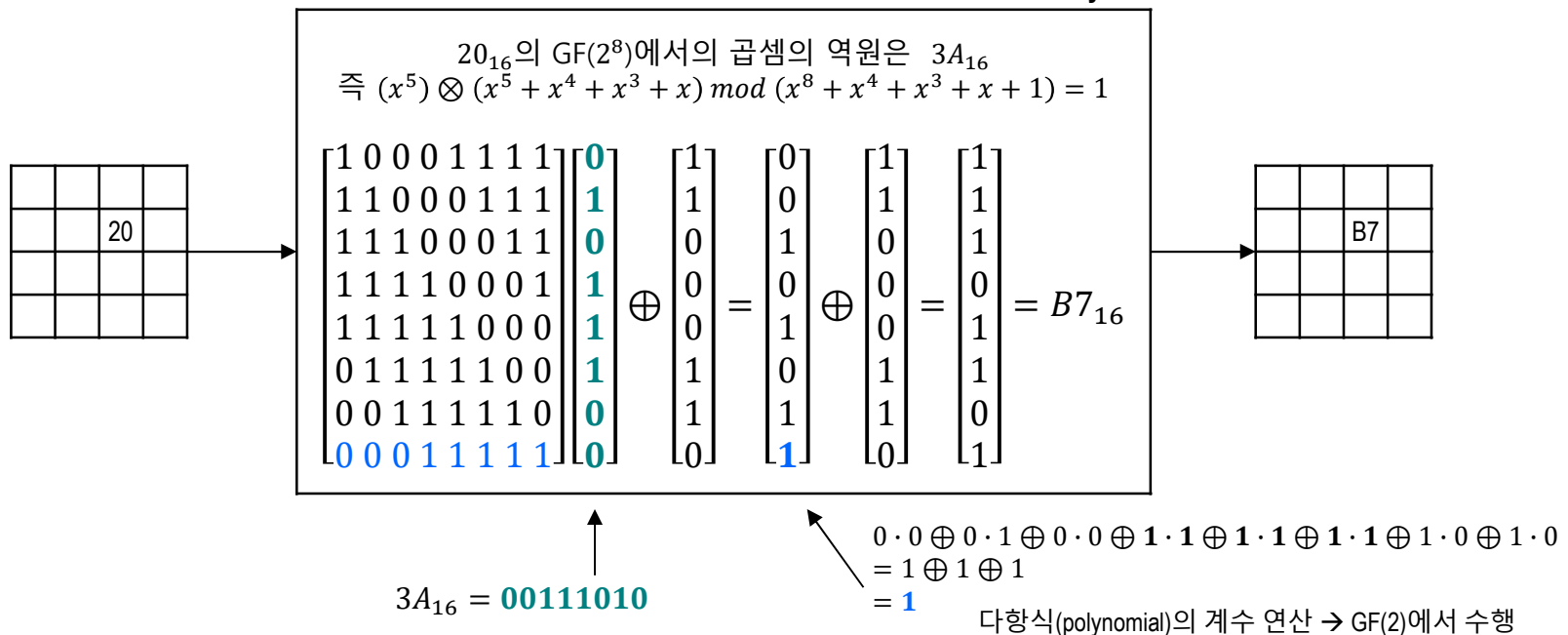
# AES 구조: Round – SubBytes (대수적 계산)

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>

q	r1	r2	r	t1	t2	t
$x^3$	$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$	$x^5$	$x^4 + x^3 + x + 1$	0	1	$x^3$
$x + 1$	$x^5$	$x^4 + x^3 + x + 1$	$x^3 + x^2 + 1$	1	$x^3$	$x^4 + x^3 + 1$
$x$	$x^4 + x^3 + x + 1$	$x^3 + x^2 + 1$	1	$x^3$	$x^4 + x^3 + 1$	$x^5 + x^4 + x^3 + x$
$x^3 + x^2 + 1$	$x^3 + x^2 + 1$	1	0	$x^4 + x^3 + 1$	$x^5 + x^4 + x^3 + x$	0
	1	0		$x^5 + x^4 + x^3 + x$	0	

Reference: (Forouzan, 2008, p.112)

## SubBytes



# AES 구조: Round – SubBytes (대수적 계산)

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>

q	r1	r2	r	t1	t2	t
$x^5 + x^4 + 1$	$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$	$x^3 + x^2 + x + 1$	$x^2$	0	1	$x^5 + x^4 + 1$
$x + 1$	$x^3 + x^2 + x + 1$	$x^2$	$x + 1$	1	$x^5 + x^4 + 1$	$x^6 + x^4 + x$
$x + 1$	$x^2$	$x + 1$	1	$x^5 + x^4 + 1$	$x^6 + x^4 + x$	$x^7 + x^6 + x^2 + x + 1$
$x + 1$	$x + 1$	1	0	$x^6 + x^4 + x$	$x^7 + x^6 + x^2 + x + 1$	0
	1	0		$x^7 + x^6 + x^2 + x + 1$	0	

## SubBytes

$0F_{16}$ 의  $GF(2^8)$ 에서의 곱셈의 역원은  $C7_{16}$   
 즉  $(x^3 + x^2 + x + 1) \otimes (x^7 + x^6 + x^2 + x + 1) \bmod (x^8 + x^4 + x^3 + x + 1) = 1$

