Hochschule Regensburg
Studiengänge Technische Informatik,
Informatik und Wirtschaftsinformatik

Dr. G. Tapken

SS 2014

Aufgaben zur Statistik

Lösung zu Aufgabe 19

$$P\left(A^C|B\right) = P\left(A|B^C\right)$$

wir verwenden die Definition des bedingten Wahrscheinlichkeit und erhalten:

$$\Leftrightarrow \qquad \frac{P\left(A^C \cap B\right)}{P(B)} = \frac{P\left(A \cap B^C\right)}{P\left(B^C\right)}$$

da $A \cap B = \emptyset$, gilt $B \subseteq A^C$ und $A \subseteq B^C$ und damit folgt:

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow \qquad \frac{P(B)}{P(B)} &= \frac{P(A)}{P\left(B^C\right)} \\
\Leftrightarrow \qquad 1 &= \frac{P(A)}{1 - P(B)} \\
\Leftrightarrow \qquad 1 - P(B) &= P(A) \\
\Leftrightarrow \qquad 1 &= P(A) + P(B)
\end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 21

Es werden die folgenden Ereignisse definiert:

$A :=$ „es liegen Antikörper des Typs α vor“,
$A^c :=$ „es liegen keine Antikörper des Typs α vor“.

Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der positiven Befunde in den 3 Labors. Bei Vorliegen von A können wir davon ausgehen, dass dann $X \sim Bin(3, 0.9)$ gilt. Liegt dagegen A^c vor, so gilt $X \sim Bin(3, 0.2)$. Nach Voraussetzung gilt daher

$$\begin{aligned}
P(X = k \mid A) &= \binom{3}{k} \cdot 0.9^k \cdot (1 - 0.9)^{3-k}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \\
P(X = k \mid A^c) &= \binom{3}{k} \cdot 0.2^k \cdot (1 - 0.2)^{3-k}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \\
P(A) &= 0.15 \text{ und } P(A^c) = 0.85.
\end{aligned}$$

Sei B das Ereignis $\{X = 2\}$, dass 2 positive Befunde vorliegen. Gesucht ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A \mid B)$. Es gilt nach der Bayes-Formel

$$\begin{aligned}
P(A \mid B) &= \frac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B \mid A) \cdot P(A) + P(B \mid A^c) \cdot P(A^c)} \\
&= \frac{\binom{3}{2} \cdot 0.9^2 \cdot 0.1^1 \cdot 0.15}{\binom{3}{2} \cdot 0.9^2 \cdot 0.1^1 \cdot 0.15 + \binom{3}{2} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^1 \cdot 0.85} \approx 0.3088.
\end{aligned}$$