

# Sistemas de Comunicación

## - Comunicaciones Digitales -

## - PSK -

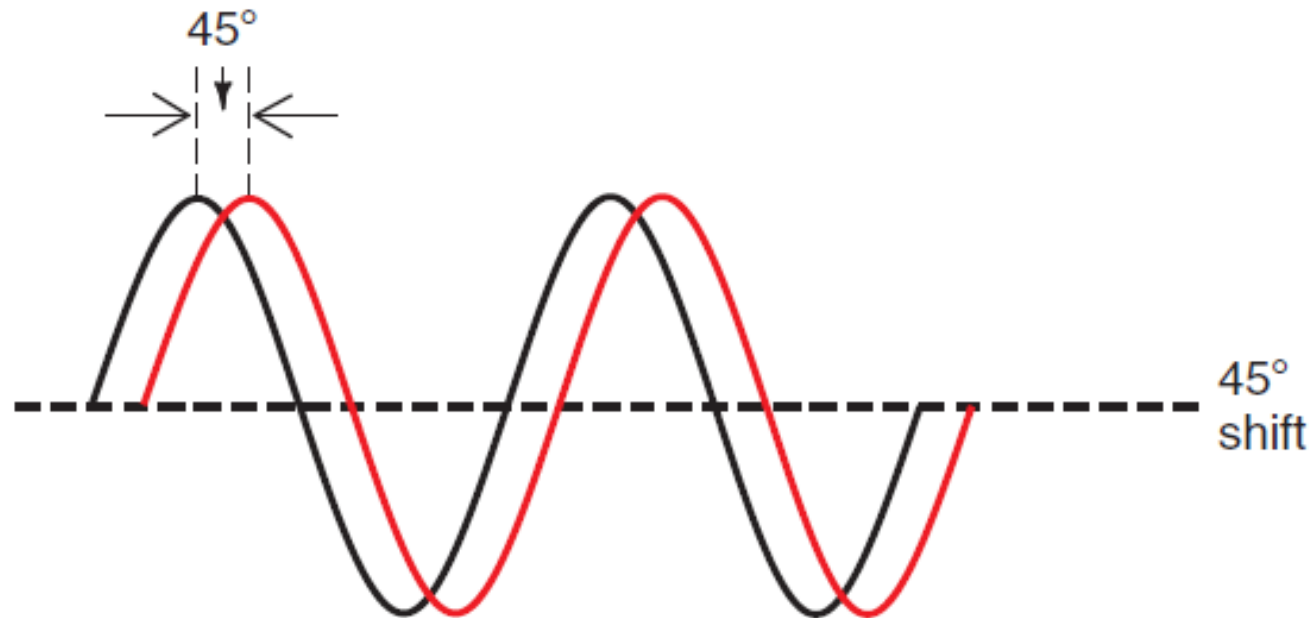
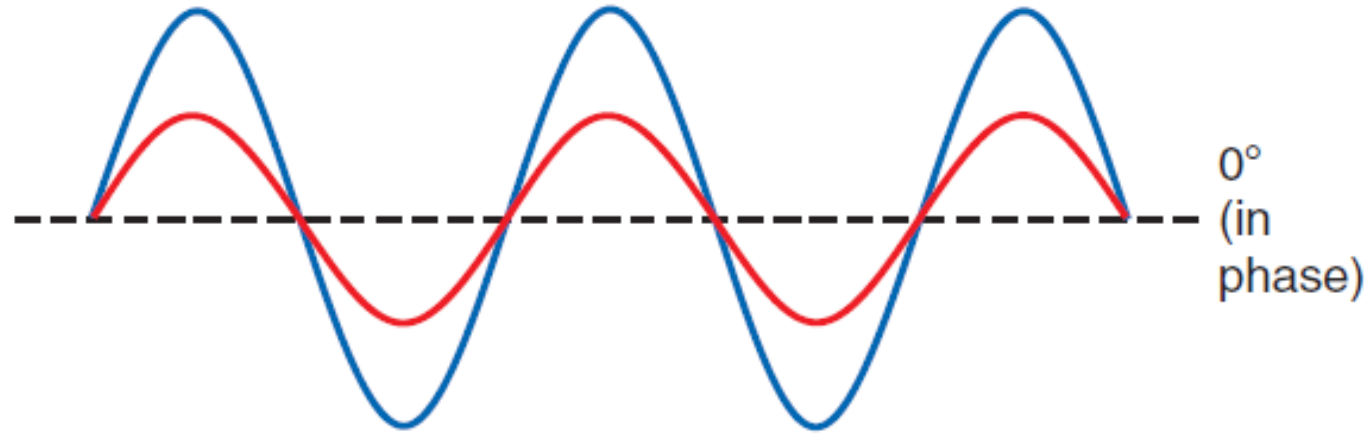
Ph.D. Cristian Guarnizo Lemus

[cristianguarnizo@itm.edu.co](mailto:cristianguarnizo@itm.edu.co)

