

106 學年度高級中學資訊學科能力競賽決賽

筆試題目卷

(每題 5 分，共 20 題)

1. 給定一個長度為 n 的陣列 $A[1..n]$ ，其中每一個 $A[k]$ ($1 \leq k \leq n$) 皆為不大於 1000 的正整數。當 n 足夠大時，至少需要多少時間，才能保證在任何可能的輸入下，能將所有 A 中的數字由小到大排列？以下哪個選項最接近？

- (A) $n \log n$
- (B) n^2
- (C) $n *$
- (D) $\log n$

2. 給定一個長度為 n 的陣列 $A[1..n]$ ，其中每一個 $A[k]$ ($1 \leq k \leq n$) 皆為 32 位元之有號整數，請問最佳情形 (best case) 下要讀取多少個不同的 $A[k]$ ，就能夠找到陣列中的最大值？

- (A) $1 *$
- (B) n
- (C) $2^{32}-1$
- (D) $2^{31}-1$

3. 若將數列 35, 45, 23, 47, 23, 34, 65, 13, 51 以某演算法進行升冪排序，已知 35, 23, 23, 34, 13, 45, 47, 65, 51 為排序過程中的暫時結果，請問所採用的排序演算法為何？

- (A) 快速排序法 *
- (B) 插入排序法
- (C) 合併排序法
- (D) 堆積排序法

4. 給定一個長度為 n 的整數陣列 $A[1..n]$ ，其中 $A[1] < A[2] < \dots < A[n]$ ，要判斷這個陣列上是否存在某個 k ($1 \leq k \leq n$)，使得 $A[k]$ 的值恰好等於 k 的狀況，以下何者為非？

- (A) 存在演算法可以在 $O(n \log n)$ 的時間完成判斷
- (B) 存在演算法可以在 $O(n)$ 的時間完成判斷
- (C) 存在演算法可以在 $O(\log n)$ 的時間完成判斷
- (D) 以上有一個選項為非 *

5. 假定你有 400 個臉書好友，有一個間諜偷走了你一個好友的帳號，並且註冊了一個臉書帳號假冒你，他會將你**所有**只限好友觀看的文章轉貼至該帳號的公開塗鴉牆上。你只能夠透過調整好友設定與發表文章，看看有沒有被轉貼至假帳號來查是誰被偷帳號。請問使用最佳的演算法，最糟情形 (worst case) 需要發表幾篇文章才能抓到那個被間諜盜帳號的好友？

- (A) $9 *$
- (B) 10
- (C) 399
- (D) 400

6. 假定你有 400 個臉書好友，有一個間諜偷走了你**一些**好友的帳號，並且註冊了一個臉書帳號假冒你，他會將你**所有**只限好友觀看的文章轉貼至該帳號的公開塗鴉牆上。你只能夠透過調整好友設定與發表文章，看看有沒有被轉貼至假帳號來查是誰被偷帳號。請問使用最佳的演算法，最糟情形 (worst case) 需要發表幾篇文章才能抓到**所有**被間諜盜帳號的好友？

- (A) 9
- (B) 10
- (C) 399
- (D) $400 *$

7. 給定一個 n 個節點 (node) 的二元樹 (binary tree)，其中 x 個節點有兩個子節點， y 個節點只有一個子節點，剩下的 z 個節點沒有子節點。請問下列選項何者為非？

- (A) $n = x + y + z$
- (B) $n = 1 + 2x + y$
- (C) 再增加 $n + 1$ 個新節點，可以使原來的 n 個節點都恰好有兩個子節點
- (D) 當 $x = 0$ 時，該二元樹為一串列 (list) 且 $y = n *$

8. 一棵有 1000 個節點的完全二元樹 (complete binary tree)，節點編號從根節點 (root) 為 1 號開始，由上而下、由左而右遞增，請問不為樹葉的節點 (non-leaf node) 中最大的編號為何？

- (A) 499
- (B) $500 *$
- (C) 511
- (D) 512

9. 一棵滿足以下條件的二元樹 T 可以被稱作二元搜尋樹(binary search tree)：

- (1) T 上每一個節點 u 有一個數字 u.key
- (2) 如果 u 有左邊子樹的節點 v，則 $v.key < u.key$
- (3) 如果 u 有右邊子樹的節點 v，則 $u.key < v.key$

任意給定一條從 T 的根節點出發到某個葉節點的路 P，這條路徑 P 將 T 分成三個不是空集合的區塊，第一個區塊是 P 的左邊，第二個區塊是 P，第三個區塊是 P 的右邊，a 是從第一個區塊隨意選取的某個節點，b 是從第二個區塊隨意選取的某個節點，c 是從第三個區塊隨意選取的某個節點，則以下何者為真？

