Introdução à Estatística usando o R com Aplicação em Análises Laboratoriais

Profa Carolina & Prof Gilberto

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal da Bahia

26 de outubro de 2019

Inferência Estatística

Considere:

- X uma v.a. representando uma característica de uma população.
- $X \sim f(x;\theta)$, com média μ e variância σ^2.
- $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ os valores observados (amostra observada, conjunto de dados).

Estimação pontual

Estimação pontual: processo que usa os dados amostrais para calcular um único valor que serve como um "melhor palpite" de um parâmetro populacional desconhecido (por exemplo, a média populacional).

Para estimar θ, nós selecionamos um estimador e avaliamos o mesmo com os dados observados, $\boldsymbol{x}$.

Se o verdadeiro valor de θ é θ_0 (desconhecido), ao observar $\boldsymbol{x}$ e utilizar o estimador, nossa sugestão para θ_0 (desconhecido) é a estimativa.

Estimação pontual

Principais problemas de estimação pontual para uma população:

Estimar a média μ de uma única população:

- Estimativa: $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Estimar a variância σ^2 (ou desvio-padrão $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$) de uma única população:

- Estimativa: $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Estimação pontual

Estimar a proporção p de itens em uma população que pertencem à uma classe de interesse:

- Estimativa: $\hat{p} = \frac{x}{n}$, onde x é número de sucessos na amostra de tamanho n observada.

Estimação pontual

Principais problemas de estimação pontual para duas populações independentes:

Estimar a diferença entre as médias de duas populações independentes $\mu_1 - \mu_2$:

- Estimativa: $\overline{x} - \overline{y}$, onde $\overline{x}$ é a média da amostra observada da população 1 e $\overline{y}$ é a média da amostra observada da população 2.

Estimação pontual

Estimar a diferença entre as proporções de duas populações independentes $p_1 - p_2$:

- Estimativa: $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \frac{x}{n_1} - \frac{y}{n_2}$, onde x é número de sucessos na amostra de tamanho n_1 observada da população 1 e y é número de sucessos na amostra de tamanho n_2 observada da população 2.

Estimação intervalar

Intervalo de confiança (IC):

Para um parâmetro populacional desconhecido θ, um IC é um intervalo da forma $[L(\boldsymbol{x}), U(\boldsymbol{x})]$.

O objetivo ao se construir IC's é ter uma medida de qual é a possível magnitude do erro que está sendo cometido é preciso de uma outra forma para obter estimativas.

Na prática, o intervalo de confiança para um parâmetro populacional θ será da forma:

$$\hat{\theta} \pm \mathrm{E},$$

onde $\hat{\theta}$ é a estimativa pontual e E é a margem de erro.

Estimação intervalar

A ideia é construir um intervalo em torno da estimativa pontual, de modo que ele contenha o verdadeiro valor do parâmetro com um grau de confiança pré-fixado.

Seja α o nível de significância e $1 - \alpha$ o nível de confiança do IC.

Para o intervalo numérico calculado com os dados observados, dizemos que os dados fornecem evidências de que o verdadeiro valor de θ encontra-se no intervalo calculado com confiança de $1 - \alpha$. Isto é, se obtivermos 100 amostras com *n* observações cada, esperamos que $(1 - \alpha)100\%$ delas forneçam intervalos numéricos que contenha o verdadeiro valor de θ.

Estimação intervalar

Interpretação do intervalo de confiança:

```
dados <- read_xlsx("dados.xlsx", sheet = "teor_alcoolico")
dp <- sd(dados$teor_pop)
mu = mean(dados$teor_pop)

dados %>% group_by(amostra) %>%
  summarise(ic_li = MeanCI(teor_amostra, sd = dp)['lwr.ci'],
            ic_ls = MeanCI(teor_amostra, sd = dp)['upr.ci'],
            media = mu) %>%
  mutate(ind = ifelse(ic_li < mu & mu < ic_ls, "Sim", "Não"))
```

