

# Sistemas de Comunicación

## - Modulación Angular-

Ph.D. Cristian Guarnizo Lemus

[cristianguarnizo@itm.edu.co](mailto:cristianguarnizo@itm.edu.co)

# Contenido

1. Modulación Angular.
2. Análisis matemático.
3. Índice de Modulación.

# 1. Modulación Angular

$$m(t) = V_c \cos(2\pi f t \pm \theta)$$

Cuando se varia  $f$  se conoce como modulación de frecuencia. Mientras que si se varia  $\theta$  se conoce como modulación de fase.

# 1. Modulación Angular

FM es la técnica de modulación análoga mas usada. Cuando se varia la **frecuencia**, también se varia indirectamente la **fase**.

PM es raramente usada en sistemas análogos pero su variación es a menudo usada en comunicación digital. Cuando se varia la **fase**, también se varia indirectamente la **frecuencia**.

# 1. Modulación Angular

## Ventajas:

Reducción de ruido.

Mayor fidelidad.

Uso mas eficiente de potencia.

## Desventajas:

Necesidad de mayor ancho de banda.

Requiere de circuito mas complicados tanto en transmisión como en recepción.

# 1. Modulación Angular

$$m(t) = V_c \cos(\omega_c t + \theta(t))$$

$m(t)$  = onda con modulación angular.

$V_c$  = amplitud máxima de portadora (volts).

$\omega_c$  = frecuencia de la portadora en radianes.

$\theta(t)$  = desviación instantánea de fase (radianes).

# 1. Modulación Angular

Si  $v_m(t)$  es la señal moduladora, la modulación angular se expresa como

$$\theta(t) = F(v_m(t))$$

en donde  $v_m(t) = V_m \text{sen}(\omega_m t)$ .

# 1. Modulación Angular

Modulación directa de frecuencia (FM):

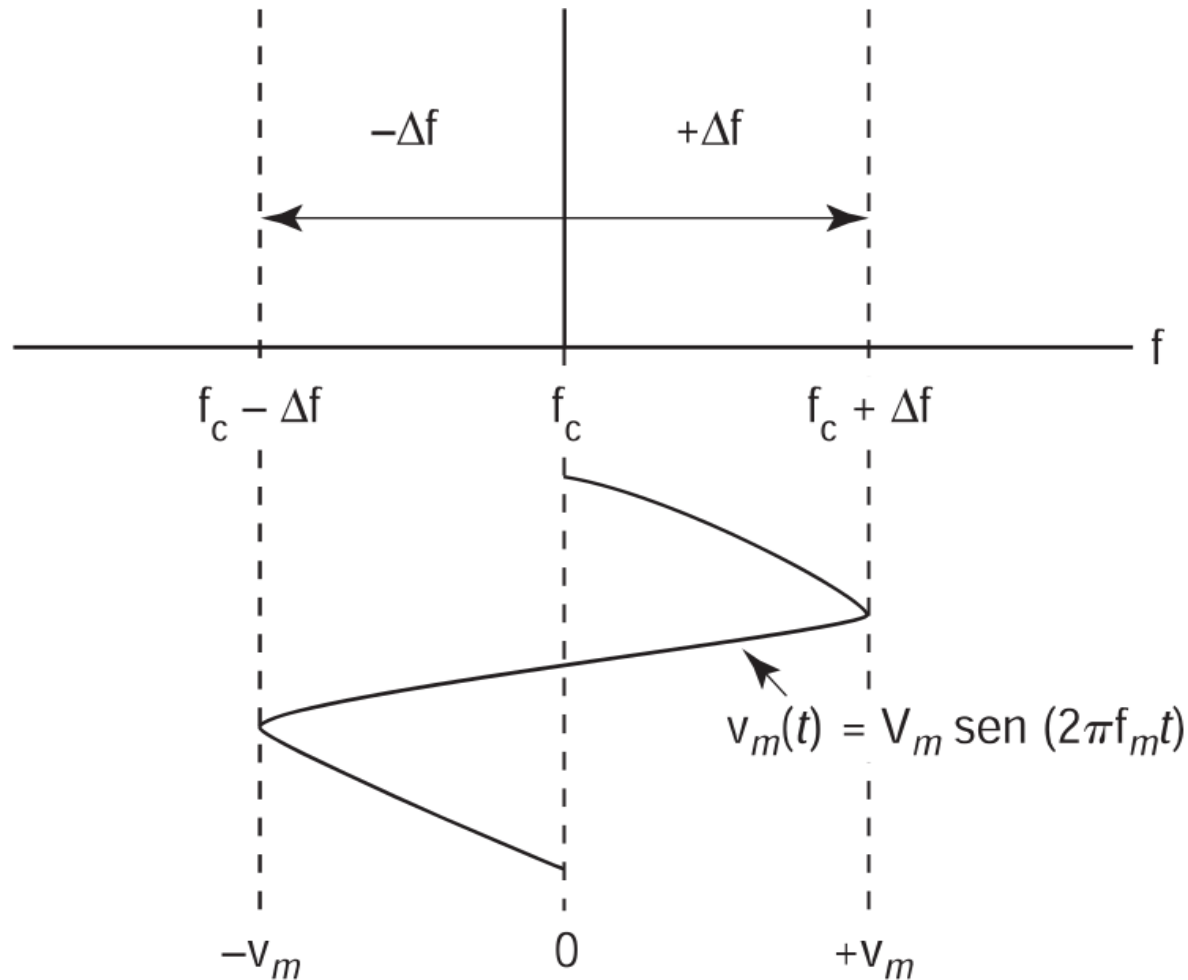
Variar la **frecuencia de la portadora** en proporción directa a la **amplitud de la señal moduladora**.