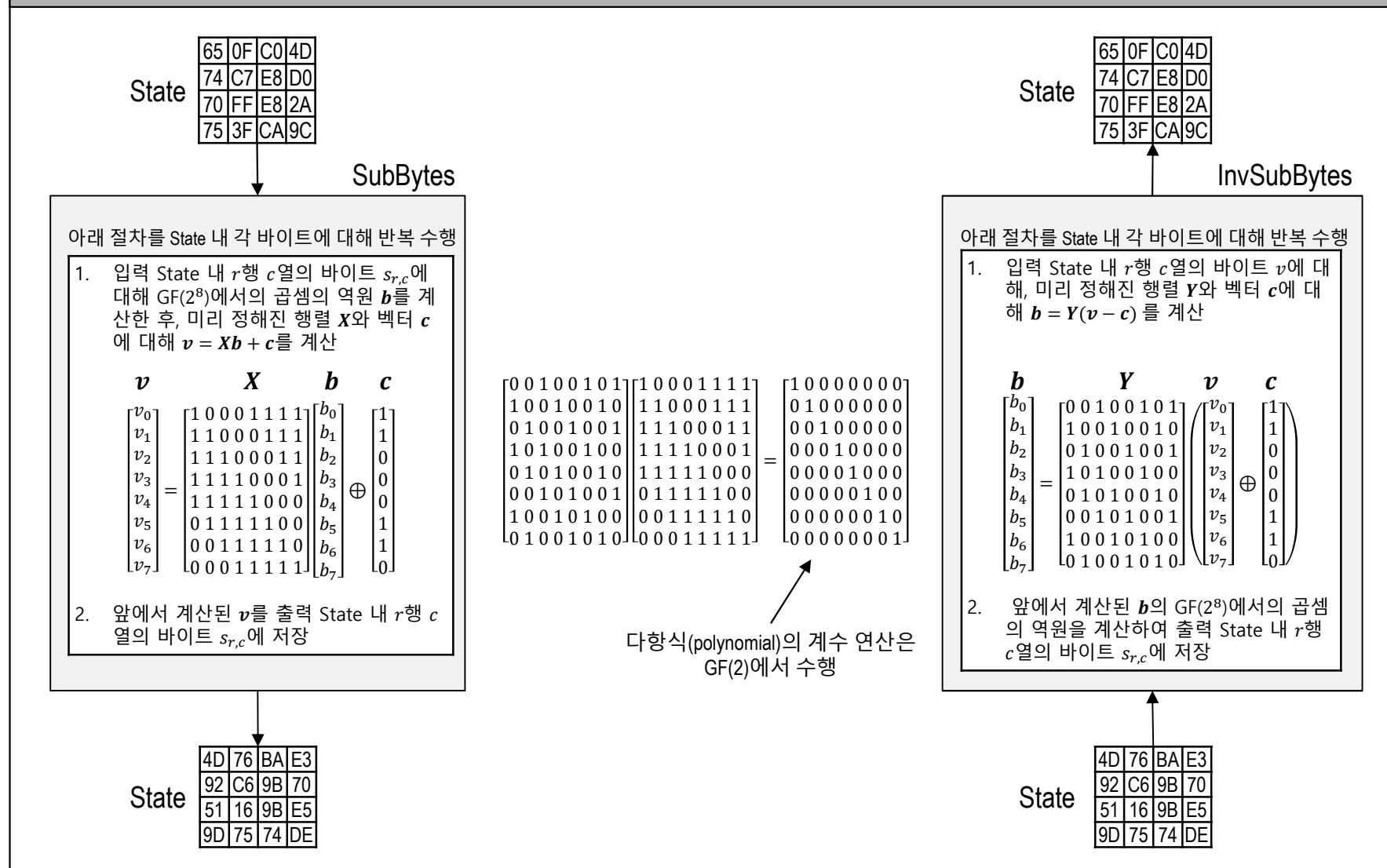
		0F	

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 76_{16}$$

		76	

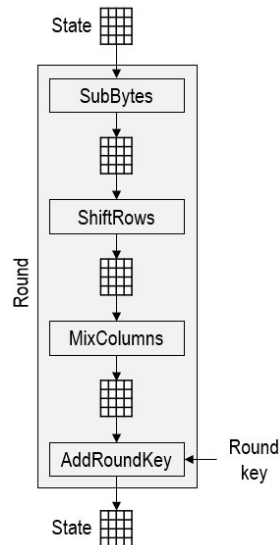
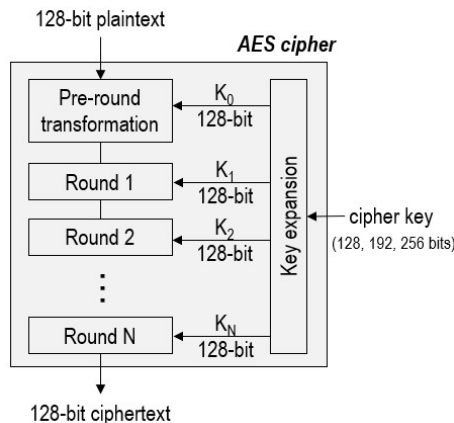
# AES 구조: Round – SubBytes (대수적 계산)

