

6.1 $P = 1\%$: Bauteil defekt2004
L20 Aufgabe

(1)

a) $n = 20$: Stichprobe
 x : Anzahl defekter Teile

$$\begin{aligned}
 P_{6a} &= P(X \geq 1) \\
 &= 1 - P(X < 1) \\
 &= 1 - P(X = 0) \\
 &= 1 - \binom{20}{0} 0,01^0 \cdot 0,99^{20} \\
 &= 1 - 0,99^{20}
 \end{aligned}$$

$$P_{6a} = 0,182$$

$$b) \quad n_{\min} = ? \quad P(X \geq 1) \stackrel{!}{\geq} 0,5$$

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 1) &= 1 - P(X = 0) \\
 &= 1 - \binom{n}{0} 0,01^n \cdot 0,99^n \\
 &= 1 - 0,99^n \stackrel{!}{\geq} 0,5
 \end{aligned}$$

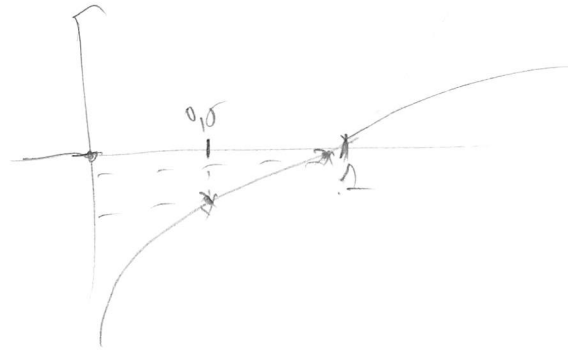
$$\Rightarrow -0,99^n > -0,5$$

$$\Rightarrow 0,99^n < 0,5 \quad | \ln$$

$$\Rightarrow n \ln 0,99 > \ln 0,5$$

$$\Rightarrow n > \frac{\ln 0,5}{\ln 0,99} = 68,96$$

$$\Rightarrow n_{\min} = 69$$

c) $n = 20$ $D = 3$ defekt \bar{D} : nicht defekt

↓

Zufällige Entnahme von 5

Anordnungen
von
3 in 8
$$\begin{aligned}
 &\{ DDD \bar{D} \bar{D} \\
 &\quad \vdots \\
 &\bar{D} \bar{D} DDD \}
 \end{aligned}$$

$$= \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

$$\frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} \cdot \frac{1}{18} \cdot \frac{17}{17} \cdot \frac{16}{16} = \frac{6}{6840}$$

$$\frac{17}{20} \cdot \frac{16}{19} \cdot \frac{3}{18} \cdot \frac{2}{17} \cdot \frac{1}{16} = \frac{6}{6840}$$

$$\frac{5 \times 4 \cdot 3}{3! \cdot 1} = 10$$

(2)

$$\Rightarrow P_c = 10 \cdot \frac{6}{6840} = \frac{60}{6840} = \frac{6}{684} = \frac{3}{342} = \frac{1}{114}$$

$$\underline{\underline{P_c = \frac{1}{114}}}$$

X : Anzahl fehlerfreie Bauelemente $p = 0,99$

$X=10 \Leftrightarrow$ IC funktioniert

$$\begin{aligned} d) P_d &= P(X=10) = P_{10,10} \\ &= \binom{10}{10} 0,99^{10} \cdot 0,01^0 \\ &= 0,99^{10} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{P_d = 0,9044}}$$

e) IC nicht funktionsfähig $\Leftrightarrow X < 0$
Mehr als ein defektes Bauteil $\Leftrightarrow X > 1$

$$P_e = P((X < 0) \cup (X > 1))$$

$$= P(X > 1)$$

$$= 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \underbrace{P(X=0)}_{P_d} - P(X=1)$$

$$= 1 - 0,9044 - \binom{10}{1} (1-0,99)^1 0,99^9$$

$$= 1 - 0,9044 - 10 \cdot 0,01 \cdot 0,99^9$$

0 defekter \Leftrightarrow davon 10 fehlerfrei

$$\underline{\underline{P_e = 0,00425}}$$

f) $n = 30$ IC_5

③

X : Anzahl defekte IC_5

$$p = 1 - 0,9044 = 1 - 0,9044 = 0,0956$$

$$\begin{aligned} P(X < 2) &= P(X=0) + P(X=1) \\ &= \binom{30}{0} p^0 (1-p)^{30} + \binom{30}{1} p^1 (1-p)^{29} \\ &= 0,9044^{30} + 30 \times 0,0956 \times 0,9044^{29} \\ &= 0,0491 + 0,1556 \\ &= 0,2047 \end{aligned}$$

$P_{6\%} = 20,47\%$