Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

Innovación Tecnológica con Sentido Humano

Sistemas de Comunicación

- Modulación Angular-

Ph.D. Cristian Guarnizo Lemus

cristianguarnizo@itm.edu.co

Contenido

1. Análisis en Frecuencia.
2. Funciones de Bessel.
3. Ancho de Banda.
4. Potencia Promedio.

1. MA - Análisis en Frecuencia

La modulación en frecuencia produce un numero infinito de bandas laterales (ancho de banda infinito), inclusive para un solo tono.

Esta bandas están separadas de la portadora por múltiplos f_m, pero sus amplitudes decrecen cuando se alejan de la frecuencia de la portadora.

Las bandas laterales con amplitud menor al 1% del total del voltaje de la señal puede ser despreciada.

1. MA - Análisis en Frecuencia

Recordemos que la señal modulada se puede escribir como:

$$m(t) = V_c \cos(\omega_c t + m\cos(\omega_m t))$$

donde $m\cos(\omega_m t)$ es la desviación instantánea de fase. Directamente de esta expresión no podemos apreciar las componentes frecuenciales, pero podemos usar las *identidades de funciones de Bessel.*

2. Funciones de Bessel

Solo con el índice de modulación podemos determinar las amplitudes de las bandas significantes:

$$\cos(\alpha + m\cos\beta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m)\cos\left(\alpha + n\beta + \frac{n\pi}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha + m\cos\beta) = J_0(m)\cos(\alpha) + J_1(m)\cos\left(\alpha + \beta + \frac{\pi}{2}\right)$$
$$-J_1(m)\cos\left(\alpha - \beta - \frac{\pi}{2}\right) + \cdots + J_n(m)\cos\left(\alpha + k\beta + \frac{k\pi}{2}\right)$$

2. Funciones de Bessel

Otra forma de representar la modulación angular, despreciando la información de la fase:

$$J_n(m) = \left(\frac{m}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{n} - \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^2}{1!\,(n+1)!} + \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^4}{2!\,(n+2)!} - \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^6}{3!\,(n+1)!} + \cdots\right]$$