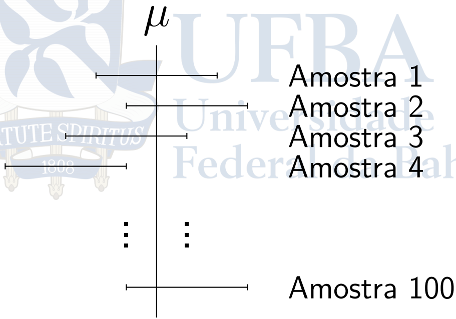
```
## # A tibble: 6 x 5
##   amostra  ic_li ic_ls media ind
##   <chr>    <dbl> <dbl> <dbl> <chr>
## 1 amostra1  6.49  8.50  6.37 Não
## 2 amostra2  5.13  7.14  6.37 Sim
## 3 amostra3  5.79  7.80  6.37 Sim
## 4 amostra4  4.30  6.31  6.37 Não
## 5 amostra5  4.48  6.48  6.37 Sim
## 6 amostra6  5.35  7.36  6.37 Sim
```

Estimação intervalar

Interpretação do intervalo de confiança:

$(1-\alpha)100\%$ das amostras vão gerar intervalos de confiança que contém o verdadeiro valor da média populacional.

Figura 1: Interpretação do coeficiente de confiança.



Intervalos de confiança para média

Problema: X é uma variável normal com média μ e variância σ^2.

Interesse: construir um intervalo de confiança para μ.

Intervalos de confiança para média

Caso 1: intervalo de confiança para a média de uma população normal com σ^2 conhecida.

Neste caso, o intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para μ é:

$$\left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right].$$

Caso 2: intervalo de confiança para a média de uma população normal com σ^2 desconhecida.

Neste caso, o intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para μ é:

$$\left[\overline{x} - t_{\frac{\alpha}{2};(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}; \overline{x} + t_{\frac{\alpha}{2};(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}\right].$$

Intervalos de confiança para média

Exemplo:

```r
dados <- read_xlsx("dados.xlsx", sheet = "Iris")

MeanCI(dados$sepala_comp, sd = NULL,
       conf.level = 0.95)
```

```
##     mean   lwr.ci   upr.ci
## 5.843333 5.709732 5.976934
```

```r
with(dados, MeanCI(sepala_comp, sd = NULL,
                   conf.level = 0.95))
```

```
##     mean   lwr.ci   upr.ci
## 5.843333 5.709732 5.976934
```

Intervalos de confiança para média

Exemplo:

```
dados %>% group_by(especie) %>%
  summarise(media = MeanCI(sepala_comp)['mean'],
            ic_li = MeanCI(sepala_comp)['lwr.ci'],
            ic_ls = MeanCI(sepala_comp)['upr.ci'])
```

```
## # A tibble: 3 x 4
##   especie    media ic_li ic_ls
##   <chr>      <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 setosa      5.01  4.91  5.11
## 2 versicolor  5.94  5.79  6.08
## 3 virginica   6.59  6.41  6.77
```

Intervalos de confiança para a proporção populacional (p)

Problema: X é uma variável Bernoulli com probabilidade de sucesso p.

Interesse: construir um intervalo de confiança para p.

O intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para p é dado por:

$$\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right].$$

Intervalos de confiança para a proporção populacional (p)

Exemplo:

Uma pesquisadora observou que em uma amostra aleatória de 400 poços em regiões do semi-árido Brasileiro é salobra, 120 deles têm a água salobra.

Obtenha um intervalo de 99% de confiança para a proporção.

```
BinomCI(120, 400, conf.level = 0.99)
```

```
##      est    lwr.ci    upr.ci
## [1,] 0.3 0.2446362 0.3618904
```

Intervalo para a diferença entre duas médias

Considere duas populações independentes.

População 1: X é uma variável normal com média μ_1 e variância σ_1^2.

População 2: Y é uma variável normal com média μ_2 e variância σ_2^2.

Intervalo para a diferença entre duas médias

Caso 1: X e Y são normais e σ_1^2 e σ_2^2 são conhecidas.

Neste caso, temos que o intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para $(\mu_1 - \mu_2)$ é:

$$\left[(\overline{x}-\overline{y}) - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}; (\overline{x}-\overline{y}) + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right].$$

Intervalo para a diferença entre duas médias

Caso 2: X **e** Y **são normais e** σ_1^2 **e** σ_2^2 **são desconhecidas e iguais** $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2)$**.**

Neste caso, temos que o intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para $(\mu_1 - \mu_2)$ é obtido de:

$$(\overline{x} - \overline{y}) \pm t_{\frac{\alpha}{2};(n_1+n_2-2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}},$$

onde

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2},$$

sendo que $s_1^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$ e $s_2^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$.

