

TUYỂN TẬP 2000 ĐỀ TUYỂN SINH MÔN TOÁN CÓ ĐÁP ÁN TỪ NĂM 2000 TẬP 3 (101-150)

Success has only one destination, but has a lot of ways to go

phone: 0167.858.8250

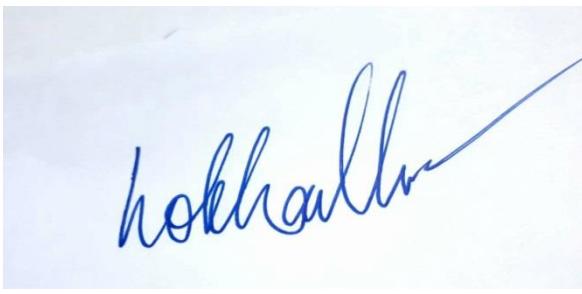
facebook: <https://www.facebook.com/hokhacvuqnam2906> (Hồ K. Vũ)

1

# TUYỂN TẬP

## 2.000 ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN TỪ CÁC TỈNH-THÀNH-CÓ ĐÁP ÁN

### TẬP 3 (101-150)



Người tổng hợp, sưu tầm : Thầy giáo Hồ Khắc Vũ

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

## **LỜI NÓI ĐẦU**

**Kính thưa các quý bạn đồng nghiệp dạy môn Toán, Quý bậc phụ huynh  
cùng các em học sinh, đặc biệt là các em học sinh lớp 9 thân yêu !!  
Tôi xin tự giới thiệu, tôi tên Hồ Khắc Vũ, sinh năm 1994 đến từ TP Tam Kỳ  
- Quảng Nam, tôi học Đại học Sư phạm Toán, đại học Quảng Nam khóa  
2012 và tốt nghiệp trường này năm 2016**

**Đối với tôi, môn Toán là sự yêu thích và đam mê với tôi ngay từ nhỏ, và tôi cũng đã giành được rất nhiều giải thưởng từ cấp Huyện đến cấp tỉnh khi tham dự các kỳ thi về môn Toán. Môn Toán đối với bản thân tôi, không chỉ là công việc, không chỉ là nghĩa vụ để mưu sinh, mà hơn hết tất cả, đó là cả một niềm đam mê cháy bỏng, một cảm hứng bất diệt mà không mỹ từ nào có thể lột tả được. Không biết từ bao giờ, Toán học đã là người bạn thân của tôi, nó giúp tôi tư duy công việc một cách nhạy bén hơn, và hơn hết nó giúp tôi bùng cháy của một bầu nhiệt huyết của tuổi trẻ. Khi giải toán, làm toán, giúp tôi quên đi những chuyện không vui**

**Nhận thấy Toán là một môn học quan trọng, và 20 năm trở lại đây, khi đất nước ta bước vào thời kỳ hội nhập, môn Toán luôn xuất hiện trong các kỳ thi nói chung, và kỳ Tuyển sinh vào lớp 10 nói riêng của 63/63 tỉnh thành phố khắp cả nước Việt Nam. Nhưng việc sưu tầm đề cho các thầy cô giáo và các em học sinh ôn luyện còn mang tính lẻ tẻ, tượng trưng. Quan sát qua mạng cũng có vài thầy cô giáo tâm huyết tuyển tập đề, nhưng đề tuyển tập không được đánh giá cao cả về số lượng và chất lượng, trong khi các file đề lẻ tẻ trên các trang mạng ở các cơ sở giáo dục rất nhiều.**

**Từ những ngày đầu của sự nghiệp đi dạy, tôi đã mơ ước ấp ú là phải làm được một cái gì đó cho đời, và sự ấp ú đố cộng cả sự quyết tâm và nhiệt huyết của tuổi thanh xuân đã thúc đẩy tôi làm **TUYỂN TẬP 2.000 ĐỀ THI TUYỂN SINH 10 VÀ HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CỦA CÁC TỈNH - THÀNH PHỐ TỪ NĂM 2000** đến nay**

