

Zusatzaufgabe 1b.1

(1)

Qualitätsgröße: - Wahrer Wert: ϑ
- Prüfwert: $\vartheta_0 = 95$

Messwert für ϑ : X

\Rightarrow Messfehler: $\varepsilon = X - \vartheta$ ε ist $N(0, 25)$ -verteilt

Gesamt: Verteilung der Messgröße $X = \varepsilon + \vartheta$

$$T := \frac{\bar{X} - \vartheta_0}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}}$$

(1b.23) S. 192

(1b.40) S. 197

$N(0, 25)$

$N(0, 25)$

$\sigma_{\vartheta} = \sigma_X = \sqrt{25} = 5$ Standardabweichung

$$\bar{X} = \frac{89 + 91 + 94 + 98 + 99 + 104}{6} = 95,83$$

Mittelwert

$n = 6$ Messungen

$$\Rightarrow \mu_T = E\left\{\frac{\bar{X} - \vartheta_0}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}}\right\} = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}}$$

$$\begin{aligned}\sigma_T &= E\left\{\left(\frac{\bar{X} - \vartheta_0}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}} - \frac{\vartheta - \vartheta_0}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}}\right)^2\right\} = E\left\{\left(\frac{\bar{X} - \vartheta}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}}\right)^2\right\} / \frac{\sigma_{\vartheta}}{\sqrt{n}} \\ &= \frac{\sigma_{\vartheta}}{\sqrt{n}} / \frac{\sigma_{\vartheta}}{\sqrt{n}} = 1\end{aligned}$$

$\Rightarrow T$ ist $N(\mu_T, 1)$ -verteilt

Nullhypothese: $H_0: \vartheta = 95 \Rightarrow \mu_T = 0$

$$P(X \in \mathbb{R} | H_0) = P(|T| \geq \mu_{1-\frac{\alpha}{2}}) = \alpha \quad (1b.34) \text{ S. 196}$$

$\alpha = 0,01$ Signifikanzniveau Tabelle 1b.1 S. 192

$$\mu_{1-\frac{\alpha}{2}} = \Phi^{-1}(0,995) = 2,58 \quad \hat{t} = \frac{\bar{X} - \vartheta_0}{\sigma_{\vartheta}/\sqrt{n}} = 0,408$$

$\Rightarrow H_0$ annehmen $|\hat{t}| \leq \mu_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (0,408 \leq 2,58)$