

作业 38 假末自我评价二

(时间:90分钟,分值:100分)

一、选择题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

1. 下列解方程变形过程正确的是

A. 由 $2x - 1 = 3$ 得 $2x = 2$

$2x = 4$

C. 由 $2(x - 1) = 4$ 得 $x - 1 = 2$

$2x - 2 = 4$

B. 由 $-3(x + 4) = 5$ 得 $-3x - 12 = 5$

$-3x - 12 = 5$

D. 由 $-4x = 5$ 得 $x = -\frac{4}{5}$

$x = -\frac{4}{5}$

2. 在算式 $5 \textcircled{1} - 2 \textcircled{2} \otimes 5$ 中的“ \otimes ”所在位置,填入下列哪种运算符号,能使最后计算出来的值最大

A. + 最小

B. -

C. \times

(D)

3. 下列说法中,错误的是

A. 长方体和正方体都有6个面,8个顶点,12条棱 B. 正方体是长、宽、高都相等的长方体 C. 棱长是2厘米的正方体的棱长总和与表面积正好相等 D. 棱长总和相等的长方体表面积不一定相等

4. 下列各组数中,相等的共有

- ① -4^2 与 $(-4)^2$; ② -3^2 与 $-(-3)^2$; ③ $-(-2)^7$ 与 $(-2)^7$; ④ 0^{100} 与 0^{50} ; ⑤ $(-\frac{1}{2})^3$ 与 $(-1)^8$.

A. 1组 B. 2组 C. 3组 D. 4组

(B)

5. 已知 A、B、C 三点都在直线 l 上,且 $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, 则 A、C 两点间的距离是

A. 4 cm

B. 8 cm

C. 4 cm 或 8 cm

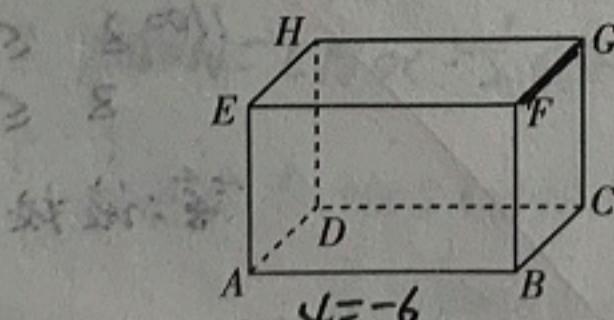
D. 12 cm

(C)

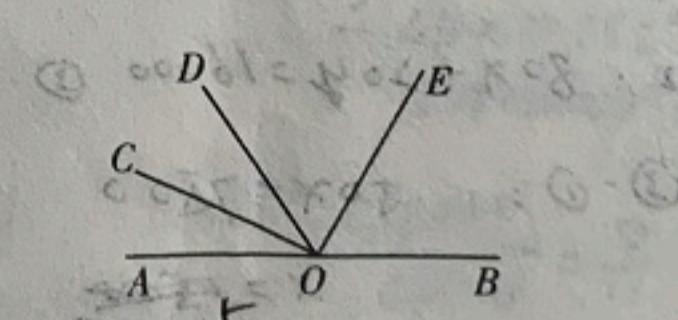
6. 若不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 > 3, \\ x \leq a, \end{cases}$ 的整数解共有三个,则 a 的取值范围是A. $5 < a < 6$ B. $5 < a \leq 6$ C. $5 \leq a < 6$ D. $5 \leq a \leq 6$

(C)

二、填空题(本大题共12小题,每小题3分,共36分)

7. 一双没有洗过的手,带有各种细菌约75 000万个,75 000万用科学记数法表示为 7.5×10^8 .8. 如图,在长方体 ABCD-EFGH 中,与棱 FG 垂直的平面是 平面 ABFE 平面 CDHG.

第 8 题图



第 11 题图

9. 计算: $(-3)^3 + 5^2 - (-2)^2 = -6$.10. 已知 A、B、C 三点在同一条数轴上,且点 A 表示的数为 -1, 点 B 表示的数为 5. 若 $BC = 2AC$, 则点 C 表示的数为 1或-7.11. 如图,已知 A、O、B 三点在同一条直线上, $\angle COE$ 是直角, OD 平分 $\angle AOE$, $\angle COD = 34^\circ$, 则 $\angle AOC = 22^\circ$.12. 关于 x 的方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 4 = 0$ 是一元一次方程,则方程的解为 $x=3$.13. 已知 $|a|=3$, $|b|=2$, 且 $a < b$, 则 $a+b = -5$ 或 -1 .14. 已知平面上有四个点,且其中任意三点不共线,则过其中的任意两点画直线,最多可以画 6 条.

15. 对于正整数 a, b , 规定一种新运算 $*$, $a * b$ 等于由 a 开始的连续 b 个正整数的积, 例如: $2 * 3 = 2 \times 3 \times 4 = 24$, $5 * 2 = 5 \times 6 = 30$, 则 $6 * (1 * 2)$ 的值是 42.

16. 已知关于 x, y 的方程组为 $\begin{cases} 3x+5y=m-4, \\ x+2y=m, \end{cases}$ 若 $x+y=-1$, 则 $m=$ -4.

17. 已知线段 $AB=15$, 点 C 在直线 AB 上, 且 $AC:BC=3:2$, 则 $BC=$ 6.

18. 若不等式 $2x+m < 3-x$ 只有一个正整数解, 则 m 的取值范围是 $-3 \leq m < 0$.

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 46 分) $2x+x < 3-m$ $x < 1 - \frac{1}{3}m$ $| < 1 - \frac{1}{3}m \leq 2$ $0 < -m \leq 3$

19. (5 分) 计算: (1) $(-0.5)-|-2.5|$; (2) $-14-2 \times (-3)^2 \div \left(-\frac{1}{6}\right)$.

解: 原式 = $-0.5 - 2.5$

= -3

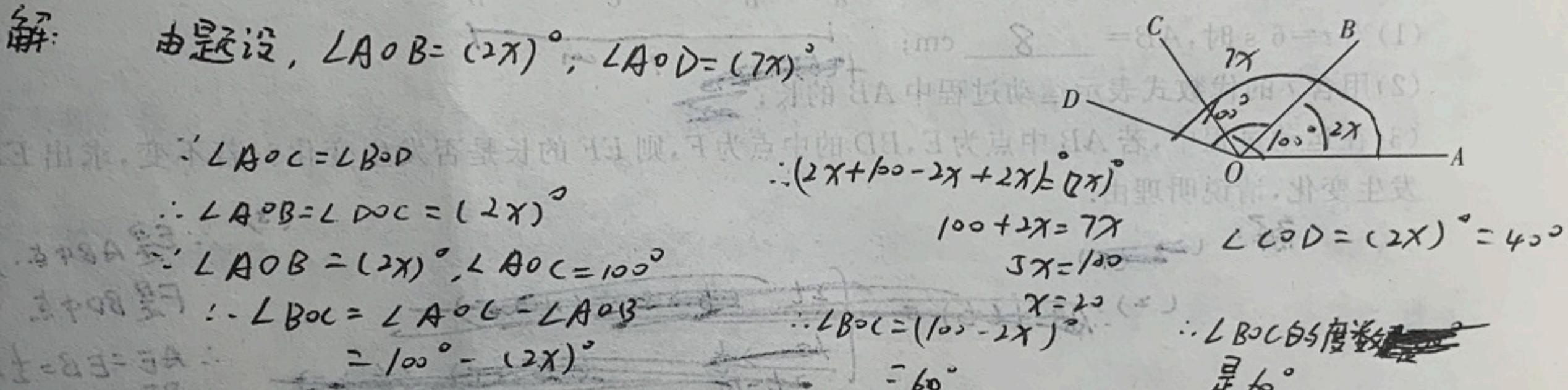
解原式 = $-14 + 2 \times 9 \times 6$

= $-14 + 12 \times 9$

解: $\frac{x-8}{2} = -14 + 108$
= 44

$y = \frac{(x-8)x}{5} + x$
 $y = x^2 - 8x + x$
 $y = x^2 - 7x$

20. (5 分) 如图所示, 已知 $\angle AOC=\angle BOD=100^\circ$, 且 $\angle AOB:\angle AOD=2:7$, 求 $\angle BOC$ 和 $\angle COD$ 的度数.



21. (5 分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+5 \geq 3, \\ 3(x-2) < 2x-4, \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.

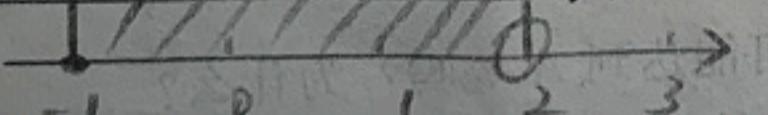
解: 由①得, $x \geq -1$

由②得, $3x-6 < 2x-4$

$$3x-2x < -4+6$$

$$x < 2$$

把 $x \geq -1$, $x < 2$ 在数轴上表示



∴ 不等式组的解集是 $-1 \leq x < 2$

22. (5 分) 已知甲数的绝对值是乙数绝对值的 3 倍, 且在数轴上表示这两数的点位于原点的两侧, 两点之间的距离为 8, 求这两个数; 若数轴上表示这两数的点位于原点同侧呢?

