1. Aufgabe E1

Es soll eine neugezüchtete Kartoffelsorte getestet werden. Dazu wird ein Testfeld ausgewählt, das auf der gesamten Fläche gleiche Wachstumsvoraussetzungen (Bodenqualität, Sonneneinstrahlung etc.) bietet. Nachdem eine gleichmäßige Pflege der Pflanzen erfolgte (Bewässerung, Düngung etc.), wurde von der ersten Ernte auf dem Versuchsfeld eine Stichprobe entnommen, die die folgende Urliste (für das Gewicht der Kartoffeln in g) lieferte:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_j	132	145	172	151	152	136	143	112	159	152

a). Bestimmen Sie die geordnete Stichprobe.

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_j	112	132	136	143	145	151	152	152	159	172

b). Klassieren Sie die obigen Daten (wählen Sie 4 gleichlange Intervalle) und zeichnen Sie das dazugehörige Histogramm.

Intervalle	Anzahl
$I_1 = [112, 127[$	1
$I_2 = [127, 142[$	2
$I_3 = [142, 157[$	5
$I_4 = [157, 172[$	2

c). Skizzieren Sie die empirische Verteilungsfunktion der unklassierten Daten (F(x) = Anteil der Kartoffeln mit einem Gewicht kleiner gleich x).

Lösung:

d). Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion der klassierten Daten (wie bei unklassierten Daten außer, dass innerhalb einer Klasse der Anteil als gleichmäßig wachsend betrachtet wird).

Lösung:

e). Berechnen Sie den Mittelwert (=arithmetisches Mittel) der Daten.

Lösung:

$\overline{x} = \frac{1}{10} \sum_{n=0}^{N} x_k$

f). Wie gross ist der Modalwert (der am häufigsten vorkommende Wert) der Stichprobe. Ist diese Information brauchbar?

Lösung:
Modalwert $= 152$

g). Bestimmen Sie den Median (der Wert, so dass mind. 50% der Daten kleiner gleich und mind. 50% der Daten größer gleich diesem sind). Ist dieser Wert eindeutig?

Lösung:
$x_{0,5} \in [x_{(5)}, x_{(6)}] = [145, 151]$
$x_{0,5} = \frac{x_{(5)} + x_{(6)}}{2}$

h). Bestimmen Sie das 0,25 Quantil (der Wert, so dass mind. 25% der Daten kleiner gleich und mind. 75% der Daten größer gleich diesem sind). Ist dieser Wert eindeutig?

Lösung:
$x_{0,25} = x_3 = 136$

i). Bestimmen Sie das 0,75 Quantil (der Wert, so dass mind. 75% der Daten kleiner gleich und mind. 25% der Daten größer gleich diesem sind).

Lösung:
$x_{0,75} = x_{(8)} = 152$

j). Bestimmen Sie den Quartilsabstand (die Differenz zwischen dem 0,75 und dem 0,25 Quantil)

Lösung:
Quartilsabstand $x_{0,75} - x_{0,25} = 152 - 136 = 16$

k). Bestimmen Sie das 0,3 Quantil (der Wert, so dass mind. 30% der Daten kleiner gleich und mind. 70% der Daten größer gleich diesem sind). Ist dieser Wert eindeutig?

Lösung:
$x_{0,3} \in [x_{(3)}, x_{(5)}]$

l). Bestimmen Sie die empirische Varianz und daraus die empirische Standardabweichung.

Lösung:
empirische Varianz $s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})$
empireische Standartabweichung $\sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}}$

Index	Gewicht	$x(i) - \overline{x}$
1	112	$[112 - 145,4]^2$
2	132	$[132 - 145,4]^2$
3	136	$[136 - 145,4]^2$
4	143	$[143 - 145,4]^2$
5	145	$[145 - 145,4]^2$
6	151	$[151 - 145,4]^2$
7	152	$[152 - 145,4]^2$
8	152	$[152 - 145,4]^2$
9	159	$[159 - 145,4]^2$
10	172	$[172 - 145,4]^2$
Summe	1454	-
Mittelwert	145,4	-

Index	Gewicht	$x(i) - \overline{x}$
1	112	$1115,56$
2	132	$179,56$
3	136	$88,36$
4	143	$5,76$
5	145	$0,16$
6	151	$31,36$
7	152	$43,56$
8	152	$43,56$
9	159	$182,96$
10	172	$707,56$
-	Summe	$2400,4$
-	s^2	$240,04$
-	s	$15,49$

m). Zeichnen Sie den zu dieser Verteilung (unklassierte Daten) passende Boxplot.

Lösung:
Minimum $x_{min} = 112$
Maximum $x_{max} = 172$
unteres Quantil $x_{0,25} = 136$
unteres Quantil $x_{0,75} = 152$
Median $x_{0,5} = 148$
arithmetisches Mittel $\overline{x} = 1145,4$

Grafik fehlt

n). Wenn man den Wert 136 durch 316 ersetzt (Schreibfehler), wie wirkt das dann auf den Mittelwert, die Standardabweichung, den Median und die Quantile aus (nur qualitativ: also wächst/fällt leicht/stark)?

Lösung:
$136 \to 316$ $x_{(0,5)}$ wächst leicht
Quantile wachsen langsam oder nicht
Quartilsabstand wächst leicht
$\overline{x}$ wächst stark
s sehr stark