

# Ejemplo: el 8-puzle <http://www.8puzzle.com/>

|   |   |   |
|---|---|---|
| 7 | 2 | 4 |
| 5 |   | 6 |
| 8 | 3 | 1 |

Estado Inicial

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | 1 | 2 |
| 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 |

Estado Objetivo

- ¿Estados?
- ¿Acciones?
- ¿Test objetivo?
- ¿Coste del camino?

# Ejemplo: el 8-puzle

|   |   |   |
|---|---|---|
| 7 | 2 | 4 |
| 5 |   | 6 |
| 8 | 3 | 1 |

Estado Inicial

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | 1 | 2 |
| 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 |

Estado Objetivo

¿Estados? Localizaciones completas de las piezas (ignorar las posiciones intermedias)

¿Acciones? Mover el negro a la izquierda, derecha, arriba, abajo (ignorar los atascos, etc.)

¿Test objetivo? = estado objetivo (proporcionado)

¿Coste del camino? 1 por movimiento

¿Nº estados?

# Video Pacman/Roomba

---

- <http://pacman.elstonj.com/index.cgi?dir=videos&num=&perpage=&section=>

# Algoritmos de búsqueda en árboles

---

Idea básica:

- exploración offline simulada del espacio de estado generado
- sucesores de estados ya explorados (también conocida como *expansión* de los estados)

**función** BÚSQUEDA-ÁRBOLES(*problema*,*estrategia*) **devuelve** una solución o fallo

inicializa el árbol de búsqueda usando el estado inicial del *problema*

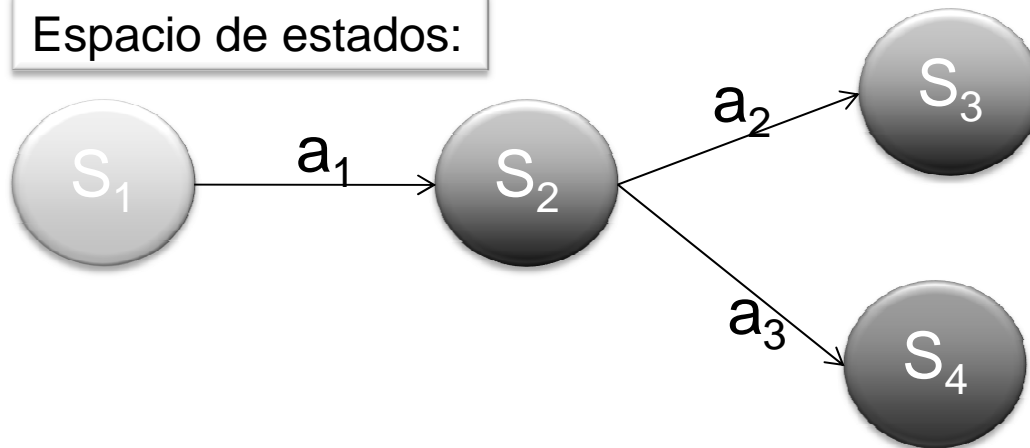
**bucle hacer**

**si** no hay candidatos para expandir en el árbol de búsqueda **entonces devolver** fallo  
escoger, de acuerdo a la *estrategia*, un nodo hoja para expandir

**si** el nodo contiene un estado objetivo **entonces devolver** la correspondiente solución  
**en otro caso** expandir el nodo y añadir los nodos resultado al árbol de búsqueda

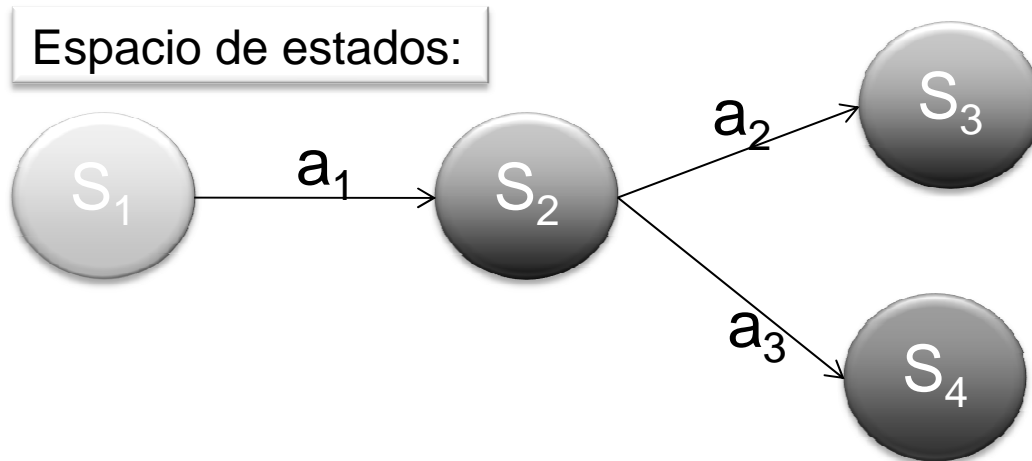
# Ejemplo

Espacio de estados:



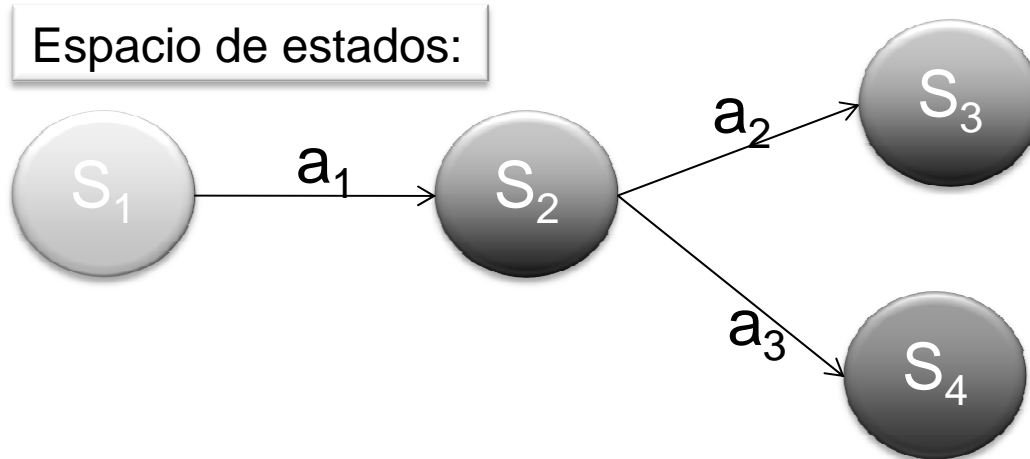
- ¿Problema?
- ¿Búsqueda-árboles (problema, estrategia)?

# Ejemplo: problema



- Problema: *estado inicial*  
*función sucesor :*  
*test objetivo*  
*coste del camino:*
- Búsqueda-árboles (problema, estrategia)?

# Ejemplo: problema



- Problema:

*estado inicial*  $s_1$

*función sucesor :*

$S(s_1) = \{ \langle a_1, s_2 \rangle \},$

$S(s_2) = \{ \langle a_2, s_3 \rangle, \langle a_3, s_4 \rangle \},$

$S(s_3) = S(s_4) = \emptyset$

*test objetivo*,  $x = s_4$

*coste del camino:*

(uniforme =1)  $c(s_i, a_j, s_k) = 1$  en las transiciones válidas

- Búsqueda-árboles (problema, estrategia)?

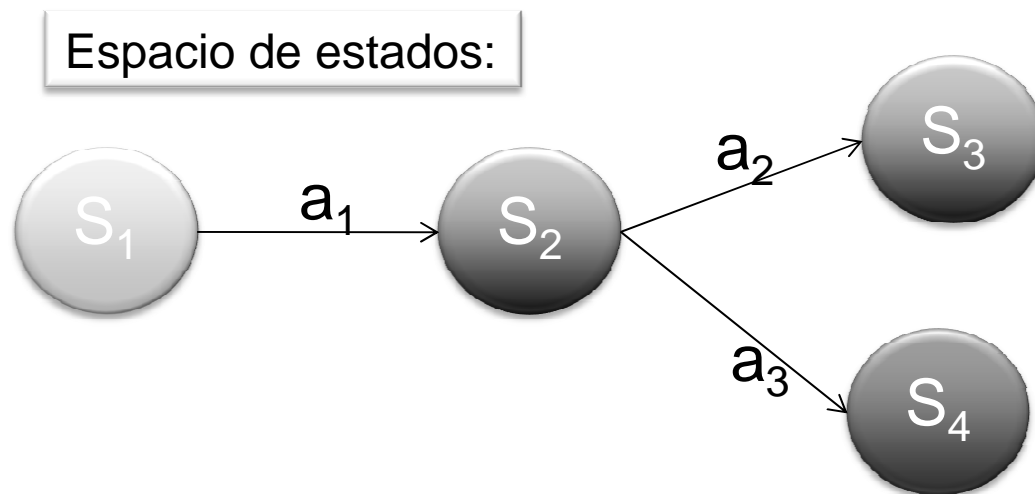
# Ejemplo: ¿ejecución del algoritmo?

**función** BÚSQUEDA-ÁRBOLES(*problema*, *estrategia*) **devuelve** una solución o fallo

inicializa el árbol de búsqueda usando el estado inicial del *problema*

**bucle hacer**

- **si** no hay candidatos para expandir en el árbol de búsqueda **entonces devolver** fallo
- escoger, de acuerdo a la *estrategia*, un nodo hoja para expandir
- **si** el nodo contiene un estado objetivo **entonces devolver** la correspondiente solución
- **en otro caso** expandir el nodo y añadir los nodos resultado al árbol de búsqueda



Ejecución del algoritmo ?