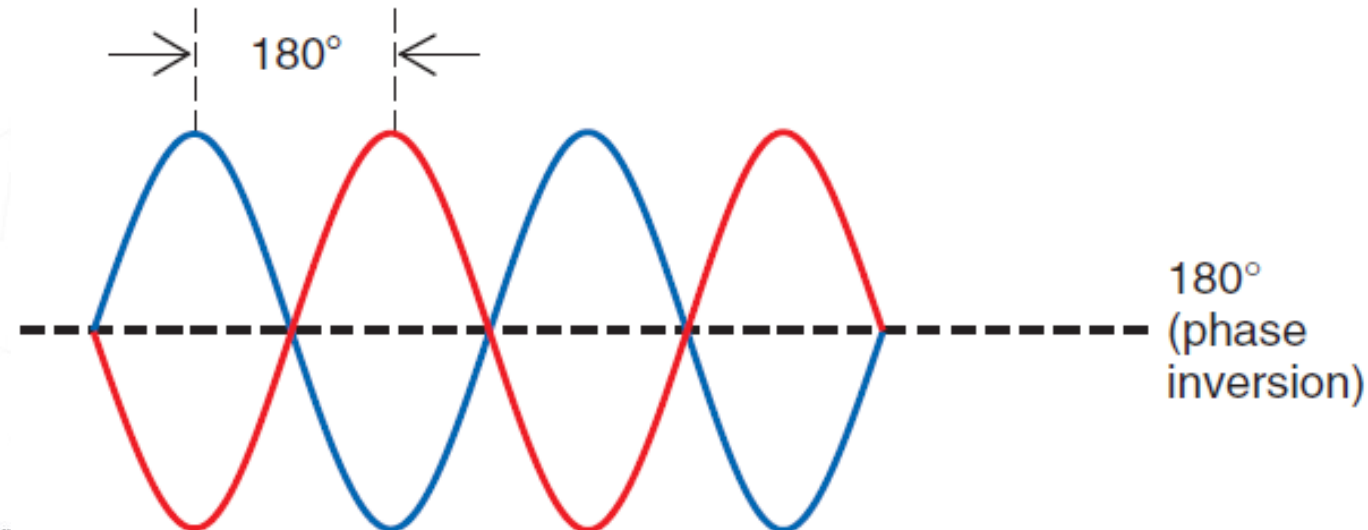
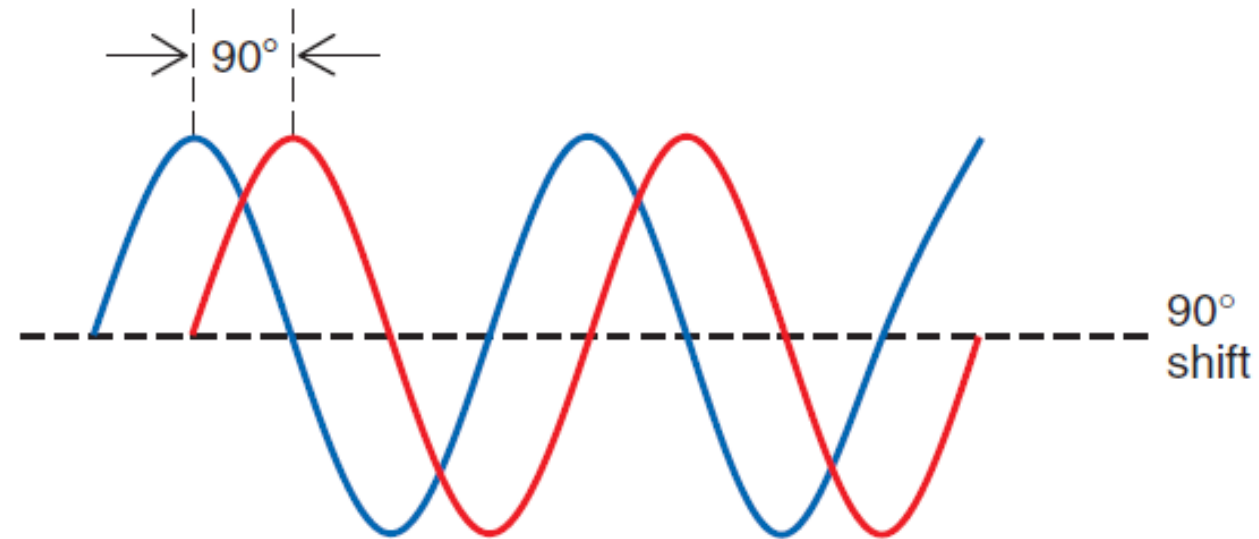
# Contenido – Desplazamiento de Fase

1. BPSK – PSK Binario
2. PSK – Cod. M-aria
3. QAM – Cuadratura AM
4. QPSK – Desplazamiento cuaternario

# Ejemplos Desplazamientos de Fase



# Ejemplos Desplazamientos de Fase



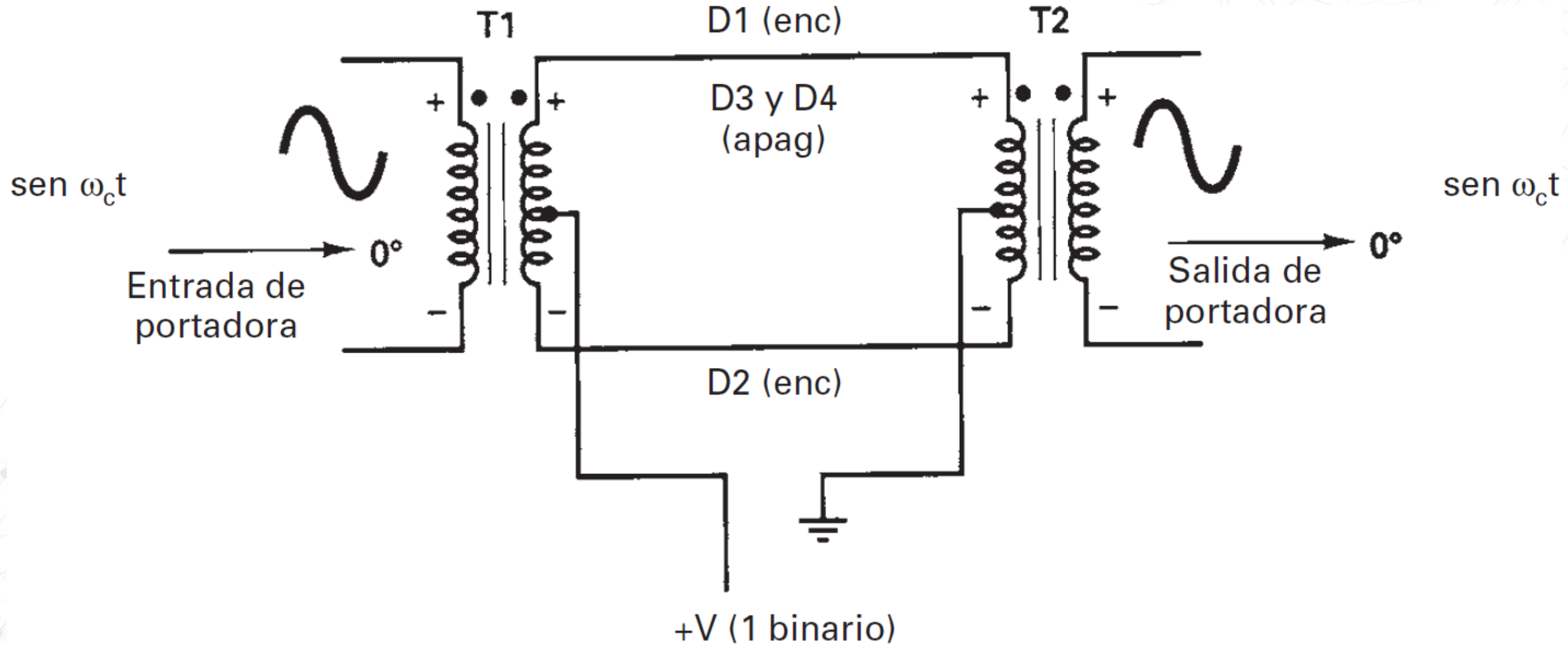
# 1. BPSK – PSK Binario

Manipulación por desplazamiento de fase, similar a la modulación de fase convencional, pero en este caso la entrada es binaria (BPSK):