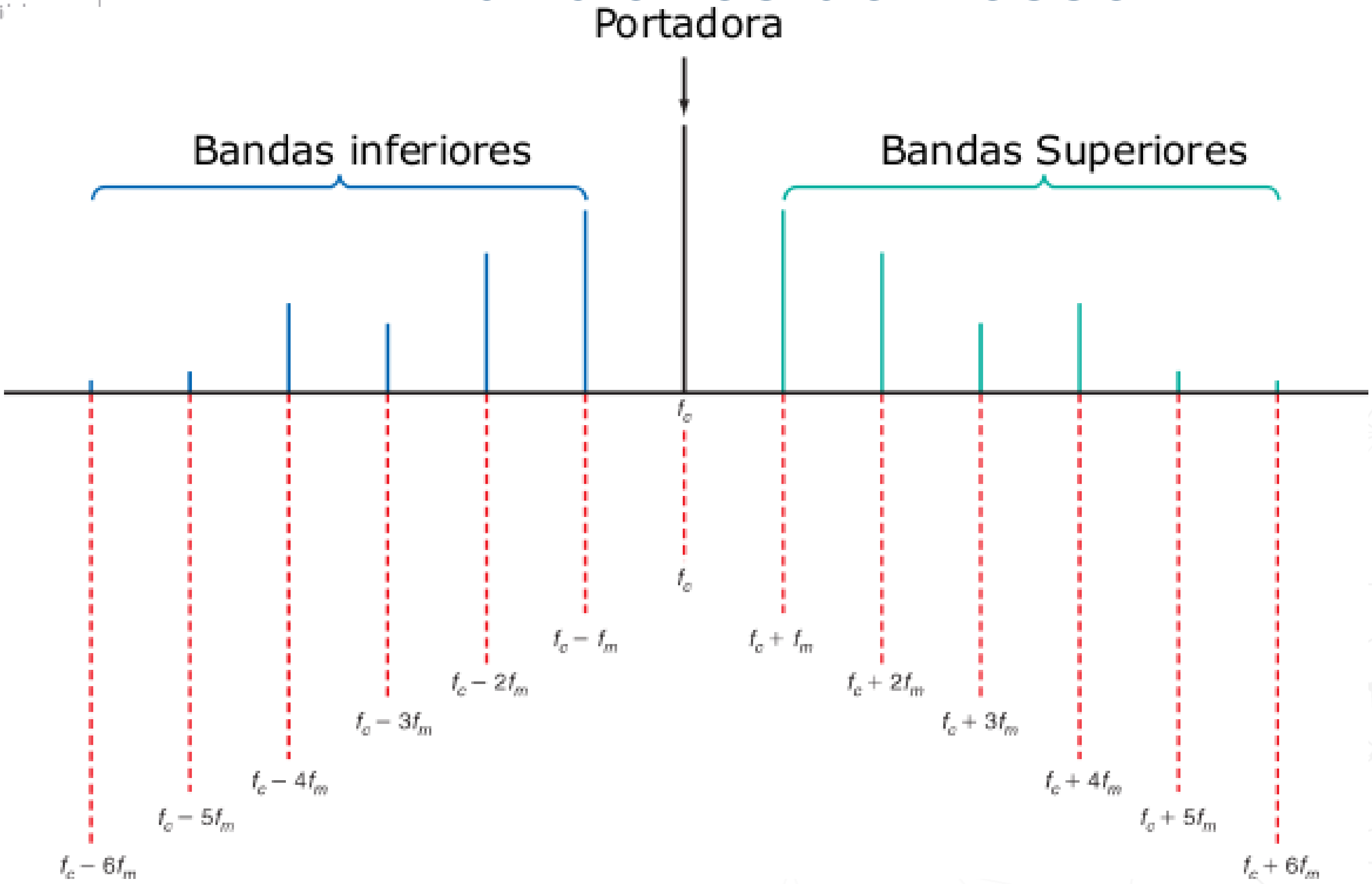
2. Funciones de Bessel

Entonces podemos reescribir $m(t)$ a partir de las funciones de Bessel, así

$$m(t) = V_c \cos(\omega_c t + m \cos(\omega_m t))$$

$$m(t) = V_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) \cos\left(\omega_c t + n\omega_m t + \frac{n\pi}{2}\right)$$