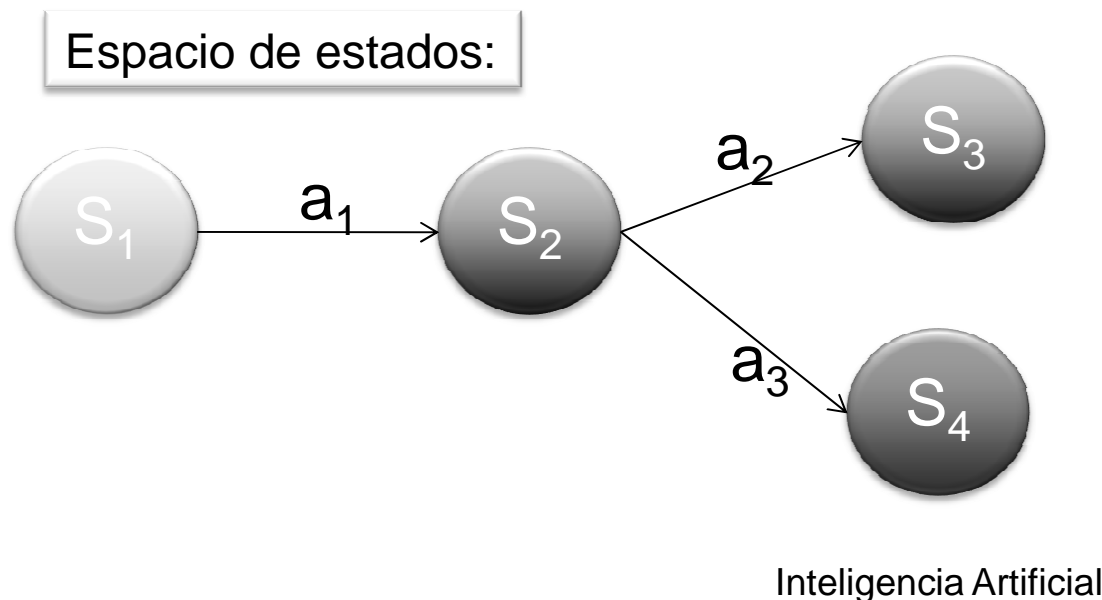
# Ejemplo: ejecución del algoritmo

**función** BÚSQUEDA-ÁRBOLES(*problema*, *estrategia*) **devuelve** una solución o fallo

inicializa el árbol de búsqueda usando el estado inicial del *problema*

**bucle hacer**

- **si** no hay candidatos para expandir en el árbol de búsqueda **entonces devolver** fallo
- escoger, de acuerdo a la *estrategia*, un nodo hoja para expandir
- **si** el nodo contiene un estado objetivo **entonces devolver** la correspondiente solución
- **en otro caso** expandir el nodo y añadir los nodos resultado al árbol de búsqueda



Inicialmente Arb= {s<sub>1</sub>}

It 1: Arb != ∅

act = s<sub>1</sub>

act != s<sub>4</sub> → Arb={s<sub>2</sub>}

It 2: Arb != ∅

act = s<sub>2</sub>

act != s<sub>4</sub> → Arb={s<sub>3</sub>, s<sub>4</sub>}

It 3: Arb != ∅

act = s<sub>3</sub>

act != s<sub>4</sub> → Arb={s<sub>4</sub>}

It 4: Arb != ∅

act = s<sub>4</sub>

act = s<sub>4</sub> → return solucion(s<sub>4</sub>) ?

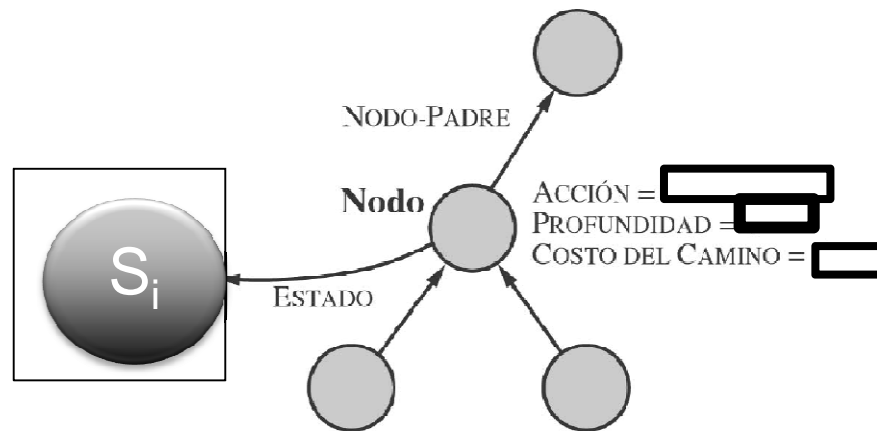
# Implementación: estados frente a nodos

Un *estado* es una (representación de) una configuración física.

Un *nodo* es una estructura de datos que forma parte de un árbol de búsqueda que incluye *estado*, *padre*, *hijos*, *profundidad*, *coste del camino*  $g(x)$ .

¡Los estados no tienen padres, hijos, profundidad o coste del camino!

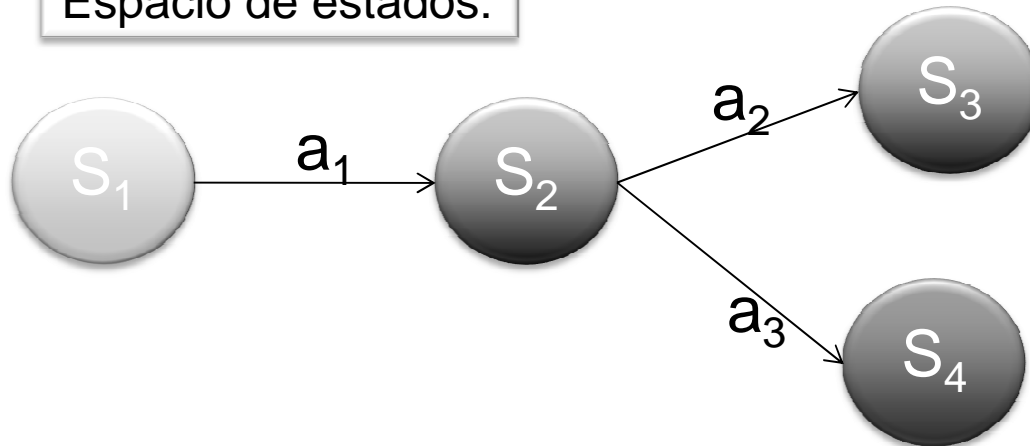
Notar que estado  $\neq$  nodo del árbol de búsqueda:



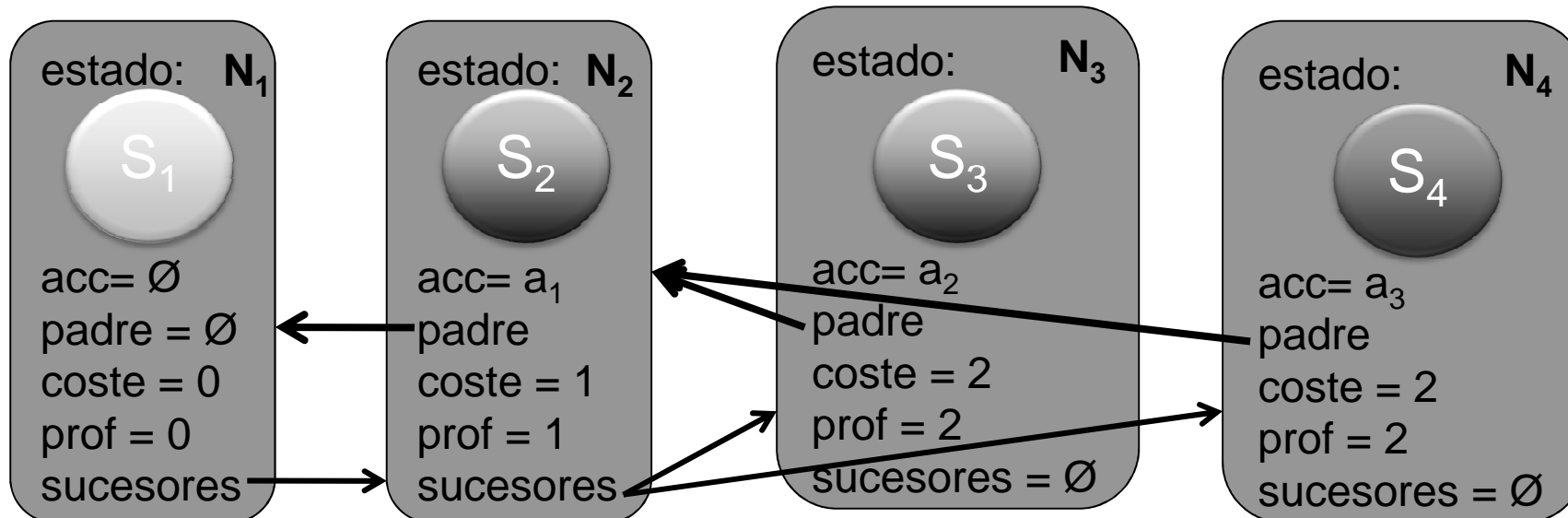
EXPANDIR un nodo consiste en utilizar la función sucesor (SUCESOR-EN) del problema para obtener los estados correspondientes y con ellos crear nuevos nodos (rellenando los distintos campos)

# Implementación: estados frente a nodos

Espacio de estados:



Estructura de nodos (árbol de búsqueda):



# Implementación: algoritmo general de búsqueda en árboles

**función** BÚSQUEDA-ÁRBOLES(*problema*, *frontera*) **devuelve** una solución o fallo

*frontera*  $\leftarrow$  INSERTA(HACER-NODO(ESTADO-INICIAL[*problema*]), *frontera*)

**bucle hacer**

**si** VACIA? (*frontera*) **entonces devolver** fallo

*nodo*  $\leftarrow$  SACAR-BORRANDO-PRIMERO(*frontera*)

**si** TEST-OBJETIVO[*problema*] aplicado al ESTADO[*nodo*] es cierto

**entonces devolver** SOLUCION(*nodo*)

*frontera*  $\leftarrow$  INSERTAR-TODO(EXPANDIR(*nodo*, *problema*), *frontera*)

**función** EXPANDIR(*nodo*, *problema*) **devuelve** un conjunto de nodos

*sucesores*  $\leftarrow$  conjunto vacío

**para cada** (*acción*, *resultado*) **en** SUCESOR-EN[*problema*](ESTADO[*nodo*]) **hacer**

*s*  $\leftarrow$  un nuevo NODO

ESTADO[*s*]  $\leftarrow$  *resultado*

NODO-PADRE[*s*]  $\leftarrow$  *nodo*

ACCIÓN[*s*]  $\leftarrow$  *acción*

COSTE-CAMINO[*s*]  $\leftarrow$  COSTE-CAMINO[*nodo*] + COSTE-INDIVIDUAL(*nodo.acción*, *s*)