$$1 \leftrightarrow s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t)$$

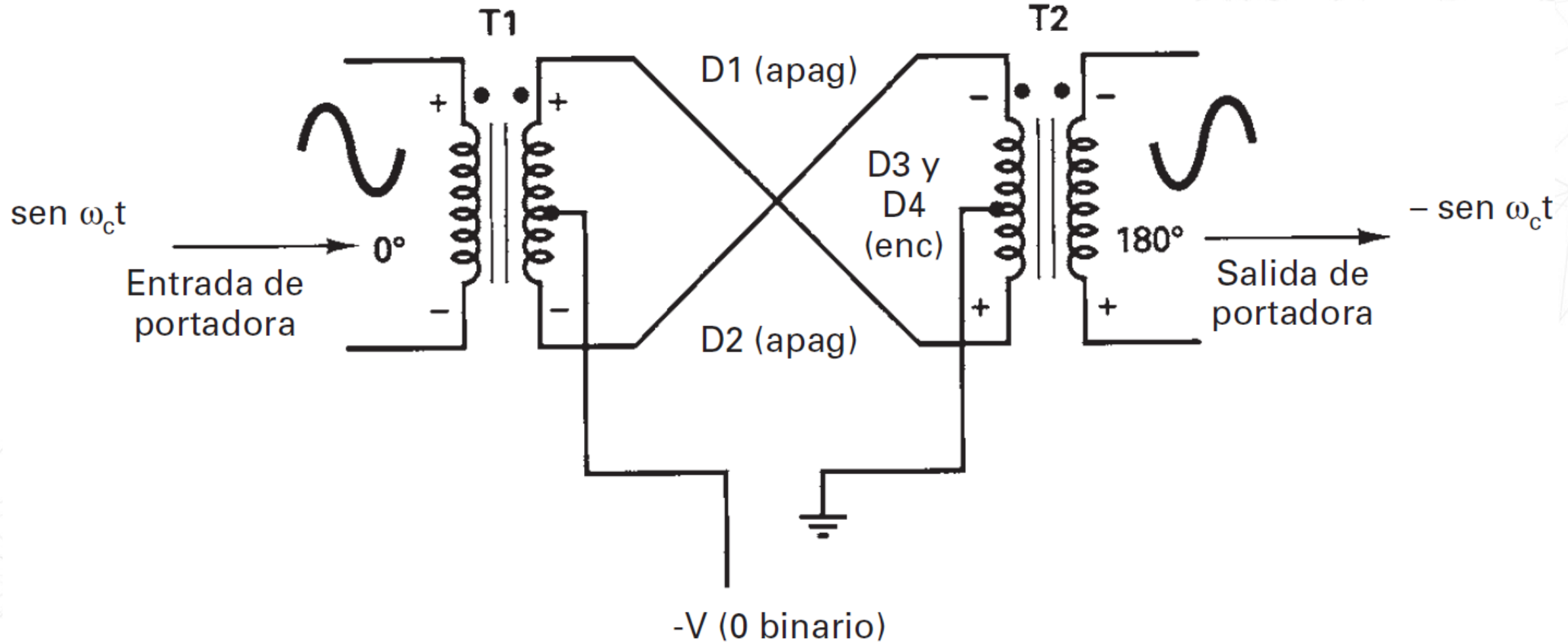
$$0 \leftrightarrow s_2(t) = A \cos(2\pi f_c t + \pi)$$

# 1. BPSK – Modulador Balanceado





# 1. BPSK – Mod. Balanceado



# 1. BPSK – Ancho de Banda

Por cada cambio de condición lógica, cambia la fase de salida. Entonces, la tasa de cambio de la salida (baudios) es igual a la tasa de cambio de la entrada (bps), y el ancho de banda máximo se presenta cuando ocurre la secuencia 1 y 0 alternados.

$$f_a = \frac{f_b}{2}$$



# 1. BPSK – Ancho de Banda

La ecuación de salida de un modulador BPSK es proporcional a

$$\text{Salida BPSK} = [\sin(2\pi f_a t)] \times [\sin(2\pi f_c t)]$$

$f_a$  = frecuencia máxima de entrada (hertz)

$f_c$  = frecuencia de portadora de referencia (hertz)

# 1. BPSK – Ancho de Banda

**Ejercicio:** a partir de las relaciones trigonométricas

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

Calcular,  $\sin(a) \sin(b)$

# 1. BPSK – Ancho de Banda

Reemplazando el producto de las funciones seno, se tiene

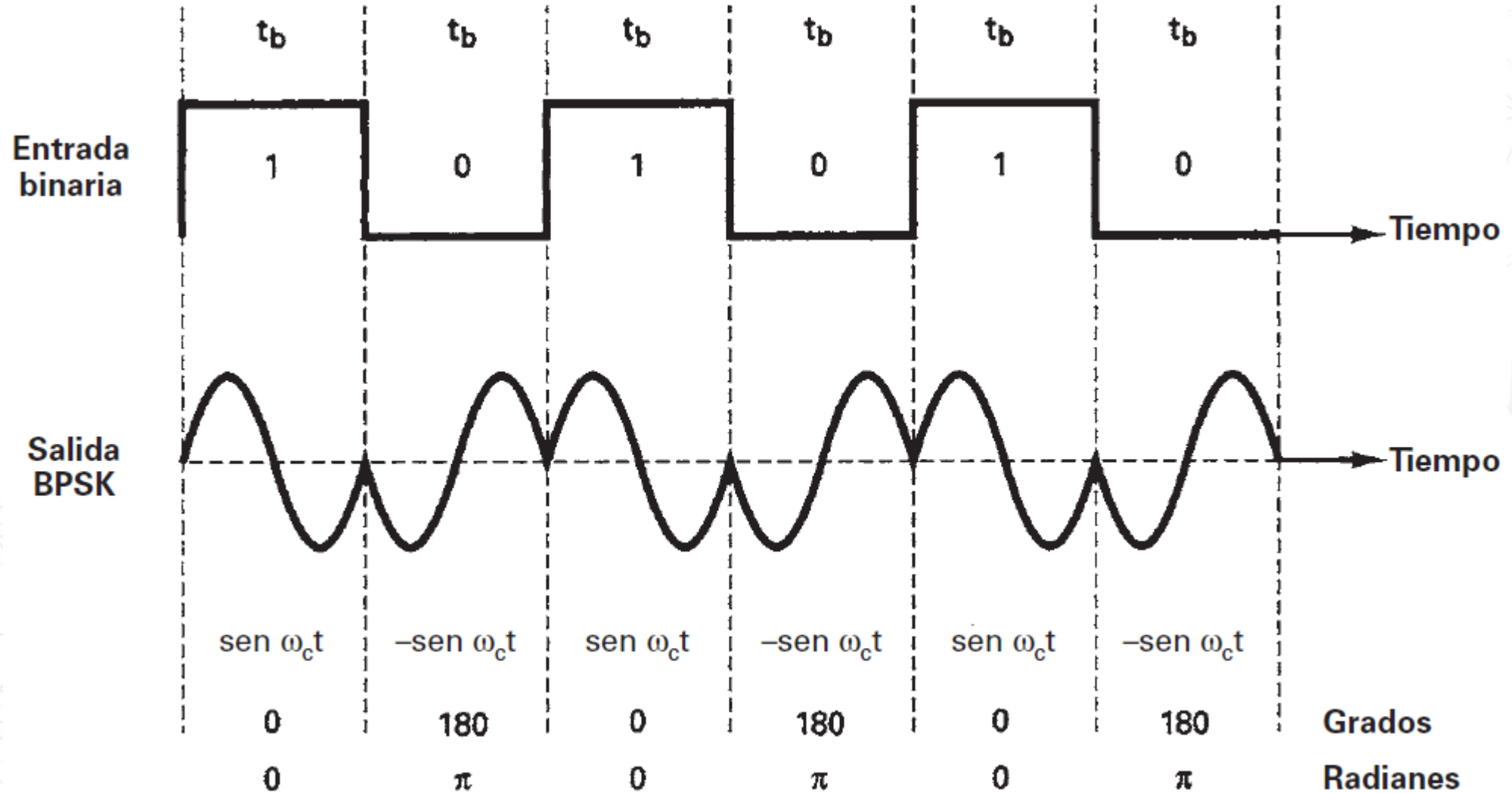
$$\frac{1}{2} \cos(2\pi(f_c - f_a)t) - \frac{1}{2} \cos(2\pi(f_c + f_a)t) = \sin(2\pi f_a t) \times \sin(2\pi f_c t)$$