2. Funciones de Bessel



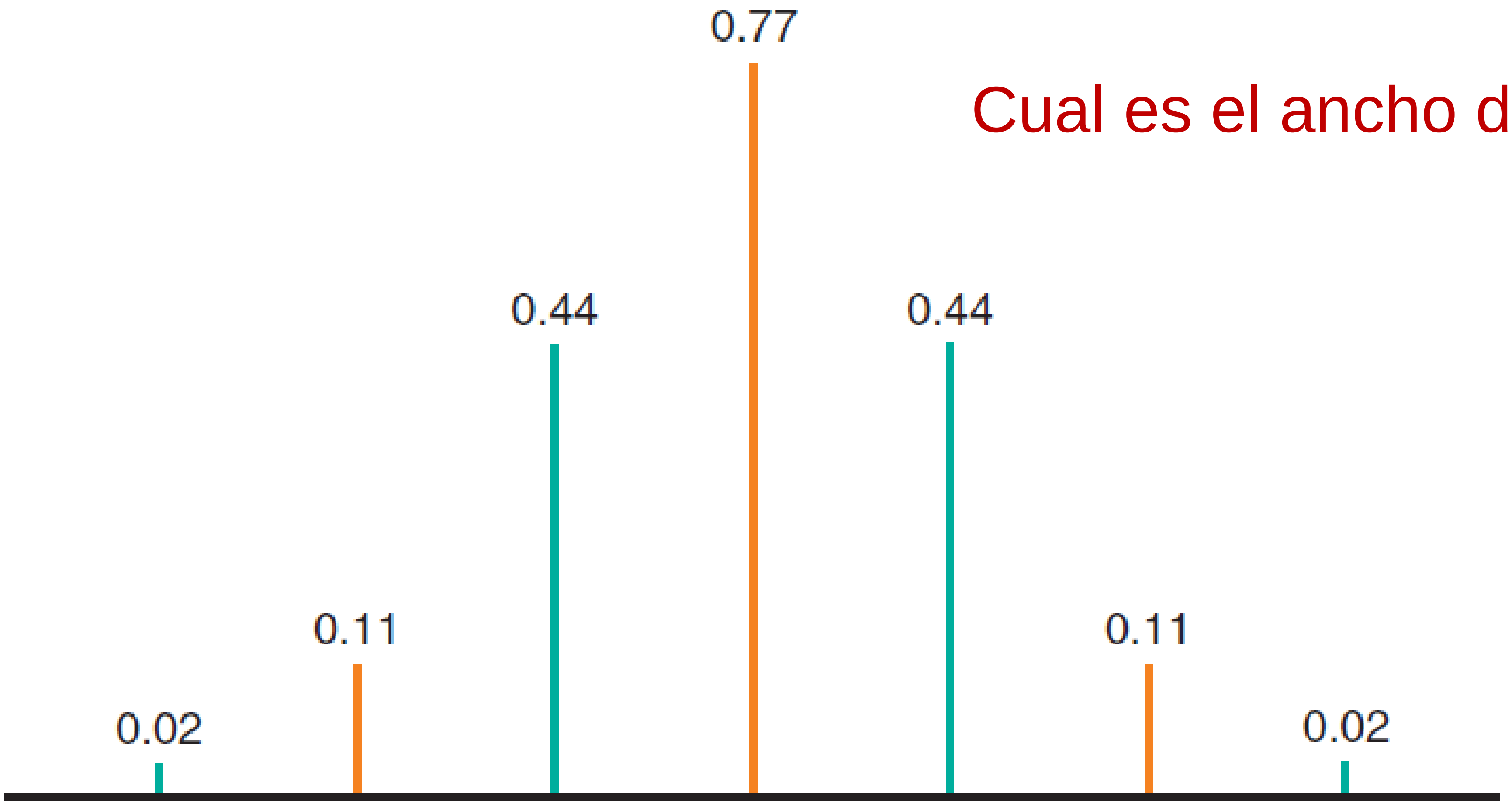
2. Funciones de Bessel

Ejemplo: (Tomasí, 6-2)

Para un modulador FM con índice de modulación $m = 1$, señal moduladora $v_m(t) = V_m \operatorname{sen}(2\pi 1000t)$, y portadora no modulada $v_c(t) = 10 \operatorname{sen}(2\pi 500kt)$, determinar:

a) Cantidad de conjuntos de frecuencias laterales significativas.
b) Sus amplitudes.
c) Trazar el espectro de frecuencias, mostrando sus amplitudes relativas.

2. Funciones de Bessel



Cual es el ancho de banda?

3. Ancho de Banda

Entre más alto el índice de modulación, más grande el numero de componentes significantes en la bandas laterales. El ancho de banda se puede determinar con

$$B = 2f_m N$$

donde N es el número de bandas significantes de la señal.

3. Ancho de Banda

Ejemplo:

Asuma una frecuencia de modulación de 3kHz y una máxima desviación es 6kHz.

a) Calcular el índice de modulación.
b) El ancho de banda.

$$m = \frac{6kHz}{3kHz} = 2$$

$$\begin{aligned} \mathrm{B} &= 2f_m N \\ &= 2(3kHz)(4) \end{aligned}$$

3. Ancho de Banda – NBFM

Con un índice de modulación de 0.25, la señal FM ocupa el mismo espectro que una señal AM. A estos sistemas FM se les conoce como *narrowband FM*, o NBFM.
Formalmente, un sistema FM es NBFM si el índice de modulación es $m \leq \pi/2$.

3. Ancho de Banda – NBFM

Ejemplo:

Radio de FM moviles utilizan una desivacion máxima de 5kHz, con un máximo de frecuencia de la voz de 3kHz.

a) Calcula el índice de modulación.

$$m = \frac{5kHz}{3kHz} = 1.667$$

A pesar de ser mayor a $\pi/2$ se considero NFBM.

3. Ancho de Banda – Regla de Carson

El ancho de banda necesario para transmitir una onda con modulación angular,

$$B = 2(\Delta f + f_m)$$

Δf = desviación máxima de frecuencia.

f_m = frecuencia de la señal moduladora.

