第六章作业

王嘉曦 无 68 2016011194

(1)显示映射（有限维）

Z 空间支持向量参数为

b=-9

支持向量系数及坐标

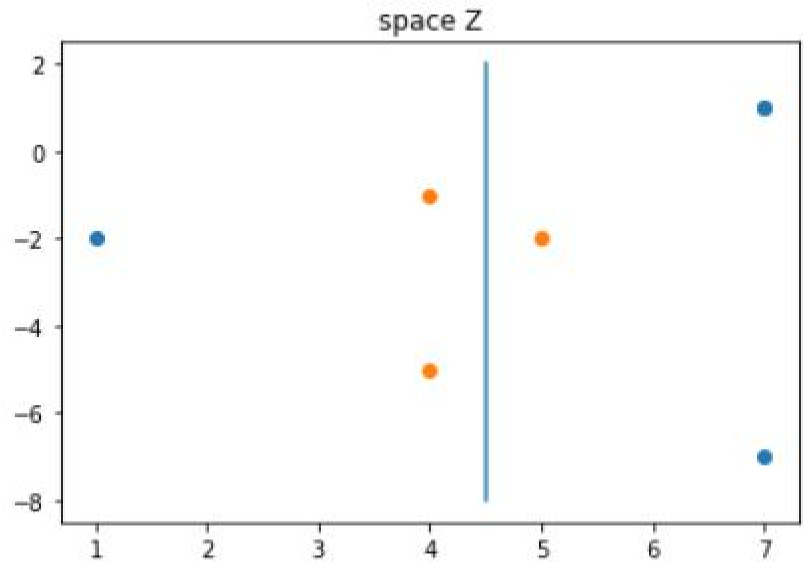
1.9992897403846175（5,-2）

-0.49982243509615443（4,-5）

-1.4994673052884633（4,-1）

Z 空间分类面为 x=4.5，可视化如下图，橘黄色点为支持向量

$w=(2,0)^T$ b=-9



因此 Z 空间的决策为 $y=\begin{cases}1 & if\ 2x_1-9>0\\ -1 & otherwise\end{cases}$

对应到 X 空间的决策函数 $g_m(x_1,x_2)=2\phi_1(X)-9=2x_2^2-4x_1-3$

(2) 隐式映射，可以无限维，此处采用的隐式映射可以转换为有限维映射

对偶问题的目标函数

$$J(w,b,\alpha)=\frac{1}{2}\|w\|^2-\sum_{i=1}^{7}\alpha_i[y_i(w^T\phi(x_i)+b)-1] \quad \alpha_i\ge 0$$

然后先对 w,b 求极小值，转为对 $Q(\alpha)=\sum_{i=1}^{7}\alpha_i-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{7}\alpha_i\alpha_j y_i y_j \kappa(x_i,x_j)$ 求极大值

求解得拉格朗日乘子的值为 $\alpha=(0,0.4857,0.9215,0.8887,0.1503,0.3682,0)^T$

共有 5 个支持向量

$$g_k(X)=g_k(x_1,x_2)=\sum_{j\in SV}\alpha_j y_j \kappa(X_j,X)+b$$

展开有

$$\begin{aligned}g_k(x_1,x_2)&=-0.4857*(1+x_2)^2-0.9215*(1-x_2)^2+0.8887*(1-x_1)^2\\&+0.1503*(1+2x_2)^2+0.3682*(1-2x_2)^2-1.6665\\&=0.8887x_1^2+0.66665x_2^2-1.7774x_1-1.6665\end{aligned}$$

(3) 比较 1,2

先将 $g_k(X)$ 中 x2 的平方的系数归一化为 2

$$g_k^{'}(x_1,x_2)=2.67x_1^2+2x_2^2-5.33x_1-5$$

$$g_m(x_1,x_2)=2\phi_1(X)-9=2x_2^2-4x_1-3$$

二者的系数有些相似，映射是相近的。

核函数的作用是隐式地将原空间的向量映射到另一个空间（一般为高维空间），将线性不可分的问题转化为线性可分。核函数和线性函数构成的复合函数完成了对数据的非线性判别，因此对于非线性问题，核函数的选取是一个关键。理论上，有限的数据映射到无穷维空间一定线性可分，而采用直接（显式）映射法计算机是无法存储无穷维数据的，因此需要隐式映射（核函数法）。高斯核就是一个隐式的无穷维映射。

(4)

$$g_k(x_1,x_2)=0.8887x_1^2+0.66665x_2^2-1.7774x_1-1.6665$$

$$g_m(x_1,x_2)=2\phi_1(X)-9=2x_2^2-4x_1-3$$

将两个数据代入表达式有

$g_m(X_8)=-3$
$g_k(X_8)=-1.6665$
$g_m(X_9)=-3$
$g_k(X_9)=1$

故 $Y_{8\mathrm{m}}=-1, Y_{8\mathrm{k}}=-1, Y_{9\mathrm{k}}=1, Y_{9\mathrm{m}}=-1$