解: 设甲数为 (x) , 乙数为 (y)

∴ 这两个数是 6 和 -2

(1) $|x|=3|y|$
 $x=-3y$

(2) $x=3y$,
 $|x-y|=8$

设 $x > 0 > y$, 则 $x+y=8$

$$x-y=8$$

$$-4y=8$$

$$y=-2$$

$$x=6$$

$$x=12$$

把 $y=-2$ 代入 $x=-3y$,

得 $x=6$

∴ 这两个数是 12 和 4

或 -4 和 -12

23. (8分) 某汽车制造厂开发了一款新式电动汽车,计划一年生产安装240辆,由于抽调不出足够的熟练工完成新式电动汽车的安装,工厂决定招聘一些新工人. 他们经过培训后上岗,也能独立进行电动汽车的安装. 生产开始后,调研部门发现:1名熟练工和2名新工人每月可安装8辆电动汽车;2名熟练工和3名新工人每月可安装14辆电动汽车.

(1)求每名熟练工和每名新工人每月分别可以安装多少辆电动汽车?

(2)如果工厂招聘 n 名新工人,使得招聘的新工人和抽调的熟练工刚好能完成一年的安装任务,那么工厂有哪几种新工人的招聘方案?

解: 设每名熟练工每月可以安装 x 辆电动汽车,
则每名新工人每月可以安装 $\frac{8-x}{2}$ 辆电动汽车

$$2x + \frac{3(8-x)}{2} = 14 \quad \therefore \frac{8-x}{2} = 2 \text{ 辆}$$

$$4x + 24 - 3x = 28 \quad x = 4$$

(2) 设抽调 m 名熟练工

$$12(4m + 2n) = 240$$

$$4m + 2n = 20$$

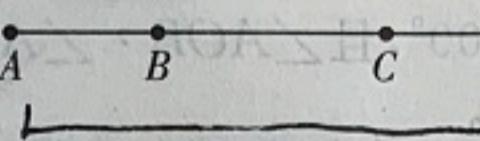
$$2m + n = 10$$

$$\begin{cases} m=1 \\ n=8 \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \\ n=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=2 \\ n=6 \end{cases} \quad \begin{cases} m=4 \\ n=2 \end{cases}$$

答: 工厂有4种新工人方案

24. (8分) 如图,已知:线段 $AD = 10 \text{ cm}$, B 是线段 AD 上一动点,沿 $A \rightarrow D \rightarrow A$ 以 2 cm/s 的速度往返运动1次,设点 B 的运动时间为 $t(0 \leq t \leq 10)$ s.

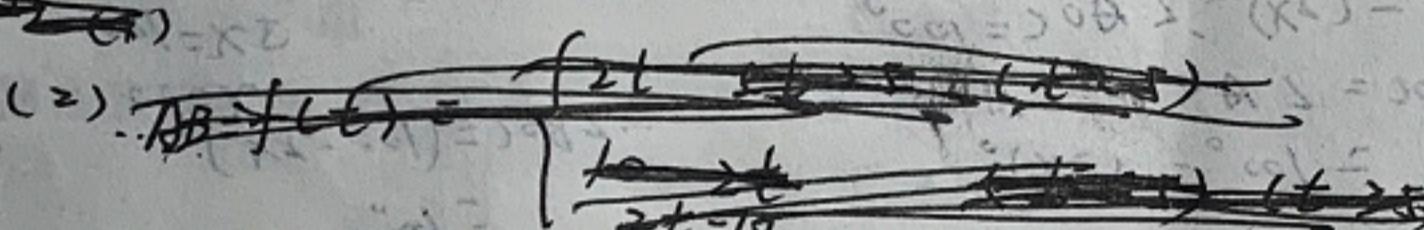


(1)当 $t=6 \text{ s}$ 时, $AB = 8 \text{ cm}$;

(2)用含 t 的代数式表示运动过程中 AB 的长;

(3)在运动过程中,若 AB 中点为 E , BD 的中点为 F ,则 EF 的长是否发生变化?若不变,求出 EF 的长;若发生变化,请说明理由.

解:



$$\therefore AB = f(t) = \begin{cases} 2t & (t \leq 5) \\ 20 - 2t & (t > 5) \end{cases}$$

$$(1) f(6) = 20 - 12 = 8 \text{ cm}$$

E 是 AB 中点,
 F 是 BD 中点

$$\begin{aligned} AE &= EB = \frac{1}{2}AB \\ BF &= FD = \frac{1}{2}BD \end{aligned}$$

$$\therefore EF = AE + BF = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AD = 5 \text{ cm}$$

没发生变化

25. (10分) 某市对六年级综合素质测评中的审美与艺术进行考核,规定如下:考核综合评价得分由测试成绩(满分100分)和平时成绩(满分100分)两部分组成,其中测试成绩占80%,平时成绩占20%,并且当综合评价得分大于或等于80分时,该生综合评价为A等.

(1)孔明同学的测试成绩和平时成绩两项得分之和为185分,而综合评价得分为91分,则孔明同学测试成绩和平时成绩各得多少分?

(2)某同学测试成绩为70分,他的综合评价得分有可能达到A等吗?为什么?

(3)如果一个同学综合评价要达到A等,他的测试成绩至少要多少分?

解: (1) 设孔明同学测试成绩是 (x) 分,
平时成绩是 (y) 分

$$\begin{cases} x+y = 185 \\ 0.8x + 0.2y = 91 \end{cases}$$

$$\text{由①得, } y = 185 - x \quad ②$$

$$\text{把②代入①, 得 } 0.8x + 37 - 0.2x = 91$$

答: 孔明同学测试成绩是90分,
平时成绩是95分

(2)

$$70 \times 0.8 = 56 \text{ (分)}$$

$$80 - 56 = 24 \text{ (分)}$$

$$24 \div 0.2 = 120 \text{ (分)}$$

$$120 > 100$$

∴ 他的综合评价得分不可能达到A等

把 $x = 90$ 代入②得 $y = 95$

$$\begin{cases} x = 90 \\ y = 95 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 100 \times 0.2 &= 20 \text{ (分)} \\ 80 - 20 &= 60 \text{ (分)} \\ 60 \div 0.8 &= 75 \text{ (分)} \end{aligned}$$

答: 他的测试成绩至少要75分

年 月 日

心情随笔：

天气：晴

作业 39 假末自我评价三

(时间：90分钟，分值：100分)

一、选择题(本大题共6小题，每小题3分，共18分)

1. 不等式 $-x+3>0$ 的最大整数解是

- A. 3 B. -3

C. 2 D. -2

2. 绝对值小于4的所有整数的和与积分别是

- A. 0, 0 B. 0, 36

C. 0, -36 D. 6, 6

3. 站在某一位置上最多可以看到一个长方体的

- A. 一个面 B. 两个面

C. 三个面 D. 四个面

4. 如图，OB是 $\angle AOC$ 的角平分线，OD是 $\angle COE$ 的角平分线，如果 $\angle AOB=40^\circ$,

$\angle COE=60^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数为

- A. 50°

B. 60°

- C. 65°

D. 70°

5. 若 a, b 互为相反数， c, d 互为倒数， x 的绝对值为4，则代数式 $a+b-cd+|x-1|$ 的值为

- A. 2

- B. 4

C. 2或3

D. 2或4

6. 已知 $\begin{cases} ax+by=2, \\ cx-7y=8 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=-2, \end{cases}$ 某同学由于看错了 c 的值，得到的解为 $\begin{cases} x=-2, \\ y=2, \end{cases}$ 则 $a+b+c$ 的值为

$a=4, b=5, c=-2$ (A)

- A. 7

- B. 8

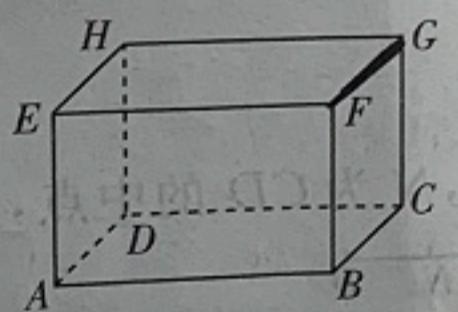
C. 9

- D. 10

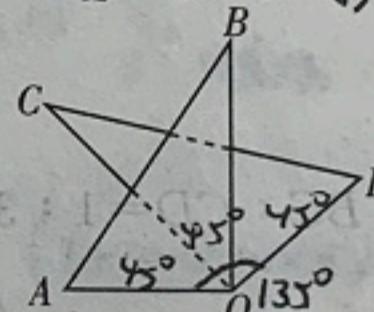
二、填空题(本大题共12小题，每小题3分，共36分)

7. 比较大小： $-|-0.4| \quad < \quad -(-0.4)$. (填“ $<$ ”“ $=$ ”或“ $>$ ”)