Entonces el Ancho de Banda mínimo de doble banda es

$$B = f_c + f_a - (f_c - f_a) = 2f_a$$

$$B = \frac{2f_b}{2} = f_b$$

# 1. BPSK – Fase de salida



# 1. BPSK – Diagramas

Entrada binaria	Fase de salida
0 lógico 1 lógico	180° 0°

Tabla de Verdad

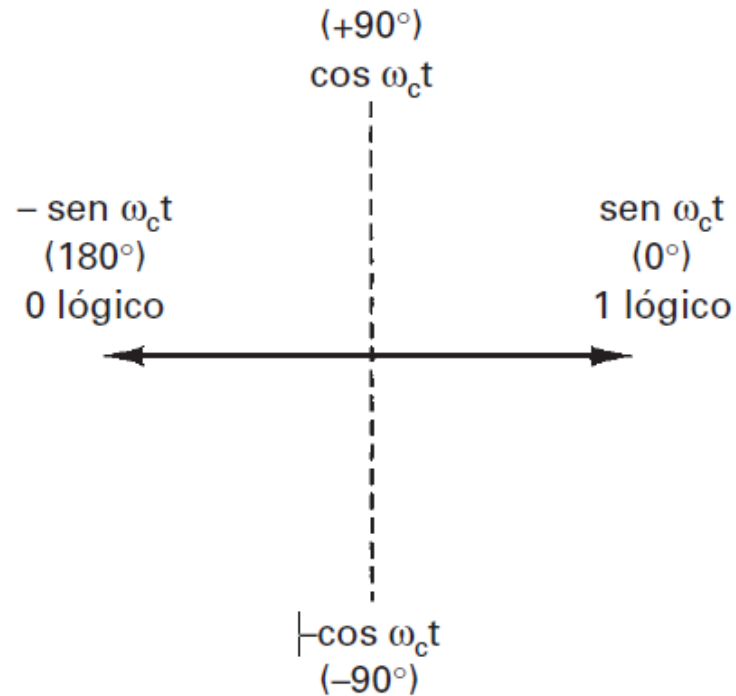


Diagrama Fasorial

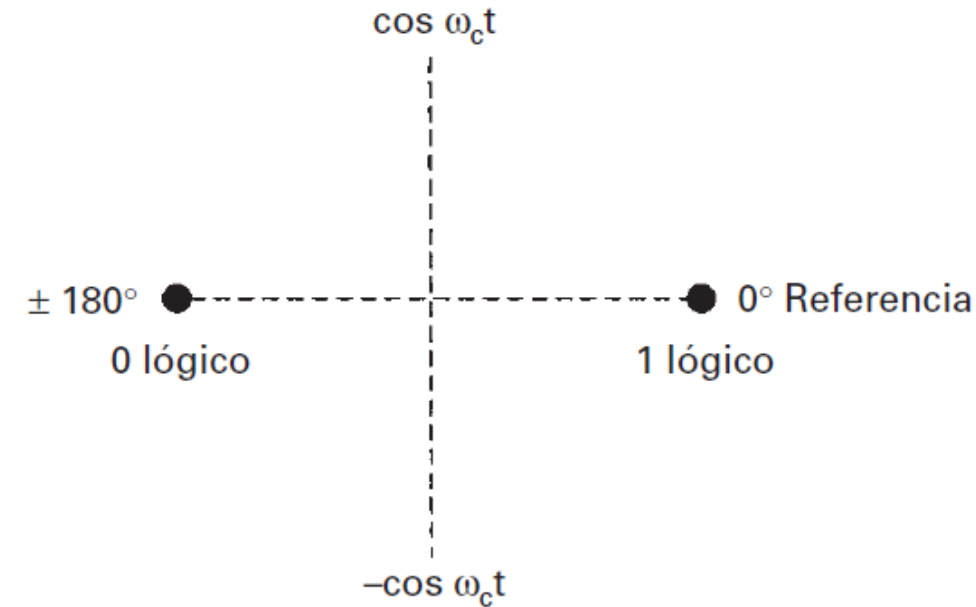


Diagrama de Constelación

# 1. BPSK – Diagramas

Ejemplo: (Tomasi, 12-3)

Para un modulador BPSK con 70MHz de frecuencia de portadora y una rapidez de entrada de bits de 10Mbps, calcular las frecuencias laterales superior e inferior máximas y mínimas, trazar el espectro de salida, determinar el ancho de banda mínimo y calcular los baudios.

$$f_c = 70\text{MHz}$$

$$f_a = \frac{f_b}{2} = \frac{10\text{MHz}}{2} = 5\text{MHz}$$



# 1. BPSK – Diagramas

Ejemplo: (Tomasi, 12-3)

$$f_c = 70\text{MHz} \quad f_a = 5\text{MHz}$$

$$\text{salida} = \sin(2\pi f_a t) \times \sin(2\pi f_c t)$$

$$\text{salida} = \frac{1}{2} \cos(2\pi(f_c - f_a)t) - \frac{1}{2} \cos(2\pi(f_c + f_a)t)$$

Frecuencia Lateral Superior

$$\text{salida} = \frac{1}{2} \cos(2\pi(70\text{MHz} - 5\text{MHz})t) - \frac{1}{2} \cos(2\pi(70\text{MHz} + 5\text{MHz})t)$$

Frecuencia Lateral inferior

# 1. BPSK – Diagramas

Ejemplo: (Tomasi, 12-3)