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



# AES 구조: Round – ShiftRows, InvShiftRows

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



4D	76	BA	E3	← Row 0
92	C6	9B	70	← Row 1
51	16	9B	E5	← Row 2
9D	75	74	DE	← Row 3

ShiftRows

- State 내 4개 행에 대해 다음 절차 수행
- Row 0은 변경 없음
  - Row 1은 1바이트 left rotation 수행
  - Row 2은 2바이트 left rotation 수행
  - Row 3은 3바이트 left rotation 수행

4D	76	BA	E3
C6	9B	70	92
9B	E5	51	16
DE	9D	75	74

4D	76	BA	E3
92	C6	9B	70
51	16	9B	E5
9D	75	74	DE

InvShiftRows

- State 내 4개 행에 대해 다음 절차 수행
- Row 0은 변경 없음
  - Row 1은 1바이트 right rotation 수행
  - Row 2은 2바이트 right rotation 수행
  - Row 3은 3바이트 right rotation 수행

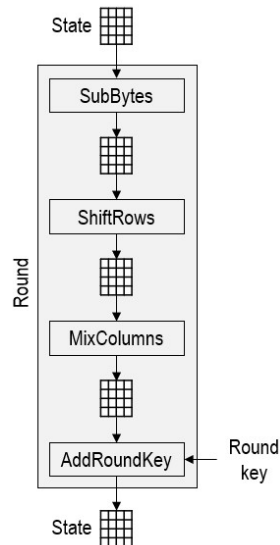
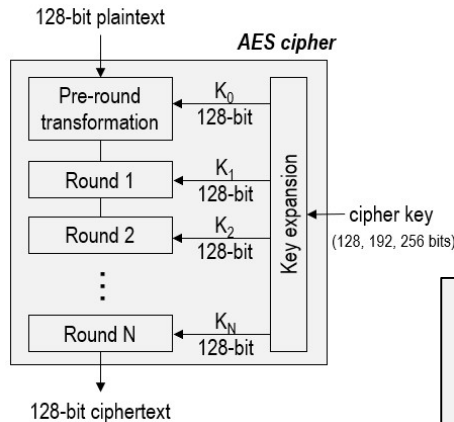
4D	76	BA	E3
C6	9B	70	92
9B	E5	51	16
DE	9D	75	74

## AES 구조: Round – ShiftRows, InvShiftRows

- 암호화에서는 ShiftRows를 수행
- 복호화에서는 InvShiftRows를 수행
- ShiftRows와 InvShiftRows는 서로의 역
- 바이트 단위로 permutation을 수행하는 것이며 특정 바이트 내 비트 순서는 변경 없음
- DES의 경우 비트 단위로 permutation 수행되었음

# AES 구조: Round – MixColumns

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



4D	76	BA	E3
C6	9B	70	92
9B	E5	51	16
DE	9D	75	74

State

MixColumns

아래 절차를 State 내 각 열에 대해 반복 수행

1. 입력 State 내  $i$  열의 바이트들  $s_{0,i}, s_{1,i}, s_{2,i}, s_{3,i}$ 에 대해 다음 수식을 통해  $i$  열의 새로운 바이트들  $s'_{i,0}, s'_{i,1}, s'_{i,2}, s'_{i,3}$ 를 계산한다

$$\begin{bmatrix} s'_{i,0} \\ s'_{i,1} \\ s'_{i,2} \\ s'_{i,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0,i} \\ s_{1,i} \\ s_{2,i} \\ s_{3,i} \end{bmatrix}$$

2. 앞에서 계산된  $i$  열의 새로운 바이트들  $s'_{i,0}, s'_{i,1}, s'_{i,2}, s'_{i,3}$ 을 출력 State 내  $i$  열의 바이트들에 저장

State

8E	22	DB	12
B2	F2	DC	92
DF	80	F7	C1
2D	C5	1E	52

4D	76	BA	E3
C6	9B	70	92
9B	E5	51	16
DE	9D	75	74

$$\begin{bmatrix} 22 \\ F2 \\ 80 \\ C5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 76 \\ 9B \\ E5 \\ 9D \end{bmatrix}$$

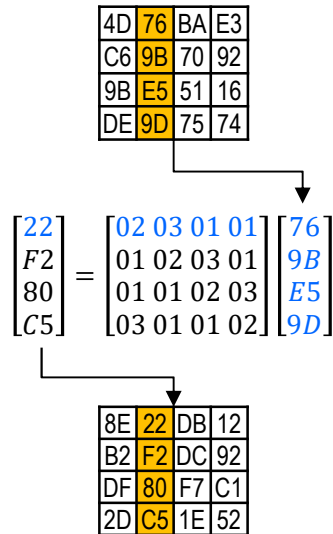
8E	22	DB	12
B2	F2	DC	92
DF	80	F7	C1
2D	C5	1E	52

## AES 구조: Round – MixColumns

- SubBytes는 state 내 바이트 변경 시 해당 바이트 값에만 의존
- MixColumns의 경우 state 내 바이트 변경 시 해당 바이트가 속해 있는 열(column) 내 다른 바이트들의 값에 의존

# AES 구조: Round – MixColumns

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



$$(\{02\} \cdot \{76\}) \oplus (\{03\} \cdot \{9B\}) \oplus (\{01\} \cdot \{E5\}) \oplus (\{01\} \cdot \{9D\}) = \{22\}$$