8. 如图，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，与棱 FG 异面的棱是



第8题图



第10题图

9. 若 $(1-x)^2 + |y+2|=0$, 则 $x+y$ 的值是

$x=1, y=-2$

$x+y = -1$

10. 两块直角三角板的直角顶点重合为如图所示的形状，若 $\angle AOD=135^\circ$, 则 $\angle BOC=45^\circ$ 度。

11. 某大型超市从生产基地购进一批水果，运输及销售中估计有10%的苹果正常损耗，苹果的进价是每千克

1.8元，商家要避免亏本，需把售价至少定为

2元。

12. 学校的篮球数比足球数的2倍少3个，篮球数与足球数的比为3:2. 求学校有这两种球各多少个？若设

足球有 x 个，篮球有 y 个，根据题意则可列方程组为

$\begin{cases} y=2x-3 \\ y=2x \end{cases}$

$\frac{6-6}{3}=1$

$\frac{6-6}{3}=1$

13. 若 $|a|=5$, b 的相反数是2, 则 $a+b$ 的值是

$a=\pm 5, b=-2$

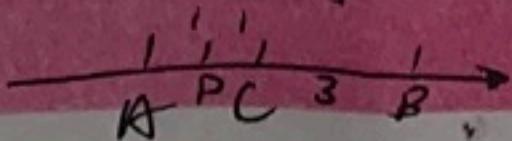
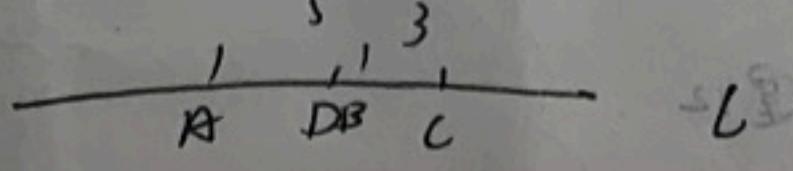
$a+b=3$

14. 小明在做家庭作业时发现练习册上一道解方程的题目被墨水污染了： $\frac{x+1}{2} - \frac{2x-\square}{3} = 1$, “ \square ”是被污染的

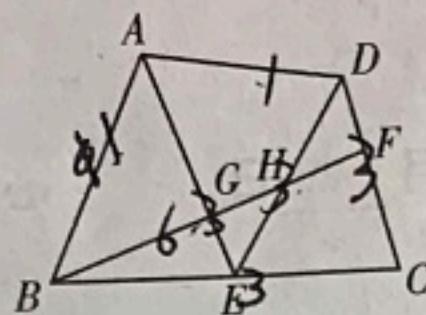
内容，他很着急，翻开书后面的答案，知道这题的解是 $x=3$, 则“ \square ”=

3

15. 在直线 l 上随意点上 A, B, C 三点，已知 $AB=5\text{ cm}, BC=3\text{ cm}, D$ 为 AC 中点，则 $DB=1.5\text{ cm}$.



16. 如图,以 A、B、C、D、E、F、G、H 这些点为端点的线段共有 20 条.



$$a \geq -3$$

17. 如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > 2a+1, \\ x > a-2 \end{cases}$ 的解集为 $x > 2a+1$, 那么 a 的取值范围是 $2a+1 \geq a-2$.

18. 观察下列算式: $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401, 7^5 = 16807, 7^6 = 117649, \dots$, 通过观察, 用你发现的规律, 写出 7^{2021} 的末位数字 7. $2021 \equiv 1 \pmod{4}$

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 46 分)

19. (5 分) 某公司去年 1~3 月平均每月盈利 2.5 万元, 4~6 月平均每月盈利 -1 万元, 7~10 月平均每月盈利 4.5 万元, 11~12 月平均每月盈利 -1.5 万元, 那么这家公司去年平均每月盈利多少万元?

解:

$$\begin{aligned} & (2.5 \times \frac{3}{12} + (-1) \times \frac{3}{12} + 4.5 \times \frac{4}{12} + (-1.5) \times \frac{2}{12}) \\ &= (2.5 \times \frac{1}{4} + -\frac{1}{3} + 4.5 \times \frac{1}{3} - 1.5 \times \frac{1}{6}) \\ &= (\frac{5}{8} - \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{4}) \\ &= \frac{15}{8} - \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{21}{24} - \frac{8}{24} \\ &= 1 + \frac{13}{24} \\ &= \frac{37}{24} \text{ (万元)} \end{aligned}$$

答: 这家公司去年平均每月盈利 $\frac{37}{24}$ 万元

20. (5 分) 计算:

$$(1) 18 - 3 \times (-2) \div \left(-\frac{1}{3}\right); \quad (2) 3^2 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right) + (-2)^3.$$

解: 原式 = $18 - 3 \times 2 \times 3$

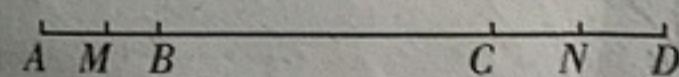
$$= 18 - 18$$

$$= 0$$

解: 原式 = $3 + 1 - 8$

$$= -4$$

21. (5 分) 已知: 如图, $AB : BC : CD = 1 : 3 : 2$, M 为 AB 的中点, N 为 CD 的中点, 且 $MN = 9$, 求 AD 的长.



解: 设 $AB = k$, $BC = 3k$, $CD = 2k$

$\therefore M$ 是 AB 中点, N 是 CD 中点

$$AM = MB = 0.5k$$

$$CN = ND = k$$

$$\therefore MN = MB + BC + CN = 0.5k + 3k + k = 4.5k$$

$$4.5k = 9$$

$$k = 2$$

$$AD = 6k = 12$$

$\therefore AD$ 的长是 12

二(5分)解方程:

$$(1) 4x - 3(5 - x) = 6;$$

解: $4x - 15 + 3x = 6$
 $7x = 21$
 $x = 3$

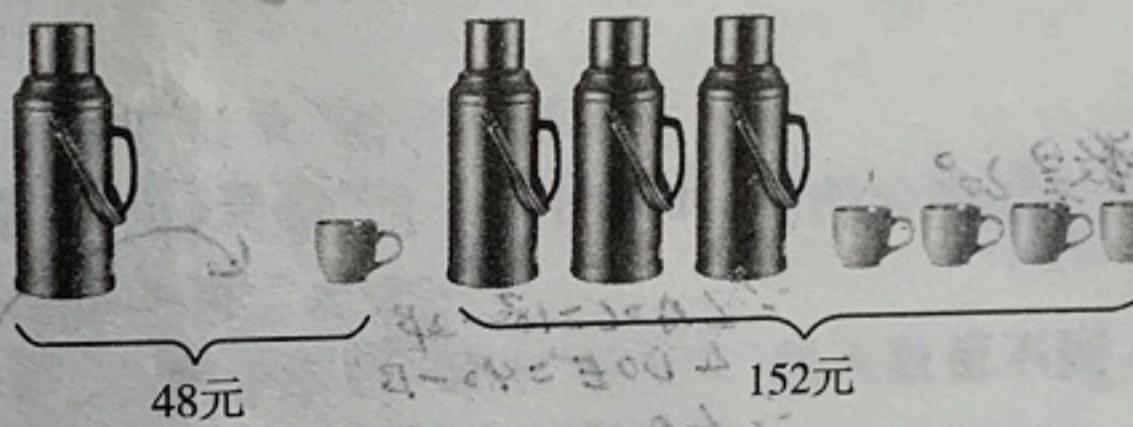
$$(2) \frac{x+1}{3} - 1 = \frac{5x-1}{6}$$

解: $2(x+1) - 6 = 5x - 1$
 $2x + 2 - 6 = 5x - 1$
 $2x - 4 = 5x - 1$
 $x = -1$

原方程的解是 $x = 3$

原方程的解是 $x = -1$

13.(8分)请根据图中提供的信息,回答下列问题:



(1)一个水瓶与一个水杯分别是多少元?

(2)甲、乙两家商场同时出售同样的水瓶和水杯,为了迎接新年,两家商场都在搞促销活动,甲商场规定:这两种商品都打八折;乙商场规定:买一个水瓶赠送两个水杯,另外购买的水杯按原价卖.若某单位想要买5个水瓶和20个水杯,请问选择哪家商场购买更合算,并说明理由.(必须在同一家购买)

解: (1)设一个水瓶 x 元,

一个水杯 $(48 - x)$ 元

$$3x + 4(48 - x) = 152$$

~~$120 - 4x = 152$~~

$$3x + 192 - 4x = 152$$

~~$-x = -40$~~

$$x = 40$$

$$48 - 40 = 8$$

答: 一个水瓶 40 元, 一个水杯 8 元

(2) ① 甲商场

$$\begin{aligned} &(3 \times 40 + 20 \times 8) \times 0.8 \\ &= 360 \times 0.8 \\ &= 288 \text{ 元} \end{aligned}$$

② 乙商场

$$\begin{aligned} &5 \times 40 + (20 - 5 \times 2) \times 8 \\ &= 200 + 80 \\ &= 280 \text{ 元} \end{aligned}$$

答: 选择乙商场购买更合算

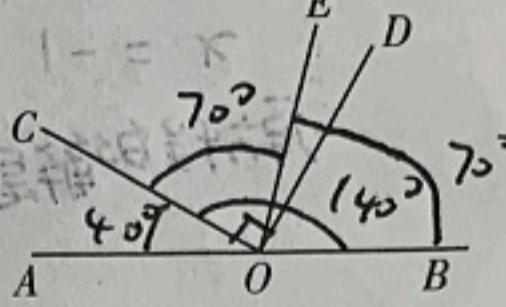
24. (8分)已知, O 是直线 AB 上的一点, $\angle COD$ 是直角, OE 平分 $\angle BOC$.

(1)如图1,若 $\angle AOC=40^\circ$,求 $\angle DOE$ 的度数;

(2)在图1中,若 $\angle AOC=\alpha$,直接写出 $\angle DOE$ 的度数(用含 α 的代数式表示);

(3)将图1中的 $\angle DOC$ 绕顶点 O 顺时针旋转至图2的位置,其他条件保持不变,探究 $\angle AOC$ 和 $\angle DOE$ 的度数之间的数量关系.

