

一、要回家的銷售員 (Salesman)

執行時間：1 秒

問題描述

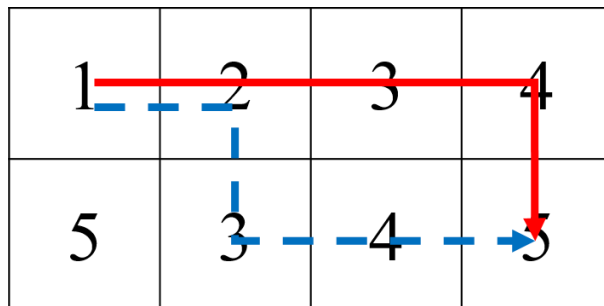
經過一整天辛苦的在派桑地區工作後，兩位爪哇公司的銷售員：小敏跟小雁，終於要回家了。但是，他們在回家的路上，看到了一個 $N \times M$ 大小的迷宮， $(1,1)$ 位於迷宮的左上角，而 (N,M) 位於迷宮的右下角。在迷宮的每個格子中，都寫著一個數字 $a_{i,j}$ ，代表這個格子的顏色。

而且，在迷宮的入口中，寫了以下的告示：

1. 本迷宮的入口為 $(1,1)$ ，出口為 (N,M) 。
2. 在本迷宮中，**只能往右或往下走**。如果你在 (i,j) ，往右走會變成 $(i+1,j)$ ，而往下走會變成 $(i,j+1)$ 。
3. 定義一條路徑為：從 $(1,1)$ 走到 (N,M) 的走法。

現在，小敏跟小雁想要走出兩條不同的路徑，使得沿途經過格子顏色**依序**都是一樣的！身為丙正正公司的程式設計師，你的任務是要寫一支程式，告訴小敏以及小雁，這件事情有沒有可能發生。兩條路徑如果是不同的路徑，代表存在一個格子 (i,j) ，其中一條路徑有經過那個格子，而另外一條路徑沒有經過。

下圖即是範例測試一第一筆測試資料的迷宮，兩條箭頭代表小敏與小雁找到的其中兩條路徑，經過的顏色編號皆為 $\{1,2,3,4\}$ 。



輸入格式

輸入首行為一個正整數 $T (1 \leq T \leq 10)$ ，代表接下來有 T 筆測試資料。每筆測試資料的第一行包含兩個正整數 $N, M (2 \leq N, M \leq 100)$ ，代表小敏與小雁找到的迷宮的大小。接下來的 N 行，每行有 M 個以一個空白隔開的正整數 $a_{i,j} (1 \leq a_{i,j} \leq 100)$ ，代表 (i,j) 這個格子的顏色。

輸出格式

如果小敏與小雁找到的兩條不同的路徑，使得沿途依序經過的顏色是一樣的，請輸出 “Yes”(不含引號) 於一行；否則請輸出 “No”(不含引號) 於一行。

輸入範例一	輸出範例一
3	Yes
2 4	Yes
1 2 3 4	No
5 3 4 5	
2 2	
1 2	
2 3	
2 2	
1 3	
2 1	

輸入範例二	輸出範例二
2	Yes
2 5	Yes
1 3 4 5 2	
1 4 4 6 2	
4 3	
8 4 4	
4 4 3	
4 3 2	
4 2 5	

評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。

子任務	分數	額外輸入限制
1	19	$N = M = 2$ 。
2	32	$N = 2, M \leq 30$ 。
3	29	$N, M \leq 30$ 。
4	20	無特別限制。

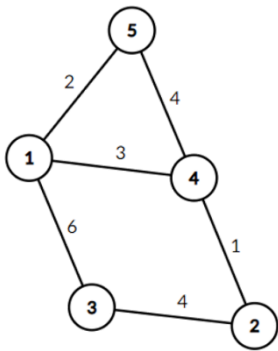
二、無環圖 (Acyclic_graph)