## GF(2<sup>8</sup>)에서의 다항식(polynomial) 연산

$$\{02\} = 00000010 = x$$

$$\{76\} = 01110110 = x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x$$

$$\begin{aligned} \{02\} \cdot \{76\} &= ((x) \cdot (x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x)) \bmod (x^8 + x^4 + x^3 + x + 1) = x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2 \\ &= 11101100 \end{aligned}$$

$$\{03\} = 00000011 = x + 1$$

$$\{9B\} = 10011011 = x^7 + x^4 + x^3 + x + 1$$

$$\begin{aligned} \{03\} \cdot \{9B\} &= ((x + 1) \cdot (x^7 + x^4 + x^3 + x + 1)) \bmod (x^8 + x^4 + x^3 + x + 1) = x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x \\ &= 10110110 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{01\} \cdot \{E5\} &= x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + 1 \\ &= 11100101 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{01\} \cdot \{9D\} &= x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 \\ &= 10011101 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\{02\} \cdot \{76\}) \oplus (\{03\} \cdot \{9B\}) \oplus (\{01\} \cdot \{E5\}) \oplus (\{01\} \cdot \{9D\}) \\ &= 11101100 \oplus 10110110 \oplus 11100101 \oplus 10011101 = 00100010 = \{22\} \end{aligned}$$



# AES 구조: Round – MixColumns, InvMixColumns

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>

4D	76	BA	E3
C6	9B	70	92
9B	E5	51	16
DE	9D	75	74

State

MixColumns

아래 절차를 State 내 각 열에 대해 반복 수행

1. 입력 State 내  $i$  열의 바이트들  $s_{0,i}, s_{1,i}, s_{2,i}, s_{3,i}$ 에 대해 다음 수식을 통해  $i$  열의 새로운 바이트들  $s'_{i,0}, s'_{i,1}, s'_{i,2}, s'_{i,3}$ 을 계산한다

$$\begin{bmatrix} s'_{i,0} \\ s'_{i,1} \\ s'_{i,2} \\ s'_{i,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0,i} \\ s_{1,i} \\ s_{2,i} \\ s_{3,i} \end{bmatrix}$$

2. 앞에서 계산된  $i$  열의 새로운 바이트들  $s'_{i,0}, s'_{i,1}, s'_{i,2}, s'_{i,3}$ 을 출력 State 내  $i$  열의 바이트들에 저장

8E	22	DB	12
B2	F2	DC	92
DF	80	F7	C1
2D	C5	1E	52

State

## AES 구조: Round – MixColumns, InvMixColumns

- 암호화에서는 MixColumns를 수행
- 복호화에서는 InvMixColumns를 수행
- MixColumns와 InvMixColumns는 서로의 역

4D	76	BA	E3
C6	9B	70	92
9B	E5	51	16
DE	9D	75	74

State

InvMixColumns

아래 절차를 State 내 각 열에 대해 반복 수행

1. 입력 State 내  $i$  열의 바이트들  $s_{0,i}, s_{1,i}, s_{2,i}, s_{3,i}$ 에 대해 다음 수식을 통해  $i$  열의 새로운 바이트들  $s'_{i,0}, s'_{i,1}, s'_{i,2}, s'_{i,3}$ 을 계산한다

$$\begin{bmatrix} s'_{i,0} \\ s'_{i,1} \\ s'_{i,2} \\ s'_{i,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0E & 0B & 0D & 09 \\ 09 & 0E & 0B & 0D \\ 0D & 09 & 0E & 0B \\ 0B & 0D & 09 & 0E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0,i} \\ s_{1,i} \\ s_{2,i} \\ s_{3,i} \end{bmatrix}$$

2. 앞에서 계산된  $i$  열의 새로운 바이트들  $s'_{i,0}, s'_{i,1}, s'_{i,2}, s'_{i,3}$ 을 출력 State 내  $i$  열의 바이트들에 저장