3. Ancho de Banda – Regla de Carson

Para bajos índices de modulación f_m es mucho mayor que Δf.
La regla de Carson es una aproximación que da como resultado anchos de banda un poco menores que los calculados con las funciones de Bessel.
Se ha encontrado en la practica que si un circuito tiene el ancho de banda calculado por la regla de Carson, las bandas laterales pasan con la suficiente inteligibilidad para recuperar la señal.

3. Ancho de Banda – Regla de Carson

Ejemplo: (Tomasí, 6-3)

Para un modulador FM con desviación máxima de frecuencia de 10kHz, y frecuencia de moduladora de 10kHz, amplitud de portadora de 10V y una portadora de 500kHz, determinar:

a) El ancho de banda mínimo y real usando funciones de Bessel.
b) El ancho de banda mínimo aproximado por la regla de Carson.
c) Graficar el espectro de frecuencias de salida con la aproximación de Bessel.

3. Ancho de Banda – Regla de Carson

Ejemplo: (Tomasí, 6-3)

a) El ancho de banda mínimo y real usando funciones de Bessel.

$$m = \frac{10kHz}{10kHz} = 1$$

$$N = 3$$

$$\begin{aligned} \mathrm{B} = 2f_m N &= 2(10KHz)(3) \\ &= 60KHz \end{aligned}$$

3. Ancho de Banda – Regla de Carson

Ejemplo: (Tomasí, 6-3)

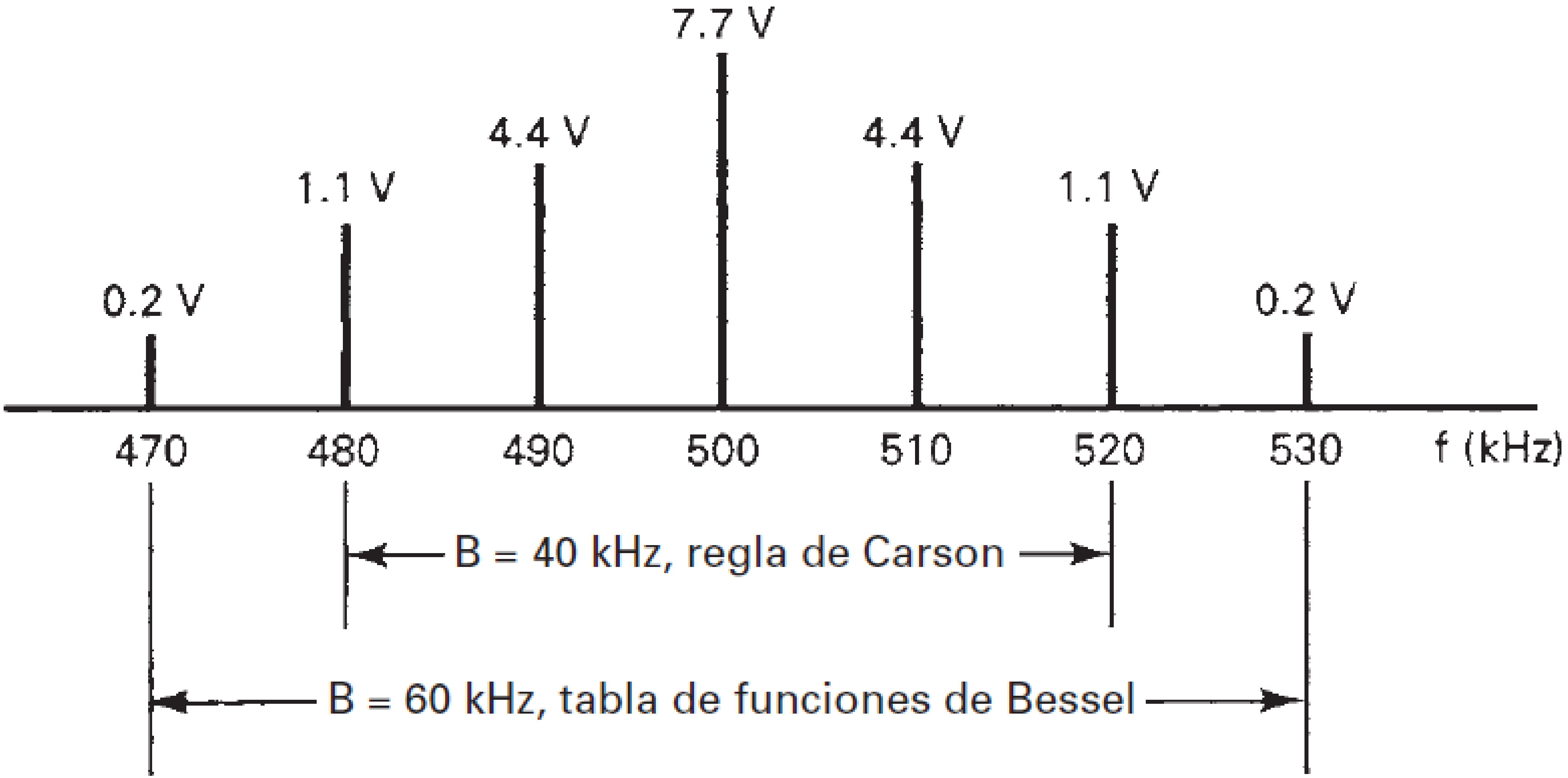
b) El ancho de banda mínimo aproximado por la regla de Carson.

