

Compressive Sensing for Background Subtraction

Amine Hammami et Charles Dognin

ENSAE Paritech

Outline

- 1 Introduction
- 2 The compressive Sensing Theory
- 3 CS for Background Subtraction
- 4 Experiments

- Le Compressive Sensing pour la soustraction d'arrière plan est une technique utilisée pour détecter de manière efficace de nouveaux objets
- L'idée est de soustraire l'arrière plan x_b de l'image test x_t afin d'obtenir l'image de différence x_d
- Les domaines d'applications sont nombreux et englobent notamment la détection d'objets
- Cet article présente une méthode qui utilise seulement des mesures compressées (projection aléatoire du signal original) des images de test et de l'arrière plan pour détecter l'innovation

The sparse representation

Soit X une image de taille $N_1 \times N_2$ et x un vecteur obtenu à partir de X de taille $N \times 1$ ($N = N_1 N_2$).

Supposons qu'il existe $\Psi = [\psi_1, \dots, \psi_N]$ une base fournissant la représentation K sparse de x :

$$x = \sum_{n=1}^N \theta(n) \psi_n = \sum_{l=1}^K \theta(n_l) \psi_{n_l} = \Psi \Theta$$

Une image est K sparse si $\|\theta\|_0 = K$ où l_0 compte le nombre d'éléments non nuls.

Random/Incoherent Projections

Il est impossible de mesurer les valeurs de K les plus larges.
La projection de x sur un ensemble de projecteurs linéaires
 $\Phi = [\phi'_1, \dots, \phi'_M]'$ avec $(M < N)$ est elle mesurable:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta$$

La théorie du Compressed Sensing repose sur deux hypothèses:

- les deux bases Φ et Ψ doivent être incohérentes
- M supérieur à $\mathcal{O}(K \log(\frac{N}{K}))$

Signal Recovery via l_1 Optimization

l'optimisation l_1 peut être utilisée pour la reconstruction du signal:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \|\theta\|_1 \text{ sachant que } y = \Phi\Psi\theta$$

Dans ce papier, la méthode utilisée est Basis Pursuit Denoising:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \|\theta\|_1 + \frac{1}{2}\beta\|y - \Phi\Psi\theta\|_2^2$$

where $0 < \beta < \infty$

Notation

But: Retrouver la localisation, la forme et l'apparence d'un nouvel objet en utilisant des arrières plans d'entraînement.

- x_b Image arrière plan
- x_t Image test
- x_d Image soustraite

L'image soustraite est définie comme la soustraction entre l'image arrière plan et l'image test.

Le support de x_d est $\mathcal{S}_d = \{n | n = 1, \dots, N; |x_d(n)| \neq 0\}$

Sparsity of Background Subtracted Images

La sparsité des images réelles est définie comme

$$K_{\text{scene}} = K_b = K_t = (\lambda_0 \log N + \lambda_1)N \text{ où } (\lambda_0, \lambda_1) \in \mathbb{R}^2.$$

La sparsité de x_d est $K_d = (\lambda_0 \log P + \lambda_1)P$ où $P = |\mathcal{S}_d|$.

Le nombre d'échantillon compressé:

$$M_{\text{scene}} = M_b = M_t \approx K_{\text{scene}} \log\left(\frac{N}{K_{\text{scene}}}\right) < M_d \approx K_d \log\left(\frac{N}{K_d}\right)$$

The Background Constraint

Supposons un échantillon de mesures compressées

$y_{bi}(M \times 1, i = 1, \dots, B)$ extrait d'un ensemble d'images arrière plan x_{bi} qui suit une loi i.i.d $\mathcal{N}(y_b, \sigma^2 I)$.

Nous modélisons de plus $y_d = y_t - y_b \sim \mathcal{N}(\mu_d, \sigma^2 I)(M \times 1)$.

Nous introduisons la distance l_2 afin d'être robuste au bruit:

$$\|y_{bi} - y_b\|_2^2 = \sigma^2 \sum_{n=1}^M \left(\frac{y_{bi}(n) - y_b(n)}{\sigma} \right)^2$$

Quand $M > 30$, l'application du théorème central limite donne que $\|y_{bi} - y_b\|_2^2 \sim \mathcal{N}(M\sigma^2, 2M\sigma^4)$.

