

## Localização de Robôs Móveis

### Localização baseada em grelhas (*Grid-map-based*) usando RP-LIDAR + EKF

#### 1. Introdução

Para navegar uma plataforma móvel de forma autônoma é necessário dotá-la de capacidade de estimação da sua localização, isto é, ser capaz de responder à questão: “*Onde Estou ? / Where am I ?*”

Localização (*Localization*) e relocalização (*relocation*) são dois conceitos distintos tendo em vista a estimação de posição. O primeiro diz respeito ao conhecimento em contínuo da posição, o qual pode ser deduzido da estimação prévia de posicionamento. Já o segundo diz respeito à medição direta da localização, sendo independente de qualquer informação prévia de movimentos realizados. De entre estes dois problemas, a localização apresenta-se como “*o problema*” a resolver em robótica móvel uma vez que desempenha um papel fulcral em problemas de navegação de plataformas móveis, sendo a relocalização um problema essencial na recuperação de erro (localização) sempre que a plataforma se perde durante o movimento. O problema da localização usando sensores de ultrassom (sonares) foi investigado por Leonard and Durrant-White no seu trabalho pioneiro publicado em 1992, *Direct Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation* [1]. Para o efeito, Leonard&Durrant-White propuseram uma abordagem de localização baseada em modelos (*model-based*), na qual o modelo era composto por quatro primitivas geométricas (cantos, arestas, cilindros e paredes) e a posição era estimada usando o Filtro de Kalman Extendido (EKF) e regiões de profundidade constante (*RCD-Regions of Constant Depth*) [2], sendo as RCD extraídas diretamente da informação fornecida pelos sensores.

Este trabalho, apesar do seu carácter inovador para a época, apresentava algumas limitações devido essencialmente à fraca capacidade de modelização de características usando a informação fornecida pelos sensores.

No trabalho a realizar neste labwork é nosso objetivo implementar uma abordagem de localização de robôs (plataformas) móveis que tire partido da representação de mapas em grelhas discretas, *Grid-map-based localization*. Neste paradigma, a posição da plataforma é estimada continuamente através da correspondência entre mapas representados em grelhas discretas regulares e a informação fornecida por sensores LIDAR. A abordagem a desenvolver é inspirada na solução proposta por Leonard&Durrant-White, utilizando uma representação do mapa de referência (mapa prévio) em grelhas regulares o que conduz a soluções mais simples

e menos sujeitas a perturbação de ruído uma vez que não requerem a representação geométrica exata dos objetos (mapa). Apesar da solução de localização baseada em grelhas possibilitar a inclusão de processos de atualização de mapas, isto é, permite comportamentos dinâmicos dos objetos do mapa, na solução a desenvolver considerar-se-á que o mapa apresenta um comportamento estático, utilizando-se diretamente a informação de leitura fornecida pelos sensores LIDAR o que possibilita a utilização de informação sensorial esparsa.

## 2. Localização

A ferramenta base para uma abordagem de localização é o filtro de Kalman Estendido, apresentado nas aulas teóricas da disciplina. Tal como estudado nas aulas, o filtro de Kalman é um algoritmo que realiza, de forma eficiente, inferências exatas sobre um sistema dinâmico linear, modelo Bayesiano semelhante a um modelo de Markov escondido, mas onde o espaço de estados das variáveis não observadas é contínuo e todas as variáveis apresentam uma distribuição normal ou normal multivariada. Tal como em processos de localização de MARKOV, também a localização de KALMAN apresenta dois estágios distintos: predição e atualização. Na fase de predição, as equações de movimento da plataforma (modelo de transição de estados) modificam a posição anterior da plataforma função das entradas de controle. Durante este estágio, o filtro fornece predições para a posição e a estimativa da incerteza (covariância dos erros) das variáveis de estado. Na etapa de atualização, são consideradas as leituras realizadas pelos sensores exteroceptivos, obtendo-se uma medida da inovação e respetiva incerteza a qual é combinada com a predição através do ganho de Kalman. Perante sistemas dinâmicos não lineares, o filtro de Kalman Estendido (EKF) apresenta-se como a versão não-linear do filtro de Kalman, a qual lineariza em torno da estimativa da média e covariância recorrendo à expansão multivariável em Série de Taylor.

