怎样理解和区分中心极限定理与大数定律？

See http://www.zhihu.com/question/22913867 知乎

概率论与数理统计教材上的解释，每次看过觉得懂了，之后用到还是很混乱。希望找到一个有启发性的解释！
大数定律说的是随机现象平均结果稳定性。
中心极限定理论证随机变量的和的极限分布是正态分布。

假设检验中经常用到 某个统计量标准化（减期望再比方差）后的渐进分布是标准正态，这个应该是中心极限定理最常见的应用之一。在使用这一条的时候有什么限制吗？还是所有统计量都可以套用进来，只需要样本量不太小（比如 30 以上）？

试图从另一个角度给出一个还算启发性的答案。

题主学过微积分的泰勒展开吧，对一个连续可导的函数，在一点局部我们认为这个函数可以用线性函数来拟合，从而有
$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + o(x - x_0)$.
这里面$f(x_0)$ 是零阶项，$f'(x_0)(x - x_0)$是一阶修正，$o(x - x_0)$是高阶小量。

与此对应，我们可以试着对随机变量的进行“局部的泰勒展开”。

假设$X_1, X_2, \cdots$是独立同分布的变量，那么根据大数定律和中心极限定律，我们有

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_n \approx n \cdot \mathbb{E}X_1 + \sqrt{n}\,\mathrm{std}(X_1) \cdot \mathcal{N}(0, 1) + o_p(\sqrt{n}\,\mathrm{std}(X_1)).$$

其中期望$\mathbb{E}X_1$对应$f(x_0)$，标准差$\mathrm{std}(X_1)$对应一阶导$f'(x_0)$，标准正态分布$\mathcal{N}(0,1)$ 对应线性函数 $x - x_0$，$o_p(\sqrt{n}\,\mathrm{std}(X_1))$ 是概率意义下的高阶小量。

通过这个类比我们可以这样理解大数定律和中心极限定律：
1、大数定律和中心极限定律可以看做随机变量的零阶和一阶“泰勒展开”，其中大数定律是随机变量的“零阶估计”，中心极限定律是在大数定律成立下的“一阶导数”，在极限下高阶小量可忽略。
2、大数定律负责给出估计——期望，中心极限定律负责给出大数定律的估计的误差——标准差乘以标准正态分布。
3、通过泰勒展开我们可以对中心极限定理的应用范围有一个直观的估计。为了使泰勒展开成立，我们假设了高阶小量$o_p(\sqrt{n}\,\mathrm{std}(X_1))$ 在取平均（除以n后）是可以忽略的。为了使这一点成立，我们至少需要样本量和方差在同一量级上或者更小。
4、其实我们还可以进行更高阶的展开，貌似三阶展开对应的统计量叫做 skewness，wiki 上常用分布的词条都会给出这一数值。不过实际应用中中心极限定律已经足够，所以通常也就不需要了。