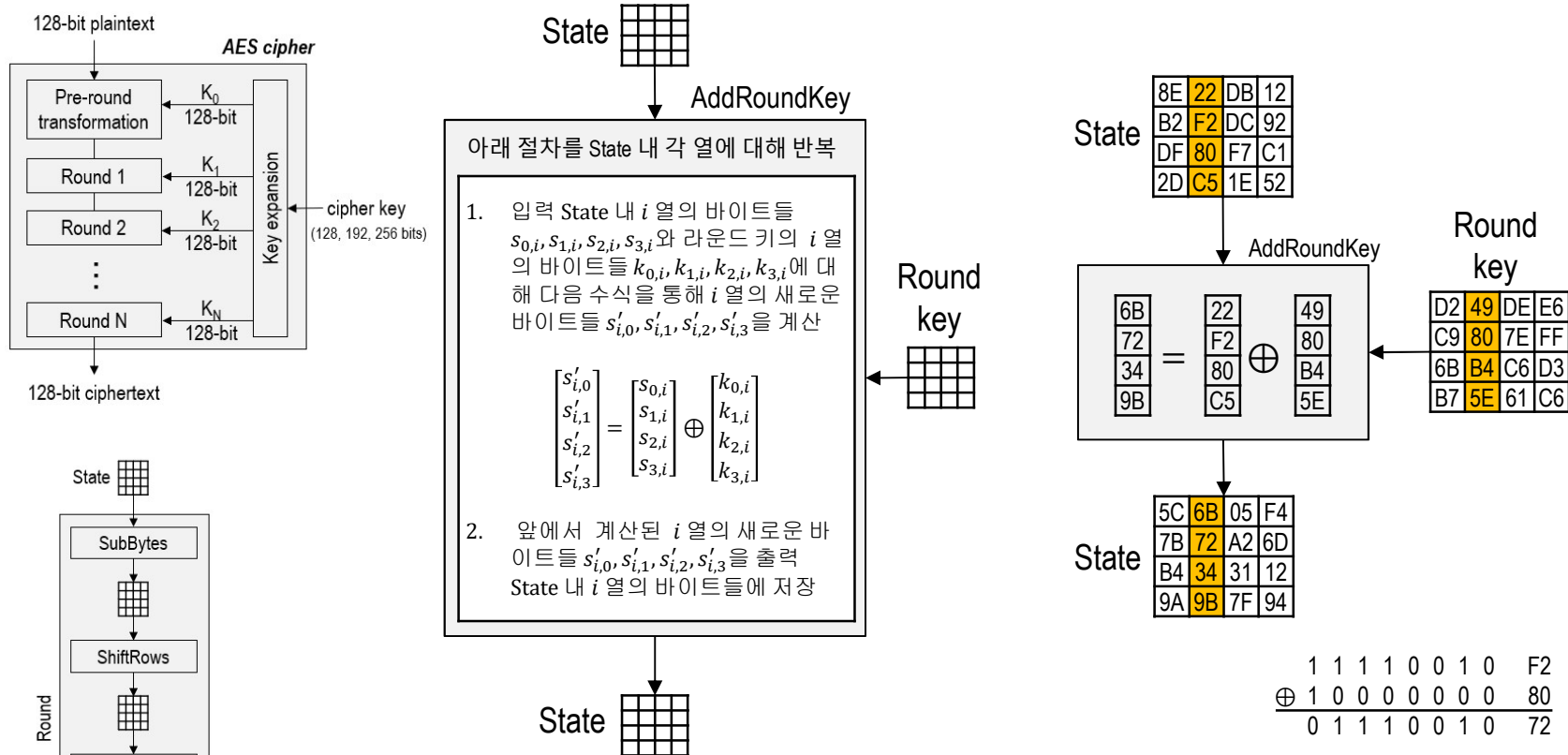
8E	22	DB	12
B2	F2	DC	92
DF	80	F7	C1
2D	C5	1E	52

State

$$\begin{bmatrix} 0E & 0B & 0D & 09 \\ 09 & 0E & 0B & 0D \\ 0D & 09 & 0E & 0B \\ 0B & 0D & 09 & 0E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 01 & 00 & 00 & 00 \\ 00 & 01 & 00 & 00 \\ 00 & 00 & 01 & 00 \\ 00 & 00 & 00 & 01 \end{bmatrix}$$

# AES 구조: Round – AddRoundKey

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>

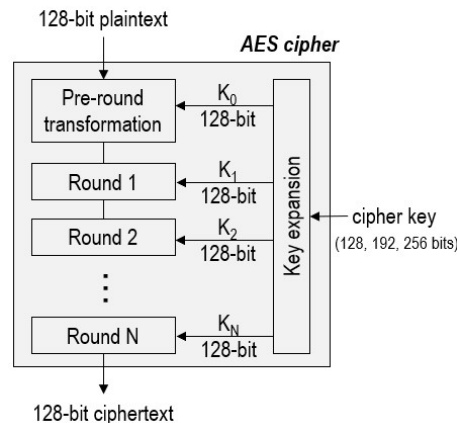


## AES 구조: Round – AddRoundKey

- AES는 최초 암호화 키로부터 key expansion을 통해 pre-round transformation 단계 및 N개 각 라운드에 사용될 128비트 크기의 라운드 키가 N+1개 생성됨
- AddRoundKey는 128비트 state와 라운드 키 128비트를 bitwise XOR하여 새로운 state를 생성한다
- AddRoundKey는 self-invertible