### 2.1. Modelo de Sistema.

Para a realização deste trabalho laboratorial iremos adoptar como modelo cinemático para a plataforma diferencial TurtleBot uma solução simplificada da inicialmente utilizada no labwork#1, nomeadamente

$$\begin{aligned}x(k+1) &= x(k) + D(k) \cos\left(\phi(k) + \frac{\omega(k) \cdot T}{2}\right) \\y(k+1) &= y(k) + D(k) \sin\left(\phi(k) + \frac{\omega(k) \cdot T}{2}\right) \\\phi(k+1) &= \phi(k) + \omega(k) \cdot T\end{aligned}$$

Assim, o modelo que representa a forma como a posição  $X(k) = [x(k), y(k), \phi(k)]^T$  da plataforma evolui temporalmente em resposta a entradas de controlo  $U(k) = [D(k), \Delta\phi(k)]^T$  e na presença de perturbações  $V(k)$  é dada por

$$X(k+1) = f(X(k), U(k)) + V(k), \quad V(k) \sim N(0, Q(k))$$

onde  $f$  representa a função não-linear de transição de estado

$$f(X(k), U(k)) = \begin{bmatrix} x(k) + D(k) \cos\left(\phi(k) + \frac{\Delta\phi(k)}{2}\right) \\ y(k) + D(k) \sin\left(\phi(k) + \frac{\Delta\phi(k)}{2}\right) \\ \phi(k) + \Delta\phi(k) \end{bmatrix}$$

e  $V(k) \sim N(0, Q(k))$  representa ruído branco Gaussiano de média nula e covariância  $Q(k)$ .

## 2.2. Modelo da Observação.

Estando a plataforma equipada com o sensor RP-LIDAR, o modelo da observação  $o_i(k)$  relaciona a leitura  $i$ -th do lidar com a posição da plataforma e o mundo envolvente (célula ocupada) que origina a observação, sendo representado por

$$o_i(k) = g_i(X(k), M) + h_i(k), \quad h_i(k) \sim N(0, R_i)$$

onde  $M$  representa o mundo envolvente e  $h_i(k)$  o ruído da medida (observação) que tal como no caso do modelo do sistema se considera Gaussiano com média nula e covariância  $R_i(k)$ . O mundo  $M$  representa o conjunto de células do mapa em ocupação sobre a influência do cone de incidência do sensor RP-LIDAR na leitura  $i$ , sendo expresso através de

$$M = \left\{ (x_{mj}, y_{mj}) \mid 0 \leq j \leq r \right\}$$

onde  $r$  representa o cardinal do conjunto de células ocupadas dentro do cone do sensor. Usando o modelo para o sensor LIDAR utilizado nos trabalhos laboratoriais anteriores, a função  $g_i(X(k), M)$  é descrita por

$$g_i(k) = \min \sqrt{(x_s(k) - x_{mj}(k))^2 + (y_s(k) - y_{mj}(k))^2}, \quad 1 \leq j \leq r, \quad ,$$

onde  $(x_s, y_s)$  representa a localização do sensor no sistema de coordenadas global (mundo). Caso não exista qualquer célula ocupada sobre a influência do cone do sensor, atribui-se a  $g_i(k)$  o valor máximo de leitura do sensor. Em alternativa, considera-se uma não-observação.

## 2.3. Estimação de posição.

O objetivo da localização é calcular uma nova estimativa *aposteriori* do vetor de estado  $\hat{X}(k+1|k+1)$  e da sua covariância  $C(k+1|k+1)$  conhecendo a estimativa da posição  $\hat{X}(k|k)$  e respetiva covariância  $C(k|k)$  no instante anterior, as entradas de controlo  $U(k)$  e o conjunto de observações  $\{o_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ .

Tal como apresentado nas aulas teóricas, a etapa de predição da localização e respetiva covariância é concretizada usando

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1|k) &= f(\hat{X}(k|k), U(k)) \\ C(k+1|k) &= \nabla_p f \cdot C(k|k) \cdot \nabla_p f^T + \nabla_u f \cdot C_u(k) \cdot \nabla_u f^T + Q(k) \end{aligned}$$

onde  $\nabla f$  representa o Jacobiano da função de transição de estado e  $C_u(k)$  é dado por

$$C_u(k) = \begin{bmatrix} k_r |d_r| & 0 \\ 0 & k_l |d_l| \end{bmatrix}.$$

$(d_r, d_l)$  representa o deslocamento realizado por cada roda da plataforma.

As equações para ambos os Jacobianos foram deduzidas nas aulas teóricas, podendo ser consultadas nos slides das aulas.