Intervalo para a diferença entre duas médias

Caso 3: X e Y são normais e σ_1^2 e σ_2^2 desconhecidas e diferentes.

Neste caso, o intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para $(\mu_1 - \mu_2)$ é obtido de:

$$(\overline{x} - \overline{y}) \pm t_{\frac{\alpha}{2};\nu}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}},$$

onde $\nu = \dfrac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$.

Intervalo para a diferença entre duas médias

Exemplo:

```
dados <- read_xlsx("dados.xlsx", sheet = "Iris")

with(dados,
     var.test(sepala_comp[which(especie == "setosa")],
     sepala_comp[which(especie == "versicolor")],
     ratio = 1,
     alternative = "two.sided",
     conf.level = 0.95))

with(dados,
     MeanDiffCI(
       sepala_comp[which(especie == "setosa")],
       sepala_comp[which(especie == "versicolor")],
       conf.level = 0.95))
```

Intervalo para a diferença entre duas médias

Exemplo: (continuação)

```
##
##  F test to compare two variances
##
## data:  sepala_comp[which(especie == "setosa")] and
## F = 0.46634, num df = 49, denom df = 49, p-value =
## alternative hypothesis: true ratio of variances is
## 95 percent confidence interval:
##  0.2646385 0.8217841
## sample estimates:
## ratio of variances
##          0.4663429
```

```
##   meandiff     lwr.ci     upr.ci
## -0.9300000 -1.1057074 -0.7542926
```

Intervalo para a diferença entre duas proporções

Considere duas populações independentes.

População 1: X é uma variável Bernoulli com probabilidade de sucesso p_1.

População 2: Y é uma variável Bernoulli com probabilidade de sucesso p_2.

Assim, o intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para $p_1 - p_2$ é obtido de:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}.$$

Intervalo para a diferença entre duas proporções

Exemplo:

Vamos utilizar os dados do artigo:

RUTLEDGE, Robert et al. The cost of not wearing seat belts. A comparison of outcome in 3396 patients. **Annals of surgery**, v. 217, n. 2, p. 122, 1993.

População 1: pessoas que usavam cinto.

População 2: pessoas que não usam cinto.

Sucesso: sobreviver.

Fracasso: morrer.

Podemos construir um intervalo de confiança para a diferença entre a proporção de sobreviventes entre os que usavam cinto de segurança e a proporção de mortos entre os que não usavam cinto de segurança.

Intervalo para a diferença entre duas proporções

Exemplo: (continuação)

```
sobreviventes <- matrix(c(1443,1781,47,135), ncol=2)
colnames(sobreviventes) <- c('Sobreviveram','Morerram')
rownames(sobreviventes) <- c('Com cinto','Sem cinto')

wald2ci(sobreviventes['Com cinto', 'Sobreviveram'],
        sum(sobreviventes['Com cinto',]),
            sobreviventes['Sem cinto', 'Sobreviveram'],
        sum(sobreviventes['Sem cinto',]),
            conf.level = 0.9, adjust = "Wald")
```

```
##
##
##
## data:
##
## 90 percent confidence interval:
##  0.02675203 0.05107930
## sample estimates:
## [1] 0.03891567
```

Teste de hipóteses

Hipótese estatística: é uma afirmação que se quer testar sobre determinados parâmetros de uma ou mais populações.

H_0: hipótese nula.

H_1: hipótese alternativa.

Teste de hipóteses: é um procedimento que utiliza os dados para decidir sobre uma determinada afirmação à respeito de um parâmetro desconhecido da população (decidir entre H_0 e H_1).

Decidir se alguma hipótese que tenha sido formulada está correta ou não, consiste apenas na escolha entre duas decisões: **rejeitar** ou **não rejeitar** tal hipótese.

Ideia: a partir de uma amostra da população iremos estabelecer uma regra de decisão segundo a qual rejeitaremos ou não a hipótese proposta. Esta regra de decisão é chamada de teste.

Teste de hipóteses

Ao tomar uma decisão entre H_0 e H_1, dois tipos de erros podem ser cometidos.