執行時間：1 秒

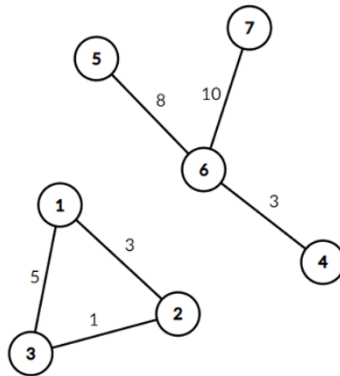
問題描述

在一個無向圖(undirected graph) G 上，若存在一個 G 中點的序列 $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$ ，滿足 $v_1 = v_k$ 且對於所有 $1 \leq i < k$ ， v_i 和 v_{i+1} 之間都有邊，那麼我們就說該序列形成了一個「環」(cycle)。對於一張無向圖，如果我們在上面找不到任何環，那麼我們就稱該圖為一張「無環圖」(acyclic graph)。

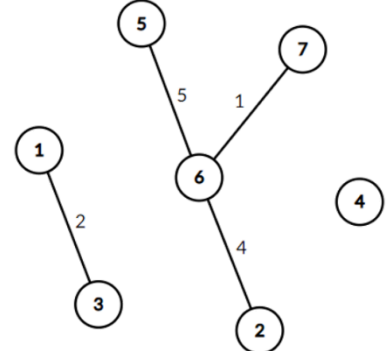
現在給定一張無向圖，我們為每條邊賦予邊權，每刪去一條邊，就得花費該邊權重的費用，請你使用最少花費刪除一些邊，使得該圖變成一張「無環圖」。例如：圖(a)中有三個環，分別是 $(1,4,5,1)$, $(1,3,2,4,1)$, $(1,3,2,4,5,1)$ ，我們只需要刪去 $\{2,4\}$ 和 $\{1,5\}$ 這兩條邊，就可以讓圖(a)的環都被斷開，而且只需要花費 $1 + 2 = 3$ ，同時為最小花費；圖(b)只有一個環 $(1,2,3)$ ，所以我們只需要刪去 $\{2,3\}$ 這條邊，花費 1 就可以使圖(b)的環被斷開；圖(c)由於本身就沒有環，所以我們不需要任何花費，也就是花費 0 就能使圖(c)沒有環。



(a)



(b)



(c)

請注意，給定的圖不一定會連通。

輸入格式

測試資料第一行有兩個數字 N, M ，第一個數字 N 表示圖中的頂點數， $1 < N \leq 10^5$ ，第二個數字 M 表示圖中的邊數， $1 \leq M \leq 3 \times 10^5$ ，接下來會有 M 行，每行有三個正整數 u, v, w ， $u \neq v$ ， $1 \leq u \leq N$ ， $1 \leq v \leq N$ ， $1 \leq w \leq 5000$ ，表示頂點 u 和 v 之間有一條邊，且該邊的權重為 w 。(可能會有重複邊)

輸出格式

輸出一個數字於一行，代表最少的花費，使得刪除最少花費的一些邊後，該圖會變成一張無環圖。

輸入範例一 5 6 1 5 2 1 3 6 1 4 3 3 2 4 4 2 1 4 5 4	輸出範例一 3
---	-------------------

輸入範例二 7 6 1 2 3 2 3 1 3 1 5 5 6 8 4 6 3 6 7 10	輸出範例二 1
--	-------------------

輸入範例三 7 4 1 3 2 2 6 4 5 6 5 6 7 1	輸出範例三 0
---	-------------------

評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。

子任務	分數	額外輸入限制
1	21	對於每個點，連接他的邊不超過兩條。
2	42	$N \leq 1000, M \leq 3000$ 。
3	20	所有邊權為 1。
4	17	無特別限制。

三、序列構造 (Sequence)

執行時間：1.5 秒

問題描述

這天，小冠正在練習寫程式，他遇到了這樣一道題目：「給定一組序列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$ ， Q 筆 l, r 代表詢問 $a_l, a_{l+1}, \dots, a_{r-1}, a_r$ 所有元素經 bitwise-or 運算後的結果」。

