MA-2115: Matemáticas 4

Semana 8

8.1 Ecuaciones de segundo grado: reducción de orden

1. Dos casos

2. *Resolver la siguiente ecuación*

$$y'' + y'\sqrt{(1-y')^2} = 0.$$

3. *Resolver el siguiente problema a valores iniciales*

$$yy'' + (y')^2 - y^3 = 0, \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = \frac{1}{2}.$$

8.2 Sistemas de ecuaciones lineales homogeneas

1. **Definition**

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A(t)\vec{x}$$

2. **Principio de superposición**

3. **Wronskiano**

$$W(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \cdots, \vec{x}_n) = \det(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \cdots, \vec{x}_n)$$

4. **Teorema de independencia lineal**

   Sean $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n\}$ soluciones con $A(t)$ $n \times n$ continua en I, entonces son equivalentes:

   i) $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n\}$ son linealmente independientes.

   ii) Para todo $t_0 \in I$, $W(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n)(t_0) \neq 0$.

   iii) Existe $t_0 \in I$ tal que $W(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n)(t_0) \neq 0$.

5. **Solución general**

6. **Sistema con matriz constante**

   Si A es una matriz de coeficientes contantes, entonces la solución general es

$$\vec{x} = c_1\vec{v_1}e^{\lambda_1 t} + c_2\vec{v_2}e^{\lambda_2 t} + \cdots + c_n\vec{v_n}e^{\lambda_n t}.$$

7. *Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones*

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}, \quad \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

8. *Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones*

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \vec{x}.$$

9. *Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones*

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}.$$

10. *Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones*

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}.$$