Sistemas de Comunicación

- Análisis de Señales -

Ph.D. Cristian Guarnizo Lemus

cristianguarnizo@itm.edu.co

Contenido

1. La serie de Fourier.
2. Simetrías de la señales.
3. Frecuencia de Muestreo.
4. Capacidad del Canal.
5. Ruido.

La serie de Fourier

Una función *f*(*t*) periódica de periodo P, se puede representar en forma de una suma infinita de funciones armónicas es decir

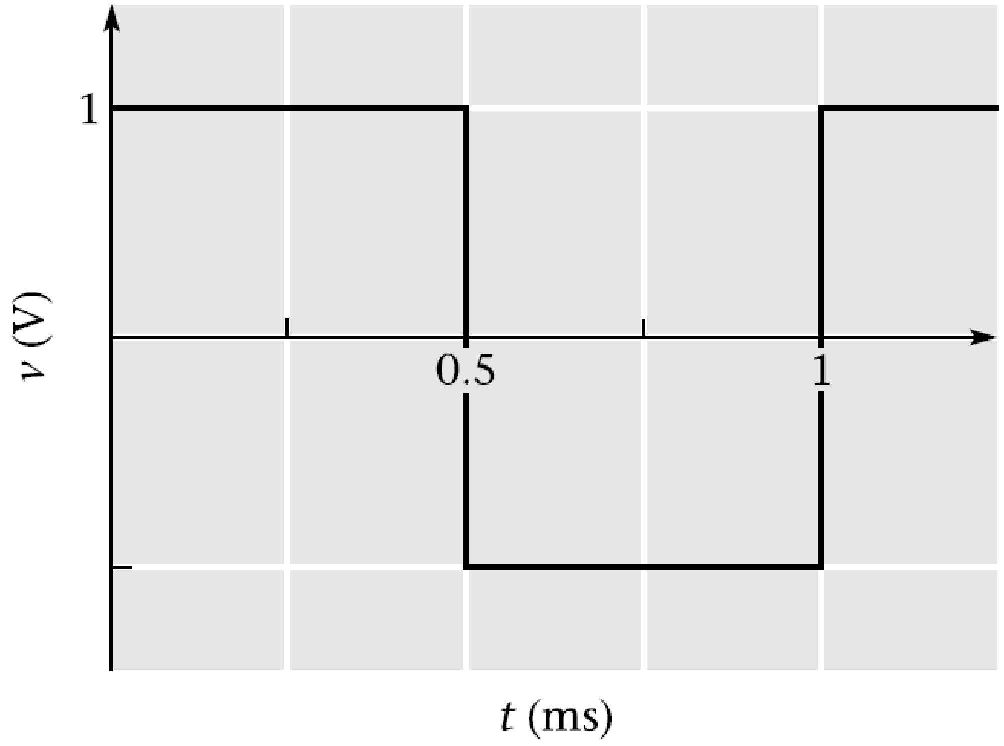
$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos\left(k \frac{2\pi}{P} t\right) + b_k \sin\left(k \frac{2\pi}{P} t\right)\right)$$