對於任兩個布林變數 $x, y \in \{0, 1\}$ ，將這兩個變數進行 or 運算的話，只要 x 或 y 其中一個為 1，則運算結果為 1，否則為 0。兩個元素 bitwise-or 運算即代表將兩個元素轉換成二進位後，對齊最低位元，將各位元進行 or 運算，例如 9 跟 3 進行 bitwise-or 運算，即為

$1001_{(2)}$ 跟 $0011_{(2)}$ 的各位元進行 or 運算，結果為 $1011_{(2)}$ 也就是 11，因此 9 跟 3 進行 bitwise-or 運算後的結果為 11，在程式中使用「|」運算子可以查看任兩數字經 bitwise-or 運算後的結果。

小冠很輕鬆地就用他學到的程式技巧寫完這題了，但答對這題之後他不禁思考，如果今天已知 Q 筆 l, r 代表詢問 $a_l, a_{l+1}, \dots, a_{r-1}, a_r$ 所有元素經 bitwise-or 運算後的結果 c 的話，有辦法還原出原本的序列嗎？如果有很多組解，那序列元素總和最小的解會是多少呢？

在本題中，你會獲得 Q 筆 l, r, c ，代表在詢問的序列中 $a_l, a_{l+1}, \dots, a_{r-1}, a_r$ 所有元素經 bitwise-or 運算後的結果為 c ，接著你需要構造出一組長度為 N 的序列，使得該序列經過上述 Q 筆詢問後的結果一致且序列總和最小的解，**若你構造出來的序列總和並不是最小，依舊可以獲得 50% 的分數，並且我們保證有至少一組解符合上述的 Q 筆詢問。**

輸入格式

首行輸入兩個正整數 $N, Q (N, Q \leq 5 \times 10^5)$ ，接下來 Q 行每行有三個整數 $l, r, c (1 \leq l \leq r \leq N, 0 \leq c < 2^{30})$ 代表 $a_l, a_{l+1}, \dots, a_{r-1}, a_r$ 所有元素經 bitwise-or 運算後的結果為 c 。

輸出格式

輸出一行符合題目需求且長度為 N 的序列，序列中的數字以單一空格隔開。你輸出序列的所有數字 a_i 必須符合 $0 \leq a_i < 2^{30}$ ，且皆為整數。

輸入範例一	輸出範例一
6 5	0 1 0 0 0 1
1 2 1	
2 3 1	
3 5 0	
1 4 1	
5 6 1	

輸入範例二	輸出範例二
8 5	0 1091 20652 8208 100608 66114 7552
1 3 21743	32
6 8 73698	
2 5 130559	
3 4 28860	
1 8 131071	

評分說明

本題共有五組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。**對於每一個子任務，若你構造出來的序列總和並不是最小，依舊可以獲得 50% 的分數。**

子任務	分數	額外輸入限制
1	17	$N \leq 16, Q \leq 10, c \in \{0,1\}$ 。
2	26	$N \leq 10^5, Q \leq 10^5, c = 1$ 。
3	13	$N \leq 10^5, Q \leq 10^5, c \in \{0,1\}$ 。
4	25	$N \leq 10^5, Q \leq 10^5$ 。
5	19	無特別限制。

四、土地徵收 (Land)

執行時間：1 秒

本題是互動題

C/C++的使用者請在程式碼的首行加上「#include "Land.h"」，其餘詳細的範例請見該題 CMS 內的附件檔案「Land.c/Land.cpp/Land.java」

問題描述

歪批國正在徵收土地，經由最佳化計算出的土地規劃，歪批國勢必得徵收到小 P 的土地。小 P 私底下很不爽這件事，他某天晚上偷偷逃離了歪批國，使得沒有人找得到他在哪裡。

歪批國對此非常懊惱，因為小 P 的土地有 10^{18} 公頃這麼大，但其實大多數的地區都被小 P 下毒過了，真正能用的區域只剩下一個矩形而已，如果把小 P 的土地用一格一公頃的座標表示，左下角是 $(0,0)$ ，右上角是 $(10^9, 10^9)$ ，則這個矩形的範圍就是由左下角 (a,b) 一直到右上角 (c,d) 所劃出的範圍 $(0 \leq a < c \leq 10^9, 0 \leq b < d \leq 10^9)$ 。