Modulación directa de fase (PM):

Variar la **fase de la portadora** en proporción directa a la **amplitud de la señal moduladora**.



# 1. Modulación Angular - FM



La frecuencia de la señal moduladora determina la frecuencia de la rapidez de desviación, o cuantas veces por segundo la frecuencia de la portadora se desvía por arriba y abajo de su frecuencia central.

# 1. Modulación Angular - FM

## Ejemplo: (5-1 Frenzel)

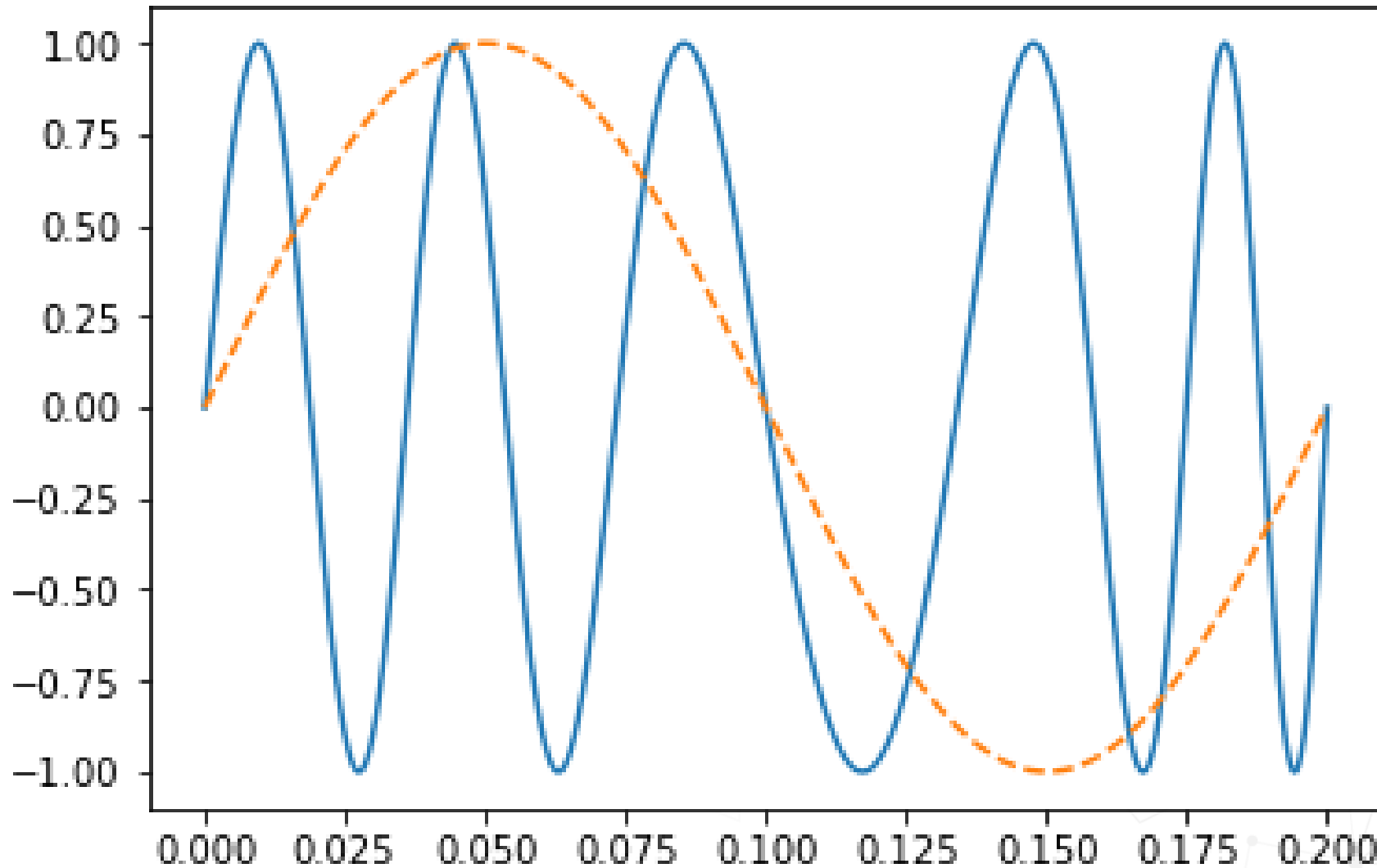
Un transmisor opera sobre una frecuencia de 915MHz. La desviación FM máxima es  $\pm 12.5\text{kHz}$ . Cuales son las frecuencias máximas y mínimas que ocurren en la modulación?