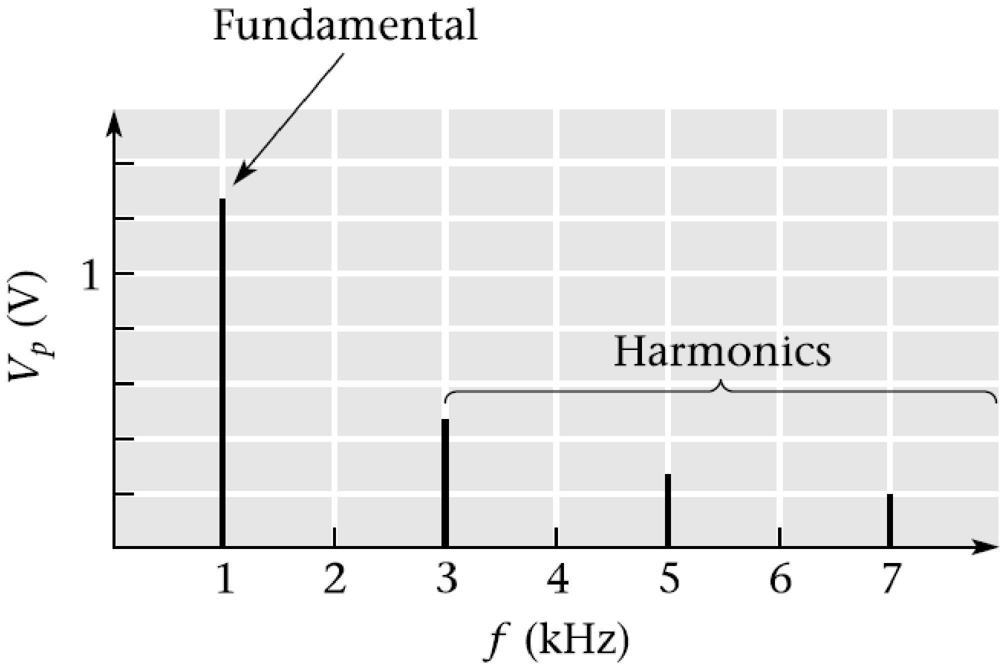
donde a_0, a_1 ... a_k ... y b_1, b_2 .... b_k .... son denominados los coeficientes de Fourier.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/oscilaciones/fourier/fourier.html

La serie de Fourier

Espectro de frecuencia típico de una señal periódica.





Simetrías

Simetría Par

Si $f(t) = f(-t)$, entonces solo contiene funciones pares, como los términos coseno de la serie de Fourier. Los coeficientes de las funciones seno se hacen cero.

Simetría Impar

Si $f(t) = -f(-t)$, entonces solo contiene funciones impares, como los términos seno de la serie de Fourier. Los coeficientes de las funciones coseno se hacen cero.

Simetrías

Simetría de media onda

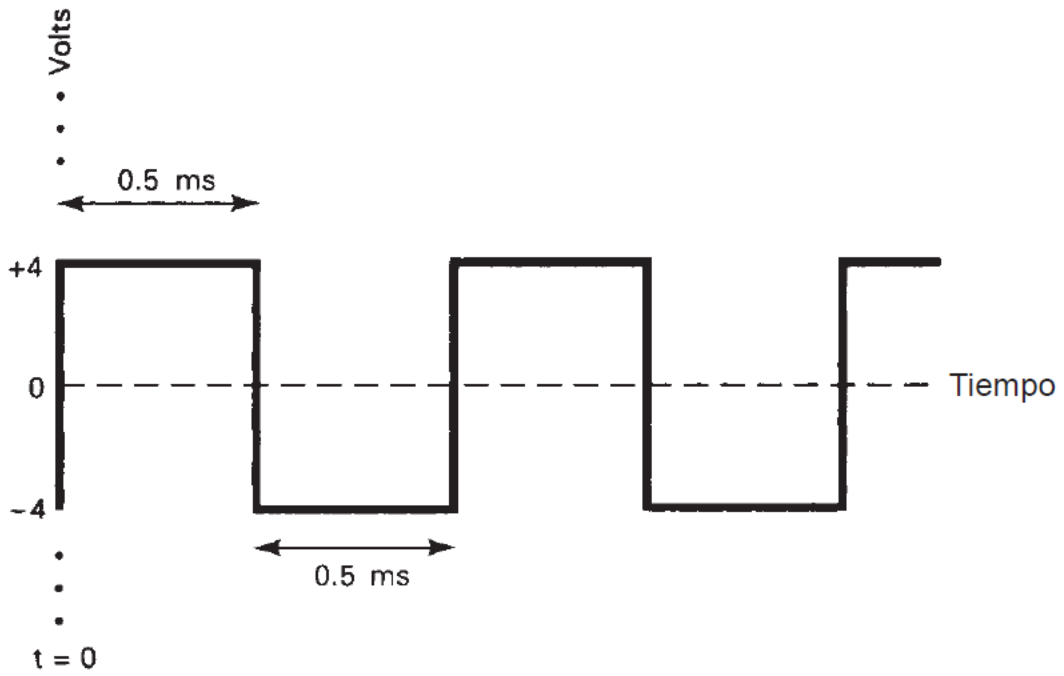
Si $f(t) = -f\left(\frac{T}{2} + t\right)$, es decir, si su gráfica las partes negativas son un reflejo de las positivas pero desplazadas medio periodo.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/oscilaciones/fourier/fourier.html

