

Problem F
求最大值
Input file: pf.txt

問題敘述

假設有一軟體公司接了若干個計畫，每個計畫皆有結案的日期及所需的工作天數，另外每一個計畫如果能在期限內完工結案，有關廠商將提供額外獎金。為簡化問題，假設結案日期為一正整數且每一計畫一但開始執行就必須連續執行直到結案為止，中途也不能執行其他計畫。試寫一程式排出最佳的執行計畫順序，使能獲得最多的獎金。注意，未必所有的計畫均能如期的結案而獲得獎金。

輸入格式

輸入檔中有三組測試資料，每一組有一列輸入，輸入格式為：

$n \ d_1 \ t_1 \ b_1 \ d_2 \ t_2 \ b_2 \ \dots \ d_n \ t_n \ b_n$ ①

其中 $n < 100$ 表示計畫的個數，對於任意 i ， d_i 為一整數用來表示第 i 個計畫的結案日期，② t_i 表示第 i 個計畫所需的天數，③ b_i 表示第 i 個計畫如期或提前結案的獎金。

輸出格式

每組測試資料中有可能獲得的最高獎金金額。

輸入範例

3 1 1 1 3 2 2 5 2 2
2 1 3 2 2 2 3
4 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 2 2

輸出範例

5
3
4

dp[t] 表示：「剛好在第 t 天完成工作時，最多可以拿到多少獎金」

Step 1：初始化 dp 陣列

dp[t] 表示：「剛好

所有專案最多要用的總時間 = 1+2+2 = 5 天，所以我們設一個 dp[0..5]

初始狀態：

時間 (t):	0	1	2	3	4	5
dp[t]:	0	-1	-1	-1	-1	-1

- dp[0]=0：代表什麼都沒做，獎金是 0。
- 其他時間先設成 -1，代表這個時間還無法抵達。

一、問題圖解：時間軸 + 排程選擇

以第一組測資：

Copy

3 1 1 1 3 2 2 5 2 2
=> 3 個計畫：
計畫A: deadline = 1, duration = 1, bonus = 1
計畫B: deadline = 3, duration = 2, bonus = 2
計畫C: deadline = 5, duration = 2, bonus = 2

總工期最多 1+2+2 = 5 天

我們要做的是：在這 5 天裡安排這些任務，使得在它們各自的 deadline 前完成就能拿到 bonus。

Step 2：加入第一個計畫 (P1：需要 1 天，在第 1 天前完成才拿獎金 1)

P1 duration=1, deadline=1, bonus=1
從 t=0 (代表前面排程到第 0 天) 出發：

endtime = 初始 + duration

Copy

t = 0 -> end_time = 0 + 1 = 1
end_time <= deadline (1 <= 1) -> 拿到 bonus 1
dp[1] = max(dp[1], dp[0] + 1) = max(-1, 0+1) = 1

更新後：

Copy

時間 (t):	0	1	2	3	4	5
dp[t]:	0	1	-1	-1	-1	-1

三、三組測資對應輸出解析

測資序列	排法	最大獎金
3 1 1 1 3 2 2 5 2 2	ABC	5
2 1 3 2 2 2	無法完成任一如期	3
4 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 2 2	AB	4

Step 3：加入第二個計畫 (P2：2 天，第 3 天前完成才拿 2)

從目前的 dp[t] != -1 的 t 往前找：

- t = 1 -> end = 1 + 2 = 3 -> 符合 deadline -> dp[3] = max(dp[3], dp[1] + 2) = max(-1, 1+2) = 3
- t = 0 -> end = 0 + 2 = 2 -> 符合 deadline -> dp[2] = max(dp[2], dp[0] + 2) = max(-1, 0+2) = 2

更新後：

Copy

時間 (t):	0	1	2	3	4	5
dp[t]:	0	1	2	3	-1	-1

Step 4：加入第三個計畫 (P3：2 天，第 5 天前完成才拿 2)

從 t=3 開始往回：

- t = 3 -> end = 3 + 2 = 5 -> ok -> dp[5] = max(dp[5], dp[3]+2) = max(-1, 3+2) = 5
- t = 2 -> end = 2 + 2 = 4 -> ok -> dp[4] = max(dp[4], dp[2]+2) = max(-1, 2+2) = 4
- t = 1 -> end = 1 + 2 = 3 -> ok -> dp[3] = max(dp[3], dp[1]+2) = max(3, 1+2) = 3 (不變)
- t = 0 -> end = 0 + 2 = 2 -> ok -> dp[2] = max(dp[2], dp[0]+2) = max(2, 0+2) = 2 (不變)

更新後：

Copy

時間 (t):	0	1	2	3	4	5
dp[t]:	0	1	2	3	4	5