## MA-2115: Matemáticas 4

# Semana 4

## 4.1 Convergencia absoluta

1. Definición

2. Criterios del cociente y de la raiz (revisado)

3. *Ejercicio 4.1*

   Determine la convergencia absoluta de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$.

4. *Ejercicio 4.2*

   Determine la convergencia absoluta de $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n \ln^2(n)}$.

5. Convergencia condicional

6. *Ejercicio 4.3*

   Determine si $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$ converge absolutamente, condicionalmente o diverge.

## 4.2 Series de potencias

1. Definición

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n = a_0 + a_1(x-c) + a_2(x-c)^2 + \cdots + a_n(x-c)^n + \cdots$$

2. Convergencia

3. Propiedades. Sean $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ con radio $R$, y $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$

   (a) $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n x^{n-1}$

   (b) $\int f(x)dx = c + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} x^{n+1}$

   (c) $f(x) + g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n + b_n) x^n$

   (d) $f(x)g(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (c_n + b_n) x^n$ donde $c_k = \sum_{n=0}^{k} a_n b_{k-n}$

4. Series de potencias notables

$$\frac{1}{x+1} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots$$

$$\ln(x+1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots$$

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$$

$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$