Ejemplo

Para el siguiente tren de ondas cuadradas:

a) Determinar las amplitudes máximas y las frecuencias de las primeras cinco armónicas impares. b) Trazar el espectro de frecuencias.



[Tomasi, pag. 19]

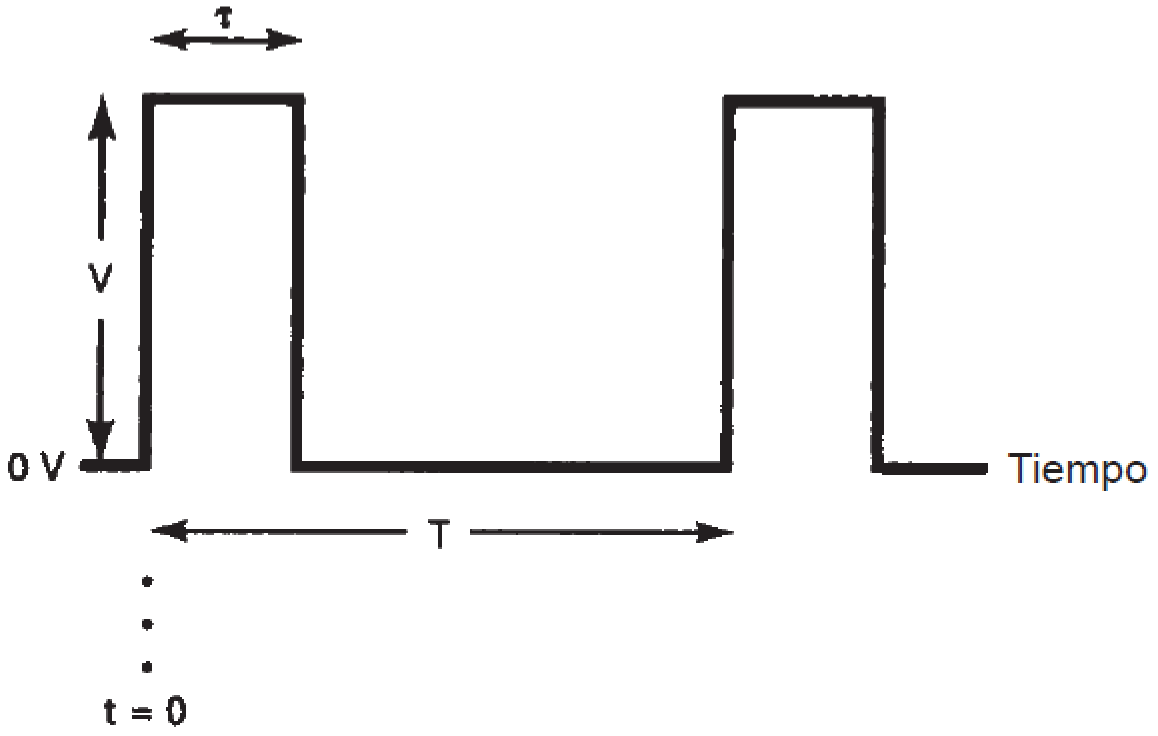
S. F. de una onda rectangular

$$v(t) = \frac{V\tau}{T} + \frac{2V\tau}{T}\left[\frac{\operatorname{sen} x}{x}(\cos \omega t) + \frac{\operatorname{sen} 2x}{2x}(\cos 2\omega t) + \cdots + \frac{\operatorname{sen} nx}{nx}(\cos n\omega t)\right]$$

