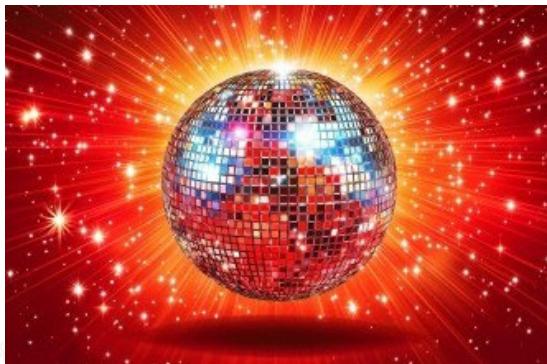


**问题 C：与星共舞**

《与星共舞》（Dancing with the Stars, DWTS）是美国版的一个国际电视节目系列，该系列基于英国节目“Strictly Come Dancing”（最初名为“Come Dancing”）。该节目的不同版本曾在阿尔巴尼亚、阿根廷、澳大利亚、中国、法国、印度以及许多其他国家播出。本问题关注的美国版本已播出34季。

名人将与专业舞者搭档，每周进行舞蹈表演。专家评委团会对每对舞伴的舞蹈进行评分，而观众则通过电话或网络投票选出当周的 favorite 舞伴。观众每周可以投票一次或多次，直至每周公布的投票上限。此外，观众会投票决定希望保留的明星，但无法投票淘汰某位明星。评委和观众的评分将结合在一起，以确定当周要淘汰的舞伴（综合评分最低者）。有三对（在某些赛季更多）舞伴会进入决赛，在决赛周，观众和评委的综合评分将用来对她们进行排名，从 1<sup>st</sup> 到 3<sup>rd</sup> （或 4<sup>th</sup>、 5<sup>th</sup>）。

结合粉丝投票和评委分数有多种可能的方法。在美国版的前两季中，组合方式是基于排名的。由于名人参赛者杰里·瑞斯（尽管评委分数极低）成为决赛选手，第二季的情况引发了修改，改为使用百分比而非排名。这两种方法的示例在附录中提供。

在第二十七季中，又发生了一起“争议”，即名人参赛者鲍比·博恩斯尽管评委分数始终很低却获胜。为此，从第二十八季开始，对淘汰过程进行了微调。通过结合评委分数和粉丝投票确定排名最低的两位参赛者，然后在直播节目中，评委投票决定淘汰其中一位。大约在同一时期，制作人也重新采用了与第一、二季相同的方法，即使用排名来结合评委分数和粉丝投票。具体是哪一季发生了这一变化尚不清楚，但合理推测应为第二十八季。

评委分数旨在反映舞者技术上的优劣，尽管决定舞蹈好坏的标准存在一定主观性。粉丝投票可能要主观得多，不仅受舞蹈质量的影响，还受名人的人气和魅力的影响。节目制作人实际上可能在一定程度上倾向于意见和投票的冲突，因为这类情况能提升粉丝的兴趣和兴奋度。

带有评委分数和参赛者信息的数据已提供并在下文进行描述。您可以自行选择包含附加信息或其他数据，但您必须完整记录来源。使用该数据来：

- 开发一个数学模型（或模型） $p$ 产生估计的粉丝投票（这些投票是对每位参赛者在比赛期间所知且严守的秘密）
  - 你的模型能否正确估算导致每周淘汰结果的粉丝投票，并提供一致性指标？
  - 你生成的粉丝投票总数有多少确定性，这种确定性是否对每位参赛者/每周都相同？请提供估计的确定性指标。
- 使用你的粉丝投票估算值与其他数据：
  - 比较和对比节目用于结合评委和粉丝投票的两种方法（即排名和百分比）在不同赛季的结果（即对每个赛季应用两种方法）。如果结果存在差异，哪种方法似乎更倾向于粉丝投票？
  - 检查在存在“争议”的特定名人身上的两种投票方法（即评委与粉丝之间的差异）。选择结合评委评分和粉丝投票的方法是否会导致每位这些参赛者相同的结果？如果让评委选择每周淘汰排名靠后的两位情侣，这会如何影响结果？你可以考虑的例子（也可能还有你发现的其他例子）：
    - 第2赛季 – 杰里·瑞斯，尽管5周内评委评分最低却成为亚军。
    - 第4赛季 – 比利·雷·塞勒斯尽管6周内评委评分垫底。
    - 第11赛季 – 布莉斯·佩林12次获得最低评委评分。
    - 第27赛季 – 鲍比·博恩斯尽管评委评分始终较低却赢得比赛

根据您的分析，您会推荐在未来的赛季中使用哪种方法，以及为什么？您是否建议增加评委从倒数两位舞伴中选择的额外方法？

- 使用包括您的粉丝投票估计在内的数据，开发一个模型来分析不同专业舞者以及数据中名人（年龄、行业等）的特征的影响。这些因素对名人比赛表现的影响有多大？它们对评委评分和粉丝投票的影响是否相同？
- 专业 pose another system using fan votes and judges每周获得的分数中，您认为更高的“公平”（或在某些情况下以其他方式“更好”，例如让节目对粉丝更有趣）。请说明为何你的方案应该被节目制作方采纳。
- 撰写一份不超过25页的报告，总结您的发现，并附上一份一到两页的备忘录，概述您的结果，并为DWTS的制作人提供建议，说明评委和粉丝投票如何结合，以及未来赛季应如何进行。