而問題便是，小 P 並沒有留下任何關於可用土地範圍的資訊，所以歪批國根本無法輕易得知哪些地方能用。為了解決這個問題，科學家們研發出一個可以自由伸縮大小的矩形探測器，它可以幫助歪批國計算出一些資訊，經由探測器自動轉換數據過後，探測器會回傳「這個矩形中，可用區域的面積」。

不過這個探測器非常耗電，基於電量考量，歪批國希望探測的次數越少越好，你能夠幫忙歪批國找到矩形實際的位置（找出 a, b, c, d ）嗎？

實作細節

評分端會提供一個物件：

C/C++	Java
<pre>typedef struct rectangle{ int a,b,c,d; }rectangle;</pre>	<pre>public class rectangle{ int a, b, c, d; }</pre>

你需要完成以下函式：

```
rectangle find_rectangle(int subtask);
```

- 該函式可能會在同一筆測資內被呼叫至多 10^4 次，請務必在每次呼叫時確保函式有經過重設。
- subtask* 變數表示該筆測資隸屬的子任務編號(見評分說明)。
- 請在找到矩形的位置後，回傳一個內含矩形正確位置座標的 *rectangle* 物件。

你的程式可以呼叫以下函式：

```
long long area(int x1, int y1, int x2, int y2);
```

- 代表你要偵測「左下角 $(x1,y1)$ 右上角 $(x2,y2)$ 矩形中可用區域的面積」，該函式會回傳你一個非負整數，代表面積。
- 基於電量考量，該函式至多只能被呼叫 128 次。
- 你傳入的整數需滿足 $0 \leq x1 < x2 \leq 10^9, 0 \leq y1 < y2 \leq 10^9$ 。
- 請注意函式的回傳型態為 long long (在 Java 內為 long)。

如果不滿足上述條件、或是回傳值不符合題目要求，你的程式會被判為 **Wrong Answer**；否則你的程式會被判斷為 **Accepted**。

互動範例

考慮以下的測試資料： $a = 2, b = 2, c = 4, d = 5$ 。

評分程式呼叫 `find_rectangle(subtask)`，一個被評分程式判斷為 **Accepted** 的互動例子顯示如下：

Call	Return
<code>area(0,0,100,100)</code>	6
<code>area(0,0,5,5)</code>	6
<code>area(0,0,3,3)</code>	1
<code>area(2,2,4,4)</code>	4
<code>area(2,2,5,4)</code>	4
<code>area(2,2,4,5)</code>	6
	<code>rectangle{2,2,4,5}</code>

評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	14	$0 \leq a < c \leq 60, 0 \leq b < d \leq 60, subtask = 1$ 。
2	34	$a = 0, c = 1, subtask = 2$ 。
3	52	$subtask \in \{1,2,3\}$ 。 只有在本子任務內，你的分數將根據你多次呼叫所得到的詢問次數「 x 」的最大值進行評分： <ul style="list-style-type: none"> • 若 $x > 128$，則你將獲得 0 分。 • 若 $100 < x \leq 128$，則你將獲得 6 分。 • 若 $70 < x \leq 100$，則你將獲得 $2 + \frac{540}{x-40}$ 分。 • 若 $62 < x \leq 70$，則你將獲得 $34 - \frac{2 \times (x-63)^2}{7}$ 分。 • 若 $x \leq 62$，你將獲得 $\min(52 - 7 \times (x - 60), 52)$ 分。

範例評分程式

範例評分程式以下列格式讀取輸入：

- 第 1 列： T *subtask*
- 第 $2 \sim T + 1$ 列： a b c d

其中 T 為測資筆數，*subtask* 為子任務編號， a, b, c, d 如題目所述。

當然， a, b, c, d 必須滿足 $0 \leq a < c \leq 10^9, 0 \leq b < d \leq 10^9$ 。

請注意：使用自己上傳的測試資料進行測試時，沒有下面 MSG 描述的情形時你會得到 **Accepted**。如果你的程式被評為 **Accepted**，範例評分程式會輸出 **Accepted: q**，其中 q 表示呼叫 `area()` 函式的總次數。如果你的程式被評為 **Wrong Answer**，範例評分程式會輸出 **Wrong Answer: MSG**，其中 MSG 格式與意義如下：