$$915 \text{ MHz} = 915000 \text{ kHz}$$

$$\text{Maxima desv.} = 915000 + 12.5 = 915012.5 \text{ kHz}$$

$$\text{Minima desv.} = 915000 - 12.5 = 914987.5 \text{ kHz}$$

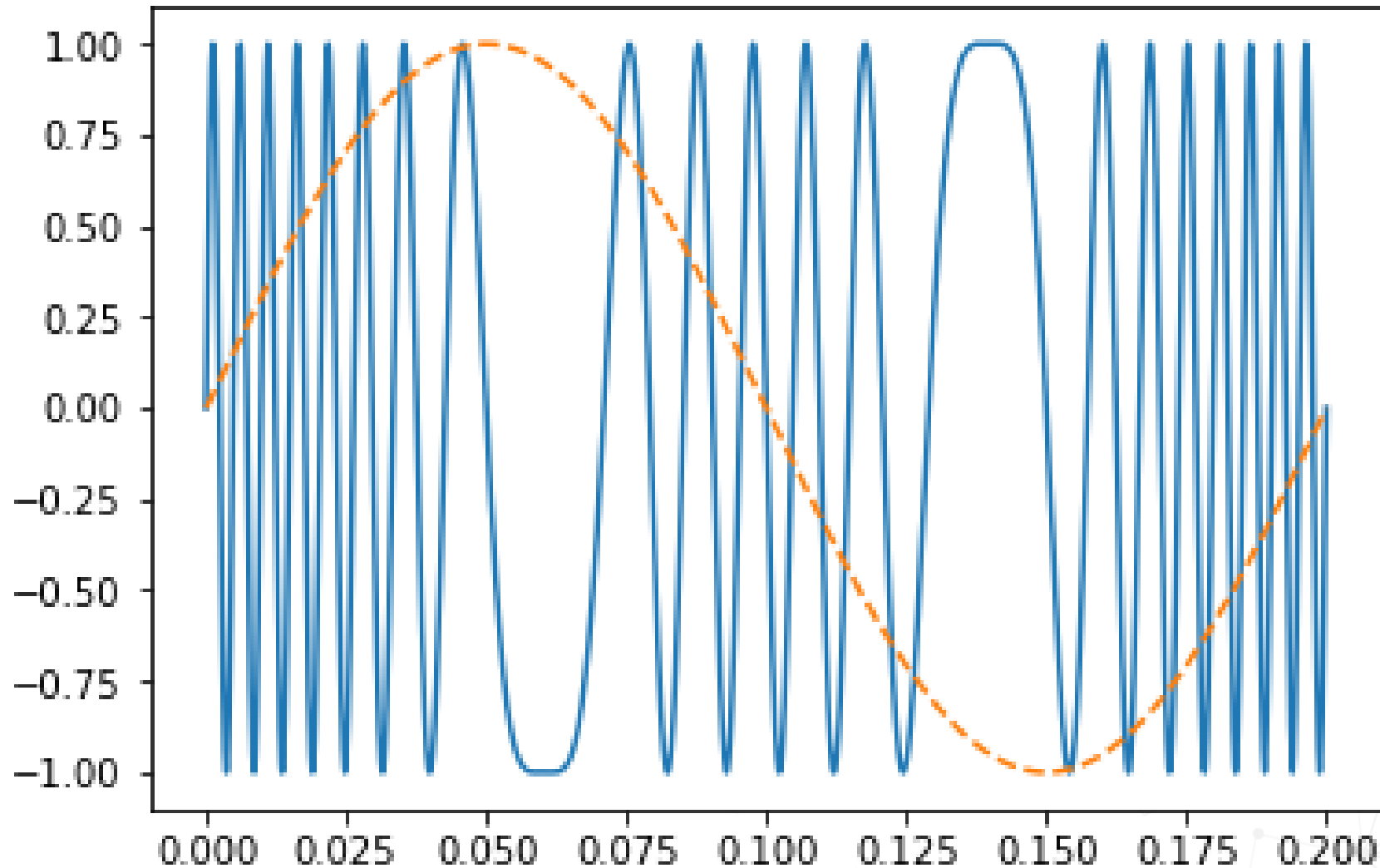
# 1. Modulación Angular - FM



# 1. Modulación Angular - PM

En PM, la máxima desviación de frecuencia ocurre cuando la señal modulante **varia mas rápido**. Para una onda seno como moduladora, ocurre cuando la onda modulante cambia de positivo a negativo o de negativo a positivo.

# 1. Modulación Angular - PM



## 2. Análisis matemático

La diferencia entre FM y PM se analiza con:

1. Desviación instantánea de fase:  $\theta(t)$
2. Fase instantánea:  $\omega_c t + \theta(t)$
3. Desviación instantánea de frecuencia:  $\dot{\theta}(t)$
4. Frecuencia instantánea:  $\omega_i = \omega_c + \dot{\theta}(t)$

## 2. Análisis matemático

1. **Desviación instantánea de fase:** es el cambio instantáneo de fase de la portadora en determinado momento, e indica cuánto está cambiando la fase de la portadora con respecto a su fase de referencia

$$\theta(t)$$