解: (1)



$$\because \angle AOB = 180^\circ, \angle AOC = 40^\circ \text{ 图1}$$

$$\therefore \angle BOC = 140^\circ$$

$\because OE$ 平分 $\angle BOC$

$$\therefore \angle COE = \angle EOB = 70^\circ$$

$$\because \angle COD = 90^\circ, \angle COE = 70^\circ$$

$$\therefore \angle EOD = 20^\circ$$

答: $\angle DOE$ 的度数是 20°

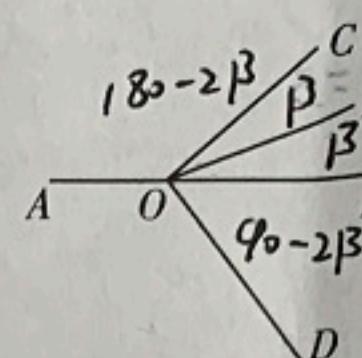


图2

(2)

$$\text{同理}, \angle BOC = 180^\circ - \alpha$$

$$\begin{aligned} \angle COE &= 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha \\ \angle EOD &= 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha \\ &= \frac{1}{2}\alpha \end{aligned}$$

$$\therefore \angle DOE = \frac{1}{2}\alpha$$

(3) 设 $\angle EOB = \beta$

$\because OE$ 平分 $\angle BOC$

$$\therefore \angle BOC = 2\beta$$

$$\because \angle AOB = 180^\circ, \angle BOC = 2\beta$$

$$\therefore \angle AOC = 180 - 2\beta$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 2\beta$$

$$\therefore \angle DOB = 90 - 2\beta$$

$$\angle DOE = 90 - \beta$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AOC &= 180 - 2\beta \\ \angle DOE &= 90 - \beta \\ \therefore \angle AOC &= 2\angle DOE \end{aligned}$$

25. (10分)某大型企业为了保护环境,准备购买A、B两种型号的污水处理设备共8台,用于同时治理不同成分的污水,若购买A型2台、B型3台需54万元,购买A型4台、B型2台需68万元.

(1)求出A型、B型污水处理设备的单价;

(2)经核实,一台A型设备一个月可处理污水220吨,一台B型设备一个月可处理污水190吨,如果该企业每月的污水处理量不低于1565吨,请你为该企业设计一种最省钱的购买方案.

解:

(1) 设A型污水处理设备单价(元/万元),
B型污水处理设备单价(元/万元)

$$\begin{cases} 2x+3y=54 & ① \\ 4x+2y=68 & ② \end{cases}$$

$$② \times \frac{1}{2}: 2x+y=34 \quad ③$$

$$①-③: 2y=20$$

$$y=10$$

$$\text{把 } y=10 \text{ 代入 } ①, \text{ 得 } x=12$$

$$\begin{cases} x=12 \\ y=10 \end{cases}$$

答: A型污水处理设备的单价是12万元,
B型污水处理设备的单价是10万元

(2) 设买A型设备z台,

B型设备 $8-z$ 台

$$220z + 190(8-z) \geq 1565$$

$$220z + 1520 - 190z \geq 1565$$

$$30z \geq 45$$

$$z \geq 1.5$$

A型设备每台比B型设备贵
∴ 买A型设备2台,

B型设备6台最省钱



作业 40 代数式

预习要点:

1. 用字母表示数的意义

- (1) 可以表示数学运算律. 如: 表示有理数的运算律: 加法结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$; 加法交换律 $a+b=b+a$; 乘法结合律 $(ab)c=a(bc)$; 乘法交换律 $ab=ba$; 乘法分配律 $a(b+c)=ab+ac$;
- (2) 可以简明地表达定义、公式、法则;
- (3) 用字母可以简捷、准确地表达一些数学概念. 如用 a 和 b 表示两个互为相反数的数, 则 $a+b=0$, 反之, 若 $a+b=0$, 则 a 与 b 互为相反数;
- (4) 用字母可以简明地表达问题中的数量关系和数学规律等.

2. 列代数式

- (1) 列代数式的关键是要分析数量关系, 能准确地把文字语言翻译成数学语言;
- (2) 注意问题中语言叙述所表示的运算顺序;
- (3) 要弄清问题中的层次关系, 抓住“的”字的作用;
- (4) 注意运算的逆向思维.

3. 求代数式的值主要是“代入”和“计算”两个步骤.

- (1) 用数值代替代数式里的字母, 简称“代入”. 代入时, 将相应的字母换成已给定的数值, 其他的运算符号、原来的数字及运算顺序都不能改变;
- (2) 按照代数式指明的运算, 计算出结果, 简称“计算”. 代入数值不同, 最后计算结果也不同. 求代数式的值时, 一要弄清楚运算符号, 二要注意运算顺序.

一、选择题

1. 下列各式: (1) $3a$, (2) $4+8=12$, (3) $2a-5b>0$, (4) 0 , (5) $s=\pi r^2$, (6) a^2-b^2 , (7) $1+2$, (8) $x+2y$, 其中代数式有 A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个 (C)
2. 下列各式符合书写要求的是 A. $1\frac{2}{3}a$ B. $n \cdot 2$ C. $a \div b$ D. $2\pi r^2$ (D)
3. 下列叙述: ① a 是代数式, 1 不是代数式; ② m 除以 4 的商与 $\frac{3}{4}$ 的和的立方用代数式表示是 $(\frac{m}{4}+3)^3$; ③ 代数式 $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})^2$ 的意义是 a 与 b 倒数的平方和; ④ 当 m 表示整数时, $2m$ 表示偶数, $2m+1$ 表示奇数, 其中正确的有 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个 (B)
4. 一个正方形的边长是 a cm, 把这个正方形的边长增加 1 cm 后得到的正方形的面积是 A. $(a^2-1)a$ cm² B. $(a+1)a$ cm² C. $(a+1)^2$ cm² D. (a^2+1) cm² (C)
5. 某船行驶第 1 km 的运费是 25 元, 以后每增加 1 km, 运费增加 5 元. 现在某人租用该船要行驶 a (a 为整数, 且 $a \geq 1$) km, 则所需的运费是 A. $(25+a)$ 元 B. $(25+5a)$ 元 C. $(20-5a)$ 元 D. $(20+5a)$ 元 (D)
6. 当代数式 $a-b$ 的值为 3 时, 代数式 $2a-2b+1$ 的值是 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 (C)

二、填空题

7. 某工厂去年的产值是 a 万元, 今年比去年增加 10%, 今年的产值是 $1.1a$ 万元.
8. 若有三个连续整数, n 为中间的数, 则这三个数的和为 $3n$.
9. 某种水果的售价为每千克 a 元, 用面值为 50 元的人民币购买了 3 千克这种水果, 应找回 $(50-3a)$ 元 (用含 a 的代数式表示).

10. 若 $x^2 - 3x = 4$, 则代数式 $2x^2 - 6x$ 的值为 8.
11. 代数式可以把实际问题的数量关系用式子的形式表示出来, 同时, 代数式也可以代表很多实际意义, 例如“酸奶每瓶 3.5 元, $3.5a$ 的实际意义可以是买 a 瓶酸奶的价钱”, 请你给 $4x + y$ 赋予一个实际意义

12. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, $|x| = 2$, $|y| = 1$, $x < y$ 则代数式 $\frac{(a+b+1)x^2 + cd y^2 + x^2 y - xy^2}{x^2 - y^2 - 4}$ 的值是 11 或 3.

三、解答题

13. 列式表示:

(1) 某数 x 的平方的 3 倍与 y 的商;

$$\text{解: } \frac{3x^2}{y}$$

(2) 比 m 的 $\frac{1}{4}$ 多 20% 的数.

$$\text{解: } \frac{m}{4} (1+20\%) \cdot \frac{1}{4} m$$

14. (1) 指出下列各小题中的两个代数式的意义有什么不同:

① $5(x-3)$, $5x-3$; ② $\frac{1}{x-y}$, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$.

(2) 根据生活经验, 试对下列各式作出解释:

① $\frac{1}{2}ab$; ② $2\pi x$; ③ πR^2 ; ④ $\frac{x}{41}$.

解: ① ~~5~~ 5 帽, 每斤 b 元, 打半折

② 半径为 x 的圆的周长

③ 半径为 R 的圆的面积

④ ~~5~~ 把 x 个苹果平均分成 4 份

② $\frac{1}{x-y}$ 是 $x-y$ 的倒数

$\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 是 x 的倒数减去 y 的倒数

15. 已知 $a = -7$, $b = -2$, 求 $(a+b)^2$, $a^2 + 2ab + b^2$ 的值, 并比较大小.

解:

$$(a+b)^2 = (-9)^2 = 81$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 49 + 28 + 4 \\ = 77 + 4 \\ = 81$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 81$$

16. 一风景区门票售价为: 成人 20 元/人, 儿童 8 元/人. 甲旅游团有 x 名成人, y 名儿童; 乙旅游团成人数是甲团的 2 倍, 儿童数是甲团的一半, 那么

(1) 乙团人数是多少? (用代数式表示)

(2) 两团门票总共为多少元? (代数式表示)

(3) 当甲团有 50 个成人, 10 个儿童时两团总共的门票是多少元?