Frecuencia mínima de lado inferior

$$\text{LSF} = 70\text{MHz} - 5\text{MHz} = 65\text{MHz}$$

Frecuencia máxima de lado superior

$$\text{USF} = 70\text{MHz} + 5\text{MHz} = 75\text{MHz}$$

# 1. BPSK – Diagramas

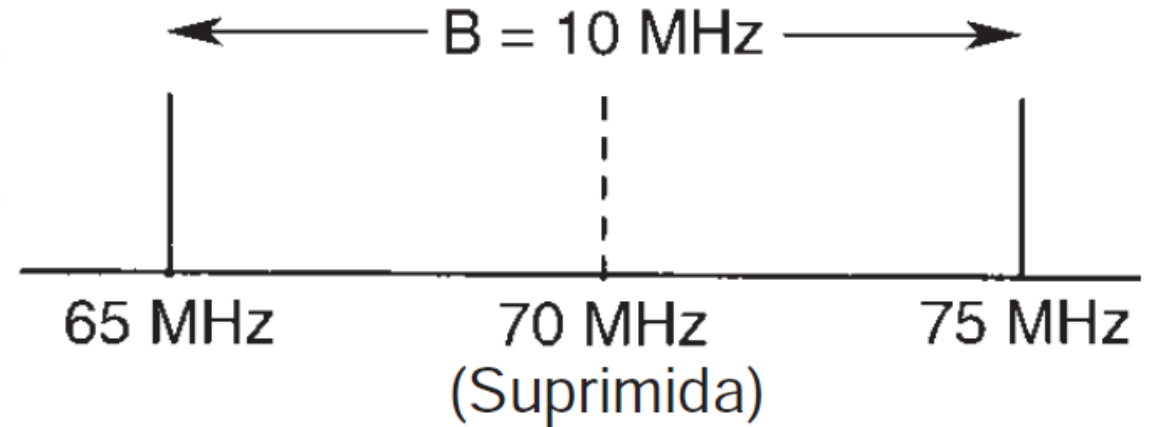
Ejemplo: (Tomasi, 12-3)

El ancho de banda mínimo es

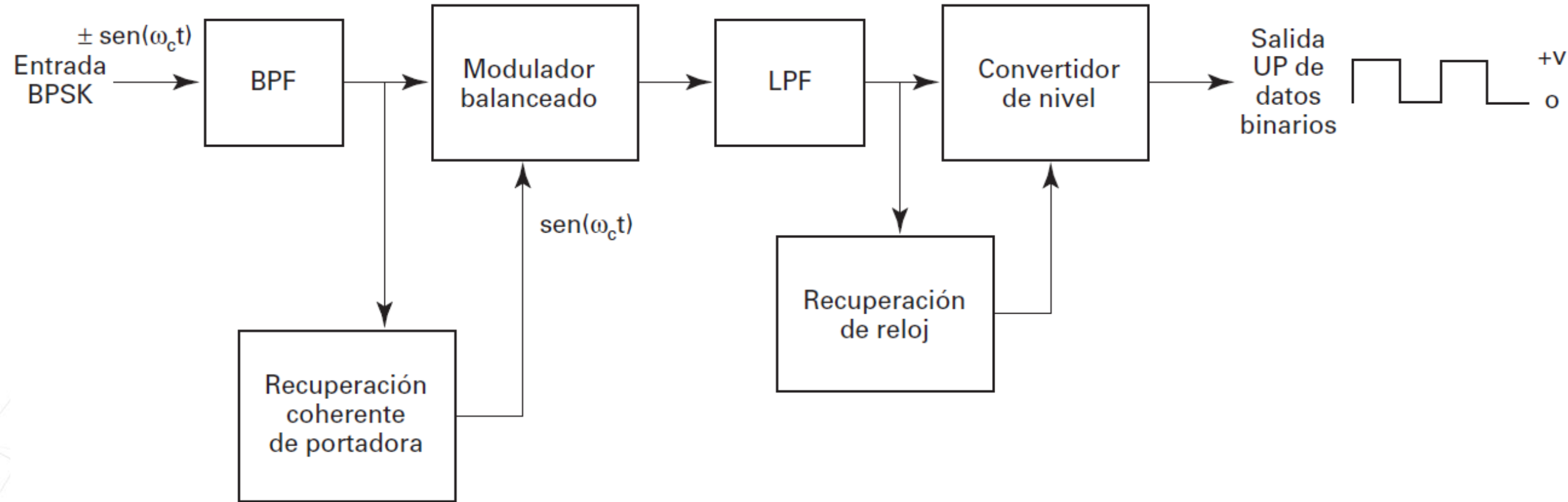
$$B = 75\text{M[Hz]} - 65\text{M[Hz]} = 10\text{MHz}$$

Y los baudios es

$$B = f_b = 10 \text{ megabaudios}$$



# 1. BPSK – Receptor



# 1. BPSK – Receptor

La señal de entrada  $+\sin(\omega_c t)$  (1 lógico), la salida del modulador balanceado es

$$\text{Salida receptor} = \sin(\omega_c t) \times \sin(\omega_c t) = \sin^2(\omega_c t)$$

$$\sin^2(\omega_c t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)$$

Eliminada por el LPF

$$\text{Salida receptor} = +\frac{1}{2} [\text{V}] = 1 \text{ lógico}$$

# 1. BPSK – Receptor

La señal de entrada  $-\sin(\omega_c t)$  (0 lógico), la salida del modulador balanceado es

$$\text{Salida receptor} = -\sin(\omega_c t) \times \sin(\omega_c t) = -\sin^2(\omega_c t)$$

$$\sin^2(\omega_c t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)$$

Eliminada por el LPF

$$\text{Salida receptor} = -\frac{1}{2} [\text{V}] = 0 \text{ lógico}$$



## 2. PSK – M-aria

La cantidad de niveles o condiciones de salida para una representación M-aria se calcula como

$$M = 2^N \qquad N = \log_2(M)$$

$M$  = cantidad de condiciones posibles de salida

$N$  = cantidad de bits codificados

## 2. PSK – M-aria

N	M
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

## 2. M-aria – Ancho de Banda

El ancho de banda mínimo para pasar portadoras M-arias moduladas digitalmente PSK o QAM es

$$B = \frac{f_b}{\log_2(M)}$$

$$B = \frac{f_b}{N}$$

$B$  = ancho mínimo de banda (hertz)

$f_b$  = rapidez de entrada de bits (bps)

$N$  = cantidad de bits codificados

$M$  = cantidad de condiciones posibles de salida

### 3. QAM – Mod. Amplitud en cuadratura

En la QAM analógica podemos enviar dos señales (moduladores, mensajes) diferentes utilizando la misma portadora. Estas señales se pueden separar en el receptor.

$$v_{\text{QAM}} = I(t) \sin(\omega_c t) + Q(t) \sin(\omega_c t + \pi/2)$$

$$v_{\text{QAM}} = I(t) \sin(\omega_c t) + Q(t) \cos(\omega_c t)$$

### 3. QAM – Mod. Amplitud en cuadratura

Como se recupera  $I(t)$  si se tiene  $v_{\text{QAM}}$ :

$$\hat{I}(t) = v_{\text{QAM}} \times \sin(\omega_c t)$$

$$\hat{I}(t) = [I(t) \sin(\omega_c t) + Q(t) \cos(\omega_c t)] \sin(\omega_c t)$$

$$\hat{I}(t) = I(t) \sin(\omega_c t) \sin(\omega_c t) + Q(t) \cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t)$$

$$\hat{I}(t) = I(t) \sin^2(\omega_c t) + Q(t) \cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t)$$



### 3. QAM – Mod. Amplitud en cuadratura

Del resultado anterior tenemos:

$$\hat{I}(t) = I(t)\sin^2(\omega_c t) + Q(t)\cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t)$$

