

Example 0.1.14 (Reim's). 令 A_1, A_2, B_1, B_2 為共圓四點， C_1 為 A_1B_1 上一點。證明： $\odot(B_1B_2C_1)$ ， A_2B_2 ，跟過 C_1 平行於 A_1A_2 的直線共點。

Solution. 設 A_2B_2 與過 C_1 平行於 A_1A_2 的直線交於 C_2 。由於 A_1, A_2, B_1, B_2 共圓， (A_1A_2, B_1B_2) 關於 (A_1B_1, A_2B_2) 逆平行。所以由 $A_1A_2 \parallel C_1C_2$ 我們可以得到 (C_1C_2, B_1B_2) 關於 (B_1C_1, B_2C_2) 逆平行，故 B_1, B_2, C_1, C_2 共圓，證畢。

Example 40 : It is known that A_1, A_2, B_1 , and B_2 share a circle, and C_1 is a point on A_1B_1 . Prove: The circumscribed circle of $B_1B_2C_1, A_2B_2$, and C_1 is parallel to the line A_1A_2 .

$$\text{Proof: Suppose } \frac{B_1 - C_1}{A_1 - B_1} = t_1, \frac{B_2 - C_2}{A_2 - B_2} = t_2, \frac{\frac{A_2 - B_1}{A_1 - B_1}}{\frac{A_1 - B_2}{A_2 - B_2}} = t_3, \frac{\frac{B_1 - C_1}{B_2 - C_1}}{\frac{B_1 - C_2}{B_2 - C_2}} = t_4, \quad \frac{A_1 - A_2}{C_1 - C_2} = t_5,$$

$$-t_4 + t_3t_4 - t_1t_2t_5 + t_1t_2t_4t_5 = 0,$$