解:

(1) $2x + \frac{y}{2}$

答: 2 团人总数是 $(2x + \frac{y}{2})$ 人

(2)

$$20x + 8y + 2 \cdot 20x + \frac{8}{2} y \\ = 60x + 12y$$

答: 两团门票总共为 $(60x + 12y)$ 元

(3)

$$\begin{cases} x=50 \\ y=10 \end{cases} \text{ 代入 } 60x + 12y$$

$$= 3000 + 120$$

$$= 3120 \text{ 元}$$

答: 当甲团有 50 个成人, 10 个儿童时两团总共的门票是 3120 元

作业 41 整式的相关概念

预习要点:

1. 理解单项式时注意以下几点:

- (1) 单独一个数或单独一个字母也是单项式.
- (2) 单项式的系数有正有负, 确定一个单项式的系数, 要注意包括它前面的性质符号.
- (3) 只含有字母的单项式, 其系数是 1 或 -1, 1 往往省略不写, 但不能认为系数是 0.
- (4) 单项式的次数只和字母的指数有关, 与系数的指数无关.

2. 理解多项式时:

- (1) 要特别注意, 多项式的项包括它前面的性质符号(正号或负号).
- (2) 不要与单项式的次数混淆, 而误认为多项式的次数是各项次数之和.

3. 若干个单项式(或多项式的项)是同类项必须满足: ①所含字母相同, ②相同字母的指数也分别相等, 两者缺一不可.

一、选择题

1. 在代数式 $ab, -6, \frac{1}{x}, \frac{m+n}{3}, \frac{5}{x+3}, -\frac{2x}{7}, m^2 + 2m - 1, -p^3q$ 中, 整式有 (B)
- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
2. 下列说法正确的是 (D)
- A. 单项式 a 的系数是 0 X
- B. 单项式 $-\frac{3xy}{5}$ 的系数和次数分别是 -3 和 2 X
- C. $x^2 - 2x + 2^5$ 是五次三项式 X
- D. 单项式 $-3\pi xy^2 z^3$ 的系数和次数分别是 -3π 和 6 ✓
3. 多项式 $-\frac{2}{3}x^3y^2 - x^5y^2 + 8$ 的最高次项是 (B)
- A. x^5y^2 B. $-x^5y^2$ C. $-\frac{2}{3}x^3y^2$ D. 8
4. 已知多项式 $-3x^3y - 2x^2 - 3xy^2 + y - 5$, 下面说法错误的是 (B)
- A. 它是四次五项式 B. 三次项是 $-3xy^2$ ✓
- C. 常数项是 5 X
- D. 一次项系数是 1 ✓
5. 下列式子: ① $4xyz$ 和 $7xy$; ② $0.5x^2y$ 和 $0.5xy^2$; ③ $\frac{1}{2}a^3b$ 和 $-a^3b$; ④ m^2n 和 nm^2 ; ⑤ -1 和 3, 其中是同类项的有 (B)
- A. 4 组 B. 3 组 C. 2 组 D. 1 组
6. 多项式 $3x^{|m|}y^2 + (m+2)x^2y - 1$ 是四次三项式, 则 m 的值为 (A)
- A. 2 B. $|m|+2=4$ m=±2 C. ± 2 D. ± 1

二、填空题

7. 单项式 $\frac{1}{3}\pi r^2h$ 的系数是 $\frac{1}{3}\pi$, 次数是 3; 多项式 $-2a^2b^3 + 3ab^2$ 的次数是 5, 常数项是 0.

8. 多项式 $4x^3 + 3xy^2 - 5x^2y^3 + y$ 是 五 次 四项式, 最高次项为 ~~-5x^2y^3~~

9. 若 $\frac{1}{3}a^{2m-5}b^{n+1}$ 与 $-3ab^{3-n}$ 的和为单项式, 则 $m+n=$ 4.

10. 把多项式 $2xy^2 - x^2y - x^3y^3 - 7$ 按 x 降幕排列是 $-x^3y^3 - x^2y + 2xy^2 - 7$.

把多项式 $-2x^6 - x^5y^2 - x^2y^5 - 1$ 按 x 升幕排列是 $-1 - x^2y^5 - x^5y^2 - 2x^6$.

11. 若多项式 $x^6 - 2kxy - 3y^2 + \frac{1}{2}xy - x - 100$ 中不含 xy 项, 则 $k=$ $\frac{1}{4}$.

12. 有一列单项式: $-x, 2x^2, -3x^3, \dots, -19x^{19}, 20x^{20}, \dots$, 则第 201 项是 $-201x^{201}$.

三、解答题

13. 把下列代数式的序号填入相应的横线上:

- ① $a^2b + ab^2 + b^3$, ② $\frac{a+b}{2}$, ③ $-\frac{xy^2}{3}$, ④ 0, ⑤ $-x + \frac{y}{3}$, ⑥ $\frac{2xy}{a}$, ⑦ $3x^2 + \frac{2}{y}$, ⑧ $\frac{2}{x}$, ⑨ $\frac{x}{2}$.

(1) 单项式: ③④⑨; (2) 多项式: ①②⑤;

(3) 整式: ①②③④⑤⑦; (4) 二项式: ②⑤.

14. 填表:

多项式	次数最高的项	多项式的次数	项数	常数项
$-7x^3 + 2^3x^2 - 4$	$-7x^3$	3	3	-4
$xy^3 - 4x^2y + 7x^3y^2 - 5$	$7x^3y^2$	5	4	-5

15. 若关于 x, y 的单项式 $2xy^m$ 与 $-ax^2y^2$ 的系数、次数相同, 试求 a, m 的值.

解: 由题得 $\begin{cases} -a=2 \\ 1+m=2+2 \end{cases}$ ① ②

由①得, $a=-2$

由②得, $m=3$

∴ a 的值是 2, m 的值是 3

16. 若多项式 $4x^{n+2} - 5x^{2-n} + 6$ 是关于 x 的三次多项式, 求代数式 $n^3 - 2n + 3$ 的值.

解:

1° $n+2 \geq 2-n$

$n+n \geq 0$

$2n \geq 0$

$n \geq 0$

$n+2=3$

$n=1$

2° $n+2 \leq 2-n$

$2n \leq 4$

$n \leq 2$

$n=1$

$n=-1$

3° $n=1$

$n^3 - 2n + 3 = 1 - 2 + 3 = 2$

2° $n=-1$

$n^3 - 2n + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$

17. 已知关于 x 的整式 $(|k|-3)x^3 + (k-3)x^2 - k$.

(1) 若此整式是单项式, 求 k 的值;

(2) 若此整式是二次多项式, 求 k 的值;

(3) 若此整式是二项式, 求 k 的值.

解: (1) 由题得,

$$\begin{cases} |k|-3=0 \\ k-3=0 \end{cases}$$

解, 得 $k=3$

∴ k 的值是 3

(2)

由题得, $\begin{cases} |k|-3=0 \\ k-3 \neq 0 \end{cases}$

解, 得 $k=-3$

∴ k 的值是 -3

(3)

1° 没有三次项

与题意相同

$\therefore k=-3$

3° 没有常数项

$k=0$

作业 42 整式的加减

预习要点：

1. 合并同类项时：

(1) 用各种不同的符号标出同类项，这样可防止弄错，特别可防止漏掉同类项。如化简 $1 + 3xy^2 - y^2z - 2xz^2 + 3zy^2 - 3 + xz^2 - 5xy^2$ ，用符号标出同类项；

(2) 利用加法交换律，把同类项连同前面的性质符号写在一起，再用括号括起来。如上例可写成：

$(3xy^2 - 5xy^2) + (-y^2z + 3zy^2) + (-2xz^2 + xz^2) + (1 - 3)$ ；

(3) 只对系数进行加减。如上例可写为： $(3 - 5)xy^2 + (-1 + 3)y^2z + (-2 + 1)xz^2 + (1 - 3) = -2xy^2 + 2y^2z - xz^2 - 2$ 。

2. 去括号时可按照以下方法进行：

(1) 括号前系数是 1 或 -1 时：

① 括号前是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉后，括号里各项的符号都不改变；

② 括号前是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉后，括号里各项都改变符号。

(2) 括号前系数不是 1 或 -1 时：

① 括号前面的“±”看作运算符号，利用乘法分配律把括号前的数字乘入括号内，再按照法则去括号；

② 括号前面的“±”看作性质符号，利用乘法分配律把括号前的数字（包括符号）乘入括号内，从而去掉括号。

3. 整式加减的一般步骤是：①如果有括号，先去括号；②如果有同类项，再合并同类项。

一、选择题

1. 去括号是进行整式加减的基础，下列式子中不正确的是

A. $3x + (5 - 2x) = 3x - 2x + 5$ ✓

B. $-(x - 6) = -x - 6$ ✗

C. $7x - (x + 1) = 7x - x - 1$ ✓

D. $3(-x + 8) = 24 - 3x$ ✓

2. 下列各算式中，合并同类项正确的是

A. $x^2 + x^2 = 2x^2$ ✓

B. $x^2 + x^2 = x^4$ ✗

C. $2x^2 - x^2 = 2$ ✗

D. $2x^2 - x^2 = 2x$ ✗

3. 王老师在黑板上书写了一个正确的演算过程，随后用手掌捂住了如图所示的一个二次三项式，则所捂的多项式为

$+ (-2a + 7) = 5a^2 + a - 1$

$5a^2 + a - 7 + 2a$

$= 5a^2 + 3a - 8$

A. $5a^2 - a - 8$

B. $5a^2 + 3a - 8$

C. $5a^2 - a + 6$

D. $-5a^2 - 3a + 8$

4. 单项式 $3ab^m$ 与单项式 nab^2 的和是 $9ab^2$ ，则 n^m 的值为

B. 9

$\begin{cases} m=2 \\ n=3 \end{cases}$

C. 36

D. 64

A. 12

(B)

5. 已知 $a - b = 5$, $c + b = 3$ ，则 $(b + c) - (a - b)$ 的值等于

B. 2

$3 - 5 = -2$

C. 6

D. 8

(A)

6. 当 $a = -1$, $b = 1$ 时， $(a^3 - b^3) - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)$ 的值是

B. 6

$3a^2b - 3ab^2$

C. -6

D. 9

(B)

A. 0

$= 3 \times 1 \times 1 + 3 \times 1 \times 1$

= 6

二、填空题

7. 化简: $-[-(2a-b)] = \underline{2a-b}$.

