



高中組決賽

December 13, 2015

題目 A. 天龍地鐵之謎

題目

- N 個點，每個點有三種出邊各一條
- 艾迪和壞人輪流操作（艾迪先）
- 問艾迪是否能让大家聚到同一個點上

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

概況 (封版時)

- 通過隊數: 0。

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

解題說明

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

小性質

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

N 個人能聚在同一個點
 \Leftrightarrow 任兩個人能聚在同一個點

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

建一張 $2N^2$ 點的新圖

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

$st[i][j][k]$:

第 i 個點跟第 j 個點上的人能不能走到同一個點上。 $(k = 0$ 表示輪到艾迪)

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

從終點 BFS ，如果所有狀態都走得
到就輸出 Yes

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

$$O(N^2)$$

題目 A. 天龍地鐵之謎 (cont.)

✓ Accepted

題目 B. 上司的薪水

題目

- 給你一顆 N 點有根樹
- 每次把某個點 u 走到根每個點權重 $+=$ 某個正整數 x 。
- 每次操作完問你有幾個點權重 $\geq k$ 。

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

概況 (封版時)

- 第一位通過 (First Blood):
team18-延平高中 01，70 分鐘。
- 通過隊數: 5。

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

解題說明

- 打 OI 第一動：寫暴力
- 每次操作 $O(N)$ 暴力更新，然後 $O(N)$ 暴力統計
- X Time Limit Exceeded

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

- 作法有 100 種
- 重點是兩個單調性：
- 光陰似箭，愈來愈胖
- 長官邀功，愈來愈胖

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

光陰似箭，愈來愈胖

- 離線 ①
- 每個點二分搜什麼時候開始 $\geq k$
- 用可持久線段樹維護做完每個操作的樹壓扁序列
- ✓ Accepted
- 每個點花二分搜 $O(\lg N) \times$ 線段樹 query
 $O(\lg N) = O(\lg^2 N)$
- 空間： $O(N + Q \lg N)$

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

光陰似箭，愈來愈胖

- 離線 ②
- 一樣主要是每個點二分搜什麼時候開始 $\geq k$
- 可是不會寫持久化線段樹怎麼辦 QQ
- 只好每次二分搜 mid 時把 $1 \sim mid$ 的操作做一次。
- 用 BIT 好好維護吧
- $O(N \lg N Q)$ 慘

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

光陰似箭，愈來愈胖

- 大家一起二分搜
- 什麼意思？看扣最清楚

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

光陰似箭，愈來愈胖

```
1 void dq(int l, int r, vector<int>& vs) {  
2     if( l == r ) 整個vs的答案 = 1;  
3     int mid = (l + r) / 2;  
4     do(l, mid);  
5     vector<int> lft = vs裡滿足的;  
6     vector<int> rgt = vs - lft;  
7     undo(l, mid);  
8     dq(l, mid, lft);  
9     do(l, mid);  
10    dq(mid, r, rgt);  
11 }
```

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

長官邀功，愈來愈胖

- 在線 ①
- 操作一個點 u 只會動到他到根那些點
- $\{u = u_H, \dots, u_k, \dots, u_1 = 1\}$
- $\Rightarrow \{u = u_H, \dots, u_{k'}, \dots, u_k, \dots, u_1 = 1\}$
- 用這個算操作前操作後答案的差

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

長官邀功，愈來愈胖

- 倍增二分搜 k : $O(\lg N)$
- 用 BIT 維護樹壓扁序列 : $O(\lg N)$
- $O(\lg^2 N)$ per query
- ✓ Accepted

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

長官邀功，愈來愈胖

- 在線 ②
- 跟在線 ① 一樣
- 算操作前操作後答案的差

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

長官邀功，愈來愈胖

- 操作加整條？就加！
- 樹鏈剖分佐線段樹區間加值
- 算多了幾個人？一個一個算！

題目 B. 上司的薪水 (cont.)

融合兩者，稱霸世界

- 離線，操作倒過來做
- 用 disjoint set 維護不滿足的子樹們
- 每次暴力往上看哪些變得不滿足
- 均攤 $O(\alpha(N))$

題目 C. 魯石戰記

題目

- 進行 N 天遊戲
- 每天可以得到一個任務
- 問最好策略下期望獲得多少金幣

題目 C. 魯石戰記 (cont.)

