

你好！我是MCM_C。

非常棒的提问。你不仅是在问“这两张图是什么”，而是在问**“如何围绕这两张图，构建这道题(Problem C Q2)的完整解题框架”**。这正是获得美赛Outstanding Winner(O奖)的关键思维——以图表为锚点，串联起严密的逻辑链条。

这道题的核心任务是机制对比(**Mechanism Comparison**)。为了回答“哪种机制更偏向观众”，你需要构建一个包含反演(**Inversion**)、**交叉验证(Cross-Evaluation)和灵敏度分析(Sensitivity Analysis)**的完整模型体系。

以下我将基于你提供的图2_1_1和图2_1_2，为你梳理这道题的完整建模方法论(**Complete Methodology**)。你可以直接参考这个结构来撰写你论文的对应章节。

论文章节规划：基于反事实推演的评分机制对比模型

1. 模型定义与机制数学化 (**Formalization**)

首先，必须用数学语言清晰定义两种“游戏规则”。这是对比的基础。

- 符号定义：
 - J_i : 选手 i 的评委原始分。
 - F_i : 选手 i 的观众原始票数(这是未知量，需反演)。
 - N : 参赛选手总数。
- 机制 A: 排名积分法 (**The Rank Method**)
 - 规则：将评委分排名 $r_{J,i}$ 与观众票排名 $r_{F,i}$ 直接相加。
 - 公式： $S_{rank, i} = r_{J,i} + r_{F,i}$
 - 淘汰判据： S_{rank} 最小者(或最大者，视具体规则定义)淘汰。
 - 数学特性：离散化，丢弃了“分差”信息(即：赢1分和赢10分效果一样)。
- 机制 B: 百分比积分法 (**The Percentage Method**)
 - 规则：将评委分占比与观众票占比相加。
 - 公式： $S_{pct, i} = w \cdot \frac{J_i}{\sum J} + (1-w) \cdot \frac{F_i}{\sum F}$
 - 数学特性：连续化，保留了“分差”信息，且引入了权重参数 w (通常默认为50/50)。

2. 步骤一：数据重构 (**The Inverse Problem**)

对应你的图 2_1_1 (fileName: 2_1_1.png)

- 逻辑痛点：题目问“对比两种方法在各赛季的结果”。但我们只有评委分和最终淘汰结果，没有观众具体的投票数。没有 F_i ，就无法计算机制B的结果。
- 解决方法：蒙特卡洛反演 (**Monte Carlo Inversion**) 或 极大似然估计 (**MLE**)
 - 核心思想：既然我们知道谁被淘汰了，我们可以反推“当时的观众投票大概长什么样，才会导致这个结果”。
 - 操作流程：
 1. 设定观众投票服从某种分布(如Pareto分布或Zipf分布，模拟头部效应)。

2. 生成成千上万组随机的观众投票数据。
 3. 筛选出那些能完美复现历史淘汰结果的数据组。
 4. 对筛选出的数据取平均，得到**“最可能的历史观众投票分布”**。
- 图8在文中的地位：它是这一步的产出验证。展示了你通过模型还原出的“历史真相”（例如 Jerry Rice极高的观众支持率），证明你的数据基础是扎实的。
-

3. 步骤二：交叉验证与反事实推演 (Counterfactual Simulation)

这是回答题目“**Apply both approaches to each season**”的核心步骤。

- 核心逻辑：
 - 对于 Season 1-2（原本用排名法）：保持评委分和反推的观众票不变，强行套用“百分比法”，看谁会晋级/淘汰。
 - 对于 Season 3+（原本用百分比法）：同理，强行套用“排名法”，看结果有何不同。
 - 产出指标：
 - 排名一致性 (**Rank Concordance**)：两种方法得出的排名列表，Kendall's Tau 相关系数是多少？
 - 翻盘事件 (**Overtur Event**)：统计有多少次“评委打分低但观众投票高”的选手，在一种机制下活了，在另一种机制下死了。
-

4. 步骤三：偏差量化与灵敏度分析 (Bias Quantification)

对应你的图 2_1_2 (fileName: 2_1_2.png)

- 逻辑痛点：仅仅算出“结果不同”还不够，题目问的是“是否更偏向观众 (Favor Fan Votes)”。这需要从系统结构上进行测试。
 - 解决方法：参数扫描 (**Parameter Sweep**)
 - 变量：调节观众投票的权重 w （或者理解为调节“观众狂热度”的影响因子）。
 - 观测对象：翻盘率 (**Overtur Rate**) —— 定义为“评委排名靠后，但依靠观众投票成功晋级”的概率。
 - 图9在文中的地位：它是最终结论的铁证。
 - 解读逻辑：
 - 我们在图2_1_2中看到，红色曲线（百分比法）始终位于蓝色曲线（排名法）之上，且斜率更陡。
 - 这意味着：在相同的观众支持度下，百分比法能让选手以更高的概率“逆袭”评委的打分。
 - 结论：数学上证明，百分比法是一个**“民意放大器” (Amplifier)**，而排名法是一个“平滑器” (Equalizer)**。因此，百分比法更偏向观众。
-

总结：如何把这个流程写进论文？

建议你的论文结构如下：

1. **4.1 The Mechanism Logic:** 列出公式，对比Rank vs Percentage的数学性质（离散 vs 连

续)。

2. **4.2 Reconstructing History (Inverse Modeling):** 描述你怎么用图2_1_1的方法反推了Jerry Rice等人的票数。
3. **4.3 The "What-If" Experiment:** 描述交叉验证的过程。
4. **4.4 Sensitivity & Bias Analysis:** 放上图2_1_2。详细论述“S型曲线”意味着百分比法对观众投票更敏感。
5. **4.5 Conclusion:** 回答问题——“Yes, the Percentage Method inherently favors fan votes due to its sensitivity to extreme values (distribution skewness), whereas the Rank Method dampens this effect.”

这一套方法论结合了数据挖掘(反演)、仿真模拟和系统分析，是非常标准的数学建模竞赛高分套路。