$$\mathrm{B} = 2(\Delta f + f_m)$$

$$= 2(10kHz + 10kHz)$$

$$= 40kHz$$

3. Ancho de Banda – Regla de Carson



4. Potencia Promedio

A diferencia de AM, la potencia en modulación angular corresponde a la potencia de la portadora no modulada. Entonces, en la modulación la potencia se redistribuye entre la portadora y sus bandas laterales.

$$P_c = \frac{V_c^2}{2R}\,[\mathrm{W}]$$

$P_c =$ potencia de la portadora (watts)

$V_c =$ Voltaje máximo de portadora no modulada (volts)

$R =$ resistencia de la carga (ohms)

4. Potencia Instantánea

La potencia instantánea total en una portadora con modulación de ángulo es

$$P_t = \frac{m(t)^2}{R}\,[\mathrm{W}]$$

Recordar que

$$m(t) = V_c \cos(\omega_c t + \theta(t))$$

4. Potencia Instantánea

La potencia instantánea total en una portadora con modulación de ángulo es

$$P_t = \frac{m(t)^2}{R}\,[\mathrm{W}]$$

Desarrollando

$$P_t = \frac{V_c^2}{R}\cos^2(\omega_c t + \theta(t))$$

$$P_t = \frac{V_c^2}{R}\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos[2\omega_c t + 2\theta(t)]\right\}$$

4. Potencia Instantánea y total

$$P_t = \frac{V_c^2}{R}\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos[2\omega_c t + 2\theta(t)]\right\}$$

Al calcular el valor promedio el segundo termino se hace cero.

$$P_t = \frac{V_c^2}{2R}\,[\mathrm{W}]$$

4. Potencia total

La potencia de la portadora modulada es la suma de las potencias de la portadora y delos componentes de frecuencias de banda lateral.

$$P_t = P_0 + P_1 + P_2 + \ldots + P_n$$

$$P_t = \frac{V_c^2}{2R} + \frac{2V_1^2}{2R} + \frac{2V_2^2}{2R} + \cdots + \frac{2V_n^2}{2R}$$

4. Potencia total

Ejemplo: (Tomasí, 6-5)

a) Determinar la potencia de la portadora no modulada para el modulador de FM y las condiciones del ejemplo 6-2.

$$P_c = \frac{V_c^2}{2R} = \frac{10^2}{2(50)} = 1\text{W}$$

4. Potencia total

Ejemplo: (Tomasí, 6-5)

b) Calcular la potencia total en la onda con modulación angular.

$$P_t = \frac{V_c^2}{2R} + \frac{2V_1^2}{2R} + \frac{2V_2^2}{2R} + \frac{2V_3^2}{2R}$$

$$P_t = \frac{7.7^2}{2(50)} + \frac{4.4^2}{(50)} + \frac{1.1^2}{(50)} + \frac{0.2^2}{2(50)}$$

Bibliografía

– FRENZEL, Louis. (2016) Principles of Electronic Communication Systems. 4th Edition.
– WAYNE, Tomasí. (2003) Sistemas de Comunicaciones Electrónicas. 4ª ed. Prentice Hall.