- **invalid query:** 存在任何一次不合法的 `area()` 呼叫。
- **too many queries:** 存在任何一筆 `find_rectangle()` 的函式呼叫內，呼叫的 `area()` 總次數超過 128 次。
- **incorrect place:** 每當 `find_rectangle()` 函數執行結束後， a, b, c, d 內的值與當前答案不相符。

在 CMS 內的附件檔案中，有一個名為「Land」的 `.c/.cpp/.java` 檔案，內部已經有寫好一些東西的檔案，直接上傳該檔案並不會導致 CE，並且往後你要寫的程式都可以參考這份檔案，並在這份檔案內進行修改、編譯及執行。

請注意，在 C/C++ 的檔案內有兩行註解分別為「do not modify above」和「do not modify below」，這兩行意味著希望你盡量只更動被這兩行夾住的區域，若你對互動題並沒有很熟悉，請不要更動外面的區域，更動外面的區域不會也不可能讓你能直接拿到更高的分數。

Java 的使用者可以在 linux 作業系統下使用「`compile_java.sh`」、或是在 windows 作業系統下使用「`compile_java.bat`」進行編譯；我們同樣有提供 C/C++ 的使用者

「`compile_c.sh/compile_cpp.sh/compile_c.bat/compile_cpp.sh`」做使用，請選手請根據自己的需求多加利用。

五、AI-777 賺多少 (AI)

執行時間：0.777 秒

問題描述

看著 2066 年 6 月 6 日 Automatic Investment 公司開發出來商品價格的預測系統「AI-666」，身為瘋狂科學家的小 Y 感到氣氣氣氣氣，所以他決定開發出一個新的系統，用來直接擾亂未來股市的股價波動，他將此系統命名為「AI-777」。商品交易的規則是這樣的：

1. 每天商品的價格都有可能不同，所以買家可以選擇一天買入商品，並在往後的另一天賣出該商品來透過價差獲利。
2. 由於法令的規定，在此期間內最多只能進行一次的交易(一次交易包含買賣各一次)。

AI-777 的使用方法如下：首先先將 AI-666 預測出來 N 天的商品價格(一個長度 N 的正整數序列)轉換成商品價差(一個長度 $N-1$ 的整數序列 $d_1 \sim d_{N-1}$ ，也就是說，序列中第 i 個數字，實際上會是第 i 天和第 $i+1$ 天的商品價差)。

接著，AI-777 會根據現在的社會局勢生產出 K 個整數 $x_1 \sim x_K$ ，得到這些數字之後，使用者就可以把轉換過後的序列中選擇出至多 K 個位置的數字換成 AI-777 生產出來的數字(每個數字只能用一次，可以用任意順序使用，也可以用來修改任意位置的價差，而且可以不用用完)。在更改完價差序列後，使用者可以把價差序列轉換回長度 N 的價格序列，並在未來籌畫策略進行交易。

舉例來說，以下是 AI-666 系統預測出來 10 天的價格：

天數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
價格	10^{15}	10^{15} + 56	10^{15} + 18	10^{15} - 44	10^{15} + 43	10^{15} - 1	10^{15} + 1	10^{15} - 33	10^{15} - 5	10^{15} + 29

如果 AI-777 給出的序列為 $\{20, -3\}$ ，首先我們先做出價差序列的轉換：

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d_i	56	-38	-62	87	-44	2	-34	28	34

我們可以把第 5、7 天依序修改成 AI-777 給定的數字。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d_i	56	-38	-62	87	20	2	-3	28	34

再來我們要轉換回新的價格序列，由於第 1 天的價格是 10^{15} ，所以第 2 天的價格是 $10^{15} + 56$ 、第 3 天是 $10^{15} + 56 - 38 = 10^{15} + 18$ 、……。也就是說，得出第 i 天的價格 p_i 後，第 $i+1$ 天的價格就是 $p_i + d_i$ 。

