

Heinrich-Böll-Gymnasium Troisdorf

Schuljahr 2022/2023

---

# Die Mandelbrot-Menge

---

Mathematische Grundlagen und die visuelle Darstellung

verfasst von

**Christoph Derszteler**

Leistungskurs Mathematik

Betreuerin: Frau Dammers

Abgabetermin: 23.02.2023 12:00 Uhr CET

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Benötigtes Vorwissen . . . . .</b>	<b>4</b>
2.1	Komplexe Zahlen . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Fazit . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Literatur und Quellen . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Selbstständigkeitserklärung . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Anhang . . . . .</b>	<b>8</b>

# 1 Einleitung

Die Mandelbrot-Menge ist verglichen mit anderen mathematischen Phänomenen äußerst bekannt, was nicht nur an ihrer visuellen Attraktivität liegt, sondern vielmehr auch an Benoît Mandelbrot beziehungsweise seinen Intentionen selbst. Dieser sorgte mit seinen vielen Vorträgen und Büchern dafür, dass sich Fraktale, vornehmlich die Mandelbrot-Menge, in der Bevölkerung weit verbreiteten<sup>1</sup>. Die Schönheit der Mandelbrot-Menge ist unbestreitbar, jedoch steckt mehr in dieser als nur ansehnliche, sich wiederholende Muster.

Obwohl die Natur mit ihren fraktal-ähnlichen Formationen wie dem Aufbau einer Schneeflocke, dem Verlauf eines Flusses oder die Verteilung von Baumästen [nna] die Inspiration für Mandelbrot war [ZK14], so liegt der Ursprung dieser Arbeit in den für manche simpler erscheinenden, viel moderneren aber dennoch genauso spannenden, computer-generierten Videos<sup>2</sup>, die man im Internet finden kann. Mit unter anderem der Frage, wie diese Videos in Ansätzen generiert werden können und vielem weiteren beschäftigt sich diese Arbeit.

Dafür jedoch und zum vollen Verständnis der Mandelbrot-Menge ist Wissen außerhalb des regulären Schullehrplans erforderlich, das in Kapitel 2 näher erörtert wird. Kapitel 3 beschäftigt sich daraufhin mit der Mandelbrot-Menge selbst und insbesondere mit der Analyse visueller Darstellungen dieser. Abschließend befasst sich diese Arbeit in Kapitel 4 mit der praktischen Anwendung der Mandelbrot-Menge in Form von Bildgenerierungen mithilfe von Computern als auch anderweitigen Zusammenhänge zwischen dem theoretischen, mathematischen Konzept der Mandelbrot-Menge und der realen Welt.

---

<sup>1</sup>[IBM11], Vgl. letzten Absatz.

<sup>2</sup>Vgl. bspw. [Tow17].

## 2 Benötigtes Vorwissen

Dieses Kapitel befasst sich mit den benötigten mathematischen Grundlagen, um der restlichen Arbeit beziehungsweise der weiteren Ausführung der Mandelbrot-Menge selbst folgen zu können. Dafür wird zunächst das Konzept der komplexen Zahlen als auch der für den weiteren Verlauf benötigter Umgang mit diesen erörtert. Daraufgehend soll lediglich das Prinzip und die Eigenschaften von Iterationen grob anhand zweier Beispiele skizziert werden.

### 2.1 Komplexe Zahlen

### 3 Fazit

## 4 Literatur und Quellen

- [IBM11] IBM. *Fractal Geometry*. 21. Mai 2011. URL: <https://www.ibm.com/ibm/history/ibm100/us/en/icons/fractal/> (besucht am 16.01.2023).
- [nna] Mike (nnart). *Fractals in Nature*. How Do Fractals Appear in Nature? 10 Outstanding Examples. URL: <https://nnart.org/fractals-in-nature/>.
- [Tow17] Maths Town. *Eye of the Universe*. Eye of the Universe - Mandelbrot Fractal Zoom (e1091) (4k 60fps). 28. Aug. 2017. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=pCpLWbHVNhk> (besucht am 16.01.2023).
- [ZK14] Iris Zink und Hanna Kotarba. *Der kosmische Code*. Der kosmische Code. 28. Sep. 2014. URL: <https://www.zdf.de/dokumentation/terra-x/faszination-universum-der-kosmische-code-mit-harald-lesch-100.html> (besucht am 16.01.2023).

## 5 Selbstständigkeitserklärung

## 6 Anhang