ZA 7.1.

Geg.: $n = 8$ bits

p(bit richtig empfangen) $= 0{,}75$

(a) Ermitteln Sie die Dichtefunktion $f_x(x)$, wobei x die Zahl der fehlerhaft übertragenen Bits beim einmaligen Übertragen eines Datenwortes ist.

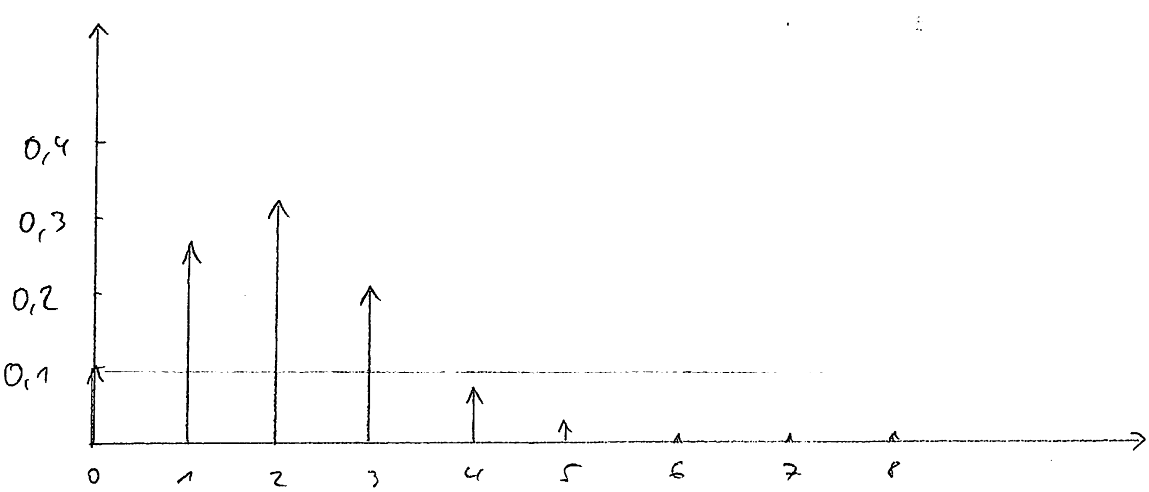
x: Anzahl der fehlerhaft übertragenen Bits

p(bit falsch empfangen) $= p' = 1 - p = 0{,}25$

$$P_{n,x} = \binom{n}{x} p'^{x} (1-p')^{n-x} = \binom{8}{x} 0{,}25^{x} \cdot 0{,}75^{(8-x)}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P_{8,x}$	0,10	0,27	0,31	0,21	0,087	0,023	0,0038	0,00037	0,000015

Dichtefunktion: $f_x(x) = \sum_{i=1}^{8} P(x = x_i) \cdot \delta(x - x_i)$



ZA. 7.1.

(b) Es wird ein Code mit $HD = 2$ verwendet. Die Zufallsvariable Y ist folgendermaßen definiert: $Y=0$ falls ein Wort fehlerhaft übertragen wird, $Y=1$ falls ein Übertragungsfehler auftritt, der erkannt wird, $Y=2$ falls ein nicht erkennbarer Übertragungsfehler auftritt. Geben Sie die Verteilungsfunktion $F_Y(y)$ an.

Geg: $HD = 2$

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{fehlerfreie Übertragung} \\ 1 & \text{erkannter Übertragungsfehler} \\ 2 & \text{nicht erkannter Übertragungsfehler} \end{cases}$$

$$F_Y(y) = P(Y \leq y)$$

$$F_Y(0) = P(Y \leq 0) = P(X=0) = 0{,}1$$

$$F_Y(1) = P(Y \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = 0{,}1 + 0{,}27 = 0{,}37$$

$$F_Y(2) = P(Y \leq 2) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)$$

$$= P(X=0) + P(X=1) + P(X \geq 2)$$

$$= P(X=0) + P(X=1) + 1 - P(X \leq 1)$$

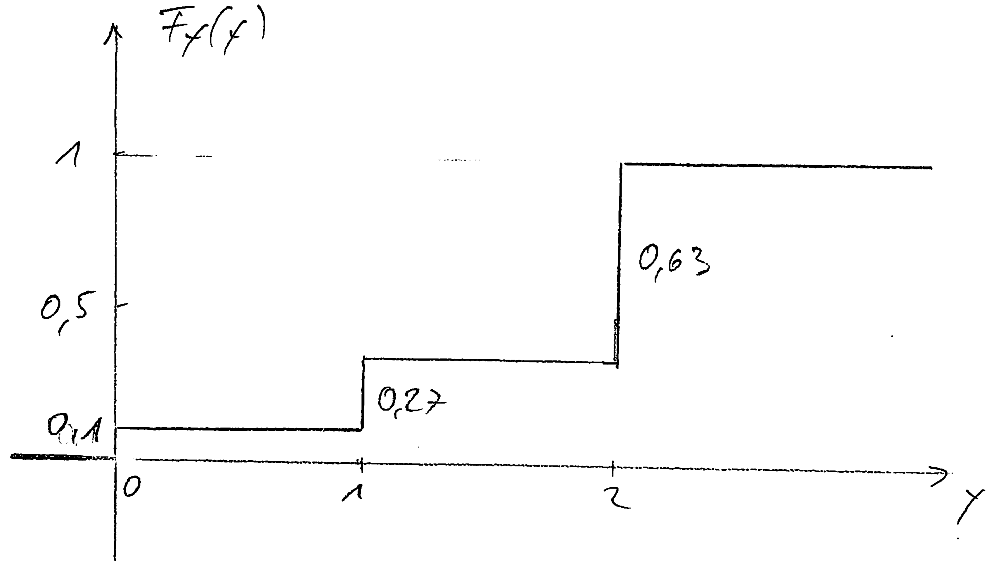
$$= 1$$

$P(X=0) = 0{,}1$

$P(X=1) = 0{,}27$

$P(X \geq 2) = 0{,}63$

ZA 7.1



(c) Wie groß muss die Hamming-Distanz gewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für einen unerkannten Übertragungsfehler kleiner als 0,1 ist?

HD = ? bei $P < 0{,}1$ $\quad$ x: unerkannter Übertragungsfehler

HD	Erkennbare Fehler	
2	0, 1	$P(X>1) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 0{,}63 = P_1$
3	0, 1, 2	$P(X>2) = P_1 - P(X=2) = 0{,}32 = P_2$
4	0, 1, 2, 3	$P(X>3) = P_2 - P(X=3) = 0{,}11 = P_3$
5	0, 1, 2, 3, 4	$P(X>4) = P_3 - P(X=4) = 0{,}023$