Recordar la siguiente identidad trigonométrica

$$\sin^2(\omega_c t) = 1 - \cos(2\omega_c t)$$

Entonces

$$\hat{I}(t) = I(t)(1 - \cos(2\omega_c t)) + Q(t)\cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t)$$

$$\hat{I}(t) = I(t) + I(t)\cos(2\omega_c t) + Q(t)\cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t)$$

Eliminada por el LPF



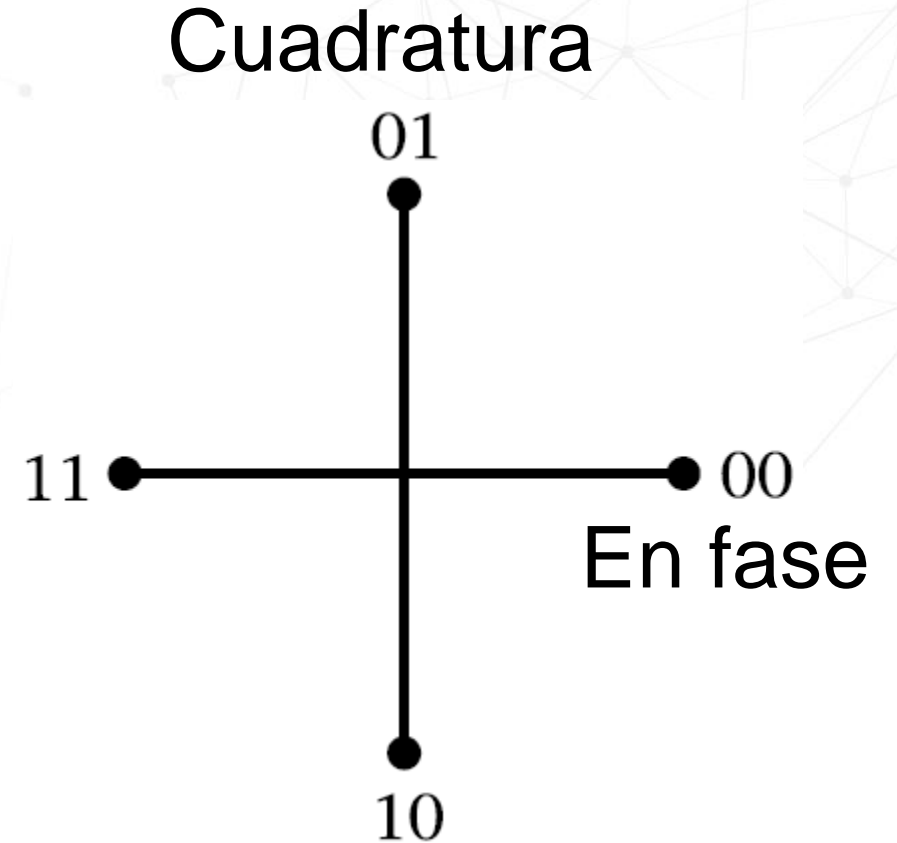
## 4. QPSK – Cuaternario

PSK de cuadratura es una técnica M-aria de codificación  $M = 4$ . En esta codificación tenemos 4 fases diferentes para una sola frecuencia de la portadora. Entonces con 2 bits podemos tener cuatro condicione posibles: 00, 01, 10 y 11.

Los datos binarios se combinan en grupos de 2 bits. Entonces, la rapidez de cambio en la salida (baudios) es la mitad de la rapidez de entrada de bits.

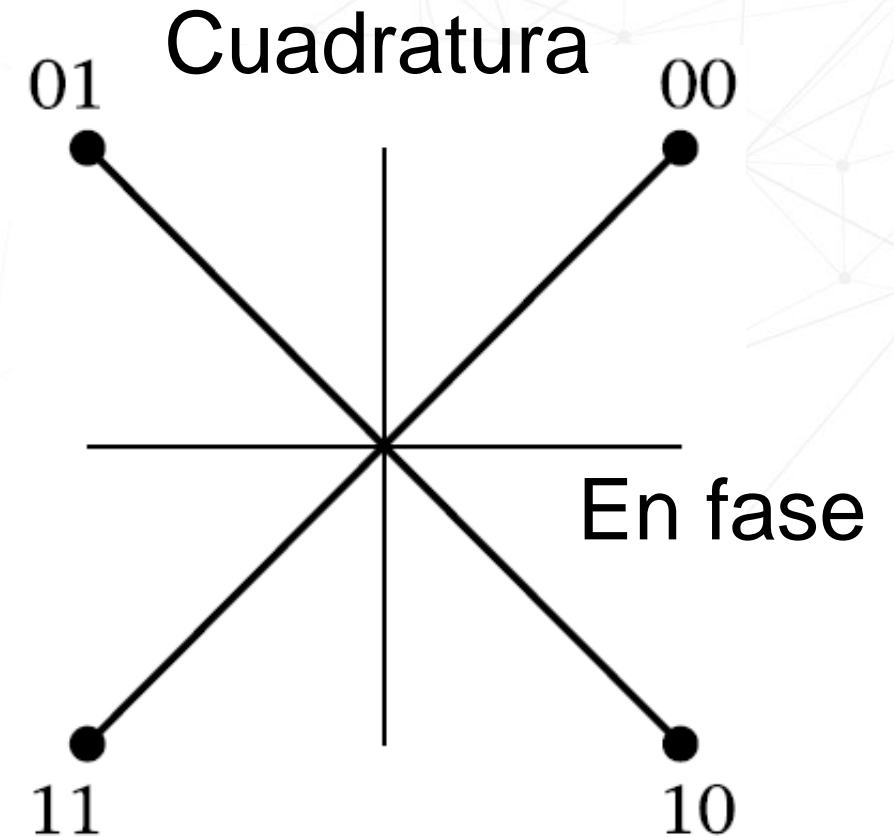
## 4. QPSK – Cuaternario

Desplazamiento de Fase	Símbolo
0	00
+90	01
-90	10
180	11



## 4. QPSK – Cuaternario $\pi/4$

Desplazamiento de Fase	Símbolo
45	00
135	01
-45	10
-135	11



## 4. QPSK – Cuaternario

Ejemplo: (Blake, 4.4)

El estándar de telefonía celular de norte America TDMA transmite a 24.3 kilobaud utilizando QPSK. Cual es la tasa de datos del canal?

La tasa de símbolos también conocida como la tasa de baudios, es la mitad de la tasa de bits. Entonces, la tasa de datos es 48.6kbps.