$$DC = \frac{\tau}{T}$$

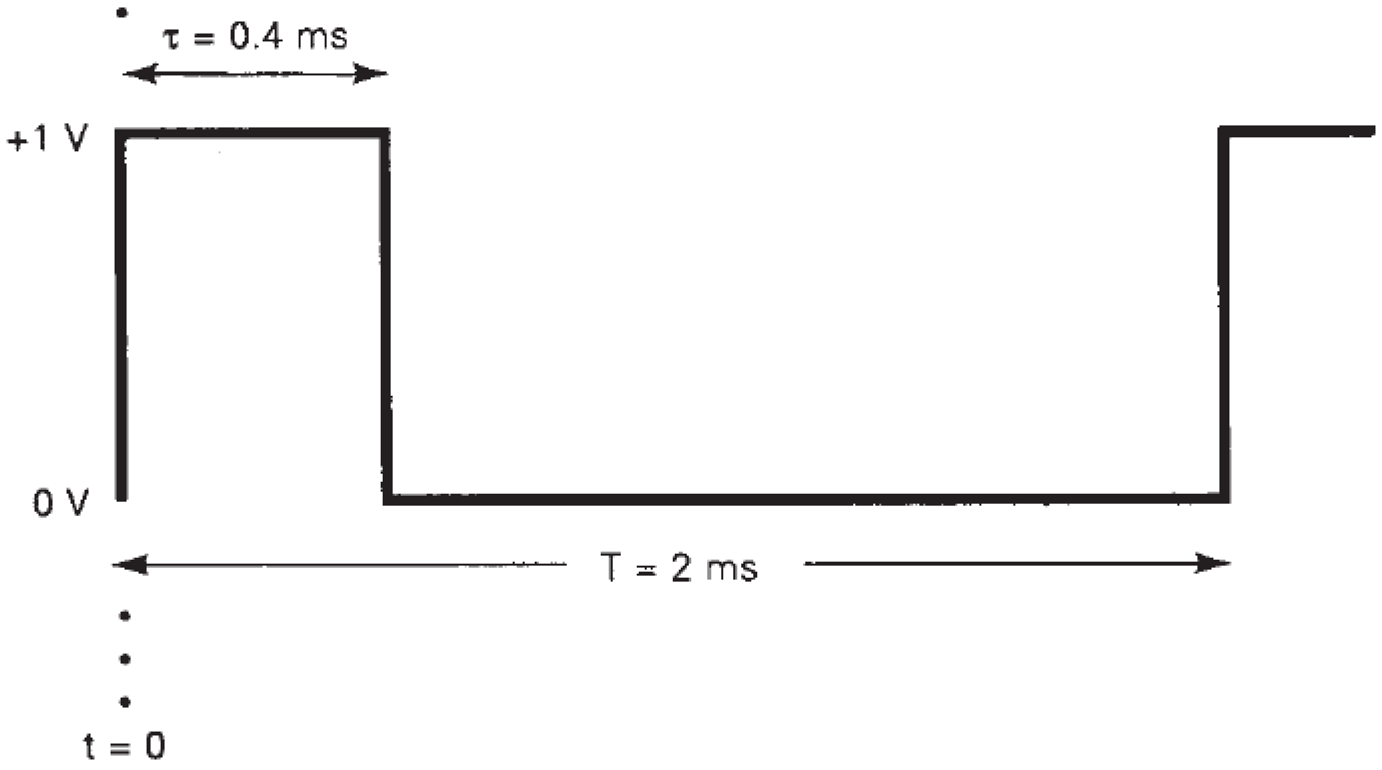
$$DC(\%) = \frac{\tau}{T} \times 100$$

con $x = \pi \frac{\tau}{T}$



[Tomasi, pag. 22]