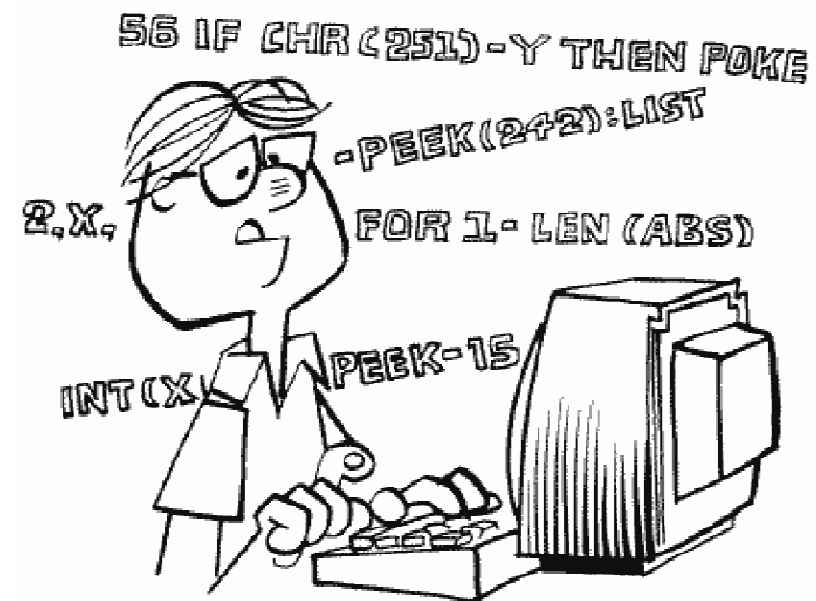
PROFUNDIDAD[*s*]  $\leftarrow$  PROFUNDIDAD[*nodo*] + 1

añadir *s* a *sucesores*

**devolver** *sucesores*

# Detalles de implementación

- Los nodos son conceptualmente caminos, pero es mejor representarlos con un estado, un coste, el valor de la última acción y una referencia al nodo padre.



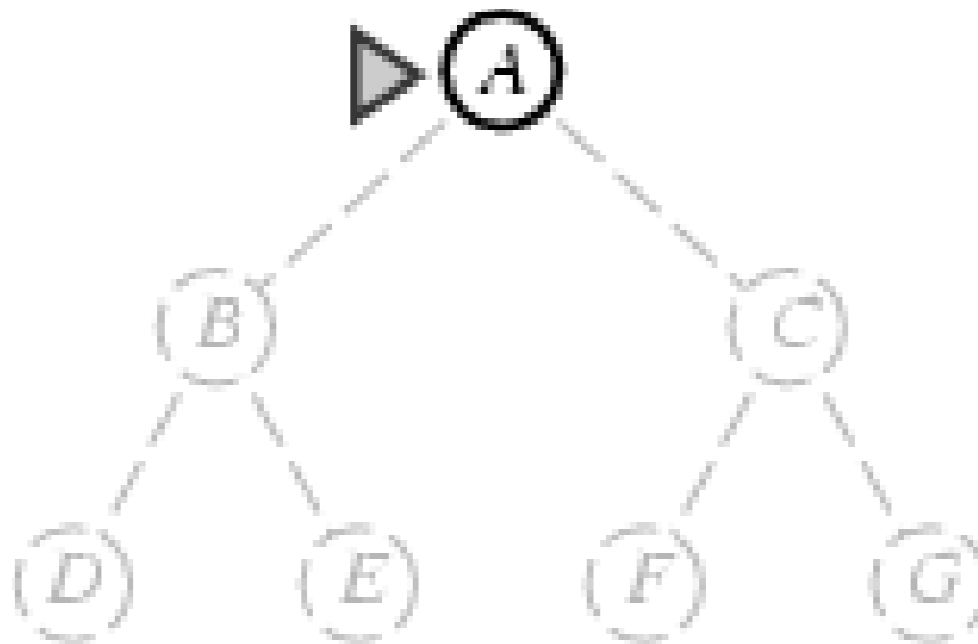
Vamos a ver estrategias que se denominan de búsqueda no informada (uninformed search) o de búsqueda ciega porque sólo usan la información de la definición del problema:

- búsqueda primero en anchura (BFS: Breadth First Search)
- búsqueda de coste uniforme
- búsqueda primero en profundidad (DFS: Depth First Search)
- búsqueda limitada en profundidad
- búsqueda por profundidad iterativa
- (búsqueda bidireccional)

Contrastan con las estrategias de búsqueda informada (informed search) o de búsqueda heurística que utilizan información del coste del estado actual al objetivo.

# Búsqueda primero en anchura

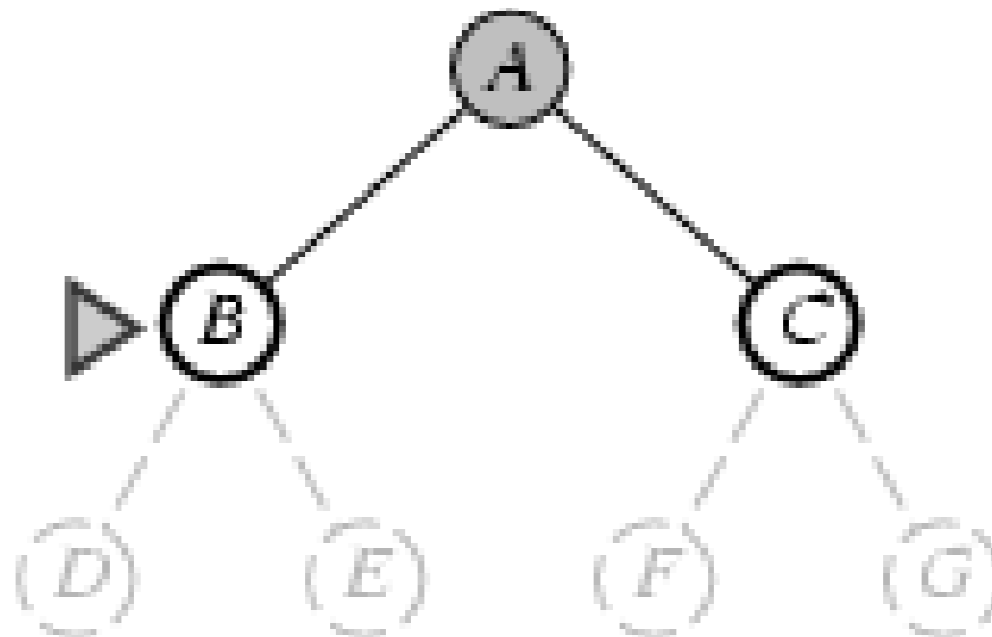
- Expande el nodo no expandido cuya profundidad sea menor
- Implementación:
  - *La frontera* es una cola FIFO, es decir los nuevos sucesores se acumulan al final.



# Búsqueda primero en anchura

---

- Expande el nodo no expandido cuya profundidad sea menor
- Implementación:
  - *La frontera* es una cola FIFO, es decir los nuevos sucesores se acumulan al final.

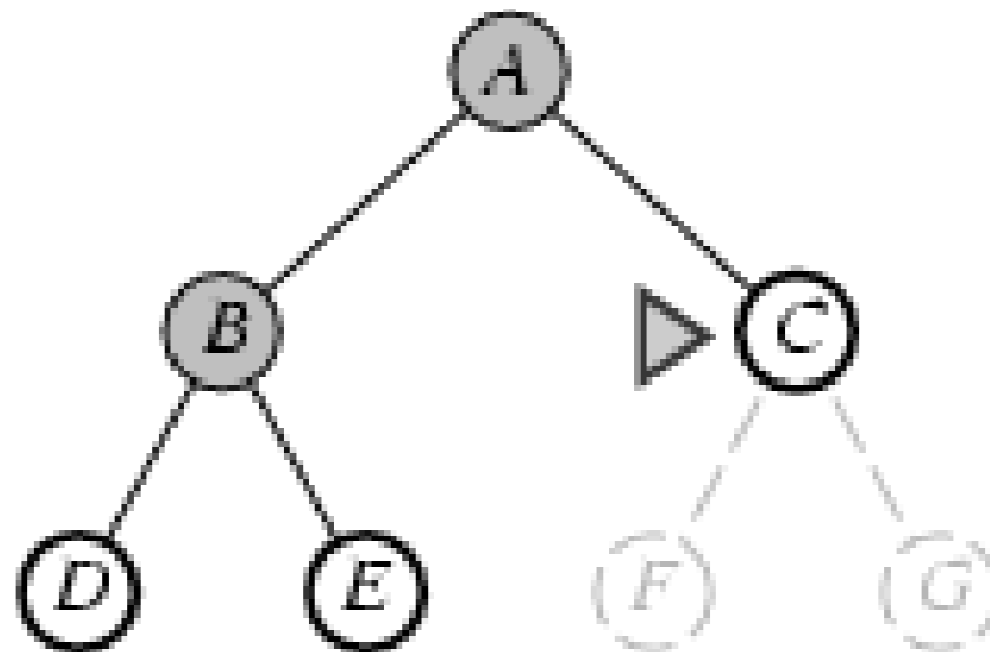




# Búsqueda primero en anchura

---

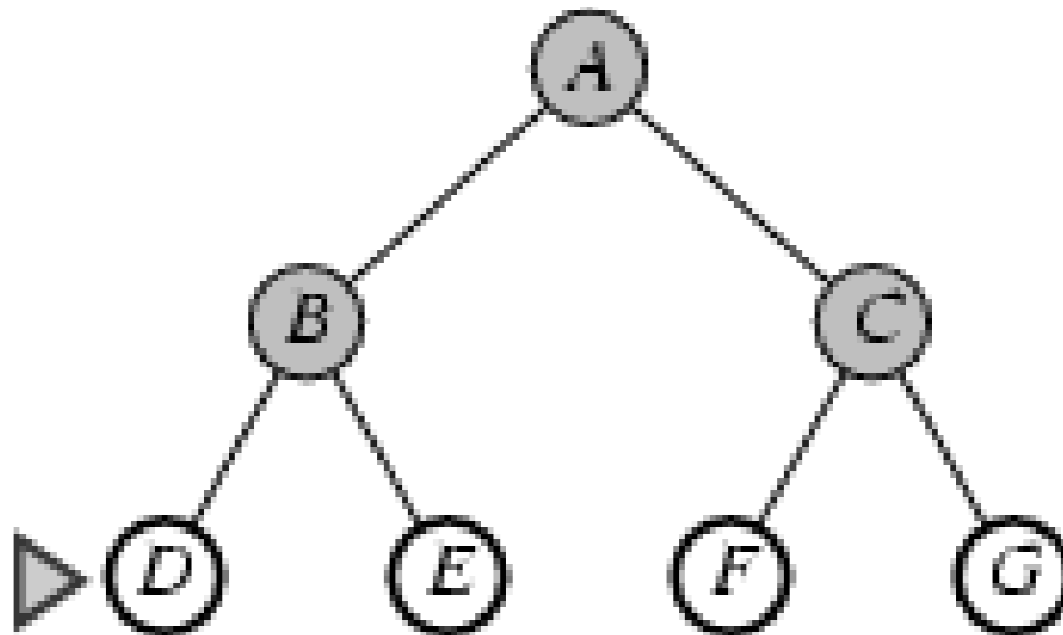
- Expande el nodo no expandido cuya profundidad sea menor
- Implementación:
  - *La frontera* es una cola FIFO, es decir los nuevos sucesores se acumulan al final.