## 4. QPSK – Transmisor

Las salidas del transmisor anterior son:

$$I \rightarrow \pm \sin(\omega_c t)$$

$$Q \rightarrow \pm \cos(\omega_c t)$$

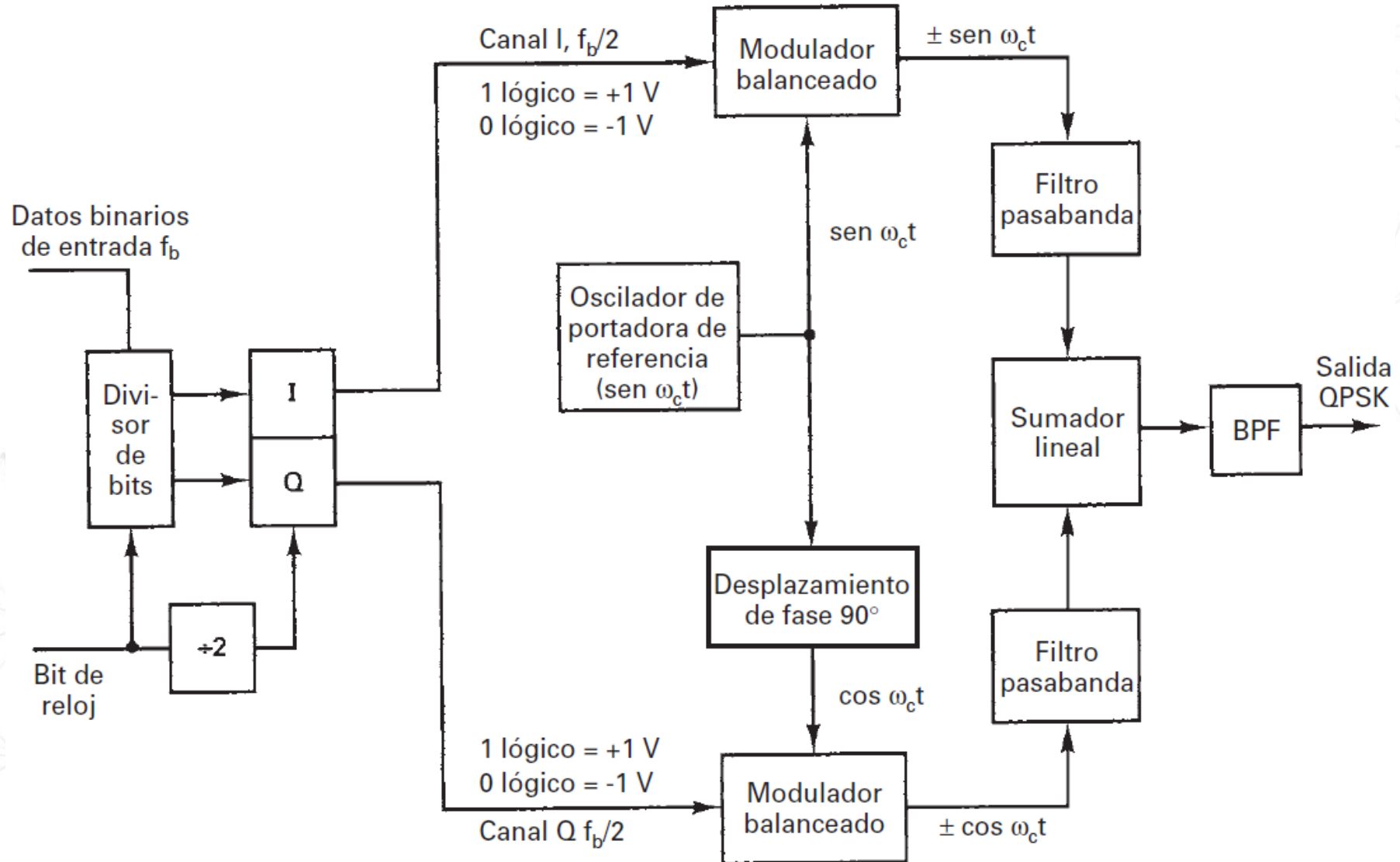
$$1) +\sin(\omega_c t) + \cos(\omega_c t)$$

$$2) +\sin(\omega_c t) - \cos(\omega_c t)$$

$$3) -\sin(\omega_c t) + \cos(\omega_c t)$$

$$4) -\sin(\omega_c t) - \cos(\omega_c t)$$

## 4. QPSK – Transmisor





## 4. QPSK – Cuaternario

**Ejemplo:** (Tomasi, 12-4)

Determinar la tabla de verdad, el diagrama fasorial y el diagrama de constelación, para el modulador QPSK anterior.

Para una entrada binaria de datos de  $Q = 0$  y  $I = 1$ , se tiene

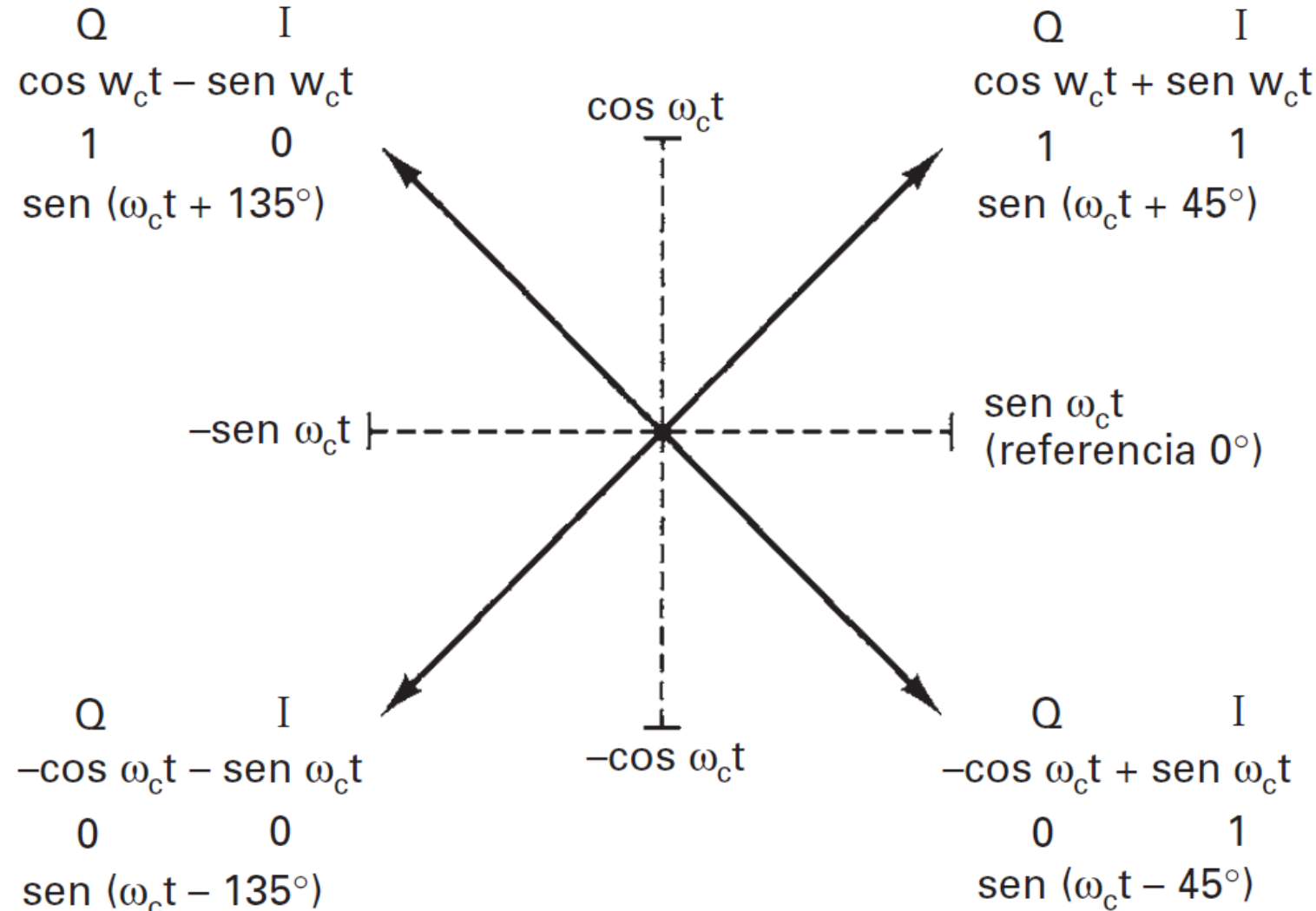
$$\begin{aligned} I &\rightarrow +\sin(\omega_c t) \\ Q &\rightarrow -\cos(\omega_c t) \end{aligned}$$

