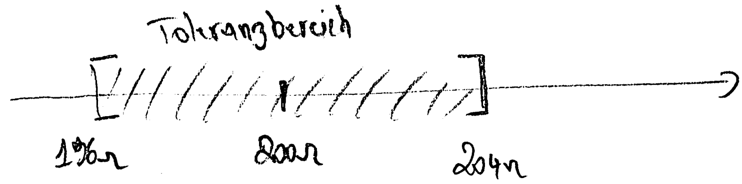
Zusatzaufgabe 11.1

Normalverteilung

$$\left.\begin{aligned} \mu_R &= 200\Omega \\ \sigma_R &= 2\Omega \end{aligned}\right\} R$$

$$R' = 200\Omega \pm 4\Omega$$



a) $P_{bu} = P(R' < 196\Omega) + P(R' > 204\Omega)$ $\qquad R' = \sigma_R R + \mu_R = 2\Omega R + 200\Omega$

$$= P(2\Omega R + 200\Omega < 196\Omega) + P(2\Omega R + 200\Omega > 204\Omega)$$

$$= P(R < -3) + P(R > 1)$$

$$= F(-3) + 1 - F(1)$$

Normalverteilung

$$= 1 - \Phi(-(-3)) + 1 - \Phi(1)$$

$$= 2 - \Phi(3) - \Phi(1)$$

$$= 2 - 0{,}9987 - 0{,}84$$

Tabelle

$$P_{bu} = 0{,}1613 = 16{,}13\ \%$$

b) $\mu_R = 200\Omega$ $\qquad R'' = \sigma_b R + 200\Omega$

$\sigma_R = \sigma_b$

$$\Rightarrow P(\sigma_b R''\Omega + 200\Omega < 196\Omega) + P(\sigma_b R''\Omega + 200\Omega > 204\Omega) \overset{!}{=} 0{,}1$$

$$\Rightarrow P\left(R'' < -\frac{4\Omega}{\sigma_b}\right) + P\left(R'' > \frac{4\Omega}{\sigma_b}\right) \overset{!}{=} 0{,}1$$

$$\Rightarrow 1 - \Phi\left(\frac{4\Omega}{\sigma_b}\right) + 1 - \Phi\left(\frac{4\Omega}{\sigma_b}\right) \overset{!}{=} 1$$

$$\Rightarrow 2\left(1 - \Phi\left(\frac{4\Omega}{\sigma_b}\right)\right) \overset{!}{=} 1 \Rightarrow \Phi\left(\frac{4\Omega}{\sigma_b}\right) \overset{!}{=} 0{,}95$$

Tabelle $\Rightarrow \frac{4\Omega}{\sigma_b} = 1{,}645$

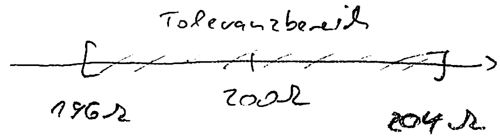
$$\sigma_b = \frac{4\Omega}{1{,}645} = 2{,}432\Omega$$

$$\sigma_b = 2{,}432\Omega$$

ZÜ. 11.1

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_a, dass ein Widerstand dieser Serie außerhalb der Toleranz liegt, wenn an der Maschine keine Veränderung vorgenommen wird?

Normalverteilung



$\mu_R = 202\Omega$

$\sigma_R = 2\Omega$

$R' = 200\Omega \pm 4\Omega$

$$P_a = P(\text{Widerstand außerhalb der Toleranzen})$$

$$= P(R' < 196\Omega) + P(R' > 204\Omega)$$

Transformation (auf Normalverteilung mit $\mu_R \neq 0$ und $\sigma_x \neq 1$)

$$R' = \sigma_R R + \mu_R = 2\Omega \cdot R + 202\Omega$$

$$\Rightarrow P_a = P(2\Omega R + 202\Omega < 196\Omega) + P(2\Omega R + 202\Omega > 204\Omega)$$

$$= P(R < -3) + P(R > 1)$$

$$= F(-3) + 1 - F(1) \leftarrow \text{Normalverteilung}$$

$$= 1 - \Phi(-(-3)) + 1 - \Phi(1)$$

ZA 11.1

(a) $= 2 - \Phi(3) - \Phi(1)$

$= 2 - 0{,}9987 - 0{,}8413 = 0{,}16\cancel{13}$

$\uparrow$

Tabelle

$\underline{P_a = 16,\cancel{13}\,\%}$

(b) $\mu_R = 200\,\Omega$ bei $P_a = 10\,\%$

$R'' = \sigma_b \cdot R + 200\,\Omega$

$P(R'' < 196\,\Omega) + P(R'' > 204\,\Omega) \overset{!}{=} 0{,}1$

$\Rightarrow P(\sigma_b R + 200\,\Omega < 196\,\Omega) + P(\sigma_b R + 200\,\Omega > 204\,\Omega) = 0{,}1$

$\Rightarrow P\left(R < -\frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) + P\left(R > \frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) = 0{,}1$

$\Rightarrow 1 - \Phi\left(\frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) + 1 - \Phi\left(\frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) = 0{,}1$

$\Rightarrow 2 - 2\Phi\left(\frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) = 0{,}1$

$\Rightarrow 2\Phi\left(\frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) = 1{,}9$ $\qquad \left(\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-1/2 x^2}\,dx\right)$

$\Rightarrow \Phi\left(\frac{4\,\Omega}{\sigma_b}\right) = 0{,}95$

$\Rightarrow \frac{4\,\Omega}{\sigma_b} = 1{,}645$

$\uparrow$

Tabelle

ZA 11.1

(b) $\Rightarrow r_b = \dfrac{4\,\Omega}{1{,}645} = 2{,}432\,\Omega$

$\underline{r_b = 2{,}432\,\Omega}$