## 2. Análisis matemático

**2. Fase instantánea:** es la fase precisa de la portadora en un momento dado, y se describe matemáticamente como sigue

$$\omega_c t + \theta(t)$$



## 2. Análisis matemático

**3. Desviación instantánea de frecuencia :** Es el cambio instantáneo en la frecuencia de la portadora, y se define como la primera derivada de la desviación instantánea de fase con respecto al tiempo.

$$\dot{\theta}(t) \text{ rad/s}$$
$$\frac{\dot{\theta}(t) \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/ciclo}} = \frac{\text{ciclos}}{\text{s}} = \text{Hz}$$

## 2. Análisis matemático

**4. Frecuencia instantánea:** es la frecuencia precisa de la portadora en determinado momento, y se define como la primera derivada de la fase instantánea respecto al tiempo

$$\begin{aligned}\omega_i &= \frac{d}{dt} [\omega_c t + \theta(t)] \\ &= \omega_c + \dot{\theta}(t)\end{aligned}$$

## 2. Sensibilidad a la desviación

Para una señal moduladora  $v_m(t)$ , la modulación de fase y la de frecuencia son

modulación de fase  $\theta(t) = K v_m(t)$  rad

modulación de frec.  $\dot{\theta}(t) = K_1 v_m(t)$  rad/s

La sensibilidades son la funciones de transferencia de salida en función de la entrada de los moduladores.