天數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
價格	10^{15}	10^{15} + 56	10^{15} + 18	10^{15} - 44	10^{15} + 43	10^{15} + 63	10^{15} + 65	10^{15} + 62	10^{15} + 90	10^{15} + 124

最後，選擇在第 4 天買入商品，在第 10 天賣出商品，就可以擁有最大獲利 $(10^{15} + 124) - (10^{15} - 44) = 168$ 。

小 Y 在搞定 AI-777 之後就已經精疲力盡了，所以他想請你幫他計算出，假設 AI-666 的價格預測是準確的，且 AI-777 也確實可以擾亂未來股市，那麼在預測到的那 N 天當中，進行一次交易最多可以賺到多少錢？請注意，在本題當中，AI-666 預測出來第一天的商品價格永遠為 10^{15} 。

輸入格式

輸入共有三行。首行為三個非負整數 $N, K (1 \leq N \leq 10^5, 0 \leq K \leq 100)$ ，分別代表時間點數和 AI-777 生產出來的數字個數。接下來一行 $N - 1$ 個整數 $d_1 \sim d_{N-1} (|d_i| \leq 10^9)$ ，其中 d_i 代表 AI-666 預測出來的商品價格中，第 $i + 1$ 天的商品價格扣掉第 i 天的商品價格最後一行會有 K 個整數 $x_1 \sim x_K (|x_i| \leq 10^9)$ ，代表 AI-777 生產出來的 K 個數字。

輸出格式

以單獨一行輸出最大可能獲利，若無法獲利則應輸出 0。

輸入範例一 10 0 56 -38 -62 87 -44 2 -34 28 34	輸出範例一 87
--	-------------

輸入範例二 10 2 56 -38 -62 87 -44 2 -34 28 34 20 -3	輸出範例二 168
---	--------------

評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。

子任務	分數	額外輸入限制
1	15	$K = 0$ 。
2	20	$K = 1$ 。
3	43	所有 x_i 相同。
4	22	無特別限制。

六、直升機載寶 (Helicopter)

執行時間：3 秒

問題描述

在小智所居住的「天空之城」中，總共會有 N 隻寶可夢（寶可夢以 1 到 N 編號），第 i 隻寶可夢的體重為 a_i 。現在，小智打算把這些寶可夢通通載到若干臺直升機上面，好讓他可以成功的帶走這些寶可夢。

在天空之城中，所有的直升機都是同一個型號，並且擁有相同的載重上限 W 。在一台直升機中，**至多只能載兩隻寶可夢**，並且**寶可夢的體重總和不能超過載重上限**。現在，小智希望你告訴他，他最少要派遣多少台直升機，才能把所有的寶可夢通通載進直升機裡面。注意到小智可以使用**任意順序**去載寶可夢。

在接下來的 Q 天裡面，每天都有不同的事情發生。在第 i 天中，編號為 x_i 的寶可夢實施了魔法，從當天開始，把他的體重變成 y_i 了。注意到編號為 x_i 的寶可夢的體重在改變後，直到下一次再次改變體重之前，體重都會保持在 y_i ！

現在，對於每一天，請你告訴小智，要派遣多少台直升機，才能把所有的寶可夢載進直升機裡面。

輸入格式

輸入的第一行包含三個整數 N, Q, W ($1 \leq N \leq 2 \times 10^5, 0 \leq Q \leq 2 \times 10^5, 1 \leq W \leq 10^9$)，分別代表「天空之城」中的寶可夢個數、接下來會發生事情的天數，以及直升機的載重上限。接下來的一行，會包含 N 個以一個空白隔開的正整數 a_1, a_2, \dots, a_N ($1 \leq a_i \leq W$)。 a_i 代表第 i 隻寶可夢的體重。接下來的 Q 行，第 i 行包含兩個正整數 x_i, y_i ($1 \leq x_i \leq N, 1 \leq y_i \leq W$)。代表第 x_i 隻寶可夢從第 i 天開始，把自己的體重變成 y_i 了。