Tipos de erros:

1. erro tipo I: consiste em **rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeira**;
2. erro tipo II: consiste em **não rejeitar H_0 quando H_0 é falsa**.

Nível de significância: definimos por nível de significância do testes o número pré-fixado $\alpha \in (0, 1)$.

Teste de hipóteses

O procedimento de teste de hipótese consiste das seguintes etapas:

1. a partir do problema em questão, definimos o parâmetro de interesse;
2. determinar a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_1);
3. definir o teste adequado;
4. defina $\alpha \in (0, 1)$, o nível de significância do teste;
5. usar os dados da amostra para decidir entre H_0 e H_1.

Teste de hipóteses

Para os testes discutidos aqui, vamos considerar hipóteses do tipo:

$H_0: \; \theta = \theta_0$ contra $H_1: \; \theta \neq \theta_0$ (teste bilateral)

$H_0: \; \theta \leq \theta_0$ contra $H_1: \; \theta > \theta_0$ (teste unilateral superior)

$H_0: \; \theta \geq \theta_0$ contra $H_1: \; \theta < \theta_0$ (teste unilateral inferior)

Definição de H_0 e H_1:

Usualmente, definimos:

A hipótese alternativa como hipótese de pesquisa.

A hipótese nula como afirmação a ser desafiada.

Teste de hipóteses

Como decidir entre H_0 e H_1?

p-valor: é o menor nível de significância para o qual rejeita-se H_0 com os dados observados.

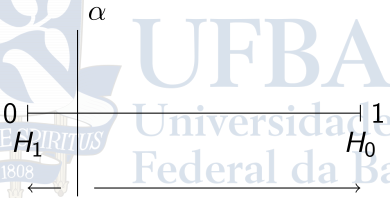
Usamos e interpretamos o p-valor do seguinte modo:

- Se o p-valor for grande, a amostra não fornece evidências suficientes para rejeitar H_0, então podemos decidir por H_0;
- Se o p-valor for pequeno, a amostra fornece evidências suficientes para rejeitar H_0, então podemos decidir por H_1.

Teste de hipóteses

A Figura 2 ilustra o uso do p-valor:

Figura 2: Uso do p-valor.



Teste de hipóteses a média de uma população normal

1 - $H_0: \ \mu = \mu_0$ contra $H_1: \ \mu \neq \mu_0$ (teste bilateral)

2 - $H_0: \ \mu \leq \mu_0$ contra $H_1: \ \mu > \mu_0$ (teste unilateral superior)

3 - $H_0: \ \mu \geq \mu_0$ contra $H_1: \ \mu < \mu_0$ (teste unilateral inferior)

Teste de hipótese para μ com σ^2 conhecida: teste Z.

Teste de hipótese para μ com σ^2 desconhecida: teste t.

Teste de hipóteses a média de uma população normal

Exemplo:

```
dados <- read_xlsx("dados.xlsx", sheet = "Iris")

t.test(dados$sepala_comp, sd = NULL,
       alternative = "two.sided",
       mu = 6, conf.level = 0.95)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  dados$sepala_comp
## t = -2.3172, df = 149, p-value = 0.02186
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 6
## 95 percent confidence interval:
##  5.709732 5.976934
## sample estimates:
## mean of x
##  5.843333
```

Teste de hipóteses para a proporção populacional

1 - $H_0: \; p = p_0$ contra $H_1: \; p \neq p_0$ (teste bilateral)

2 - $H_0: \; p \leq p_0$ contra $H_1: \; p > p_0$ (teste unilateral superior)

3 - $H_0: \; p \geq p_0$ contra $H_1: \; p < p_0$ (teste unilateral inferior)

Aproximação normal: teste Z.

Teste de hipóteses para a proporção populacional

Exemplo:

Um relatório de uma companhia afirma que 40% de toda água obtida através de poços artesianos em regiões do semi-árido Brasileiro é salobra.

Uma pesquisadora observou que em uma amostra aleatória de 400 poços em regiões do semi-árido Brasileiro é salobra, 120 deles têm a água salobra.

Teste a afirmação da companhia usando um nível de significância 1%?

