Preparadurías de Mate 4

Carlos Contreras

Universidad Simón Bolívar

Ene-Mar 2021

¿Quién soy yo?

- Vivo en Edmonton, Canadá
- Carnet 03, egresado de matemáticas aplicadas
- PhD en matemáticas aplicadas en la Universidad de Alberta
- Passión: biología matemática y machine learning
- Actualmente investigador e instructor en la Universidad de Alberta

Programa

- Series y sucesiones
  - Series de potencias
  - Series de Taylor
- Ecuaciones diferenciales ordinarias
  - Ecuaciones de primer orden
  - Sistemas de ecuaciones de primer orden
  - Ecuaciones lineales de segundo orden

Evaluaciones

Dos evaluaciones de 20% cada una en semana 4 y semana 9.

Formato: TBD.

Total: 40% será evaluado en las prepas.

Series de potencia

Representación de una función en términos de polinomios

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots$$

Por ejemplo,

- $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \cdots =$.
- $\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \cdots =$.
- $x(x-2)(x+2) = 0 - 4x + 0x^2 + x^3 + 0x^4 + \cdots$

Series de potencia

Representación de una función en términos de polinomios

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

Por ejemplo,

- $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}x^n$.
- $\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1}$.
- $x(x-2)(x+2) = 0 - 4x + 0x^2 + x^3 + 0x^4 + \cdots$

Series de potencia

Representación de una función en términos de polinomios

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

Por ejemplo,

- $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$.
- $\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$.
- $x(x-2)(x+2) = 0 - 4x + 0x^2 + x^3 + 0x^4 + \cdots$

Representación alrededor de un punto

$$f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

Series de Taylor

Los coefficientes de las serie

$$f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$$

son

$$a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

Las derivadas de $f(x)$ son usadas para la representación!

Series de Taylor

Los coefficientes de las serie

$$f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

son

$$a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

Las derivadas de $f(x)$ son usadas para la representación!

Aproximación de una función

$$\sin(x) \approx x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5$$

Ecuaciones differenciales de primer orden

Ecuación lineal

$$y = ax + b$$

Ecuación differencial lineal de primer orden

$$y' = a(x)y + b(x)$$

Ecuaciones differenciales de primer orden

Ecuación lineal

$$y = ax + b$$

Ecuación differencial lineal de primer orden

$$y' = a(x)y + b(x)$$

Ecuación differenciales lineales

- Autonomas

$$y' = f(y)$$

- No autonomas

$$y' = f(x, y)$$

Sistemas de ecuaciones differenciales de primer orden

Ecuación differencial lineal autonoma de primer orden

$$y' = f(y)$$

Varias ecuaciones juntas

$$y_1' = f(y_1, y_2)$$
$$y_2' = f(y_1, y_2)$$

Ecuaciones differenciales de segundo orden

Ecuación differencial lineal de primer orden

$$y' + p(x)y = q(x)$$

Ecuación differencial lineal de segundo orden

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$$