# AES 구조: Key Expansion

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



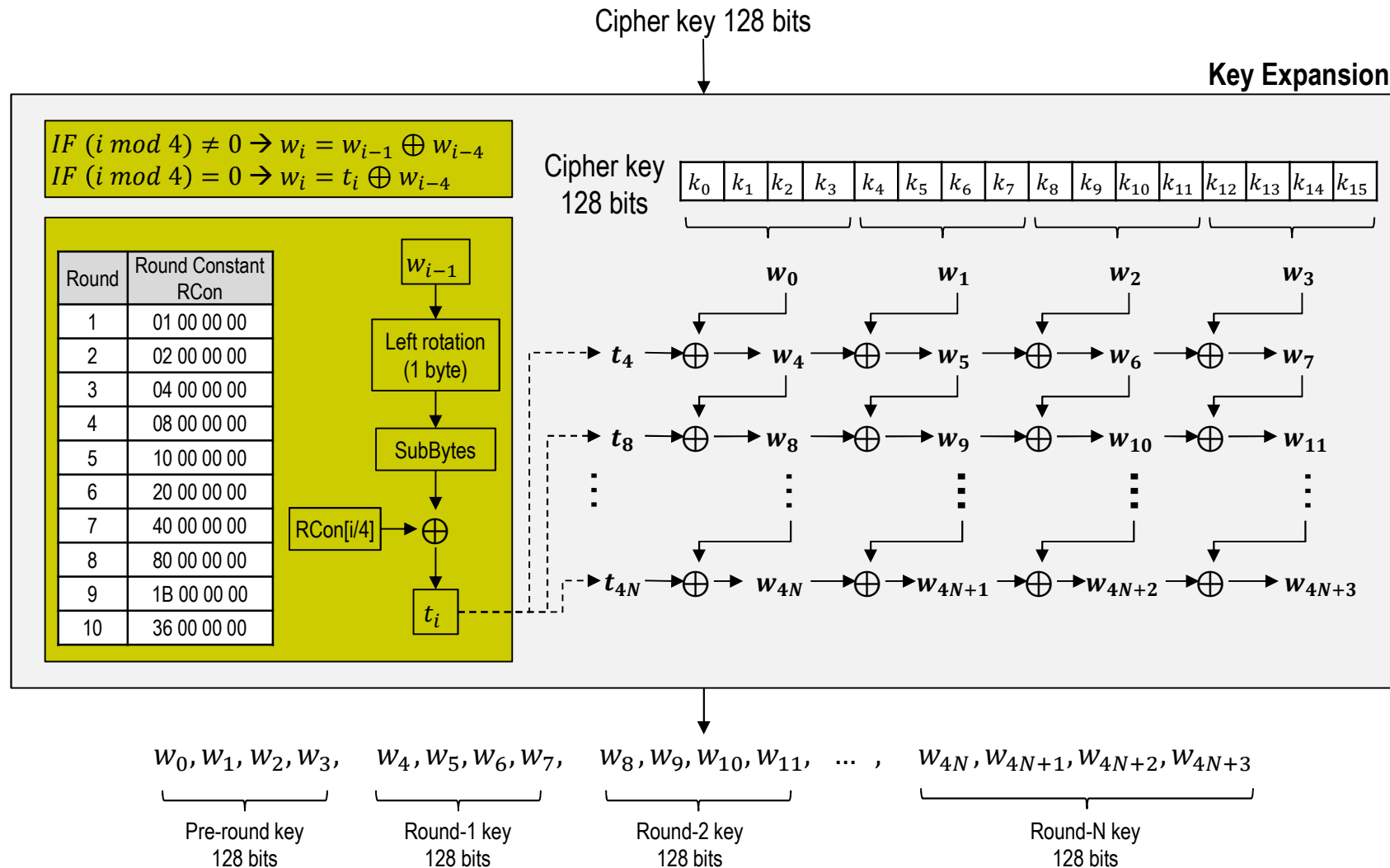
## AES 구조: Key Expansion

- 라운드 수가  $N$ 인 경우, 최초 하나의 암호화 키로부터,  $N + 1$  개 128-bit 라운드 키 생성
- 워드(word) → AES에서 4 바이트를 지칭하는 용어
- 라운드 키는 워드 단위로 생성됨
- 라운드 수가  $N$ 인 경우, key expansion은 다음과 같이  $4(N + 1)$ 개의 워드들을 생성  
→  $w_0, w_1, w_2, \dots, w_{4(N+1)-1}$
- AES-128의 경우 10 라운드이므로 총 44개 워드 생성
- AES-192의 경우 12 라운드이므로 총 52개 워드 생성
- AES-256의 경우 14 라운드이므로 총 60개 워드 생성
- 각 라운드 키는 4개 워드들로 구성됨

Round	Words
Pre-round	$w_0, w_1, w_2, w_3$
1	$w_4, w_5, w_6, w_7$
2	$w_8, w_9, w_{10}, w_{11}$
...	...
$N$	$w_{4N}, w_{4N+1}, w_{4N+2}, w_{4N+3}$