8. 若 $a^{2n+1}b^2$ 与 $5a^{3n-2}b^2$ 是同类项, 则 $n = \underline{3}$.

9. 去括号, 并合并同类项: $3x+1-2(\frac{4-x}{3}) = \underline{5x-7}$.

10. 七年级一班有 $(2a-b)$ 个男生和 $(3a+b)$ 个女生, 则男生比女生少 $\underline{a+2b}$ 人.

11. 若多项式 $2x^2+3x+7$ 的值为 10, 则多项式 $6x^2+9x-7$ 的值为 $\underline{2}$.

12. 若关于 x 的多项式 $2x^3-4x$ 与多项式 $3x^3+5x^2-2mx$ 的和不含一次项, 则 m 的值是 $\underline{-2}$.

三、解答题

13. 先去括号, 再合并同类项: (1) $2(2b-3a)+3(2a-3b)$; (2) $4a^2+2(3ab-2a^2)-(7ab-1)$.

解: 原式 = $4b-6a+6a-9b$

= $\underline{-5b}$

$$\begin{aligned} & -4x-2mx=0 \\ & -4-2m=0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 6x^2+9x-9 \\ & -4x-2mx=0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -2m=4 \\ & m=-2 \end{aligned}$$

$$(7ab-1)-(7ab-1)$$

$$= \underline{1-ab}$$

14. 已知多项式 $(2x^2-ax-y+1)-(bx^2+x-7y-3)$.

(1) 若多项式的值与字母 x 的取值无关, 求 a, b 的值;

(2) 在(1)的条件下, 求多项式 $2(a^2-ab+b^2)-(a^2-3ab+2b^2)$ 的值.

解:

$$\begin{aligned} (1) \quad & (2x^2-ax-y+1)-(bx^2+x-7y-3) \\ & = 2x^2-ax-y+1-bx^2-x+7y+3 \\ & = (2-b)x^2+(-a-1)x+6y+3 \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{cases} 2-b=0 \\ -a-1=0 \end{cases}$$

解, 得 $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 2(a^2-ab+b^2)-(a^2-3ab+2b^2) \\ & = 2(a^2-2b^2)- (a^2-3ab+2b^2) \\ & = 2(1+2+4)-(1+6+8) \end{aligned}$$

$\therefore \underline{14-15}$

$= -1$

$\therefore 2(a^2-ab+b^2)$

$(a^2-3ab+2b^2)$

15. 一个三角形的第一条边长为 $(x+2)$ cm, 第二条边长比第一条边长小 5 cm, 第三条边长是第二条边长的 2 倍.

(1) 用含 x 的代数式表示这个三角形的周长;

(2) 计算当 $x=6$ 时这个三角形的周长.

解: (1)

$$\begin{aligned} & x+2+x+2-5+2(x+2-5) \\ & = x+2+x+2-5+2x+4-10 \\ & = 4x+8-15 \\ & = 4x-7 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

\therefore 这个三角形的周长是 $(4x-7)$ cm

(2)

$$\begin{aligned} & \text{把 } x=6 \text{ 代入 } 4x-7 \\ & \text{得 } \underline{24-7} \\ & = 17 \text{ cm} \end{aligned}$$

\therefore 当 $x=6$ 时这个三角形的周长是 17 cm

16. 小丽的父母只要有时间就陪她一起完成家庭作业, 某天晚上, 小丽准备完成作业“化简 $(sx^2+7x+6)-(7x+8x^2-4)$ ”时, 发现系数“ s ”印刷不清楚.

(1) 她把“ s ”猜成 3, 请你化简: $(3x^2+7x+6)-(7x+8x^2-4)$;

(2) 爸爸说: “你猜错了, 我看了标准答案的结果是常数.” 请你通过计算说明, 帮助小丽得到原题中“ s ”是几.

解: (1)

$$\begin{aligned} & (3x^2+7x+6)-(7x+8x^2-4) \\ & = 3x^2+7x+6-7x-8x^2+4 \\ & = -5x^2+10 \end{aligned}$$

$$\therefore (3x^2+7x+6)-(7x+8x^2-4) = \underline{-5x^2+10}$$

$\therefore s = 8$

(2)

$$\begin{aligned} & (sx^2+7x+6)-(7x+8x^2-4) \\ & = sx^2+6-8x^2+4 \end{aligned}$$

$$= (s-8)x^2+10$$

$$\therefore (s-8)x^2=0$$

$$\therefore s-8=0$$

$$\therefore s=8$$



作业 43 幂的运算

预习要点:

- 理解同底数幂的乘法法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数) 时:
 - 底数 a 不仅代表具体的数字, 也可用单项式、多项式来代替。
 - 当 3 个或 3 个以上同底数幂相乘时, 也具有此性质, 即 $a^m \cdot a^n \cdot a^p \cdot \dots = a^{m+n+p+\dots}$ ($m, n, p \dots$ 都是正整数)。
 - 底数是多项式或其他形式时, 应把其作为一个整体来对待, 如 $(a+b)^2 \cdot (a+b)^3 = (a+b)^{2+3} = (a+b)^5$ 。
 - 注意此法则可以逆运用, 即 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ (m, n 都是正整数)。
- 理解幂的乘方法则 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数) 时:
 - 幂的乘方可以认为是乘方的乘方;
 - 幂的底数可以是一个数、一个字母、一个单项式、一个多项式;
 - 幂的乘方法则可以逆运用: $a^{mn} = (a^m)^n$ (m, n 为正整数)。在解决某些特殊结构的幂的问题时能避繁就简。
- 理解积的乘方法则 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数) 时:
 - 注意各式中的底数, 如果带有性质符号, 则乘方时, 也要一起进行乘方运算; 如: $(-2a^2b)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 \cdot b^3 = -8a^6b^3$ 。
 - 积的乘方法则也适用于多个因式的积, 即 $(abc)^n = a^n b^n c^n$ (n 是正整数);
 - 积的乘方法则可以逆运用, 即 $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ 。

一、选择题

1. 计算 $(-x^2y)^2$ 的结果是
- x^4y^2
 - $-x^4y^2$
 - x^2y^2
 - $-x^2y^2$
2. 下列运算正确的是
- $a^2 \cdot a^3 = a^6$ ~~X~~
 - $x^2 \cdot x^4 = x^6$ ~~✓~~
 - $(m^2n)^3 = m^5n^3$ ~~X~~
 - $(-y^2)^3 = y^6$ ~~X~~
3. 若 $a \cdot 2 \cdot 2^3 = 2^8$, 则 a 等于
- 4
 - $2^4a=2^8$
 - $a=16$
 - 16
4. 已知 $x^3=m$, $x^5=n$, 用含有 m, n 的代数式表示 x^{14} 结果正确的是
- mn^3 ~~X~~
 - m^2n^3 ~~X~~
 - m^3n ~~X~~
 - m^3n^2 ~~X~~
5. 已知 $2^m=5$, $3^m=2$. 则 6^m 的值为
- 7
 - 10
 - 25
 - 32
6. 计算 $-\frac{(-m^2)}{-m^3} \cdot (-m)^3 \cdot (-m)$, 正确的是
- $-m^6$
 - m^5
 - m^6
 - $-m^6$

- 二、填空题
7. 计算: $(a^2)^3 \cdot (-a)^4 = \underline{\underline{a^{10}}}$.
8. 如果 $a^x=3$, 那么 a^{3x} 的值为 $\underline{\underline{27}}$. $(a^x)^3 = 3^{\underline{\underline{3}}}$
9. 若 $a^m=3$, $a^n=-2$, 则 $a^{m+n}= \underline{\underline{-6}}$.
10. 已知 $a^m=2^2$, $b^m=4$, 则 $(a^2b)^m= \underline{\underline{64}}$. $(a^2)^m b^m = (a^m)^2 b^m = 16 \times 4 = 64$
11. 若 $3^n+2 \times 3^n+6 \times 3^n=1$, 则 n 的值为 $\underline{\underline{-2}}$.
12. 若 $x+3y-2=0$, 则 $2^x \cdot 8^y = \underline{\underline{4}}$.