**Tập đề được tôi tuyển lựa, đầu tư làm rất kỹ và công phu với hy vọng tay tận tay người học mà không tốn một đồng phí nào**

**Chỉ có một lý do cá nhân mà một người bạn đã gợi ý cho tôi rằng tôi phải giữ cái gì đó lại cho riêng mình, khi mình đã bỏ công sức ngày đêm làm tuyển tập đề này. Do đó, tôi đã quyết định chỉ gửi cho mọi người file pdf mà không gửi file word để tránh hình thức sao chép, mất bản quyền dưới mọi hình thức, Có gì không phải mong mọi người thông cảm. Cuối lời, xin gửi lời chúc tới các em học sinh lớp 9 chuẩn bị thi tuyển sinh, hãy bình tĩnh tin và giành kết quả cao**

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

Xin mượn 1 tấm ảnh trên facebook như một lời nhắc nhở, lời khuyên chân thành đến các em

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,  
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{\frac{365}{}} = 37,8$$

$$0,99^{\frac{365}{}} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,  
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

**PHÒNG GD&ĐT QUẬN BA ĐÌNH  
TRƯỜNG THCS GIẢNG VỐ**

**ĐỀ 101  
ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT  
VÒNG1**

**Năm học 2017 – 2018**

**MÔN TOÁN**

**Ngày thi: 28/03/2017**

**Thời gian làm bài: 120 phút**

Bài 1: (2 điểm). Cho biểu thức:  $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$  và  $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

- a) Tính giá trị biểu thức  $B$  với  $x = 2$
- b) Rút gọn biểu thức  $P = A : B$  với  $x > 0$  và  $x \neq 1$
- c) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P < -1$

Bài 2: (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc phương trình.

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động tổ 1 làm vượt mức 10% và tổ 2 làm vượt mức 20% so với kế hoạch của cả hai tổ, nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm.

Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch.

Bài 3: (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \sqrt{y+2} = 3 \\ \frac{-2}{x+y} + 5\sqrt{y+2} = 1 \end{cases}$$
- 2) Cho phương trình:  $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số)
  - a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt
  - b) Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2$

Bài 4: (3,5 điểm). Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm ( $O$ ), đường cao  $AH$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $H$  trên cạnh  $AB$  và  $AC$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $AMHN$  nội tiếp một đường tròn
- b) Tam giác  $AMN$  đồng dạng với tam giác  $ACB$
- c) Đường thẳng  $NM$  cắt đường thẳng  $BC$  tại  $Q$ . Chứng minh  $QH^2 = QB.QC$

Gọi  $AQ$  cắt đường tròn tâm ( $O$ ) tại  $R$  khác điểm  $A$  và điểm  $I$  là tâm đường tròn ngoài tiếp tam giác  $MNB$ .  
Chứng minh rằng ba điểm  $R, H, I$  thẳng hàng.

Bài 5: (0,5 điểm). Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn:  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{7}$

Chứng minh rằng:  $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq 3 + 3\sqrt{7}$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

.....Hết.....

## HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT – VÒNG 1

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
1		Cho biểu thức: $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$	2,0
	a	Tính giá trị của biểu thức $B$ với $x = 2$	0,5
		Thay $x = 2$ (TMĐK) vào $B$ thì giá trị của $B = \frac{2}{\sqrt{2}-1}$	0,25
		$B = \frac{2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2\sqrt{2} + 2$ . Vậy $B = 2\sqrt{2} + 2$ khi $x = 2$ (nếu thiếu nhận xét $x = 2$ thỏa mãn điều kiện thì trừ $\frac{1}{8}$ ; nếu không truccăn ở mâu thuẫn $\frac{1}{4}$ )	0,25
	b	Rút gọn biểu thức $P = A : B$ với $x > 0$ và $\hat{U}x \neq 1$	1,0
		$A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ Tính $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $A = \frac{x-1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$	0,5
		$P = A : B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ Tính $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ $A = \frac{\sqrt{x}-2}{x}$	0,5
		Vậy: $P = \frac{\sqrt{x}-2}{x}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$	
	c	Tính các giá trị của $\hat{U}x$ để $\hat{U}P < -1$	0,5
		Để $P < -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{x} < -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2+x}{x} < 0$ Vì $x > 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) < 0$	