Teste de hipótese para a proporção populacional

Exemplo: (continuação)

```r
prop.test(120, 400, p = 0.4,
          alternative = 'two.sided',
          conf.level = 0.99)
```

```
##
##  1-sample proportions test with continuity correcti
##
## data:  120 out of 400, null probability 0.4
## X-squared = 16.253, df = 1, p-value = 5.543e-05
## alternative hypothesis: true p is not equal to 0.4
## 99 percent confidence interval:
##  0.2434753 0.3631882
## sample estimates:
##   p
## 0.3
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

1 - $H_0: \ \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$ contra $H_1: \ \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$ (teste bilateral)

2 - $H_0: \ \mu_1 - \mu_2 \leq \Delta_0$ contra $H_1: \ \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$ (teste unilateral superior)

3 - $H_0: \ \mu_1 - \mu_2 \geq \Delta_0$ contra $H_1: \ \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$ (teste unilateral inferior)

Quando σ_1^2 e σ_2^2 são conhecidas: teste Z.

Quando σ_1^2 e σ_2^2 são desconhecidas e iguais: teste t.

Quando σ_1^2 e σ_2^2 são desconhecidas e diferentes: teste t.

Teste de igualdade de variâncias de duas populações normais:

$H_0: \ \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ contra $H_1: \ \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (teste bilateral): teste F.

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)

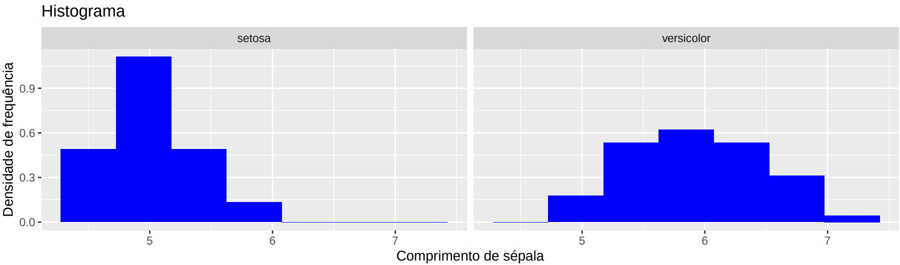
```
dados <- read_xlsx("dados.xlsx", sheet = "Iris")
dados_1 <- dados %>% filter(especie %in% c("setosa", "versi

n_especie <- dados_1 %>% count(especie)
n_int <- round(1 + log2(n_especie$n))

ggplot(data = dados_1) +
  geom_histogram(aes(x = sepala_comp, y = ..density..),
                 bins = 7, fill = 'blue') +
  labs(x = 'Comprimento de sépala',
       y = 'Densidade de frequência',
       title = 'Histograma')+
  facet_grid(~especie)
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)



Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)

```
with(dados_1,
     var.test(sepala_comp[especie %in% "setosa"],
              sepala_comp[especie %in% "versicolor"],
              alternative = "two.sided",
              ratio = 1, conf.level = 0.95))

with(dados_1,
     t.test(sepala_comp[especie %in% "setosa"],
              sepala_comp[especie %in% "versicolor"],
              alternative = "two.sided",
              mu = 0, var.equal = F,
              conf.level = 0.95))
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)

```
##
##  F test to compare two variances
##
## data:  sepala_comp[especie %in% "setosa"] and sepal
## F = 0.46634, num df = 49, denom df = 49, p-value =
## alternative hypothesis: true ratio of variances is
## 95 percent confidence interval:
##  0.2646385 0.8217841
## sample estimates:
## ratio of variances
##          0.4663429
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)

```
##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  sepala_comp[especie %in% "setosa"] and sepal
## t = -10.521, df = 86.538, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true difference in means is
## 95 percent confidence interval:
##  -1.1057074 -0.7542926
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##     5.006     5.936
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo:

```
dados <- read_xlsx("dados.xlsx",
                   sheet = "Repetibilidade")

with(dados,
     var.test(tecnico1, tecnico2,
              alternative = "two.sided",
              ratio = 1, conf.level = 0.99))

with(dados,
     t.test(tecnico1, tecnico2,
            alternative = "two.sided",
            mu = 0, var.equal = T,
            conf.level = 0.99))
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)

```
##
##  F test to compare two variances
##
## data:  tecnico1 and tecnico2
## F = 0.84278, num df = 5, denom df = 6, p-value = 0.
## alternative hypothesis: true ratio of variances is
## 99 percent confidence interval:
##   0.07351729 12.23148465
## sample estimates:
## ratio of variances
##          0.8427798
```