## 2. Sensibilidad a la desviación

Para una señal moduladora  $v_m(t)$ , la modulación de fase y la de frecuencia son

modulación de fase

$$K = \frac{\text{rad}}{V} \left( \frac{\Delta\theta}{\Delta V} \right)$$

modulación de frec.

$$K_1 = \frac{\text{rad/s}}{V} \left( \frac{\Delta\omega}{\Delta V} \right)$$

## 2. Sensibilidad a la desviación

La modulación de fase es la primera integral de la modulación de frecuencia:

$$\begin{aligned}\text{modulación de fase} &= \theta(t) = \int \dot{\theta}(t) dt \\ &= \theta(t) = \int K_1 V_m(t) dt \\ &= \theta(t) = K_1 \int V_m(t) dt\end{aligned}$$

## 2. Sensibilidad a la desviación

Si asumimos una señal moduladora  $v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$ :

modulación de fase

$$\begin{aligned} m(t) &= V_c \cos(\omega_c t + \theta(t)) \\ &= V_c \cos(\omega_c t + \boxed{KV_m} \cos(\omega_m t)) \end{aligned}$$

## 2. Sensibilidad a la desviación

Si asumimos una señal moduladora  $v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$ :

modulación de frecuencia

$$\begin{aligned} m(t) &= V_c \cos \left( \omega_c t + \int \dot{\theta}(t) dt \right) \\ &= V_c \cos \left( \omega_c t + K_1 \int V_m \cos(\omega_m t) dt \right) \end{aligned}$$

## 2. Sensibilidad a la desviación

Si asumimos una señal moduladora  $v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$ :  
modulación de frecuencia

$$\begin{aligned} m(t) &= V_c \cos \left( \omega_c t + \int \dot{\theta}(t) dt \right) \\ &= V_c \cos \left( \omega_c t + \boxed{\frac{K_1 V_m}{\omega_m}} \sin(\omega_m t) \right) \end{aligned}$$



### 3. Índice de modulación - Fase

Para la señal modulada en fase tenemos:

$$V_c \cos(\omega_c t + \boxed{KV_m} \cos(\omega_m t))$$

$$V_c \cos(\omega_c t + m \cos(\omega_m t))$$

$$m = KV_m \text{ (radianes)}$$

### 3. Índice de modulación - Frecuencia

Para la señal modulada en fase tenemos:

$$V_c \cos \left( \omega_c t + \frac{K_1 V_m}{\omega_m} \sin(\omega_m t) \right)$$

$$V_c \cos(\omega_c t + m \sin(\omega_m t))$$

$$m = \frac{K_1 V_m}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (\text{adimensional})$$

### 3. Índice de modulación - Frecuencia

Ejemplo: (5-2 Frenzel)

Cual es la razón de desviación del sonido de TV si la máxima desviación es 25kHz y la máxima frecuencia de modulación es 15kHz?

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{25}{15} = 1.667$$

### 3. Índice de modulación - Frecuencia

Ejemplo: (6-1 Tomásí)

a) Determinar  $\Delta f$ , la desviación máxima de frecuencia, y  $m$ , el índice de modulación, para un modulador de FM con sensibilidad a la desviación  $K_1 = 5\text{kHz}$  y una señal moduladora  $v_m(t) = 2 \cos(2\pi 2000t)$ .

$$\Delta f = \frac{5\text{kHz}}{V} \times 2V = 10\text{kHz}$$

$$m = \frac{10\text{kHz}}{2\text{kHz}} = 5$$

### 3. Índice de modulación - Frecuencia

Ejemplo: (6-1 Tomásí)

b) Determinar la desviación máxima de fase,  $m$ , para un modulador de PM con sensibilidad a la desviación  $K = 2.5 \text{ rad/s}$  y una señal moduladora  $v_m(t) = 2 \cos(2\pi 2000t)$ .

$$m = \frac{2.5 \text{ rad}}{V} \times 2V = 5 \text{ rad}$$

## Bibliografía

- FRENZEL, Louis. (2016) Principles of Electronic Communication Systems. 4<sup>th</sup> Edition.
- WAYNE, Tomásí. (2003) Sistemas de Comunicaciones Electrónicas. 4<sup>a</sup> ed. Prentice Hall.