S. F. de una onda rectangular

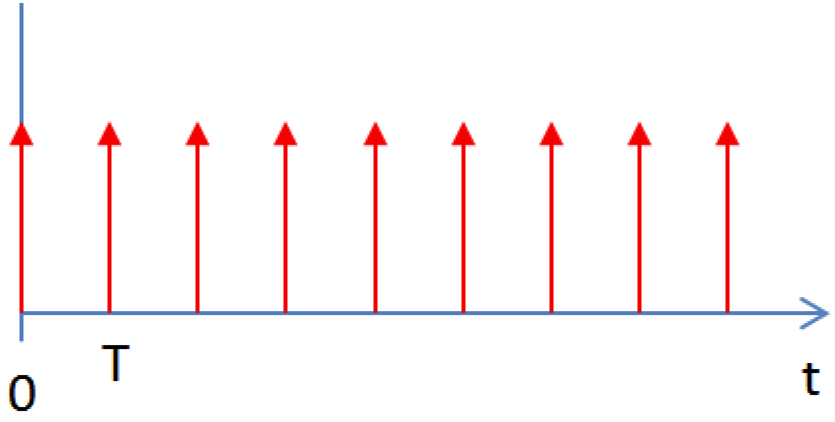


a) Determine la componente de cd.
b) Determine las amplitudes máximas de las 10 primeras armónicas.
c) Grafique la función (sen x)/x.
d) Trace el espectro de frecuencias.

[Tomasi, Ejemplo 1-3]

Frecuencia de Muestreo - Nyquist

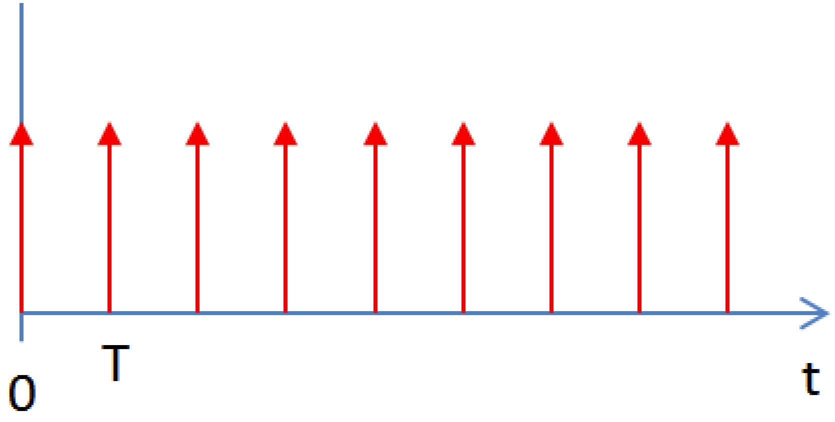
$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \longrightarrow f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_k e^{i2\pi t\frac{k}{T}} \text{ , con } c_k = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\, e^{i2\pi t\frac{k}{T}} \mathrm{d}t$$

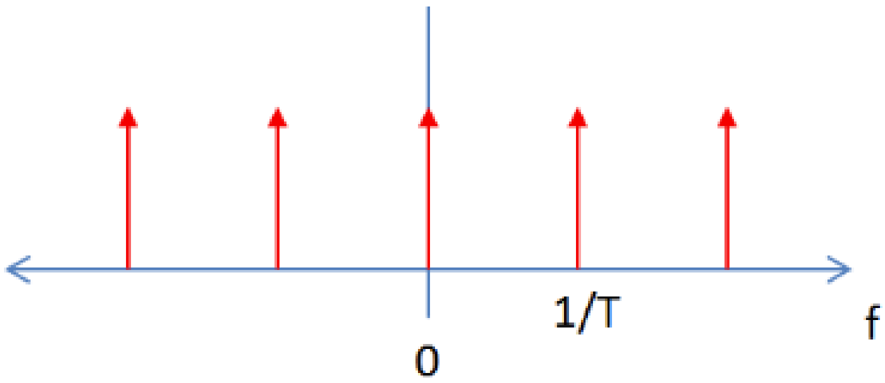


https://class.ece.uw.edu/235dl/EE235/Project/lesson19/lesson19.html

Frecuencia de Muestreo - Nyquist

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \longrightarrow f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_k e^{i2\pi t\frac{k}{T}} \text{ , con } c_k = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\, e^{i2\pi t\frac{k}{T}} \mathrm{d}t$$