# Búsqueda primero en anchura

---

- Expande el nodo no expandido cuya profundidad sea menor
- Implementación:
  - *La frontera* es una cola FIFO, es decir los nuevos sucesores se acumulan al final.



# Evaluación de las Estrategias Básicas de Búsqueda

---

Una estrategia queda definida por el orden en que se expanden los nodos.

Vamos a evaluar las estrategias según cuatro aspectos:

Complejidad —¿garantiza encontrar una solución si existe una?

Complejidad temporal —¿cuántos nodos deben expandirse?

Complejidad espacial —¿cuántos nodos deben almacenarse en memoria?

Optimalidad —¿garantiza encontrar la mejor solución (la de menor coste) si existen varias?

Las complejidades temporal y espacial se miden en términos de:

$b$  — máximo factor de ramificación del árbol de búsqueda

$d$  — profundidad de la solución de menor coste

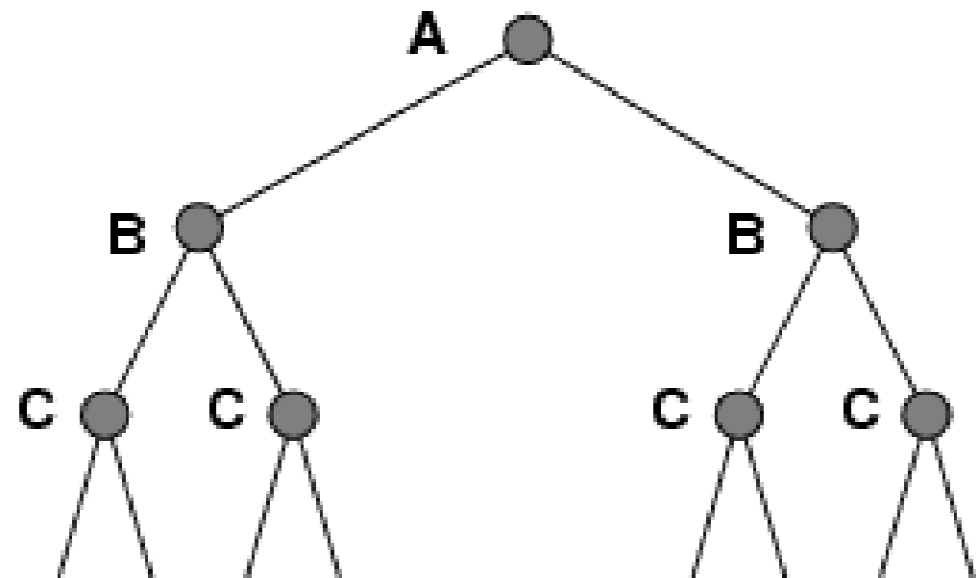
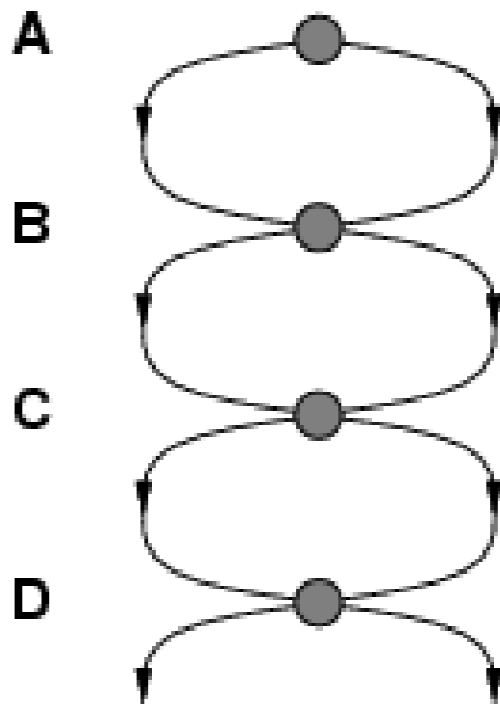
$m$  — profundidad máxima del espacio de estados (puede ser  $\infty$ )

# Propiedades de la búsqueda primero en anchura

- Completa? Sí (si  $b$  es finita)
  - Tiempo?  $1+b+b^2+b^3+\dots +b^d + b(b^d-1) = O(b^{d+1})$
  - Espacio?  $O(b^{d+1})$  (mantiene cada nodo en memoria)
  - Óptima? Sí (si el coste es igual para todas las acciones)
- 
- El espacio representa un problema mayor que el tiempo

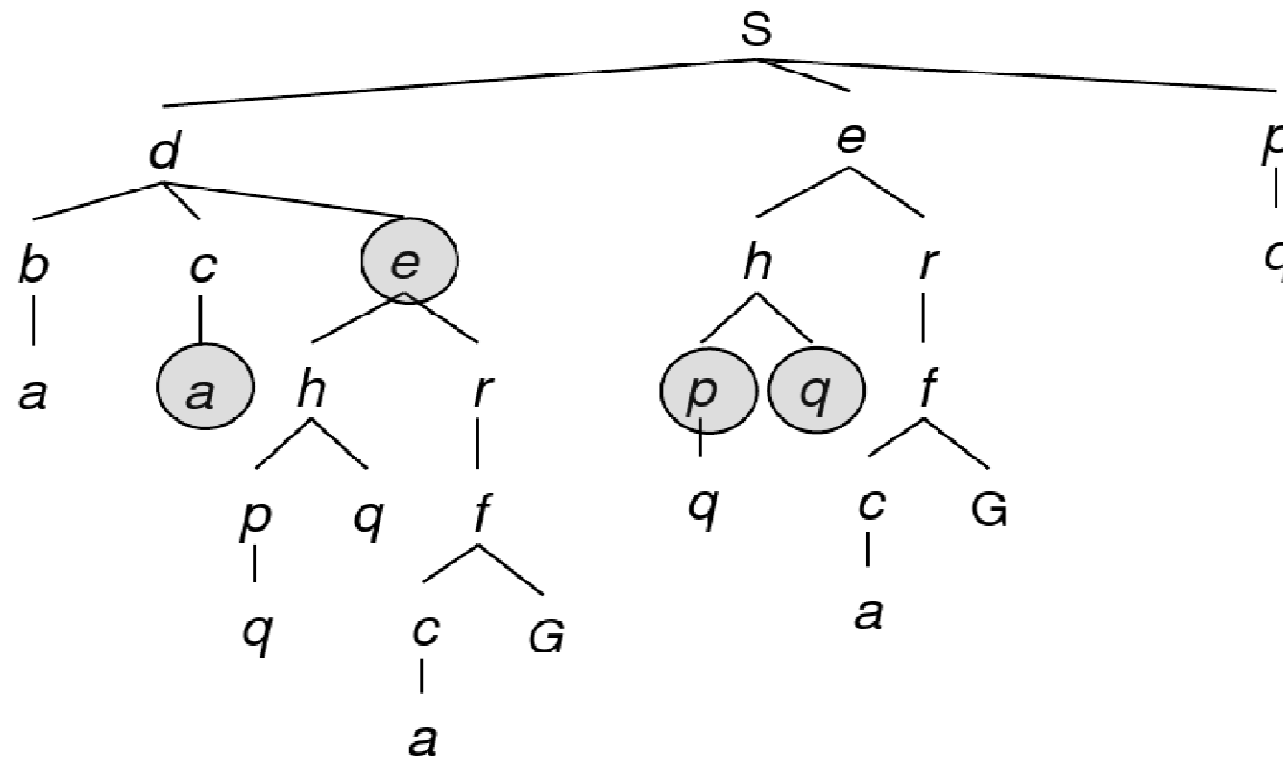
# Estados repetidos

- Si no detectamos estados repetidos podemos convertir un problema lineal en un problema exponencial!!!



# Búsqueda en grafos

- En una búsqueda primero en anchura no sería necesario expandir los nodos coloreados ¿por qué?