Testes para a diferença de médias de duas populações normais

Exemplo: (continuação)

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  tecnico1 and tecnico2
## t = 0.28456, df = 11, p-value = 0.7813
## alternative hypothesis: true difference in means is
## 99 percent confidence interval:
##  -0.1345530  0.1616959
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  24.99500  24.98143
```

Testes para a diferença de duas proporções populacionais

1 - $H_0: \; p_1 - p_2 = \Delta_0$ contra $H_1: \; p_1 - p_2 \neq \Delta_0$ (teste bilateral)

2 - $H_0: \; p_1 - p_2 \leq \Delta_0$ contra $H_1: \; p_1 - p_2 > \Delta_0$ (teste unilateral superior)

3 - $H_0: \; p_1 - p_2 \geq \Delta_0$ contra $H_1: \; p_1 - p_2 < \Delta_0$ (teste unilateral inferior)

Aproximação normal: teste Z.

Testes para a diferença de duas proporções populacionais

Exemplo:

Vamos utilizar os dados do artigo:

RUTLEDGE, Robert et al. The cost of not wearing seat belts. A comparison of outcome in 3396 patients. **Annals of surgery**, v. 217, n. 2, p. 122, 1993.

População 1: pessoas que usavam cinto.

População 2: pessoas que não usam cinto.

Sucesso: sobreviver.

Fracasso: morrer.

Usando o procedimento de teste de hipóteses, podemos verificar se a proporção de sobreviventes entre os que usavam cinto de segurança é maior do que a proporção de mortos entre os que não usavam cinto de segurança.

Testes para a diferença de duas proporções populacionais

Exemplo: (continuação)

```r
sobreviventes <- matrix(c(1443,1781,47,135), ncol=2)
colnames(sobreviventes) <- c('Sobreviveram','Morerram')
rownames(sobreviventes) <- c('Com cinto','Sem cinto')

prop.test(sobreviventes, alternative = "greater", conf.level = 0.9)
```

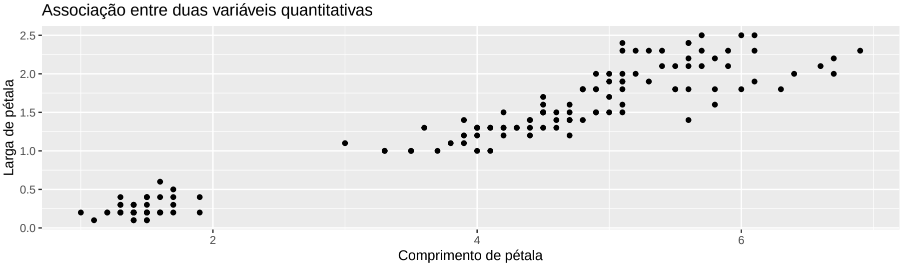
```
##
##  2-sample test for equality of proportions with continuity
##  correction
##
## data:  sobreviventes
## X-squared = 24.333, df = 1, p-value = 4.052e-07
## alternative hypothesis: greater
## 90 percent confidence interval:
##  0.02884211 1.00000000
## sample estimates:
##    prop 1    prop 2
## 0.9684564 0.9295407
```

Teste de correlação

$H_0: \ \rho = 0$ contra $H_1: \ \rho \neq 0$ (teste bilateral)

```
dados <- read_xlsx("dados.xlsx", sheet = "Iris")

ggplot(data = dados) +
  geom_point(aes(x = petala_comp, y = petala_larg)) +
  labs(x = 'Comprimento de pétala', y = 'Larga de pétala',
       title = 'Associação entre duas variáveis quantitativas')
```



Teste de correlação

```
with(dados,
     cor.test(petala_comp, petala_larg,
              alternative = "two.sided",
              conf.level = 0.95))
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  petala_comp and petala_larg
## t = 43.387, df = 148, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true correlation is not equ
## 95 percent confidence interval:
##  0.9490525 0.9729853
## sample estimates:
##       cor
## 0.9628654
```