http://195.134.76.37/applets/AppletNyquist/Appl_Nyquist2.html

Capacidad de un Canal

Indica cuánta información se puede transferir a través de un sistema de comunicaciones en determinado tiempo. La ley de Hartley establece:

$$I \propto B \times t$$

$$\begin{aligned} I &= \text{capacidad de información} \\ B &= \text{ancho de banda del sistema (hertz)} \\ t &= \text{tiempo de transmisión (segundos)} \end{aligned}$$

[Tomasi, pag. 9]

Capacidad de un Canal (2)

Teniendo en cuenta la SNR, La ley de Hartley establece:

$$I = ktB$$

I = Capacidad de información.

k = Constante que depende del tipo de modulación y de la relación SNR.

t = Tiempo en segundos.

B = Ancho de banda en Hertz.

[Blake, pag. 26]

Capacidad de un Canal

Ejemplos:

Amplitud de Banda	Alta Calidad
3kHz	Señal de Voz
200KHz	FM música
6MHz	TV

[Tomasi, pag. 9]

Ruido

La componente de ruido más importante es el ruido térmico. La potencia del ruido térmico es proporcional al ancho de banda sobre el cual opera el sistema:

$$P_N = kTB$$

P_N = noise power in watts
k = Boltzmann's constant, 1.38×10^{-23} joules/kelvin (J/K)
T = temperature in kelvins
B = noise power bandwidth in hertz

[Tomasi, pag. 9]

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad
Innovación Tecnológica con Sentido Humano

Ruido - Ejemplo

Una Resistencia a temperatura 25ºC esta conectada a través de la entrada de un amplificador con ancho de banda de 50kHz. Cuanto ruido suministra la Resistencia a la entrada del amplificador?

$$\begin{aligned} P_N &= kTB \\ &= 1.38 \times 10^{-23} \times 298 \times 50 \times 10^3 \\ &= 2.06 \times 10^{-16}\ \text{W} \end{aligned}$$

[Tomasi, pag. 9]

Relación Señal-a-Ruido

Mantener una relación adecuada entre la potencia de la señal y la potencia del ruido es esencial en cualquier Sistema de comunicación.

$$SNR = \frac{S}{N}$$

[Tomasi, pag. 9]

Capacidad del Canal (3)

Considerando el ruido, Shannon propone la siguiente expresión, para calcular la capacidad en bits por segundo (bps):

$$I = B\log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

Capacidad del Canal (3)

Ejemplo: Para una relación señal a ruido 1000 (30dB) y un ancho de banda de 2.7kHz.

$$I = B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$$

$$= 2700\log_2(1+1000)$$

$$= 26.9\text{kbps}$$

Preguntas

A que tipo de señales se aplica las series de Fourier?
Que representa el termino constante en la serie de Fourier.
Que efecto tienen las simetrías en la señales sobre los términos de la serie de Fourier?
Que es el criterio de Nyquist?
Que es la capacidad de un canal?

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad
Innovación Tecnológica con Sentido Humano

Lecturas recomendadas

1. Configuraciones de los circuitos. Tomasí, pag 10-14.
2. Ejemplos de SNR: Tomasí pag 40, ejemplos 1-11, 1-12.
3. Ejemplo Onda rectagular, pag 22.
4. Sampling: What Nyquist Didn’t Say, and What to Do About It. Leer hasta el primer párrafo de la pagina 18.
5. Diseño practico de filtros.

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

Innovación Tecnológica con Sentido Humano

Bibliografía

– WAYNE, Tomasi. (2003). Sistemas de Comunicaciones Electrónicas. 4ª ed. Prentice Hall.
– BLAKE, Roy. (2004). Sistemas electrónicos de comunicaciones. Thomson.
– STREMLER, Ferrel G (1993). Introducción a los sistemas de Comunicación Pearson Educación.