

ZA Binomialverteilung

(a) Tragen Sie die Verstfelerwahrscheinlichkeit auf für $n=8$, $p_B=0,2$ und $HD=1$, $HD=2$, $HD=3$.

Hamming-Distanz Beispiel

$$\begin{array}{l} x = 0 \textcircled{1} 0 0 0 0 0 \textcircled{1} \\ y = 0 \textcircled{0} 1 0 0 0 0 \textcircled{0} \end{array} \Rightarrow HD=3$$

1 2 3

$p_B = P(\text{Beliebigen Bit eines Wortes wird falsch empfangen})$

$p_R = P(HD \text{ oder mehr Fehler treten bei der Übertragung auf})$

$$n = 8$$

(a.1) $p_B=0,2$, $HD=1$

$HD=1 \Rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ Fehler treten bei der Übertragung auf

$$\Rightarrow p_R = p_{8,1} + p_{8,2} + p_{8,3} + p_{8,4} + p_{8,5} + p_{8,6} + p_{8,7} + p_{8,8}$$

$$p_R = 1 - \underbrace{p_{8,0}}_{P(\text{kein Fehler})} = 1 - \binom{8}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^8 = 1 - 0,8^8 = 0,8322$$

$$\underline{p_R(HD=1) = 83,22\%}$$

(a.2) $p_B=0,2$, $HD=2$

$HD=2 \Rightarrow 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ Fehler treten bei der Übertragung auf

2A Binomialverteilung


$$\Rightarrow P_R = P_{8,2} + P_{8,3} + P_{8,4} + P_{8,5} + P_{8,6} + P_{8,7} + P_{8,8}$$

$$P_R = 1 - \underbrace{P_{8,0} + P_{8,1}}_{P_R(HD=1)} = P_R(HD=1) - P_{8,1}$$

$$P_R(HD=1)$$

$$= 0,8322 - \binom{8}{1} p^1 (1-p)^7 = 0,8322 - 8 \cdot 0,2 \cdot 0,8^7 = 0,4967$$

$$\underline{P_R = 49,67 \%}$$

(a.3)  $P_B = 0,2, HD=3$

$HD=3 \Rightarrow 3, 4, 5, 6, 7, 8$ Fehler treten bei der Übertragung auf

$$\Rightarrow P_R = P_{8,3} + P_{8,4} + P_{8,5} + P_{8,6} + P_{8,7} + P_{8,8}$$

$$P_R = 1 - \underbrace{P_{8,0} + P_{8,1} + P_{8,2}}_{P_R(HD=2)} = P_R(HD=2) - P_{8,2}$$

$$P_R(HD=2)$$

$$\text{○} = 0,4967 - \binom{8}{2} p^2 (1-p)^6 = 0,4967 - 28 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^6 = 0,2031$$

$$\underline{P_R = 20,31 \%}$$

$P_B = 0,2$	
HD	P_R
1	0,8322
2	0,4967
3	0,2031

\Rightarrow Je größer HD, desto kleiner P_R !

ZA Binomialverteilung

(b) Tragen Sie die Restfehlerwahrscheinlichkeit an für $n=8$, $HD=3$ und $P_B=0,05$, $P_B=0,1$, $P_B=0,2$, $P_B=0,3$.

$$HD=3 \Rightarrow P_R = 1 - (P_{B,0} + P_{B,1} + P_{B,2})$$

$$\begin{aligned} P_R &= 1 - \binom{8}{0} p^0 (1-p)^8 - \binom{8}{1} p^1 (1-p)^7 - \binom{8}{2} p^2 (1-p)^6 \\ &= 1 - (1-p)^8 - 8p(1-p)^7 - 28p^2(1-p)^6 \end{aligned}$$

$$P_R = 1 - (1-p)^8 - 8p(1-p)^7 - 28p^2(1-p)^6$$

HD = 3	
P_B	P_R
0,05	0,0058
0,1	0,0381
0,2	0,2031
0,3	0,4482

\Rightarrow Je größer die Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_B , desto größer die Restfehlerwahrscheinlichkeit.