- (A) $b.key \leq a.key \leq c.key$
- (B) $a.key \leq b.key \leq c.key$
- (C) $c.key \leq b.key \leq a.key$
- (D) 以上皆非 *

10. 下列每一選項為將一棵二元樹中每個節點所儲存的數字依照前序(pre-order) 走訪順序和中序 (in-order) 走訪順序列出。請問哪一個選項中的二元樹不是二元搜尋樹？

- (A) pre-order : 40, 15, 60, 45, 70、in-order : 15, 40, 45, 60, 70
- (B) pre-order : 45, 25, 12, 55, 48, 70、in-order : 12, 25, 45, 48, 55, 70
- (C) pre-order : 30, 12, 8, 22, 38, 35、in-order : 8, 12, 22, 30, 38, 35 *
- (D) pre-order : 40, 30, 22, 80、in-order : 22, 30, 40, 80

11. 以下為 C 語言所撰寫的遞迴函式 gcd (a, b)，擬計算 a 與 b 之最大公因數。函式的尾遞迴 (tail-recursion) 呼叫該如何寫才正確？

```
unsigned int gcd(unsigned int a, unsigned int b){
    if(b == 0){
        return a;
    }else{
        return _____;
    }
}
```

- (A) gcd (a%b, b)
- (B) gcd (b, a%b) *
- (C) gcd (a%b, a)
- (D) gcd (a, a%b)

12. 以下為 C 語言所撰寫的函式 f()，哪個選項的回傳值最大？

```
int f(int x){
    int a = 0;
    while (x) {
        a += x%10;
        x /= 10;
    }
    return a;
}
```

- (A) f(917)
- (B) f(382)
- (C) f(1136)
- (D) f(559) *

13. 以下為 C 語言所撰寫的函式 f()，給定兩個 32 位元有號正整數值 a 與 b，在不超出 int 型態之數值範圍的情況下，f() 會回傳 a^b 的值。請問程式的兩個缺空處依序應填？

```
int f(int a, int b){
    if(b == 0) return 1;
    if(b == 1) return a;
    int c = f(a, _____);
    if (_____) return c*c*a;
    else return c*c;
}
```

- (A) b-1 與 b
- (B) b-1 與 b%2
- (C) b/2 與 b>1
- (D) b/2 與 b%2 *

14. 以下為 C 語言所撰寫的函式 f()，請問呼叫 f(1, 5)的回傳值為下列何者？

```
int f(int n, int m){  
    if(n > m) return 0;  
    if(n == m) return 1;  
    return f(n+1, m)+f(n, m-n);  
}
```

- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7 *

15. 請問下列十進位小數，哪個轉換成二進位小數後，會成為無限循環小數？

- (A) 0.5
- (B) 0.2 *
- (C) 0.125
- (D) 以上皆非

16. C 語言有號整數的二進制表示法，若給定正整數 X 後，其對應的負數-X 如何表示？

- (A) 最高有效位元 0 改成 1
- (B) 所有位元 0 改成 1，1 改成 0
- (C) 1 補數法 (one's complement)
- (D) 2 補數法 (two's complement) *

17. 給定後序運算式：2 5 + 4 * 6 3 / -，請問此運算式的值為何？

- (A) 20
- (B) 22
- (C) 24
- (D) 26 *

18. 請問下列哪個數字最大？

- (A) 2^{32}
- (B) 10^9
- (C) $13!$ *
- (D) 1.1^{111}

19. S 為一非負整數的集合，定義一函數 $f(S) = \min\{k \in \mathbb{Z}: k \geq 0 \text{ 且 } k \notin S\}$ ，即不屬於集合 S 的最小非負整數，令

$$x \oplus S = \{x \oplus y : y \in S\} \text{ 以及 } S \oplus x = \{y \oplus x : y \in S\}。$$

其中 $x \oplus y$ 表示將 x 和 y 轉成二進位後進行 xor (exclusive or) 的運算。假設 x 和 y 為非負整數， S 和 T 為非負整數的集合，且 $u = f(S)$, $v = f(T)$ ，關於 $u \oplus v$ 下列何者為真？

- (A) $u \oplus v = f(S \oplus v)$
- (B) $u \oplus v = f(u \oplus T)$
- (C) $u \oplus v = f((u \oplus T) \cup (S \oplus v))^*$
- (D) $u \oplus v = f((u \oplus T) \cap (S \oplus v))$

20. G 是一個 6 節點的簡單無向圖（邊上沒有方向、沒有重複的邊、沒有兩端點一樣的邊），下列何者為非？

- (A) 若 G 沒有環 (cycle)，則 G 最多只有 5 個邊
- (B) 若 G 有 12 個邊，則 G 有一個長度為 6 的環，使得每個節點在這環上只出現過一次
- (C) G 最多只有 15 個邊
- (D) 若 G 只有 6 個邊，則 G 最多只有一個環 *