# Algoritmos de búsqueda en grafos

---

Idea básica:

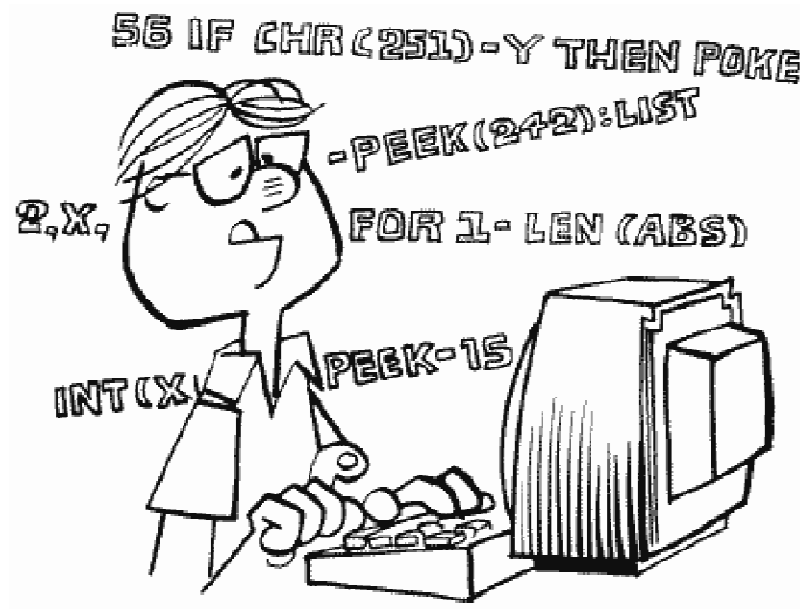
- Mecanismo de exploración igual que en árboles
- Evitar repeticiones mediante una lista de nodos cerrados (ya explorados)

```
función BÚSQUEDA-GRAFOS(problema, frontera) devuelve una solución o fallo
    cerrados ← un conjunto vacío
    frontera ← INSERTA(HACER-NODO(ESTADO-INICIAL[problema]), frontera)
    bucle hacer
        si VACIA? (frontera) entonces devolver fallo
        nodo ← SACAR-BORRANDO-PRIMERO(frontera)
        si TEST-OBJETIVO[problema] aplicado al ESTADO[nodo] es cierto
            entonces devolver SOLUCION(nodo)
        si ESTADO[nodo] no está en cerrados entonces
            añadir ESTADO[nodo] a cerrados
            frontera ← INSERTAR-TODO(EXPANDIR(nodo, problema), frontera)
```

# Detalles de implementación

---

- Utilizad un dict o set para implementar la lista de estados cerrados





# Video Pacman/Roomba

---

- <http://pacman.elstonj.com/index.cgi?dir=videos&num=&perpage=&section=>

---

- Más ejemplos de caracterización de problemas y espacio de estados:

Ir a18:



- El mundo de la aspiradora
- El puzle de 8 piezas
- Ver apartado 3.2 del libro para más ejemplos de problemas:
  - “Toy problems”
    - [http://en.wikipedia.org/wiki/Eight\\_queens\\_puzzle](http://en.wikipedia.org/wiki/Eight_queens_puzzle)
  - Problemas reales

# Agentes reactivos

---

- Agentes reactivos
  - Escogen una acción basándose en su actual percepción y en su memoria.
  - No piensan más allá del primer paso.
- ¿Puede un agente reactivo ser racional?
- ¿Cómo de bueno es un agente reactivo Pacman?
  - Comer copos si están al lado y huir de los fantasmas
  - 31% de victorias contra fantasmas aleatorios
  - 5% de victorias en el Pacman original
  - 3% de victorias contra fantasmas reactivos en un escenario pequeño

# Agentes basados en objetivos

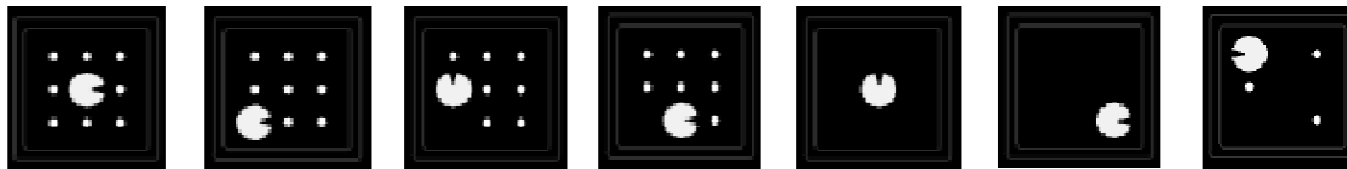
---

- Planifican con anterioridad
- Toman las decisiones en función de las consecuencias de sus acciones
- Deben tener un modelo de cómo el mundo evoluciona en respuesta a sus acciones

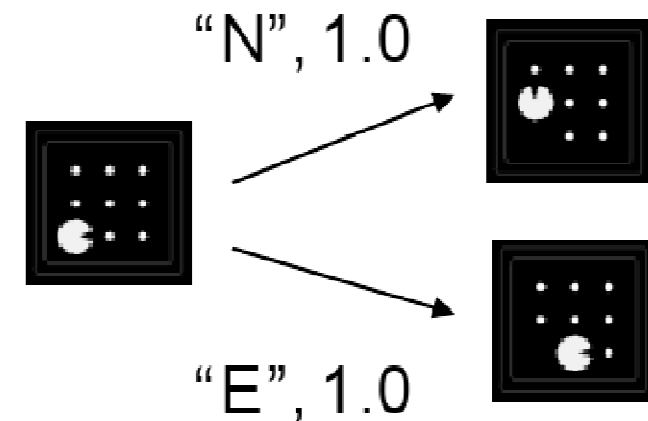
# Problemas de búsqueda

- Un problema de búsqueda consiste en:

- Un **espacio de estados**:



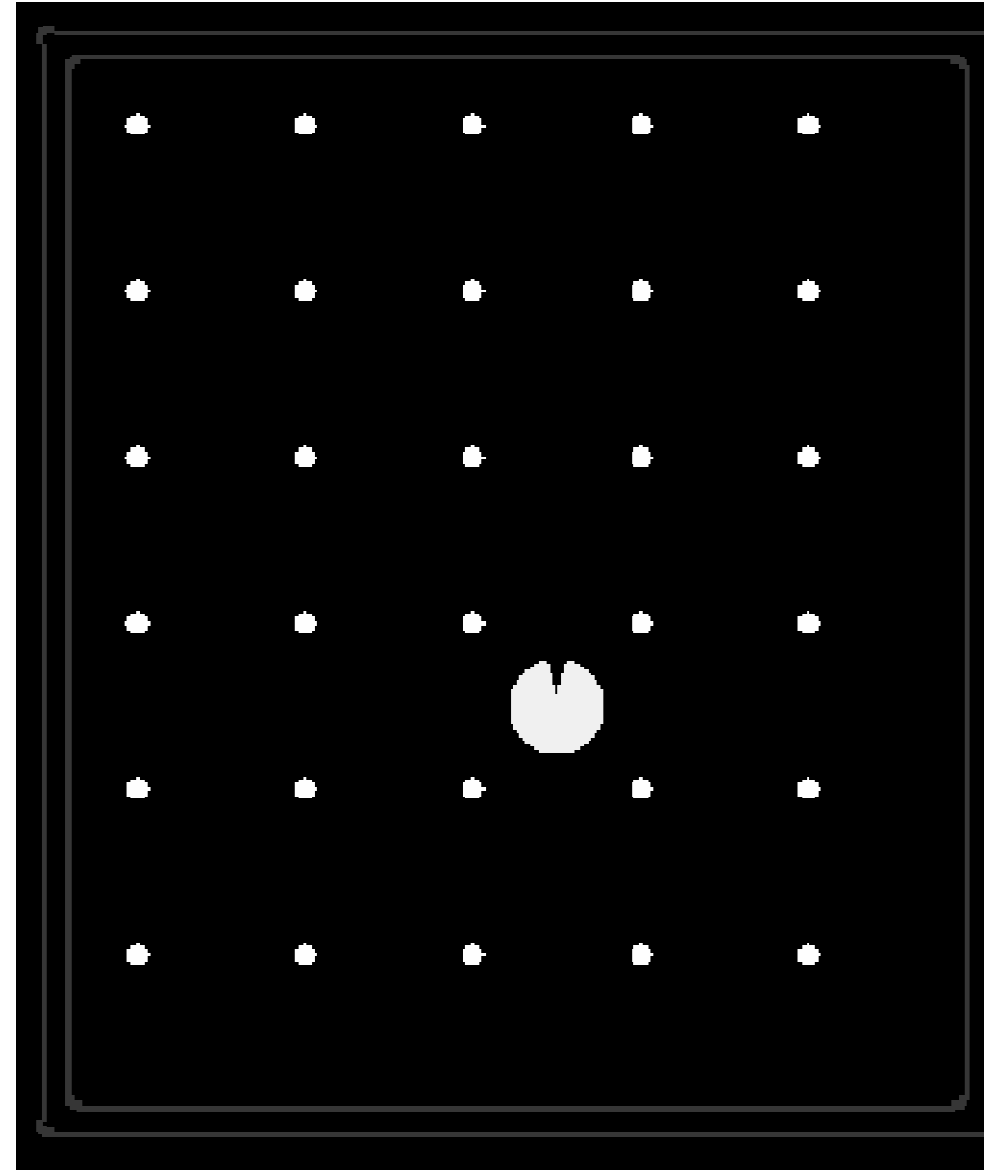
- Una función **sucesor**:
  - Un **estado inicial** y un test que nos permita saber si hemos llegado al **objetivo**.



- Una **solución** es una secuencia de acciones que transforma un estado inicial en un estado objetivo.

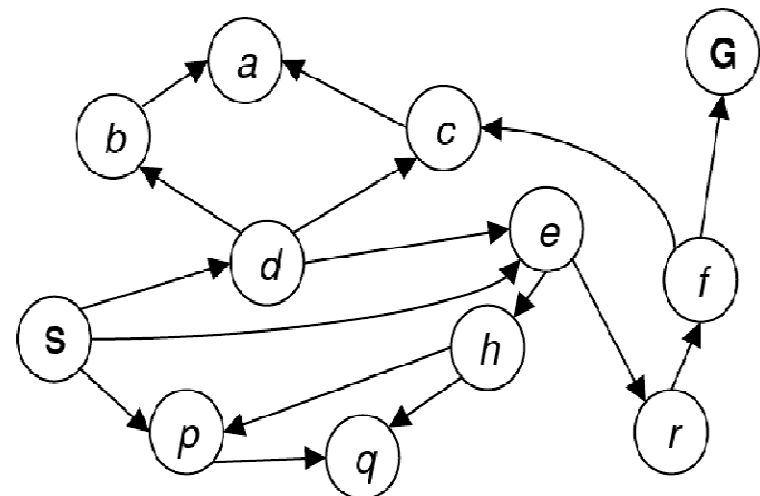
# ¿Cómo de grande es el espacio de búsqueda?

- Problema de búsqueda:
  - Comer toda la comida
- Posiciones posibles de Pacman:
  - 10x12
- Número de copos:
  - 30



# Grafo del espacio de estados

- Todo problema de búsqueda tiene asociado un grafo de estados.
- La función sucesor se representa por arcos
- En contadas ocasiones se puede construir este grafo en memoria



Seguimos viendo estrategias que se denominan de búsqueda no informada (uninformed search) o de búsqueda ciega porque sólo usan la información de la definición del problema:

- búsqueda primero en anchura
- búsqueda de coste uniforme
- búsqueda primero en profundidad
- búsqueda limitada en profundidad
- búsqueda por profundización iterativa
- (búsqueda bidireccional)

Contrastan con las estrategias de búsqueda informada (informed search) o de búsqueda heurística que utilizan información del coste del estado actual al objetivo.