你的PDF解决方案（总页数不超过25页）应包括：

- 单页摘要表。
- 目录。
- 您的完整解决方案。
- 一到两页备忘录。
- 参考文献列表。
- AI使用报告（若使用不计入25页限制。）

注意：完整的MCM提交没有特定的最低页数要求。您可以最多使用25页用于所有解决方案工作和任何您想要包含的附加信息（例如：绘图、图表、计算、表格）。接受部分解决方案。我们允许谨慎使用AI（如ChatGPT），但创建此问题的解决方案并非必须。如果您选择使用生成式AI，必须遵循COMAP AI使用政策。这将导致生成一份额外的AI使用报告，您必须将其添加到PDF解决方案文件的末尾，并且不计入您解决方案的25页总限制。

数据文件：[2026\\_MCM\\_Problem\\_C\\_Data.csv](#) – 参赛者信息、结果和每周评委评分，涵盖第1至34赛季。数据描述见表1。

表1：2026\_MCM\_Problem\_C\_Data.csv数据描述

变量	说明	示例
名人_姓名	名人参赛者（明星）杰里·瑞夫斯	马克·库班、...
舞厅_舞伴	专业舞者姓名 搭档	雪莉尔·伯克，德雷克·豪，...
名人_行业	明星职业类别	运动员，模特，...
名人_家乡	星人的家乡（如果来自美国）	俄亥俄州、缅因州、...
名人_家乡国家/地区	星人的家乡国家/地区	美国、英国、...
名人_年龄_在_季节	该明星在季节中的年龄	32, 29, ...
季节	该节目的季节	1, 2, 3 …, 32 第一名，第二周被淘汰，...
结果	赛季初结果	
排名	赛季最终排名（1最佳）	1, 2, 3, ...
第周_评委得分	第{v1}周的{v2}评委得分	1、2、3、...

数据说明：

1. 评委对每项舞蹈的评分从1（低分）到10（高分）。
  - a. 在某些周，报告的得分包含小数（例如8.5），因为每位名人表演了多个舞蹈，且各部分得分被平均计算。
  - b. 在某些周，会发放奖励分（如舞蹈对决等）；这些分数会平均分配到评委/舞蹈得分中。
  - c. Team  $d$  分数是平均的  $d$  with 分数  $f$   $h$  individual  $t$  比赛成员 ber.
2. 评委按评分顺序列出；因此“评委Y”可能不是每周或每季度的同一评委。

3. 各季度的名人数量不同，节目播出的周数也不同。

4. 第15季是唯一一季全部由回归名人组成全明星阵容的季度。

5. 有时会出现名人未被淘汰的周，有时则有多名名人被淘汰。

6. 数据集中出现N/A值的情况有

a. 如果某周没有 $4^{th}$ 评委（通常有3位），则 $4^{th}$ 评委分数为N/A值，以及b. 在某季未播出节目的周（例如，第1季持续6周，因此第7至第11周记录了N/A值）。

7. 被淘汰的明星将被记录为0分。例如，在第一季中，第二周的节目中第一位被淘汰的明星是特丽萨·萨特。因此，她在该季剩余时间（第3周到第6周）的得分均为0。

## 附录：投票方案示例

### 1. 按排名综合（用于第1季、第2季和第28<sup>a</sup>-34季）

在第1季和第2季中，评委票和粉丝票按排名综合。例如，在第1季第4周，有四位剩余选手。

雷切尔·亨特被淘汰，因此她获得了最低的综合排名。表2展示了评委的得分和排名，我们

创建了一个可能的粉丝投票组合，可以得出正确结果。还有许多其他粉丝投票值也能得到相同结果。你不应将这些作为实际值，因为这只是一个示例。由于Rachel在评委中的排名是2<sup>nd</sup>，为了以最低的总分结束，她获得了最低的粉丝投票（4<sup>th</sup>名），总排名第6。

表2：按排名综合评委票和粉丝票示例（第1季第4周）

参赛者	评委总分	评委得分排名	粉丝投票*	粉丝排名*	排名总和
Rachel Hunter	25	2	110万	4	6
乔伊·麦克泰尔	20	4	370万	1	5
约翰·奥赫利利	21	3	320万	2	5
凯莉·门诺	26	1	200万	3	4

\* 粉丝投票/排名未知，为产生正确的最终排名而选择的假设值

### 2. 按百分比合并（用于第3季至27<sup>a</sup>）

从第3季开始，分数合并使用百分比而非排名。以第5季第9周为例。那周，Jennie Garth被淘汰。同样，我们人为创建了粉丝投票，以产生正确的总百分比，从而得出该结果。

评委的百分比是通过将参赛者的总评委分数除以所有4位参赛者的总评委分数之和计算得出的。根据评委的百分比，Jennie是3<sup>rd</sup>。然而，加上我们分配给评委的1000万人工创造的粉丝票数的百分比，她的评委百分比是4<sup>th</sup>。

表3：结合裁判和粉丝投票百分比示例（第五赛季，第九周）

参赛者	裁判总分	裁判投票百分比	粉丝投票*	风扇百分比*	百分比总和
詹妮·加思	29	$29/117 = 24.8\%$	110万	$1.1/10 = 11\%$	35.8
玛丽·奥斯蒙德	28	$28/117 = 23.9\%$	370万	$3.7/10 = 37\%$	60.9
梅尔·B	30	$30/117 = 25.6\%$	320万	$3.2/10 = 32\%$	57.8
Helio Castroneves	30	$30/117 = 25.6\%$	200万	$2/10 = 20\%$	45.6
<b>总计</b>	<b>117</b>		<b>1000万</b>		

\* 粉丝投票未知，数值为假设值以产生正确的最终排名

<sup>a</sup> 回归排名方法的那一年尚不明确；第28季是一个合理的假设。