三、解答题

13. 计算: (1) $(-2)^8 \cdot (-2)^5$; (2) $-b^2 \cdot (-b)^2 \cdot (-b)^3$; (3) $(a-b)^2 \cdot (a-b) \cdot (a-b)^3$;
- (4) $(a^2)^4 + a \cdot a^7$; (5) $(-2x^2y) \cdot (3x^3y^2) \cdot (x^2y)^2$.

$$\text{解: (1) 原式} = (-2)^{13} = -2^{13}$$

$$(2) \text{原式} = -b^2 \cdot (-b)^5 = b^7$$

$$(3) \text{原式} = (a-b)^6$$

$$(4) \text{原式} = 2a^8$$

$$(5) \text{原式} = -6x^2y \cdot x^3y^2 \cdot x^4y^2 \\ = -6x^9y^5$$

14. 已知 $a^x = -2$, $a^y = 3$. 求:

$$(1) a^{x+y} \text{ 的值}; \quad (2) a^{3x} \text{ 的值}; \quad (3) a^{3x+2y} \text{ 的值}.$$

$$\text{解: } a^{x+y}$$

$$\text{解: } a^{3x}$$

$$\text{解: } a^{3x+2y}$$

$$= a^x \cdot a^y$$

$$= (a^x)^3$$

$$= a^{3x} \cdot a^{2y}$$

$$= -6$$

$$= -8$$

$$= (a^x)^3 \cdot (a^y)^2$$

$$= -6$$

$$\therefore a^{3x} \text{ 的值是 } -8$$

$$= -8 \times 9$$

$$\therefore a^{x+y} \text{ 的值是 } -6$$

$$= -72$$

$$\therefore a^{3x+2y} \text{ 的值是 } -72$$

15. 基本事实: 若 $a^m = a^n$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$, m, n 都是正整数), 则 $m = n$.

试利用上述基本事实解决下面的两个问题. 试试看, 相信你一定行!

$$(1) \text{如果 } 2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}, \text{求 } x \text{ 的值;}$$

$$(2) \text{如果 } 2^{x+2} + 2^{x+1} = 24, \text{求 } x \text{ 的值.}$$

$$\text{解: (1) } 2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}$$

$$2 \times (2^3)^x \times (2^4)^x = 2^{22}$$

$$2^{1+3x+4x} = 2^{22}$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

$$\text{解: }$$

$$(2) 2^{x+2} + 2^{x+1} = 24$$

$$2 \times 2^{x+1} + 2^{x+1} = 24$$

$$3 \times 2^{x+1} = 24$$

$$2^{x+1} = 8$$

$$x+1 = 3$$

$$x = 2$$

$$\therefore x \text{ 的值是 } 2$$

16. 阅读下列两则材料, 解决问题:

材料一: 比较 3^{22} 和 4^{11} 的大小.

$$\text{解: } \because 4^{11} = (2^2)^{11} = 2^{22}, \text{且 } 3 > 2,$$

$$\therefore 3^{22} > 2^{22}, \text{即 } 3^{22} > 4^{11}.$$

小结: 指数相同的情况下, 通过比较底数的大小, 来确定两个幂的大小.

材料二: 比较 2^8 和 8^2 的大小.

$$\text{解: } \because 8^2 = (2^3)^2 = 2^6, \text{且 } 8 > 6,$$

$$\therefore 2^8 > 2^6, \text{即 } 2^8 > 8^2.$$

小结: 底数相同的情况下, 通过比较指数的大小, 来确定两个幂的大小.

【方法运用】

(1) 比较 3^{44} , 4^{33} , 5^{22} 的大小;

(2) 比较 81^{31} , 27^{41} , 9^{61} 的大小;

(3) 已知 $a^2 = 2$, $b^3 = 3$, 比较 a , b 的大小;

(4) 比较 $3^{12} \times 5^{10}$ 与 $3^{10} \times 5^{12}$ 的大小.

$$\text{解: (1) } 3^{44} = (\underline{\cancel{3^4}})(\underline{\cancel{3^4}})^{11} = 81^{11}$$

$$4^{33} = (\underline{\cancel{4^3}})^{11} = 64^{11}$$

$$5^{22} = (\underline{\cancel{5^2}})^{11} = 25^{11}$$

$$\therefore 81^{11} > 64^{11} > 25^{11}$$

$$\therefore 3^{44} > 4^{33} > 5^{22}$$

$$(2) 81^{31} = (\underline{\cancel{3^4}})^{31} = 3^{124}$$

$$27^{41} = (\underline{\cancel{3^3}})^{41} = 3^{123}$$

$$9^{61} = (\underline{\cancel{3^2}})^{61} = 3^{122}$$

$$\therefore 3^{124} > 3^{123} > 3^{122}$$

$$\therefore 81^{31} > 27^{41} > 9^{61}$$

$$(3) \text{解: } a^6 = (a^2)^3 = 2^3 = 8$$

$$b^6 = (b^3)^2 = 3^2 = 9$$

$$\therefore \underline{\cancel{a^6}} > \underline{\cancel{b^6}}$$

$$\therefore 9 > 8$$

$$\therefore b^6 > a^6$$

$$\therefore b > a$$

$$(4) 2^{12} \times 5^{10} = 3^2 \times 3^{10} \times 5^{10}$$

$$= 9 \times 15^{10}$$

$$\therefore 9 \times 15^{10} < 25 \times 15^{10}$$

$$\therefore 3^{12} \times 5^{10} < 3^{10} \times 5^{12}$$

作业 44 整式的乘法

预习要点:

- 在单项式的乘法法则中, 分为系数、相同的字母、单独字母三部分:
 - 积的系数等于各因式系数的积, 计算时应先确定符号, 再计算绝对值;
 - 相同字母相乘, 是同底数幂的乘法, 底数不变, 指数相加;
 - 只在一个单项式里含有的字母(单独字母), 要连同它的指数写在积里, 千万不要把这个因式丢掉;
 - 单项式的乘法法则对于三个以上的单项式相乘同样适用.
- 单项式与多项式相乘, 可以认为是根据乘法分配律用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加, 注意不要出现符号错误或漏乘某一项.
- 在理解多项式乘多项式的法则时, 也可以:
 - 把一个多项式看作一个整体(相当于一个单项式), 再运用单项式与多项式相乘的方法进行运算.
 - 多项式相乘后, 若有同类项, 则应合并同类项.
 - 用式子可以表示为: $(m+n)(a+b) = ma + mb + na + nb$.

一、选择题

- 化简: $(-3x^2)2x^3$ 的结果是 $-6x^5$ (C)
- 计算: $-3a^2(4a-3)$ 等于 $-12a^3+9a^2$ (A)
- 计算: $(3x+9)(2x-5)$ 等于 $6x^2-15x+18x-45=6x^2+3x-45$ (D)
- 若 $(x-2)(x+1)=x^2+ax+b$, 则 $a+b=$ x^2-x-2 (D)
- 已知下列算式: ① $(x+y)^2=x^2+y^2$; ② $(x-2y)(x+2y)=x^2+4xy-4y^2$; ③ $(x+3)(x^2+3x+9)=x^3+3x^2+9x+3x^2+9x+27$; ④ $(a-2b^2)(m-n)=am-an-2b^2m+2b^2n$. 其中正确的有 $\cancel{am-an-2b^2m+2b^2n}$ (A)
- 若 $(x+5)(2x-n)=2x^2+mx+15$, 则 $m=7, n=-3$ (A)

二、填空题

- 计算 $5a^2b \cdot 3ab^4$ 的结果是 $15a^3b^5$.
- 计算: $\frac{1}{2}x^2y(2x+4y)=\cancel{\frac{1}{2}x^2y \cdot 2x}+\frac{1}{2}x^2y \cdot 4y=x^3y+2x^2y^2$
- 计算: $(x+1)(x^2-x+1)$ 的结果是 x^3+1 .
- $5m^2n(2n+3m-\frac{n^2}{2})$ 的计算结果是 五 次多项式.
- 方程 $2x(x-1)=12+x(2x-5)$ 的解是 $x=2.8$.
- 若 $(x-2)(x^2+ax+b)$ 的积中不含 x 的二次项和一次项, 则 $a+b=$ 6.

$$a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$b-2a=0 \Rightarrow b=4$$

三、解答题

13. 计算: (1) $3a^2 \cdot 2a^3$;

$$(2) (-9a^2 b^3) \cdot 8ab^2;$$

(4) $(-a^2)^3 \cdot (-2a^2)^3$;

$$(5) m^2 n \cdot (-0.5m^3 n^2) \cdot 2mn^2.$$

(3) $(-2x)$

解: (1) 原式 = $6a^5$

(2) 原式 = $-72a^3 b^5$

(3) 原式 = $4x^2 \cdot (-3x^2)$

$$= -12x^4$$

(4) 原式 = $8a^6 \cdot a^6$

$$= 8a^{12}$$

(5) 原式 = $-m^6 n^5$

14. 计算: (1) $(a+b^2-c^2) \cdot (-2a^2)$; (2) $\left(\frac{3}{2}x^2+xy-\frac{3}{5}y^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}x^2 y^2\right)$; (3) $x \cdot (x^2-x)+2x^2(x-1)$.

解: (1) 原式 = $-2a^3 - 2a^2 b^2 + 2a^2 c^2$

(2) 原式 = $-2x^4 y^2 - \frac{4}{3}x^3 y^3 + \frac{4}{5}x^2 y^2$

(3) 原式 = $x^3 - x^2 + 2x^3 - 2x^2$

$$= 3x^3 - 3x^2$$

15. 计算: (1) $(2m+5)(3m-1)$; (2) $(2x-5y)(3x-y)$; (3) $(x+y)(x^2-2x-3)$; (4) $(x+1)^2 + x(x-2)$.

解: (1) 原式 = $6m^2 - 2m + 15m - 5$

$$= 6m^2 + 13m - 5$$

(3) 原式 = $x^3 - 2x^2 - 3x + x^2 y - 2yx - 3y$

$$= x^3 + (y-2)x^2 - (3+2y+3)x - 3y$$

(2) 原式 = $6x^2 - 15xy - 2xy + 5y^2$

$$= 6x^2 - 17xy + 5y^2$$

(4) 原式 = $x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x$

$$= 2x^2 + 1$$

16. 若 $-2x^{3m+1}y^{2n}$ 与 $4x^{n-6}y^{-3-m}$ 的积与 $-4x^4y$ 是同类项, 求 m, n 的值.