概況 (封版時)

- 第一位通過 (First Blood):
team07-高雄中學 01，108 分鐘。
- 通過隊數: 1。

題目 C. 魯石戰記 (cont.)

解題說明

題目 C. 魯石戰記 (cont.)

DP

題目 C. 魯石戰記 (cont.)

狀態

- 前 i 天
- 三種任務各有幾個
- 今天換過任務了沒

題目 C. 魯石戰記 (cont.)

$$O(N)$$

題目 C. 魯石戰記 (cont.)

✓ Accepted

題目 D. 三角尼姆

題目

- 給一個三角形棋盤
- 每次可以擺放一顆或三顆連續棋子
- 放下最後一顆棋子的人輸
- 問先手勝還是後手勝

題目 D. 三角尼姆 (cont.)

概況 (封版時)

- 第一位通過 (First Blood):
team13-台南一中 01 , 17 分鐘。
- 通過隊數: 28 。

題目 D. 三角尼姆 (cont.)

解題說明

題目 D. 三角尼姆 (cont.)

水題不表

題目 D. 三角尼姆 (cont.)

✓ Accepted

題目 D. 三角尼姆 (cont.)

$$\frac{N \cdot (N+1)}{2} \bmod 2$$

題目 D. 三角尼姆 (cont.)

$$O(1)$$

題目 E. 水晶塔傳輸問題

題目

- 給兩條線段，如果有相交求四點圍成之四邊形面積，否則輸出零。

題目 E. 水晶塔傳輸問題 (cont.)

概況 (封版時)

- 第一位通過 (First Blood):
team19-康橋高中 01，14 分鐘。
- 通過隊數: 25。

題目 E. 水晶塔傳輸問題 (cont.)

解題說明

- 判線段相交！

題目 E. 水晶塔傳輸問題 (cont.)

- Wrong Answer
- 垂直線？

題目 E. 水晶塔傳輸問題 (cont.)

- 求面積！

題目 E. 水晶塔傳輸問題 (cont.)

- Wrong Answer
- 面積正負？

題目 E. 水晶塔傳輸問題 (cont.)

- ✓ Accepted

題目 F. 非對稱之美

題目

- 最長「非回文」子字串
- 字串長度不超過 10^6

題目 F. 非對稱之美 (cont.)

概況 (封版時)

- 第一位通過 (First Blood):
team15-實驗中學 06，28 分鐘。
- 通過隊數: 19。

題目 F. 非對稱之美 (cont.)

解題說明

- `if (not_pal(1, n)) return n;`
- `if (not_pal(1, n - 1)) return n - 1;`
- `// $s[n] = s[1] = s[n - 1] = s[2] = s[n - 2] = \dots$`
- `// 全部都一樣~`
- `return 0;`
- ✓ Accepted

題目 G. 排座位

題目

- 給一長度 N 的環形序列，已知 K 組相撲與座位的關係
- 求滿足至少 M 位相撲的方法數。

題目 G. 排座位 (cont.)

概況 (封版時)

- 通過隊數: 0。

題目 G. 排座位 (cont.)

解題說明

- 考慮 DP 狀態：前 N 人恰滿足 M 人
- 斷開環狀！

題目 G. 排座位 (cont.)

- Wrong Answer
- 重複計算 QQ → 排容！
- +1 -1?

題目 G. 排座位 (cont.)

- Wrong Answer
- 已經入座的且滿足的？

題目 G. 排座位 (cont.)

- Wrong Answer
- 已經入座的且不滿足的？

題目 G. 排座位 (cont.)

- Wrong Answer
- $N = 1$?

題目 G. 排座位 (cont.)

- ✓ Accepted

題目 H. 曉涵與方陣

題目

- 給任兩個數字間的美妙程度，求最高美妙程度總和。

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

概況 (封版時)

- 第一位通過 (First Blood):
team05-建國中學 06，93 分鐘。
- 通過隊數: 13。

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

解題說明

- 爆搜！
- 如何 cut？

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

- 各種 cut
- Time Limit Exceeded

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

- 好好 cut
- ✓ Accepted

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

- 好好 cut 好難想，不 cut 了
- ✓ Accepted

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

- 不 cut 可以 AC？狀態很少！
- 本地建表！
- ✓ Accepted

題目 H. 曉涵與方陣 (cont.)

- 其實可以好好 DP ~
- ✓ Accepted

Thank You!