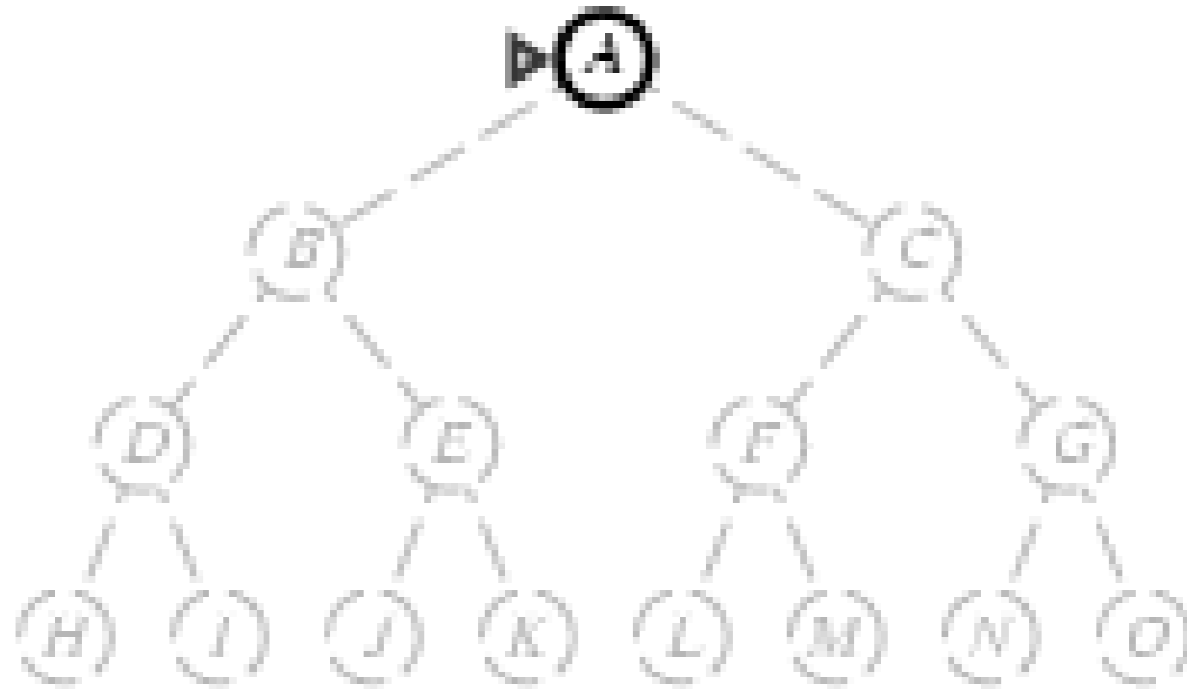
# Búsqueda de coste uniforme

---

- Expande el nodo no expandido cuyo coste sea menor
- Implementación:
  - La *frontera* es un cola ordenada por coste de camino
- Equivalente a la búsqueda primero en anchura si el coste de todos los pasos es igual.
- Completo? Sí, si el coste de cada paso es  $\geq \epsilon$
- Tiempo? # de nodos con  $g \leq$  coste de la solución óptima,  
 $O(b^{\text{ceiling}(C^*/\epsilon)})$  donde  $C^*$  es el coste de la solución óptima
- Espacio? # de nodos con  $g \leq$  coste de la solución óptima  
 $O(b^{\text{ceiling}(C^*/\epsilon)})$
- Óptima? Sí. Los nodos se expanden en orden creciente de  $g(n)$

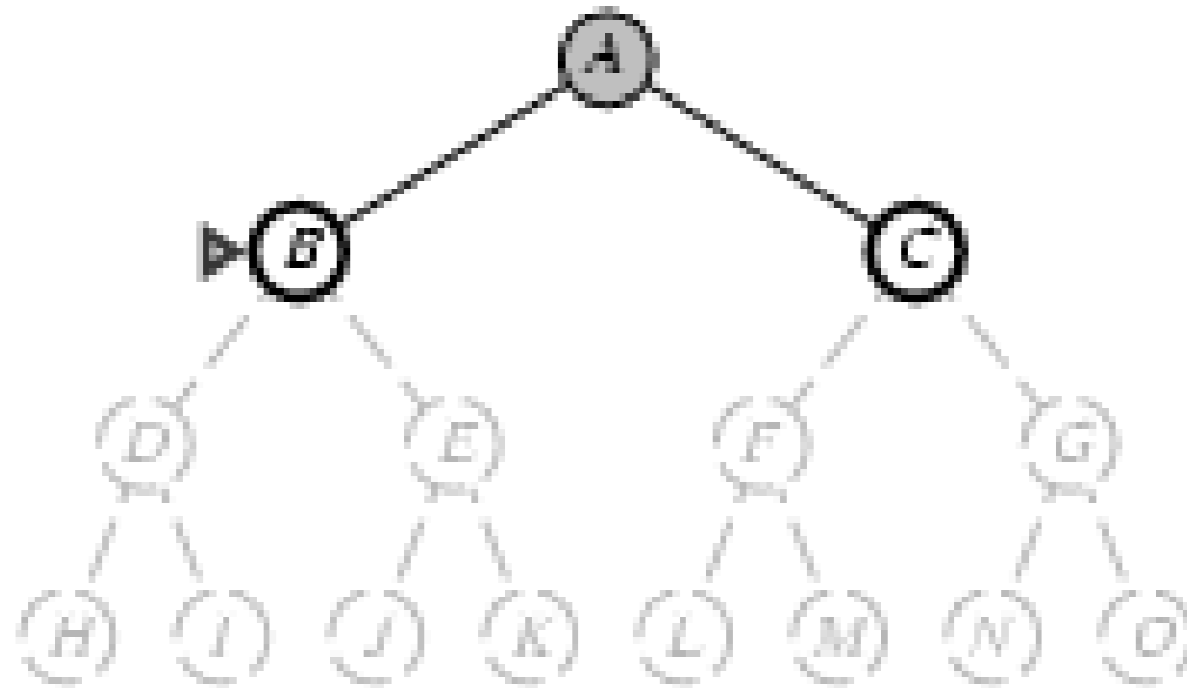
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



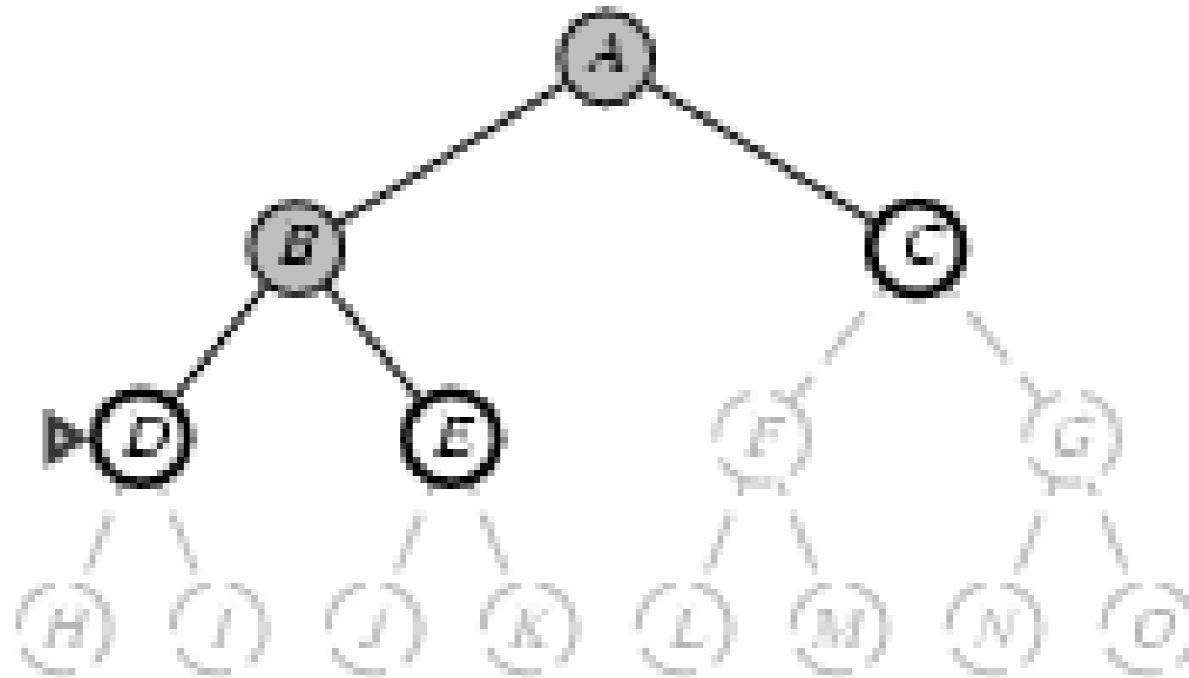
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



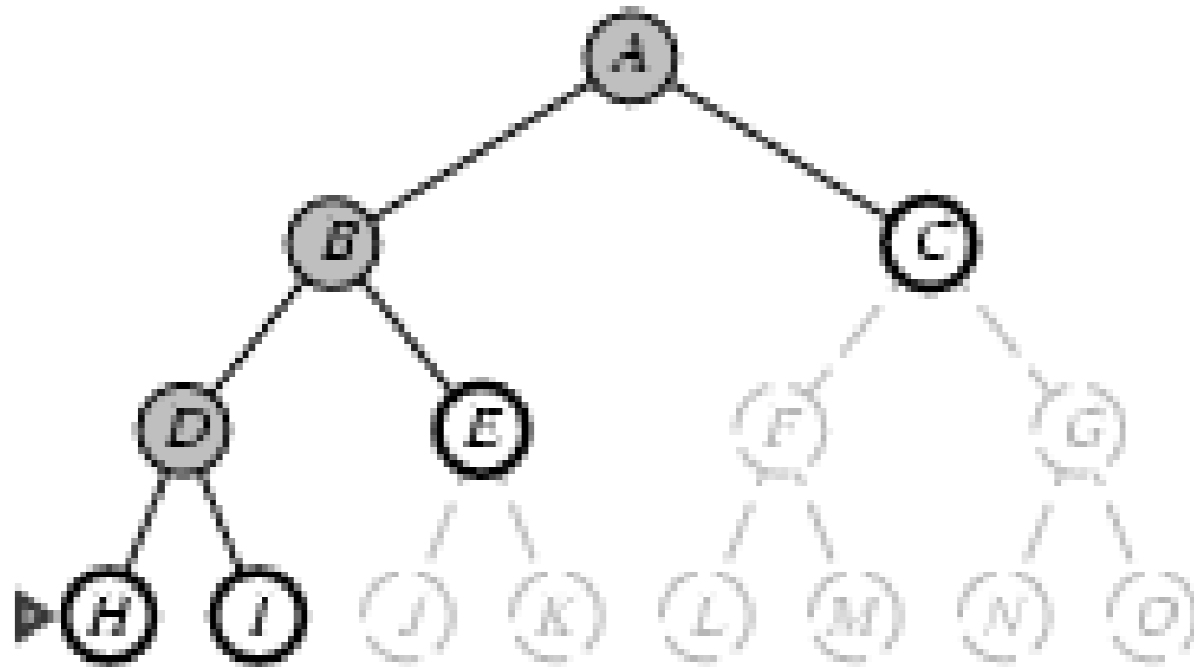
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