輸出格式

請輸出 $Q + 1$ 行。第一行請輸出在還沒有任何事情發生時，小智至少要派遣多少台直升機，才能把所有的寶可夢載進去。接下來的 Q 行，在第 i 行中請輸出一個整數，代表在第 i 天時，小智至少要派遣多少台直升機，才能把所有的寶可夢載進去。

輸入範例一	輸出範例一
7 0 5	5
3 5 4 3 1 2 4	

輸入範例二	輸出範例二
5 4 10	3
8 8 1 3 6	4
3 10	4
3 3	3
1 1	3
5 10	

評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。

子任務	分數	額外輸入限制
1	25	$Q = 0$ 。
2	32	$W \leq 200$ 。
3	43	無特別限制。

七、競程精靈 (Elves)

執行時間：1.7 秒

問題描述

在競程國內，居住著一群神秘的小精靈，傳說中只要找到其中一隻精靈，並對祂許願，就可以在程式比賽中拿到很多 AC。

已知競程國是一個 N 點（點以 1 到 N 編號） M 邊的無向連通簡單圖（沒有重邊、自環）。經由長久以來人們對這些精靈的觀察，每隻精靈都有可能固定居住在一個點上，但這個點必須滿足以下定義：

如果一個點 v 是精靈有可能居住的點，那麼肯定存在兩個相異的環，使得這兩個環之間沒有共同的邊、這兩個環都有經過點 v 、這兩個環相交於至多兩個點（包含點 v ）。

由於下個禮拜就是全國資訊學科能力競賽了，恰好剛旅行到競程國、而且下禮拜也要比全國賽的你，可以寫出一支程式讀進競程國的圖之後，找到所有可能居住著精靈的點編號嗎？

輸入格式

輸入的第一行包含兩個整數 $N, M (1 \leq N \leq 5 \times 10^5, N - 1 \leq M \leq \min(\frac{N(N-1)}{2}, 5 \times 10^5))$ ，代表競程國圖的點數、邊數。接下來的 M 行，每行包含兩個正整數 $a_i, b_i (1 \leq a_i, b_i \leq N)$ ，代表點 a_i 跟點 b_i 之間有一條邊。保證輸入的圖是無向簡單連通圖。

輸出格式

輸出包含一行。如果沒有任何可能的精靈居住點，請輸出 None 於一行；否則，請由小到大輸出所有可能的精靈居住點編號。

輸入範例一	輸出範例一
5 6 1 2 2 3 3 1 1 4 4 5 5 1	1

輸入範例二 1 0	輸出範例二 None
--------------	---------------

輸入範例三 6 10 1 2 2 3 3 4 4 1 1 5 5 6 6 1 2 5 3 5 6 2	輸出範例三 1 2 5
---	----------------

補充說明

一張圖如果是仙人掌，代表圖上的每一條邊，至多只會落在一個簡單環上面。一個環如果是簡單環，代表環上每一個點 (v_1, v_2, \dots, v_{k-1}) 都是不一樣的。如果不清楚環的定義，請參考「無環圖」這題的題目敘述。

評分說明

本題共有五組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。

子任務	分數	額外輸入限制
1	25	$N, M \leq 70$ 。
2	20	$N, M \leq 2000$ 。
3	28	$N \leq 10^5$ ， $M \leq 1.1 \times 10^5$ ，給定的圖是仙人掌。
4	14	$N \leq 10^5$ ， $M \leq 1.1 \times 10^5$ 。
5	13	無特別限制。

八、城市分析 (City)

執行時間：6 秒

問題描述

在小菜與小蘇所居住的城市中，總共包含了 N 家販賣服裝的商店，商店以 0 到 $N-1$ 作為編號。在往後的敘述中，如果出現第 i 家店，就代表編號為 i 的商店。在每家商店中，都販賣著不同的服裝，第 i 家店所販賣的服裝種類為 a_i 。