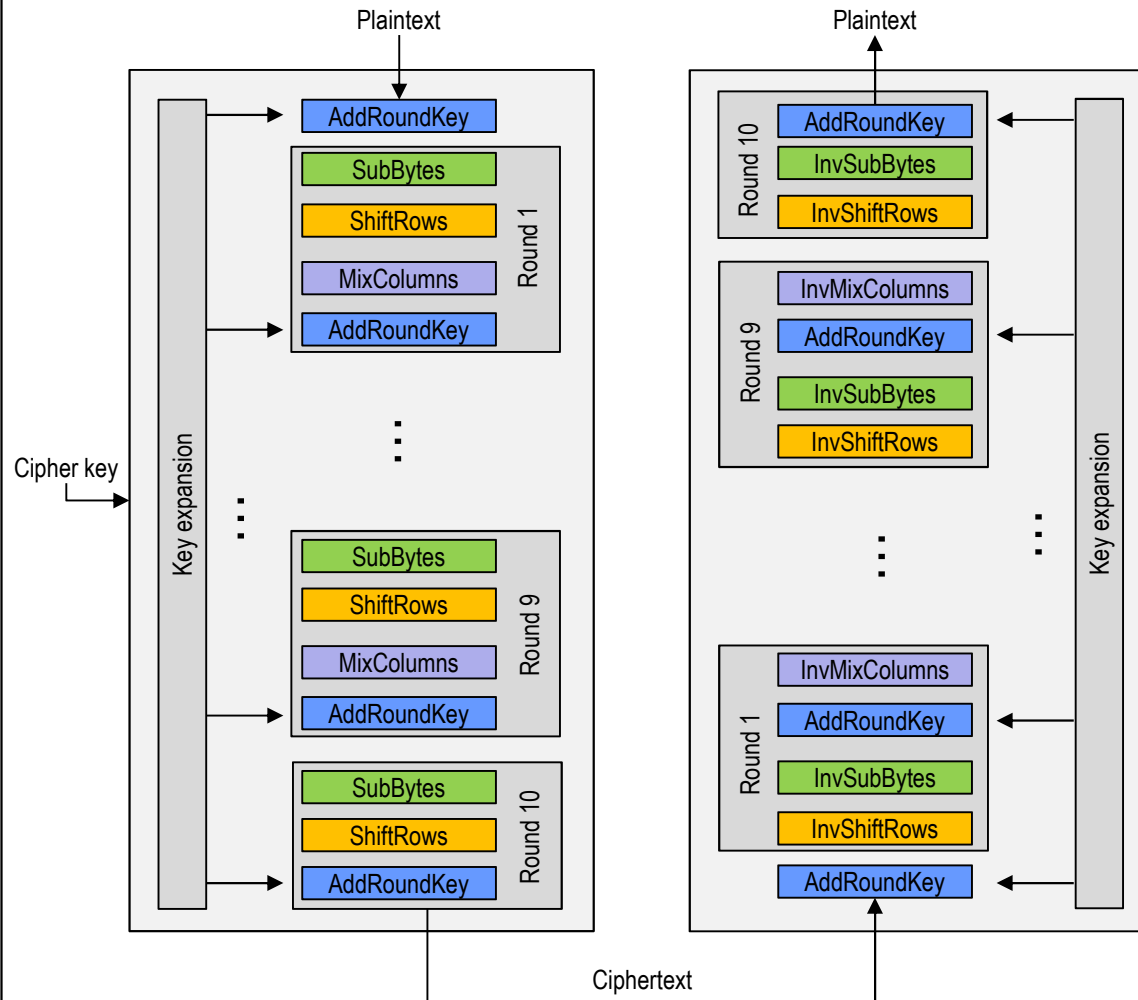
# AES 구조: Key Expansion

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



# AES 구조: Cipher vs. Inverse Cipher – Design #1

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



## Cipher vs. Inverse cipher

- AES는 non-Feistel cipher이므로 각 변환은 가역적임. 즉 cipher와 inverse cipher의 대응하는 변환은 서로의 역
- 단 라운드 키들은 역순 적용 필요
- 그러나 Design #1은 각 라운드의 변환 순서가 cipher와 inverse cipher에서 동일하지 않음. SubBytes와 ShiftRows의 적용 순서가 반대이며, MixColumns와 AddRoundKey의 적용 순서 역시 반대임

## Design #1의 단점

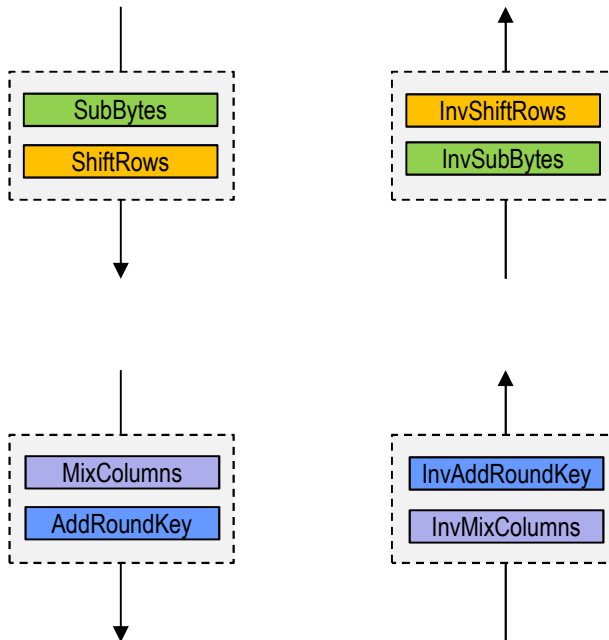
- 암호화 모듈과 복호화 모듈의 구조가 동일하지 않음
- 암호화를 수행하는 장치에서 분리된 암호화 모듈과 복호화 모듈이 필요

# AES 구조: Inverse Cipher – 설계 변경 착안점

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>

## 설계 변경 목표

- 암호화 모듈과 복호화 모듈이 동일한 구조를 갖도록 함
- 즉 암호화 모듈과 복호화 모듈의 변환 순서가 동일하도록 함



## 설계 변경 착안점 1

- SubBytes는 바이트의 내용을 변경하고, ShiftRows는 바이트의 순서를 변경함
- 즉 두 변환의 순서 변경은 SubBytes와 ShiftRows 변환 그룹 측면의 가역성에 영향 없음
- Inverse cipher에서 InvSubBytes와 InvShiftRows의 적용 순서를 변경함