$$\sqrt{2}\sin(\omega_c t - 45^\circ)$$

# 4. QPSK – Cuaternario

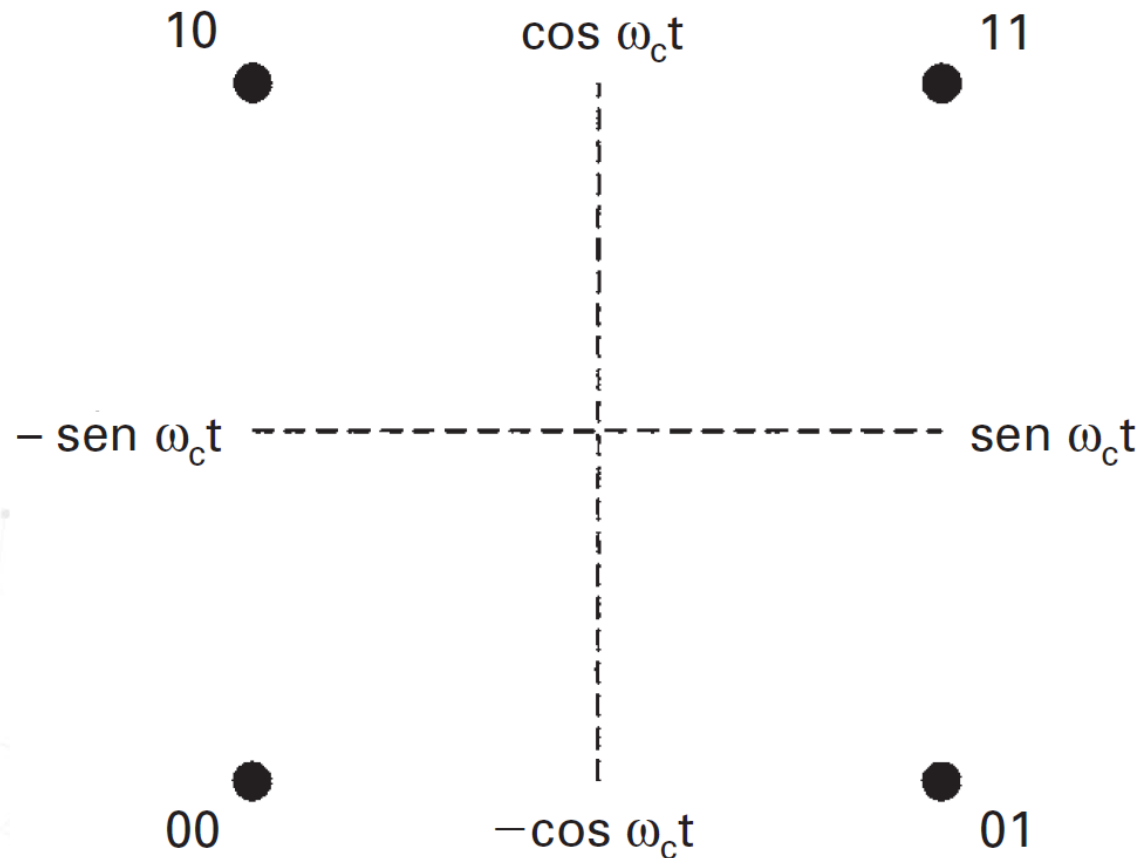
Ejemplo: (Tomasi, 12-4)

Entrada binaria		Fase de salida QPSK
Q	I	
0	0	$-135^\circ$
0	1	$-45^\circ$
1	0	$+135^\circ$
1	1	$+45^\circ$

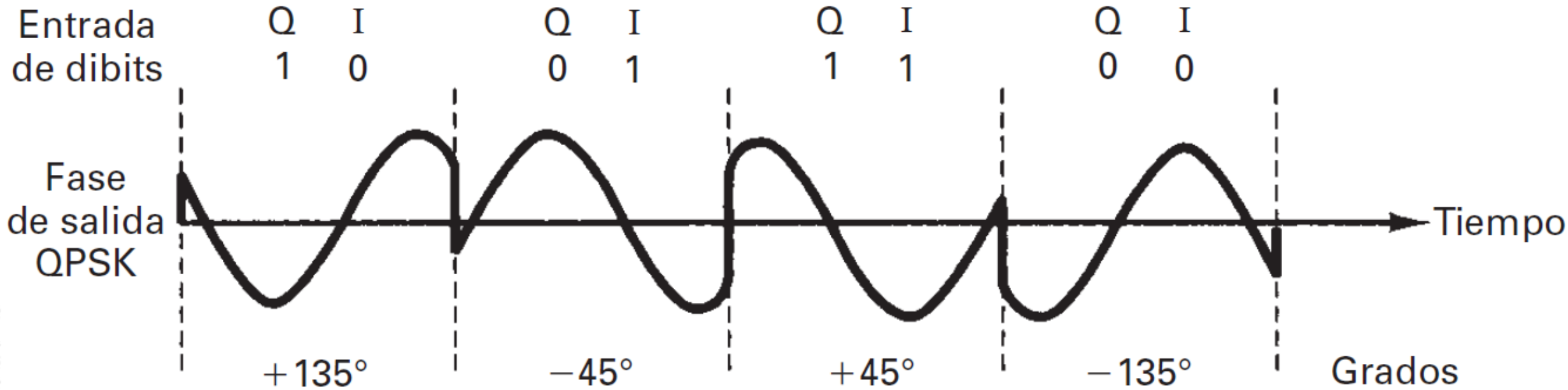


## 4. QPSK – Cuaternario

**Ejemplo:** (Tomasi, 12-4) Diagrama de Constelación



## 4. QPSK – Cuaternario



## Bibliografía

- BLAKE, Roy. (2004). Sistemas electrónicos de comunicaciones. Thomson.
- TOMASÍ, Wayne. (2003) Sistemas de Comunicaciones Electrónicas. 4ª ed. Prentice Hall.
- FRENZEL, Louis. (2016) Principles of Electronic Communication Systems. 4<sup>th</sup> Edition.