A etapa seguinte será prever as observações (leituras)  $\hat{o}_i(k+1)$  para cada sensor  $i$  (associe cada leitura do lidar a um sensor  $i$ ) considerando a posição estimada para a plataforma  $\hat{X}(k+1|k)$ . Usando o modelo de observação apresentado em 2.2, obtém-se

$$\hat{o}(k+1) = g_i(\hat{X}(k+1|k), M).$$

A inovação  $v_i(k+1)$  para cada sensor  $i$  é obtida através da correspondência entre a observação  $o_i(k+1)$  do sensor e a observação predita  $\hat{o}_i(k+1)$  para o sensor, obtendo-se

$$v_i(k+1) = o_i(k+1) - \hat{o}_i(k+1) = o_i(k+1) - g_i(\hat{X}(k+1|k), M),$$

sendo a covariância da inovação obtida através de

$$s_i(k+1) = \nabla g_i \cdot C(k+1|k) \nabla g_i^T + R_i(k+1),$$

onde o Jacobiano da observação  $\nabla g_i$  é calculado recorrendo à equação do modelo da observação, representando-se a posição de cada sensor  $(x_s, y_s, \phi_s)_i$  em função do vetor de estado do sistema  $X(k) = [x(k), y(k), \phi(k)]^T$ . O cálculo deste Jacobiano **não** foi deduzido nas aulas, sendo por isso necessário o seu cálculo.

De modo a estabelecer correspondência entre as medidas do sensor e as medidas preditas, utiliza-se o critério de validação proposto por Leonard&Durrant-White e apresentado nas aulas,

$$v_i(k+1) \cdot s_i^{-1}(k+1) v_i^T(k+1) \leq e^2$$

onde  $e$  é um parâmetro a sintonizar.

A última etapa da localização de Kalman (Atualização) concretiza-se usando os pares observação-predição corretamente emparelhados para calcular a estimativa *a posteriori* da posição da plataforma, i.e.,  $\hat{X}(k+1|k+1)$ . Para observações  $o_i(k+1)$  e predições  $\hat{o}_i(k+1)$  em correspondência, a inovação associada às correspondências estabelecidas é obtida através de

$$v(k+1) = \begin{bmatrix} o_1(k+1) - \hat{o}_1(k+1) \\ \vdots \\ o_j(k+1) - \hat{o}_j(k+1) \end{bmatrix}$$

onde  $j$  representa o cardinal do conjunto de correspondências corretamente estabelecidas. Caso considere uma abordagem de leituras “singulares” por parte do RP-LIDAR, o valor de  $j$  é unitário. Se considerar a atualização após  $j$  observações/correspondências, o valor de  $j$  é igual ao número de correspondências. Existindo um conjunto de  $j$  correspondências estabelecidas, o Jacobiano da observação é obtido por concatenação, obtendo-se

$$\nabla g = \begin{bmatrix} \nabla g_1 \\ \vdots \\ \nabla g_j \end{bmatrix},$$

sendo a matriz de ruído das observações em correspondência obtida através de  $R(k+1) = \text{diag}[R_i(k+1)]$ . Usando a representação concatenada das  $j$  observações em correspondência, obtém-se a matriz de covariância concatenada da inovação

$$S(k+1) = \nabla g \cdot C(k+1|k) \nabla g^T + R(k+1).$$

O conhecimento *aposteriori* da localização da plataforma  $\hat{X}(k+1|k+1)$  e correspondente matriz de covariâncias  $C(k+1|k+1)$  é concretizado combinando a informação obtida no estágio de predição  $(x(k+1|k), C(k+1|k))$  com a inovação da observação  $(v(k+1), S(k+1))$  através das equações

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + G(k+1)v(k+1)$$

$$C(k+1|k+1) = C(k+1|k) - G(k+1)S(k+1)G^T(k+1)$$

onde  $G(k+1)$  representa o ganho de Kalman, obtido através de

$$G(k+1) = C(k+1) \nabla g^T S^{-1}(k+1).$$

NOTA : Recomenda-se a leitura dos apontamentos de apoio colocados à disposição dos alunos relativos à Localização de Kalman e o artigo [3].