## 설계 변경 착안점 2

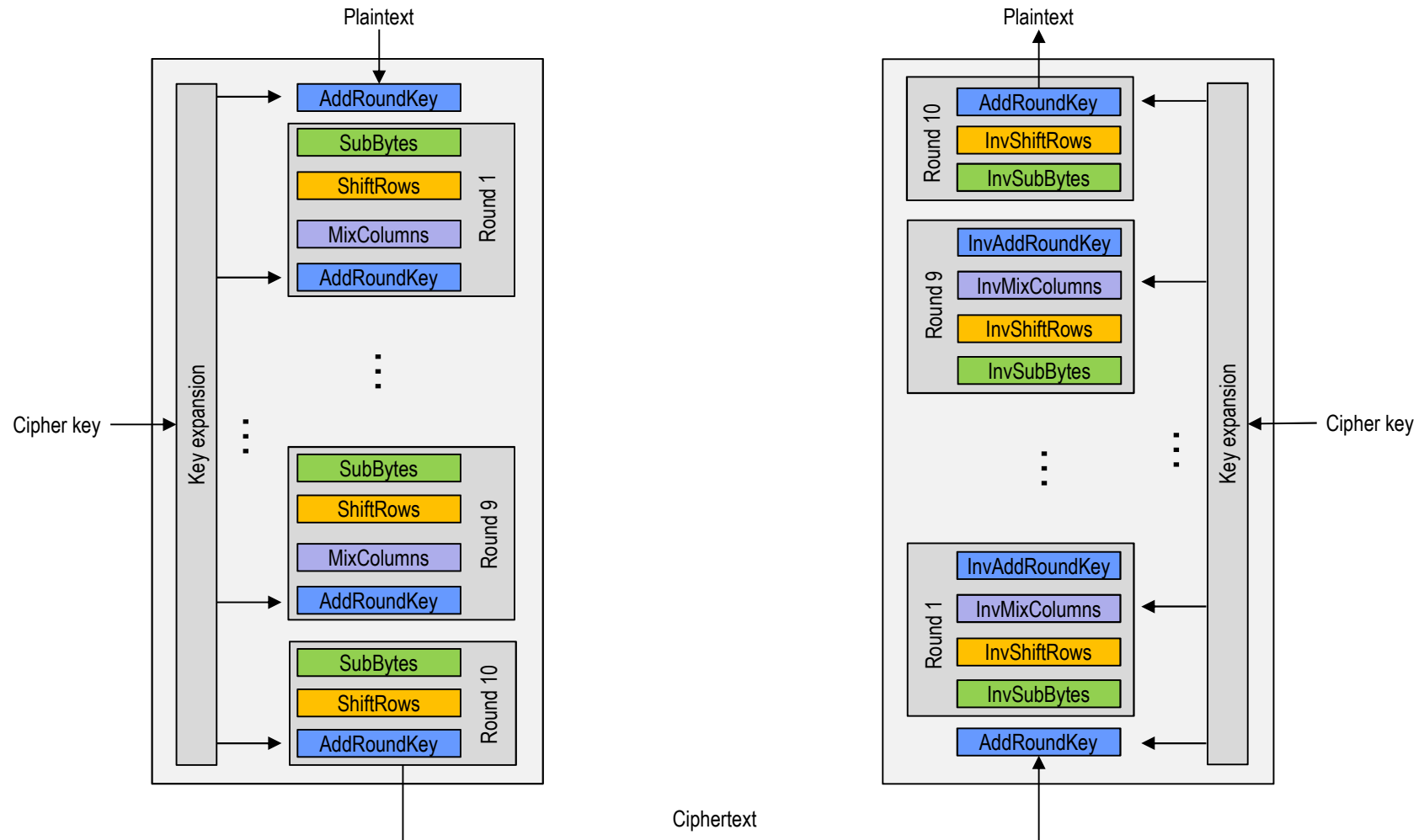
- AddRoundKey에서는 라운드 키의 각 열을 state의 각 열과 XOR 수행하나, InvAddRoundKey에서는 라운드 키의 각 열에 InvMixColumns를 적용한 결과를 state의 각 열과 XOR을 수행함
- AddRoundKey 대신 InvAddRoundKey를 사용하면, InvMixColumns와 InvAddRoundKey의 순서를 변경하더라도 MixColumns과 AddRoundKey 변환 그룹 측면의 가역성에 영향 없음
- InvMixColumns와 InvAddRoundKey의 적용 순서를 변경함

State 행렬  $S$ , MixColumns에서의 상수 행렬  $X$ , InvMixColumns에서의 상수 행렬  $Y$ , AddRoundKey에서의 라운드 키  $K$ 에 대해,  
암호화 모듈의 MixColumns와 AddRoundKey 변환들의 출력은  $XS \oplus K$

복호화 모듈의 InvMixColumns와 InvAddRoundKey 변환들의 출력은  $(Y(XS \oplus K)) \oplus YK = YXS \oplus YK \oplus YK = YXS = S$

# AES 구조: Cipher vs. Inverse Cipher – Design #2

Reference: AES, FIPS PUB 197, <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.197.pdf>



## References

- ✚ Behrouz A. Forouzan, Cryptography and Network Security, McGraw-Hill, 2008
- ✚ William Stallings, Cryptography and Network Security: Principles and Practice, Sixth Edition, Prentice Hall, 2014
- ✚ Christof Paar, Jan Pelzl, Understanding Cryptography: A Textbook for Students and Practitioners, Springer, 2010
- ✚ 김명환, 수리암호학개론, 2019
- ✚ 정민석, 암호수학, 경문사, 2017
- ✚ 최은미, 정수와 암호론, 북스힐, 2019
- ✚ 이민섭, 정수론과 암호론, 교우사, 2008