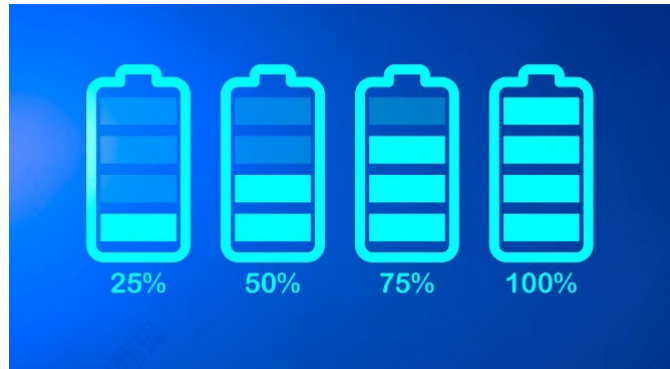


问题 A：建模智能手机电池耗电



智能手机是现代生活中不可或缺的工具，但它们的电池行为往往看似难以预测。有时手机能撑整天，有时却可能在午餐前就快速耗尽电量。尽管一些用户将其归因于“使用过度”，但电池耗尽的真正驱动因素更为复杂。功耗取决于屏幕尺寸和亮度、处理器负载、网络活动以及即使在设备看似空闲时仍持续消耗能量的后台应用程序之间的相互作用。环境条件如温度进一步加剧了问题：一些电池在寒冷天气下会损失有效容量，而在持续高负荷使用下可能会过热。电池的行为还受其历史和生命周期中充电方式的影响。

你的任务是开发一个连续时间数学模型，用于描述智能手机电池在真实使用条件下的充电状态（SOC）随时间的变化。这将用于预测在不同条件下的剩余续航时间。你应该假设该手机使用锂离子电池。

要求：

1. 连续时间模型：开发一个使用连续时间方程或方程组来表示充电状态的模型。您可以从电池耗电的最简单合理描述开始，然后扩展它以纳入屏幕使用、处理器负载、网络连接、GPS使用和其他后台任务等额外因素。

数据作为支持而非替代：您可以收集或使用数据用于参数估计和验证。如果公开数据集有限，您可以使用已发表的测量值或规格（并注明正确引用），但前提是参数需要明确论证并验证其合理性。然而，仅基于离散曲线拟合、时间步回归或无显式连续时间模型的黑盒机器学习项目将无法满足此问题的要求。所有使用的数据必须得到充分记录且可自由获取，并且数据必须在开放许可证下可使用。

2. 空电时间预测：使用您的模型计算或近似不同初始充电水平和使用场景下的空电时间。将预测与观察到的或合理的行為进行比较，量化不确定性，并确定模型表现良好或较差的领域。

- 展示您的模型如何解释这些结果中的差异，并确定每个案例中快速电池耗尽的特定驱动因素。
 - 哪些活动或条件导致电池寿命的最大减少？哪些活动对模型的影响出奇地小？

3. 敏感性假设：检查在您的建模假设、参数值和使用模式波动后，您的预测如何变化。

4. 建议：将您的发现转化为对手机用户的实用建议。例如，哪些用户行为——如降低亮度、禁用后台任务或切换网络模式——能带来电池寿命的最大改善？操作系统如何根据模型洞察实施更有效的节电策略？考虑电池老化如何降低有效容量，或您的建模框架如何推广到其他

便携式设备。

您的报告应呈现：

- 对您的模型和支配方程的清晰描述。
- 您设计选择背后的假设和理由。
- 参数估计方法和验证结果。
- 对优势、局限性和可能扩展的讨论。
- 一份高管风格的摘要，突出主要结果、见解和推荐。

重要提示：您的模型必须基于明确定义的物理或机械推理；与电池行为的显式连续时间描述脱节的离散曲线拟合或其他数学形式将无法满足要求。仅依赖离散曲线拟合或统计回归而没有明确构建的连续时间模型的项目将无法本问题的要求。

您的 PDF 解决方案不超过 25 页，应包括：

- 一页摘要表。
- 目录。
- 您的完整解决方案。
- 正文引用和参考文献列表。
- AI使用报告（若使用不计入25页限制。）

注意：完整的 MCM 提交没有特定的最低页数要求。您可以最多使用 25 页来提交所有解决方案工作和任何您想要包含的附加信息（例如：绘图、图表、计算、表格）。接受部分解决方案。我们允许谨慎使用人工智能（如 ChatGPT），但并非必须使用人工智能来创建解决方案。如果您选择使用生成式人工智能，您必须遵循 COMAP 人工智能使用政策。这将导致您需要向 PDF 解决方案文件末尾添加一份额外的 AI 使用报告，该报告不计入您解决方案的 25 页总页数限制。

术语表

智能手机：是一种结合了传统手机功能和先进计算能力的移动设备。

功耗：指设备从电池或电源获取电能的速率。

处理器负载：指处理器在特定时刻实际完成的工作量。

充电状态 (SOC)：指电池剩余能量与其满容量相比的度量，以百分比表示。

剩余放电时间：电池完全放电前的预计剩余时间。