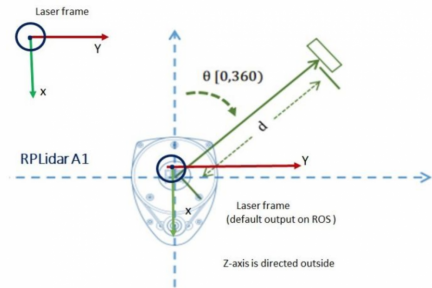
### 3. Trabalho a Realizar

- Neste trabalho laboratorial pretende-se desenvolver um algoritmo de localização de robôs móveis tendo por base a formulação de localização de Kalman estudada nas aulas. Pretende-se integrar este algoritmo na plataforma TurtleBot3/Gazebo de modo a permitir à plataforma navegar num ambiente com características estáticas inferindo em tempo real a sua localização  $(x(k), y(k), \phi(k))$ . Para tal considera-se que o universo de navegação é conhecido e que essa informação está disponível num mapa discretizado em células regulares no qual se embebeu a informação de ocupação para cada célula (trabalho laboratorial #2).
- Tal como nos trabalhos anteriores, considere que a plataforma se move num universo de dimensões não superiores a 400x400cm, mapeado numa grelha regular com células de dimensão não inferior a 5x5cm e não superior a 10x10cm. Para melhor avaliar o desempenho do algoritmo, considere que a plataforma realiza um conjunto de trajetórias simples e conhecidas (ex. Círculos, quadrados, rectângulos), devendo a plataforma realizar o movimento de forma repetitiva ( $n > 1$ ).
- Para poder avaliar a contribuição da informação contida no mapa discreto, considere a existência de um universo de navegação constituído por obstáculos/paredes distribuídos de forma a permitirem localização por triangulação. Será fornecido um ambiente de teste em Gazebo, com o respetivo mapa em células de ocupação, mas poderá validar o algoritmo em outros ambientes de navegação. Considere também que

a odometria de plataforma está sujeita a perturbações. Estas perturbações podem ser de diferentes naturezas: 1) incorporando uma componente aditiva de ruído aleatório Gaussiano na estimativa de posicionamento da plataforma; 2) Corrompendo o modelo de transição de estado, p.ex., fornecendo uma medida incorreta no raio das rodas ou na distância da baseline. Será disponibilizada uma abordagem de perturbação na informação de odometria da plataforma.

d) Tal com anteriormente, considere que o sensor LIDAR existente no RP-LIDAR apresenta as características já apresentadas no trabalho laboratorial #3, i.e.,

- $z_{max} = 2m$  : Alcance máximo da leitura do sensor LIDAR. Poderá ser ajustado para ambientes de maior dimensão. O alcance típico identificado para o sensor é  $\sim 3.5m$ ;
- $z_{min} \approx 10cm$  : Alcance mínimo do sensor LIDAR. Deverá ser confirmado experimentalmente;
- Resolução do sensor LIDAR:
  - $< 1.0cm$ , para distâncias  $0.12 < d < 0.5m$ ;
  - $< 3.5\%$  da distância medida, para todas as distâncias acima de  $0.5m$ ;
- $\alpha = 5cm$  : Espessura de influência do objeto;
- $\beta = 1^\circ$  : Resolução Angular do LIDAR;



#### 4. Entrega do Trabalho

O trabalho deverá ser entregue até ao dia 05/06/2022 e deverá conter:

1. Todos os ficheiros de código criados para a realização do labwork.
2. Um relatório (em pdf) que deverá conter uma descrição dos diversos passos bem como a discussão dos resultados. Esse relatório não poderá ultrapassar as 12 páginas de texto podendo atingir as 15 páginas se contiver figuras.
3. Apresente os gráficos de estimação de *pose* da plataforma para vários tipos de perturbação na odometria. Mostre claramente a contribuição das observações no estágio de *update* do filtro.

EXTRA : Serão valorizadas as implementações que apresentem em tempo real a elipse da incerteza de localização da plataforma em  $[x,y]$ .

#### REFERÊNCIAS

- [1] Leonard, John & Durrant-whyte, Hugh. (2004). Directed Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation. 10.1007/978-1-4615-3652-9.
- [2] Leonard J. J., (1991) Sonar interpretation using regions of constant depth (RCDs), *IEE Colloquium on Robot Sensors*, London, UK, pp. 1/1-1/4.
- [3] Jong-Hwan Lim", Chul-Ung Kang (2002) Grid-Based Localization of a Mobile Robot Using Sonar Sensors, *KSME International Journal* Vol 16 No.3. pp. 302-309.