

ZA 11.2

Bestimmen Sie die Dichtefunktion $f_Y(Y)$, den Erwartungswert μ_Y , sowie die Varianz σ_Y^2 des Ausgangssignals.

Spannungssignal X mit

$$\rightarrow f_X(X) \text{ Gauß}$$

$$\rightarrow \mu_X = 1V$$

$$\rightarrow \sigma_X^2 = 0,25 V^2$$

$$\rightarrow Y = 2X + 1,5 V$$

Transformation der Dichtefunktion:

$$f_Y(Y) = \frac{f_X(x_1)}{|g'(x_1)|} + \dots + \frac{f_X(x_n)}{|g'(x_n)|}$$

$$Y = g(X) = 2X + 1,5 V \Rightarrow X = \frac{1}{2} (Y - 1,5 V)$$

← "spezielle Lösung von X "

$$g'(X) = 2 = \text{const. } \forall X$$

$$f_Y(Y) = \frac{f_X\left(\frac{1}{2}(Y - 1,5 V)\right)}{2} \quad (\text{transformierte Dichtefunktion})$$

2A11.2

Dichtefunktion nach Gauß:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\Rightarrow f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{0,25V^2} \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1V)^2}{2 \cdot 0,25V^2}}$$

$$\Rightarrow f_y(y) = \frac{1}{2 \sqrt{0,5V^2} V} e^{-\frac{\left[\frac{1}{2}(y-\frac{3}{2}V)-1V\right]^2}{0,5V^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1V} e^{-\frac{1}{4} \frac{\left[y-\frac{3}{2}V-2V\right]^2}{0,5V^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1V} e^{-\frac{\left(y-\frac{7}{2}V\right)^2}{2V^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_y} e^{-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}$$

$$\Rightarrow \underline{\mu_y = 3,5V} \quad \underline{\sigma_y = 1V}$$

Spannungssignal x :- $f_x(x)$ Gauß- $\mu_x = 4V$ - $\sigma_x^2 = 0,25V^2$ - $y = g(x) = 2 \cdot x + 1,5V$

$$x = \frac{1}{2} \left(y - \frac{3}{2}V \right)$$

$$f_y(y) = \frac{f_x(x_1)}{|g'(x_1)|} + \dots + \frac{f_x(x_n)}{|g'(x_n)|}$$

$$g'(x) = 2$$

$$\Rightarrow f_y(y) = \frac{f_x\left(\frac{1}{2}\left(y - \frac{3}{2}V\right)\right)}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{0,25V^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{\left[\frac{1}{2}\left(y - \frac{3}{2}V\right) - 4V\right]^2}{0,25V^2}}$$

↑
Gauß

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1V} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{\left[\frac{1}{2}\left(y - \frac{3}{2}V - 2V\right)\right]^2}{\frac{1}{4}V^2}}$$

$$f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1V} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{\left[y - \frac{7}{2}V\right]^2}{4V^2}}$$

$$\parallel \tilde{\sigma}_y = 1V$$

$$\parallel \mu_x = +\frac{7}{2}V = +3,5V$$