解:

$$-2x^{3m+1} \cdot y^{2n} \cdot 4x^{n-6} y^{-3-m}$$

由题意得, $\begin{cases} 3m+n-5=4 & ① \\ 2n-3-m=1 & ② \end{cases}$

把 $m=2$ 代入 ①

得 $n=3$

$$= -8x^{3m+n-5} y^{2n-3-m}$$

由 ① 得, $3m+n=9$

$$n=9-3m \quad ③$$

把 ③ 代入 ②, 得 $18-6m-3-n=1$

$$18-7m=4$$

$$7m=14$$

$$m=2$$

17. 若 $(x^2+mx-8)(x^2-3x+n)$ 的展开式中不含 x^2 和 x^3 项, 求 m 和 n 的值.

解:

x^2 项: $nx^2, -3mx^2, -8x^2$

$$(n-3m-8)x^2=0$$

$$n-3m=8 \quad ①$$

x^3 项: $-3x^3, nx^3$

$$-3=n \quad ②$$

$$n=3$$

把 $n=3$ 代入 $n-3m=8$

$$3-3m=8$$

$$-3m=5$$

$$m=-\frac{5}{3}$$

$$\cancel{-3}\cancel{m}\cancel{3}=5$$

$$\cancel{-3}\cancel{m}=5$$

$$m=-\frac{5}{3}$$

$$\cancel{-3}\cancel{m}\cancel{3}=5$$

$$m=-\frac{5}{3}$$

作业45 乘法公式

预习要点:

1. 运用平方差公式的关键是正确地判断谁相当于公式中的字母“ a ”和“ b ”，运用公式时，确定 a 与 b 的方法是：

- (1) 由于 $(a+b)(a-b)$ 可看作 $(a+b)[a+(-b)]$ ，所以在两个多项式中， a 是相同的，而 b 与 $-b$ 是互为相反数的，那么 $a^2 - b^2$ 就可看作是符号相同的项(a)的平方减去符号相反的项(b 与 $-b$)的平方；
- (2) 当所遇到的问题不便于用“ a ”和“ b ”解释时，可以把公式理解成： $(\square + \triangle)(\square - \triangle) = \square^2 - \triangle^2$ ，其中， \square 的符号相同， \triangle 的符号相反。

2. 乘方公式的难点是正确地使用完全平方公式，部分同学易将中间的乘积项漏掉，或者符号出现错误，解决问题的办法是牢记结果是三项，可用口诀“首(第一个数)平方，尾(第二个数)平方，加减2倍在中央”来加强记忆。

3. 在应用完全平方公式的过程中，常有以下几种变化形式：

$$(1) a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab; (2) a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab;$$

$$(3) 2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2); (4) 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2;$$

$$(5) (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab; (6) (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab.$$

一、选择题

1. 下列运用平方差公式计算，错误的是

A. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ✓

C. $(2x+1)(2x-1) = 2x^2 - 1$ ✗

B. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$ ✓

D. $(-a+b)(-a-b) = a^2 - b^2$ ✓

2. 下列式子满足完全平方公式的是

A. $(3x-y)(-y-3x)$ ✗

B. $(3x-y)(3x+y)$ ✗

C. $(-3x-y)(y-3x)$ ✗

D. $(-3x-y)(y+3x)$ ✓

3. 下列计算正确的是

A. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ ✗

C. $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 2y^2$ ✗

B. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ ✗

D. $(-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ ✓

4. 若 $(x^2 + 9)(x+3)(3-x) = 81 - x^k$ ，则 k 的值为

A. 2 $\frac{(x^2+9)(x+3)(3-x)}{(x^2+9)(x+3)(3-x)} = 81 - x^k$

B. 3 $\frac{= 81 - x^k}{= 81 - x^k}$

C. 4

D. 6

5. 若 $(ax+3y)^2 = 4x^2 - 12xy + by^2$ ，则 a, b 的值分别为

A. 2, 9 $\sqrt{4} = 2$

B. 2, -9 $b = 9$

C. -2, 9

D. -4, 9

二、填空题

6. 计算： $(a+2b)(a-2b) = a^2 - 4b^2$.

7. 若 $x^2 + 2x + m$ 是一个完全平方式，则 $m = \underline{\quad}$.

8. $(-3x^2 + 2y^2)(\underline{\quad}) = 9x^4 - 4y^4$.

9. 若 $a^2 + ab + b^2 + M = (a-b)^2$ ，那么 $M = \underline{\quad}$.

10. 若 $a+b=5, ab=6$ ，则 $a^2 + b^2 = \underline{\quad}$.

11. 观察下列各式及其展开式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$; $(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b +$

$6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$; $(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$...请你猜想 $(a-b)^{10}$ 的展开式第三项的

系数是 $\underline{\quad}$.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & 1 & 4 & 6 & 4 \\ & & & 1 & 5 & 10 & 10 \\ & & & 1 & 6 & 15 & 20 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & 1 & 4 & 6 & 4 \\ & & & 1 & 5 & 10 & 10 \\ & & & 1 & 6 & 15 & 20 \\ \end{array}$$

$$(3)(5m-6n)(-6n-5m);$$

$$= (1)(x-6)^2;$$

$$(2)(-p+3q)^2;$$

$$(6)[(2m+n)(2m-n)]^2.$$

$$4) \left(\frac{1}{2}x^2y^2 + 3m\right)\left(-3m + \frac{1}{2}x^2y^2\right);$$

$$(5)(b+2)(b-2)(b^2+4);$$

解: (1) 原式 = $x^2 - 12x + 36$

$$(2) \text{原式} = (3q-p)^2 = 9q^2 - 6qp + p^2$$

$$(3) \text{原式} = -(5m-6n)(5m+6n)$$

$$= - (25m^2 - 36n^2)$$

$$= 36n^2 - 25m^2$$

$$(4) \text{原式} = \frac{1}{4}x^4y^4 - 4m^2$$

$$(5) \text{原式} = (b^2-4)(b^2+4)$$

$$= b^4 - 16$$

13. (1) 已知 $xy=1$, $x-y=5$, 求 x^2+y^2 .

(2) 已知 $a-\frac{1}{a}=4$, 求 $a^2+\frac{1}{a^2}$.

解: (1) $\because xy=1, x-y=5$

$$\therefore (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$\therefore x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy$$

$$= 25+2$$

$$= 27$$

(2) $a^2 + \frac{1}{a^2}$

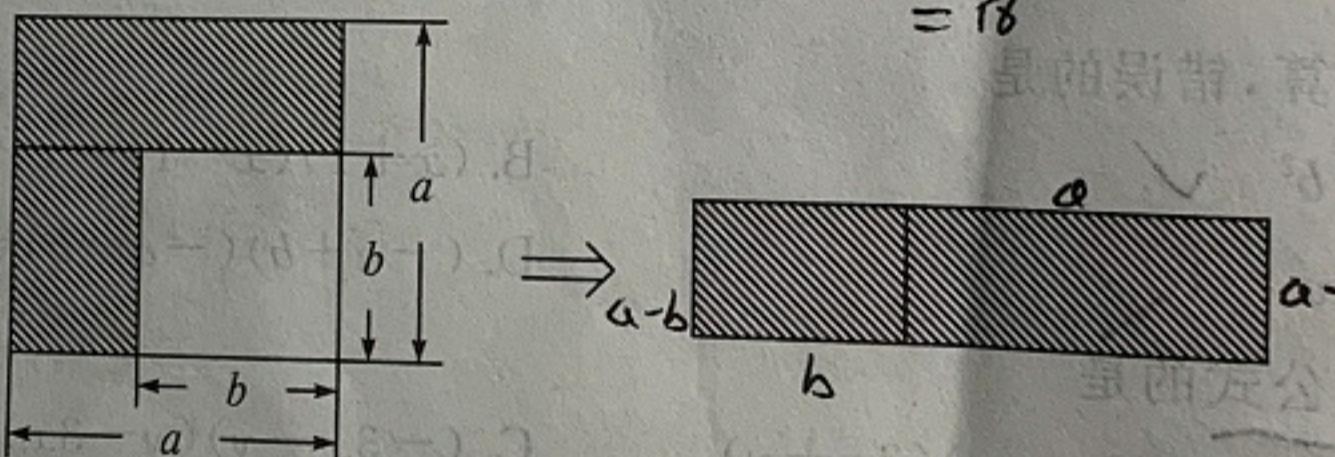
$$= a^2 + \frac{1}{a^2} + \cancel{-2a \cdot \frac{1}{a}}$$

$$= (a - \frac{1}{a})^2 + 2$$

$$= 16+2$$

$$= 18$$

14. 看图解答:



(1) 通过观察比较左、右两图的阴影部分面积, 可以得到乘法公式为 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(2) 运用你所得到的公式, 计算下题:

$$① 10.3 \times 9.7;$$

$$② (2m+n-p)(2m-n+p).$$

解: ① 原式 = $10^2 - 0.3^2$

$$= 100 - 0.09$$

$$= 999.91$$

② 原式 = $4m^2 - (n-p)^2$

$$= 4m^2 - n^2 + 2np - p^2$$

$$= 4m^2 - n^2 - p^2 + 2np$$