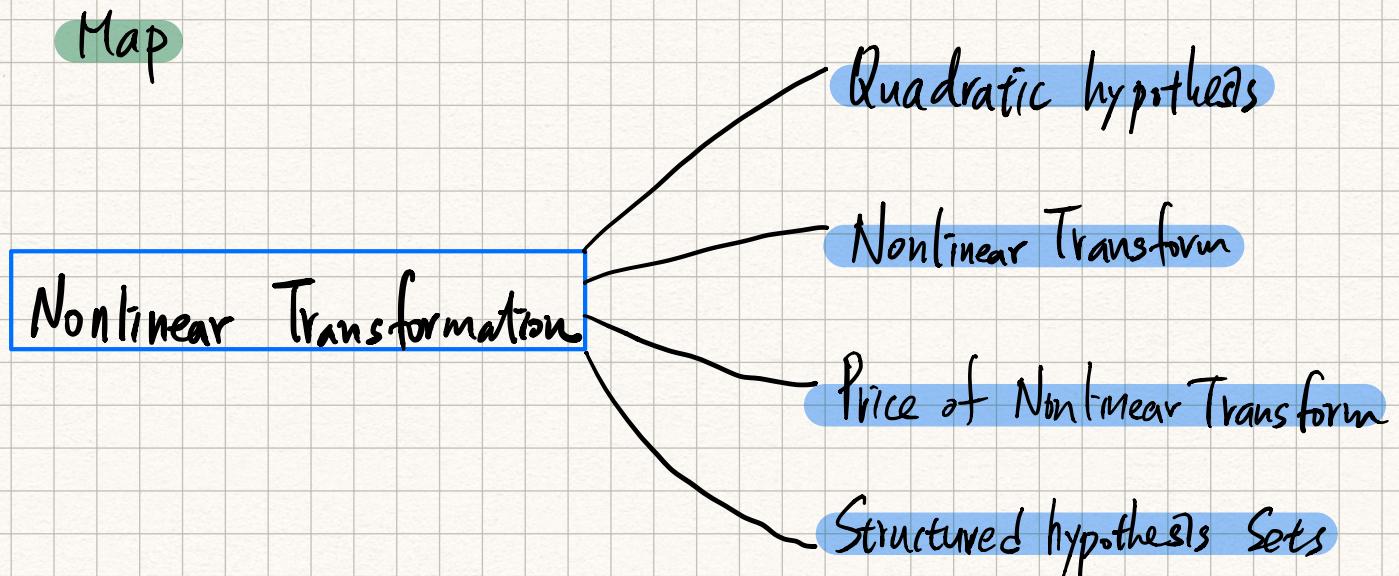
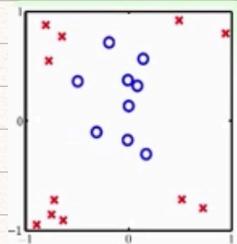


Map



Quadratic hypotheses

使用時機：



當資料無法用一條直線去分隔時，此時可以用曲線來分隔資料，亦即用曲線做為 hypothesis 進行學習。

<回顧>

圓

若設圓心 $O(h,k)$ ，半徑為 r ，則此圓的方程式為 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ 。

椭圆

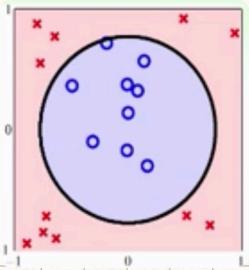
抛物线

	左右型 ○	上下型 ⚪
椭圆方程式	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$

抛物线的 標準式	$F_1': (y-k)^2 = 4c(x-h)$	$F_2': (x-h)^2 = 4c(y-k)$
图形		

双曲线

	左右型	上下型
图形		
標準式	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$-\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$



資料為線性可分時, $S = W^T X$

當資料為非線性可分時, 若以圓做為 hypothesis, 則表示用圓可以分離資料

$$\begin{aligned}
 h_c(x) &= \text{sign}(0.6 - x_1^2 - x_2^2), \Rightarrow \text{圓內為正, 圓外為負} \\
 &= \text{sign}(0.6 \cdot 1 - 1 \cdot x_1^2 - 1 \cdot x_2^2) \\
 &= \text{sign}(\tilde{w}_0 \cdot 1 - \tilde{w}_1 \cdot z_1 - \tilde{w}_2 \cdot z_2) \\
 &= \text{sign}(\tilde{w}^T z) \\
 &= \text{sign}(\tilde{w}^T \phi(x))
 \end{aligned}$$

根據上述範例, 把 hypothesis 一般化可得所需的特徵為 $\Rightarrow 1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2, x_1 x_2$

亦即二次曲線 hypothesis 通式為

$$h(x) = a + b x_1 + c x_2 + d x_1^2 + e x_2^2 + f x_1 x_2$$

除了二次外, 也可以轉換到高次

$$z = \phi_0(x) = 1 \quad \text{dim} = 1$$

$$z = \phi_1(x) = (1, x_1, x_2, \dots, x_N) \quad \text{dim} = HN$$

$$z = \phi_2(x) = (\phi_1(x), x_1^2, x_2^2, \dots, x_1 x_2, \dots, x_2 x_1, x_2 x_3, \dots) \quad \text{dim} = (1+N) + \binom{N}{2}$$

$$z = \phi_3(x) = (\phi_2(x), x_1^3, x_2^3, \dots, x_1 x_2 x_3, \dots) \quad \text{dim} = HN + \binom{N}{2} + \binom{N}{3}$$

$$\text{重複組合: } \binom{Q+N}{Q} = \binom{Q+N}{N}$$

代價：計算量大，儲存空間大，模型複雜度高

隨著次方數愈高， d_{VC} 級愈大， E_{in} 愈小，但模型複雜度也愈高， E_{out} 並不會因為模型的高複雜度而降低