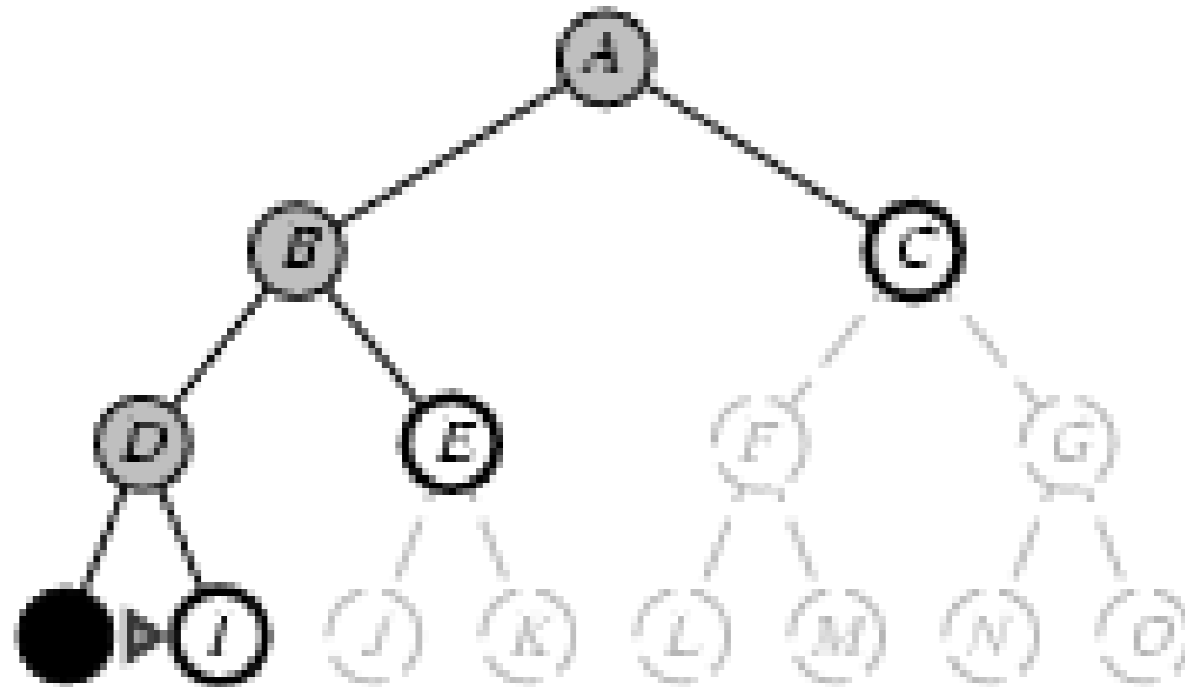
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



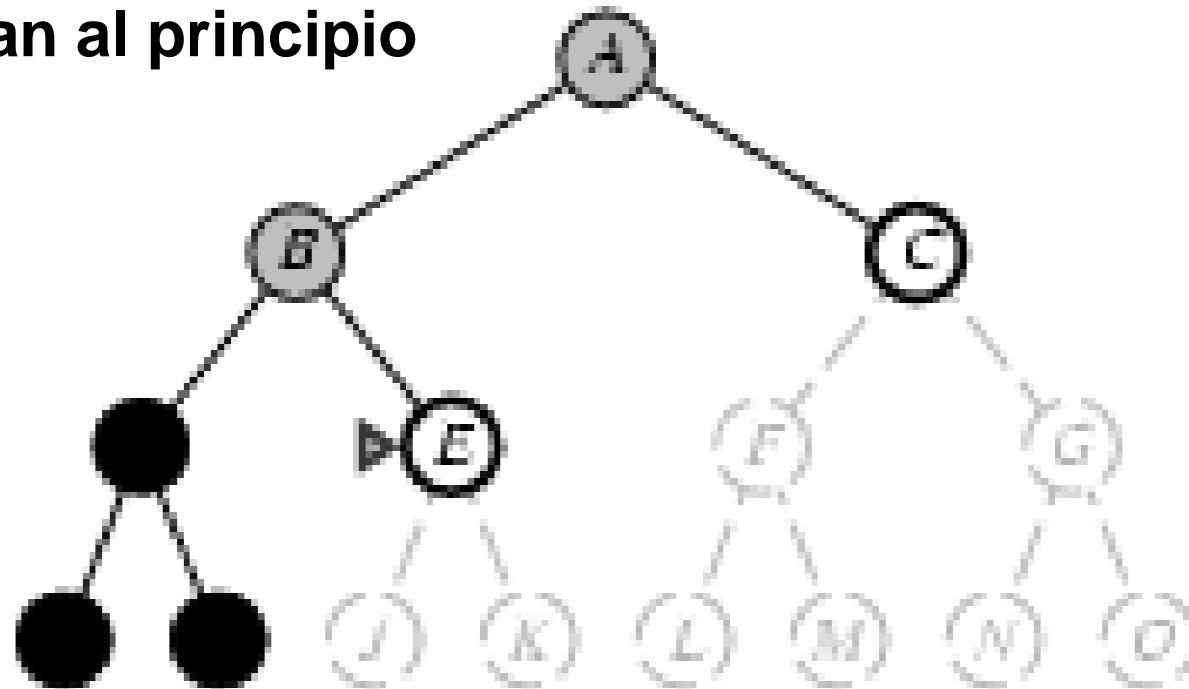
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio

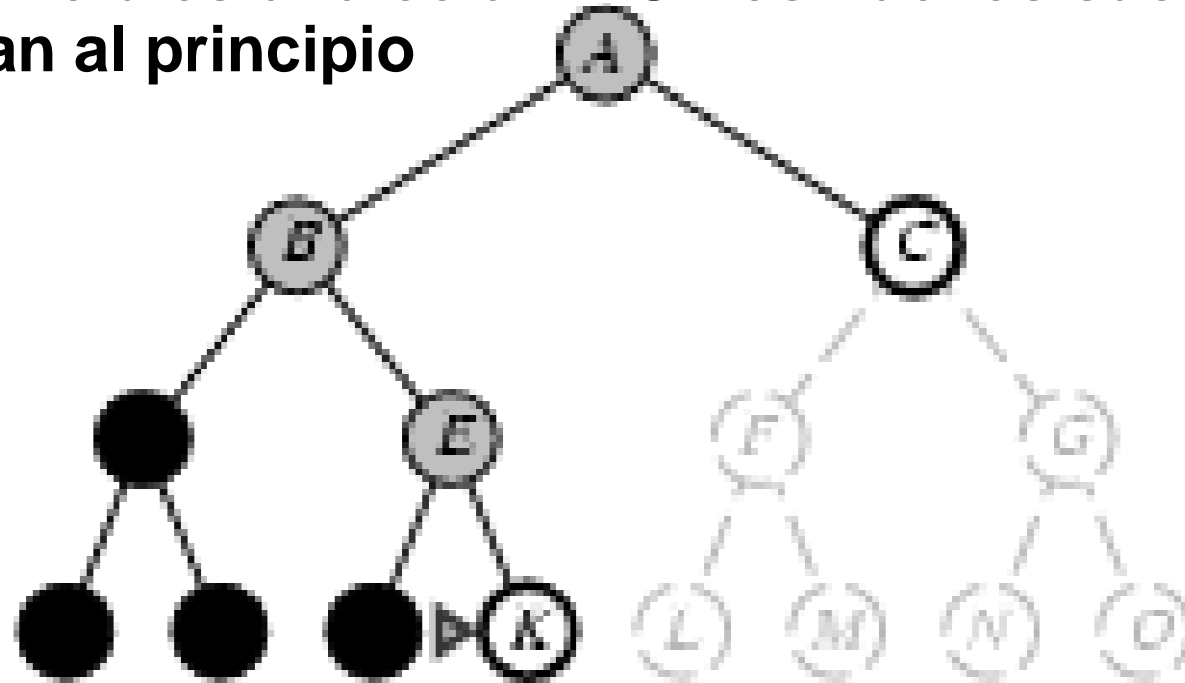


- an al principio
- 
- ```
graph TD; A((A)) --- E1((E)); A --- C((C)); E1 --- Black1(( )); E1 --- E2((E)); Black1 --- Black2(( )); Black1 --- Black3(( )); E2 --- J((J)); E2 --- K((K)); C --- F((F)); C --- G((G)); F --- L((L)); F --- M((M)); G --- N((N)); G --- O((O));
```



