

	100000	100000	100000	100000
	F_{Add}	F_{Sub}	F_{Mul}	F_{Div}
A	9	11	6	3
B	5	0	8	4
C	(4)	3	2	7
D	1	5	2	536

Annahme: $P(A) = \frac{1}{N}$ $\forall A \in \mathcal{Z}$

a) P_{1a} : Wahrscheinlichkeit, dass ein Rechner vom Typ C bei einer Addition ein falsches Ergebnis liefert

Ereignis A: Ein Rechner vom Typ C liefert ein falsches Ergebnis bei der Addition

$$P_{1a} = P(A) = \frac{g}{m} = \frac{4}{100000} \stackrel{\text{Annahme}}{=} \frac{P(A)}{N} = 0,004\%$$

$$\underline{P_{1a} = 0,004\%}$$

Zufallsexperiment: Mehrere Versuche unter dem selben Bedingungsrahmen und mit nicht vorhersehbarem Ausgang bilden ein Zufallsexperiment

Laplace-Experiment: Spezielles Zufallsexperiment, bei dem gilt

LI: $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$, m endlich

LII: $P(\omega_1) = \dots = P(\omega_m)$

b) P_{2a} : Wahrscheinlichkeit, dass der zufällig ausgewählte Rechner bei einer Subtraktion ein falsches Ergebnis liefert

ZE: Zufällige Wahl eines Rechners aus vier Typen A, B, C, D

Ereignis B: Zufällig gewählter Rechner liefert ein falsches Ergebnis

$$P_{Ab} = P(F_{sub}) = \sum_{i=1}^n P(F_{sub}/A_i) \cdot P(A_i)$$

- Bezug: - zufällig gewählter Prozessor kann vom Typ A, B, C oder D sein
- Problem: Wahrscheinlichkeit eines Fehlers bei der Subtraktion

$$= P(F_{sub}/A) \cdot P(A) + P(F_{sub}/B) \cdot P(B) + P(F_{sub}/C) \cdot P(C) + P(F_{sub}/D) \cdot P(D)$$

$$= \frac{11}{100.000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{0}{100.000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{100.000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{100.000} \cdot \frac{1}{4} = \frac{19}{400.000}$$

$$P_{Ab} = 0,00475\%$$

c) P_{Ac} : Wahrscheinlichkeit, dass der zufällig gewählte Prozessor bei einer zufällig gewählten Rechenoperation ein falsches Ergebnis liefert

\equiv irgendeinem Prozessor verursacht bei irgendeiner Operation
 $\{A, B, C, D\}$ $\{Add, sub, mul, div\}$

ZE: Zufällige Wahl eines Prozessors und zufällige Wahl einer Rechenoperation

Ereignis C: zufällig gewählter Prozessor liefert ein falsches Ergebnis bei der zufällig gewählten Rechenoperation

$$P_{Ac} = P(F) = P(F/Add) \cdot P(Add) + P(F/sub) \cdot P(sub) + P(F/mul) \cdot P(mul) + P(F/div) \cdot P(div)$$

$$= \frac{9+5+2+1}{100.000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{11+0+3+5}{100.000} \cdot \frac{1}{4}$$

$$+ \frac{6+8+2+2}{100000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3+4+7+586}{400000} \cdot \frac{1}{4} = \frac{651}{160000} = 0,041\%$$

$$\underline{\underline{P(F) = 0,041\%}}$$

d) P_{10} : Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehler bei der Division auftritt und es handelt sich um einen Prozessor vom Typ D

ZFE: zufällige Ausführung einer Division

Ereignis D: Fehler bei der Division und es handelt sich um einen Prozessor vom Typ D

$$P_{10} = P(D|F_{err}) \stackrel{\text{Bayes'sche Formel}}{=} \frac{P(F_{err}|D) \cdot P(D)}{P(F_{err}|A) \cdot P(A) + P(F_{err}|B) \cdot P(B) + P(F_{err}|C) \cdot P(C) + P(F_{err}|D) \cdot P(D)}$$

$$= \frac{\frac{586}{400000} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{3}{100000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{100000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{7}{100000} \cdot \frac{1}{4} + \frac{586}{400000} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{586}{600} = 98\%$$

$$\underline{\underline{P_{10} = P(D|F_{err}) = 98\%}}$$

e) Ereignis A: zufällig gewählter Prozessor ist vom Typ D

Ereignis B: Fehler bei der Division

A, B stochastisch unabhängig wenn: $P(A|B) = P(A|\bar{B})$

$$P(F_{err}|D) = \frac{586}{400000}$$

$$P(F_{err}|\bar{D}) = \frac{3+4+7}{300000}$$

$$P(F_{err}|A) + P(F_{err}|B) = P(F_{err}|C)$$