En ayant une image test avec un nouvel objet à détecter, la distribution devient:

$$\|y_t - y_b\|_2^2 \sim \mathcal{N}(M\sigma^2 + \|\mu_d\|_2^2, 2M\sigma^4 + 4\sigma^2\|\mu_d\|_2^2).$$

Sachant que:

- $\frac{1}{M} \ll 1$
- Si $u \ll 1$ on a $1 + u \approx e^u$
- $\mathcal{N}(M\sigma^2, 2M\sigma^4) \approx M\sigma^2 \exp\{\sqrt{\frac{2}{M}}\mathcal{N}(0, 1)\}$

nous avons finalement:

$$\log \|y_{bi} - y_b\|_2^2 \sim \mathcal{N}(\mu_{bg}, \sigma_{bg}^2)$$

Object Detector Based on CS

Utilité d'un test pour voir la différence entre une image arrière plan et une image test.

Nous introduisons la distance l_2 entre y_t et y_b que nous approximons:

$$\log ||y_t - y_b||_2^2 \sim \mathcal{N}(\mu_t, \sigma_t^2)$$

Si $|\log ||y_t - y_b||_2^2 - \mu_{bg}| \geq c\sigma_{bg}$, alors un nouvel objet est détecté dans l'image test.

Foreground Reconstruction

Nous avons utilisé l'algorithme de Basis Pursuit Denoising:

$$\hat{\Theta} = \underset{\Theta}{\operatorname{argmin}} \|\Theta\|_1 + \frac{1}{2} \beta \|y - \Phi \Psi \Theta\|_2^2$$

où $0 < \beta < \infty$ et l'algorithme total variation optimization:

$$\text{minimiser } \|\theta\|_{\text{TV}} = \|\nabla \theta\|_1 \text{ tels que } \|\Psi \Theta - y\|_2 \leq \epsilon$$

$$\text{où } ((\nabla \theta)_i)_j = \theta_{i+e_j} - \theta_i$$

Adaptation of the Background Constraint

Deux types de changement:

- drifts comme les illuminations
 - shifts des changements majeurs et brusques
- Les shifts sont très difficiles à gérer.
- Créer un algorithme robuste aux drifts $\Rightarrow y_b$ doit être continuellement mis à jour et doit faire la distinction entre un changement dans l'arrière plan et un nouvel objet à détecter:

$$y_{ma}^{\{j+1\}} = \gamma y_t^{\{j\}} + (1 - \gamma) y_{ma}^{\{j\}}$$
$$y_b^{\{j+1\}} = \alpha (y_t^{\{j\}} - \hat{y}_e^{\{j\}}) + (1 - \alpha) y_b^{\{j+1\}}$$

Background subtraction with an SPC

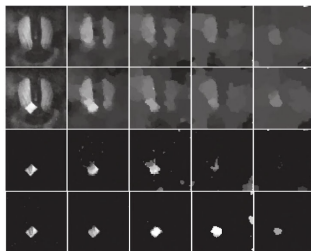


Figure 1: First Experiment's results

L'innovation est reconstruite avec l'algorithme même avec un taux inférieur à 1%

Adaptation to Illumination Changes

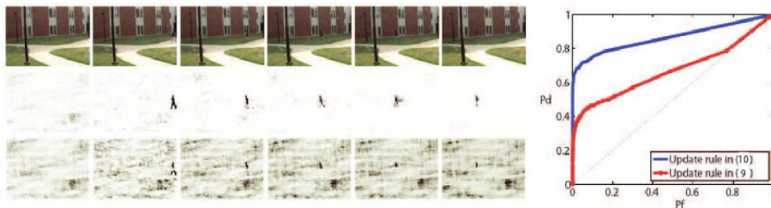


Figure 2: Adaptation to Illumination Changes

La deuxième règle de mise à jour performe mieux que la première.

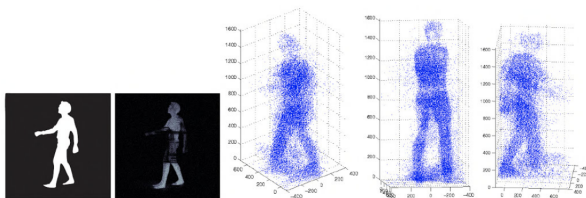


Figure 3: Silhouettes vs. Difference Images

Ils utilisent une configuration pour une reconstruction 3D en utilisant des mesures de compression.

Les figures de gauche représentent de gauche à droite la vérité de terrain et l'image 3D soustraite en arrière-plan en utilisant CS \Rightarrow résultat pas très satisfaisant: ça intègre des éléments de l'arrière-plan.