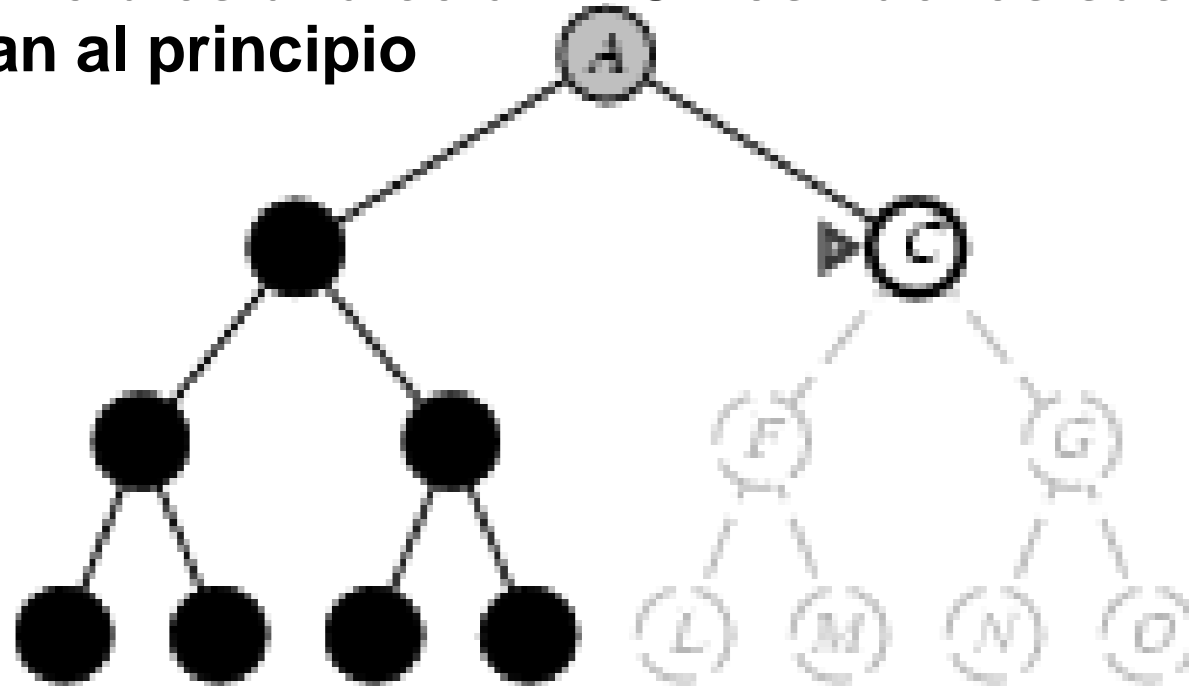
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



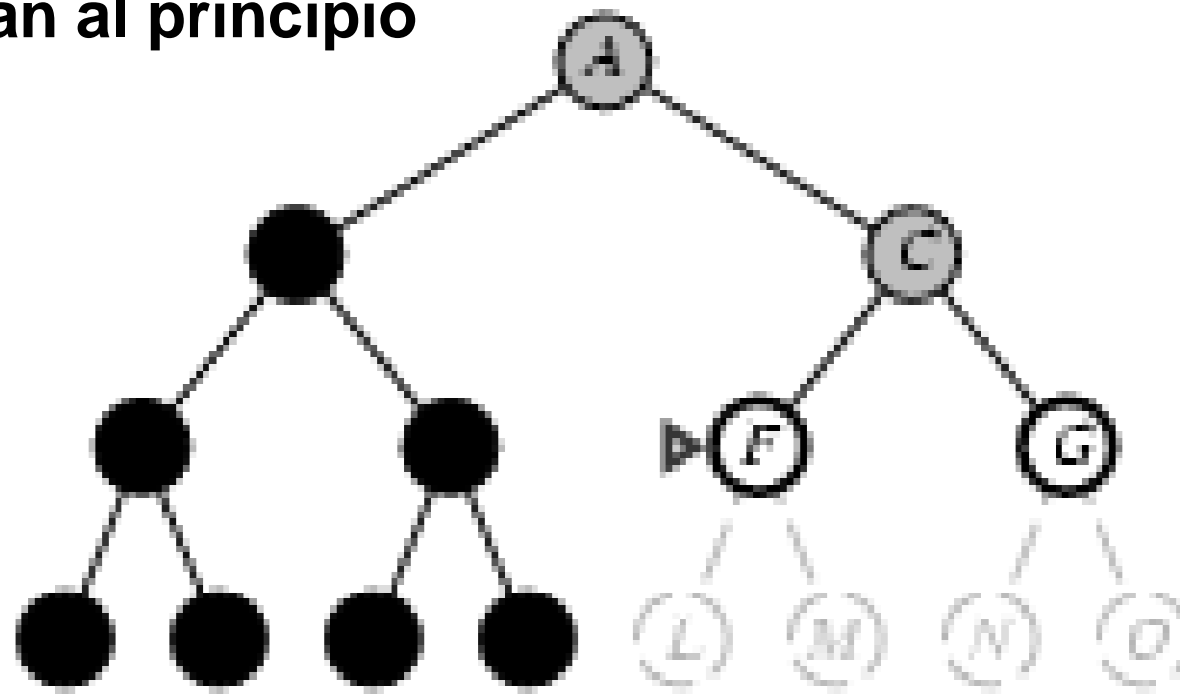
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



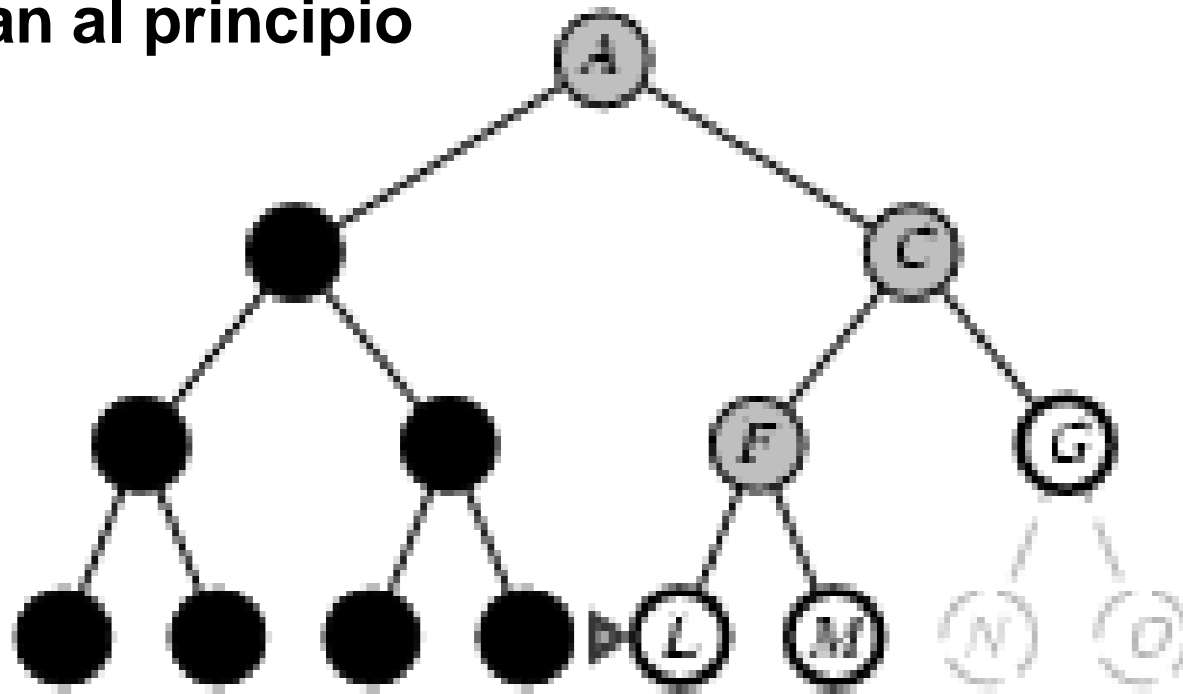
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



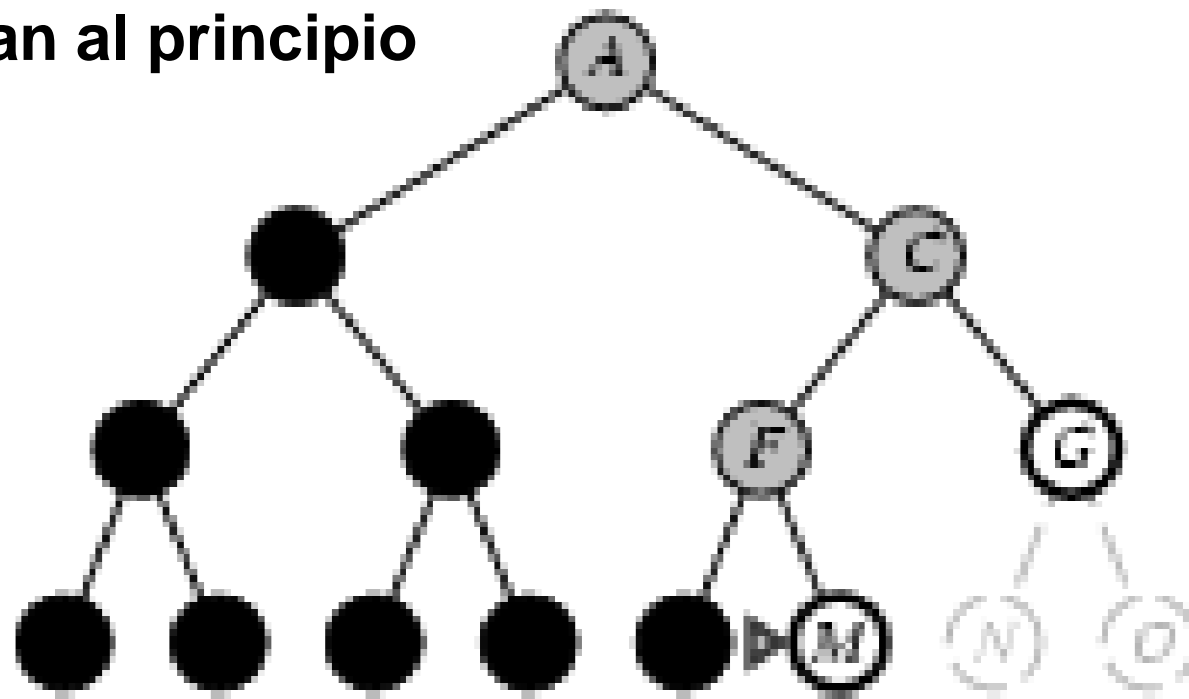
# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



# Búsqueda primero en profundidad

- Se expande el nodo más profundo no expandido aún
- Implementación:
  - La *frontera* es una cola LIFO: los nuevos sucesores se colocan al principio



# Propiedades de la búsqueda primero en profundidad

---

- Completa? No: falla en espacios de profundidad infinita, espacios con ciclos.
  - Si la modificamos para evitar estados repetidos en el camino actual → completa en espacios finitos
- Tiempo?  $O(b^m)$ : horrible si  $m$  es mucho mayor que  $d$ 
  - Pero si las soluciones son densas, puede ser mucho más rápida que la búsqueda primero en anchura
- Espacio?  $O(bm)$ , es decir: espacio lineal!
- Óptima? No