在接下來的 Q 天裡面，小菜與小蘇會對於這 N 家店做出一些研究與觀察。觀察總共分為兩類，分別說明如下：

1. 更換種類：小菜與小蘇發現，第 x 家商店所販賣服裝種類，從當天開始，換成 y 了。注意到第 x 家商店所販賣的服裝種類在改變後，直到下一次再次「更換種類」之前，所販賣的服裝種類一直都會是 y ！
2. 購買衣服：小菜會從第 $L, L+1, \dots, R$ 家店隨機購買一件服裝，小蘇會從第 $l, l+1, \dots, r$ 家店隨機購買一件服裝。她們很好奇，她們購買到相同種類的服裝的機率是多少？由於這個數字可能是浮點數，為了避免誤差，她們想知道這個機率乘上 $(R-L+1)(r-l+1)$ 的結果。

由於小菜與小蘇的數學都不太好，所以想請你寫一支程式，幫幫她們回答這些困難的問題

輸入格式

輸入的第一行包含三個整數 $N, Q, c (1 \leq N, Q \leq 10^5, 0 \leq c \leq 1)$ ，分別代表小菜與小蘇所居住城市中的商店個數、小菜與小蘇所要進行研究的天數，以及一個之後會用的參數。接下來的一行，包含了 N 個以空白隔開的整數 $a_0, a_1, \dots, a_{N-1} (0 \leq a_i < 10^5)$ ， a_i 代表第 i 家店一開始所販賣的服裝種類。

接下來的 Q 行，第 i 行代表小菜與小蘇在第 i 天所進行的觀察與研究。觀察與研究的格式如下：

- 1 $x' y'$ ：代表「更換種類」這個觀察與研究。
- 2 $L' R' l' r'$ ：代表「購買衣服」這個觀察與研究。

小菜和小蘇為了避免你太慢告訴她們答案，因此她們把 x, y, L, R, l, r 做了個加密。

定義 $last_ans$ 為上一次「購買衣服」的答案，如果之前都沒有「購買衣服」，則這個數字定義為 0。如果要還原出原本的 x, y, L, R, l, r ，必須採用下面的公式：

- $x = (x' + c \times last_ans) \bmod N$
- $y = (y' + c \times last_ans) \bmod 10^5$
- $L = (L' + c \times last_ans) \bmod N$
- $R = (R' + c \times last_ans) \bmod N$
- $l = (l' + c \times last_ans) \bmod N$
- $r = (r' + c \times last_ans) \bmod N$

藉由上面的公式，你才能得知真正的 x, y, L, R, l, r 。請注意到，本題有很多的子任務， c 的值會是 0！其中我們保證所有觀察與研究滿足 $0 \leq L \leq R < N$ ， $0 \leq l \leq r < N$ ， $0 \leq x < N$ ， $0 \leq a_i, y, y' < 10^5$ ， $0 \leq x', L', R', l', r' < N$ 。

輸出格式

對於每一個「購買衣服」的觀察與研究，請輸出一個數字，代表小菜與小蘇想要知道的資訊。

輸入範例一	輸出範例一
5 8 0	1
1 1 2 3 1	2
2 3 3 3 3	7
2 0 1 3 4	0
1 2 1	13
2 2 4 0 3	
1 0 2	
2 0 0 2 3	
1 0 3	
2 0 4 0 4	

輸入範例二	輸出範例二
5 8 1	1
1 1 2 3 1	2
2 3 3 3 3	7
2 4 0 2 3	0
1 0 99999	13
2 0 2 3 1	
1 3 99995	
2 3 3 0 1	
1 0 3	
2 0 4 0 4	

補充說明

輸入範例 1 跟輸入範例 2 在經過還原之後，是一模一樣的。

評分說明

本題共有六組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為輸入說明的範圍。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	$N, Q \leq 5000, c = 0$ 。
2	13	$a_i, y < 100, c = 0$ 。
3	25	只有「購買衣服」這個觀察與研究， $c = 0$ 。
4	18	只有「購買衣服」這個觀察與研究。
5	21	$N, Q \leq 8 \times 10^4, a_i, y < 8 \times 10^4, c = 0$ 。
6	13	無特別限制。