	Lại có $\sqrt{x} + 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ Kết hợp với điều kiện xác định Vậy: với $0 < x < 1$ thì $P < -1$	0,25 0,25
2	<i>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc phương trình</i> Hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhưng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ 2	2,0
3	Vượt mức 20% nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch?	685 sản phẩm.
	Gọi số sản phẩm tổ 1 làm theo kế hoạch là $x$ (SP, ĐK: $x \in \mathbb{N}^*, x < 600$ ) Gọi số sản phẩm tổ 2 làm theo kế hoạch là $y$ (SP, ĐK: $y \in \mathbb{N}^*, y < 600$ )	0,25
	Vì hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm, nên ta có phương trình: $x + y = 600$ (1)	0,25
	Số sản phẩm vượt mức của tổ 1 là: 10% $x$ (sản phẩm) Số sản phẩm vượt mức của tổ 2 là: 20% $y$ (sản phẩm)	0,25 0,25
	Vì tăng năng suất 2 tổ đã làm được 685 sản phẩm, nên ta có: $110\% x + 120\% y = 685$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ pt $\begin{cases} x + y = 600 \\ 110\% x + 120\% y = 685 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ 0,1y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ y = 250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 250 \end{cases}$ (TMĐK)	0,5
	Vậy số sản phẩm tổ 1 làm theo kế hoạch là 350 SP Số sản phẩm tổ 2 làm theo kế hoạch là 250 SP	0,25
	HS thiếu điều kiện $x, y \in \mathbb{N}^*$ trừ 0,25 điểm, thiếu điều kiện trừ 1/8 Nếu HS thiếu đk < 600 không trừ điểm	
		2,0
3	<b>Giải HPT</b> $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \sqrt{y+2} = 3 \\ \frac{-2}{x+y} + 5\sqrt{y+2} = 1 \end{cases}$	1,0
	ĐK: $x \neq -y, y \geq -2$	0,25

	Đặt $a = \frac{1}{x+y}$ ; $b = \sqrt{y+2}$ . ĐK: $b \geq 0$ , ta được hệ $\begin{cases} a+b=3 \\ -2a+5b=1 \end{cases}$	0,25
	Từ đó có: $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ (TMĐK) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y}=2 \\ \sqrt{y+2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-1 \end{cases}$ (TMĐK)	0,25
	KL: Hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{3}{2}; -1\right)$	0,25
	Thiểu điều kiện nhanh phu b trù 1/8 ; thiểu điều kiện k trù 1/8	
2	Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số)	1,0
	a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt Hệ số $a = 1, b = 2m (b \neq m), c = m - 1$	0,5
	$\Delta = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall m$ Vậy ptluôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của $m$ .	0,25
2	b) Với giá trị nào của $m$ thì phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2$ thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2.$	0,5
	Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m - 1 \end{cases}$ Để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn yêu cầu đề bài thì: $\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 & (1) \\ \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2 & (2) \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Giải (1): <math>\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1.x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \geq 0 \\ m - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1</math></li> <li>Giải (2):</li> </ul>	0,25

	$\begin{aligned} & (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = 2^2 \\ & \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 4 \\ & \Leftrightarrow 2m + 2\sqrt{m-1} = 4 \\ & \Leftrightarrow \sqrt{m-1} = 2 - m \quad ;(m \leq 2) \\ & \Leftrightarrow m^2 - 5m + 5 = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5+\sqrt{5}}{2} & (ktm) \\ m = \frac{5-\sqrt{5}}{2} & (tm) \end{cases} \end{aligned}$ <p>Kết hợp với điều kiện (1) và (2) <math>\Rightarrow m = \frac{5-\sqrt{5}}{2}</math></p> <p>(Nếu <math>uhst</math> không <math>m \leq 2</math>) trừ <math>\frac{1}{8}</math></p>	0,25
4		3,5
		0,25
	a	<ul style="list-style-type: none"> <li>Chứng minh <math>AMH + ANH = 180^\circ</math></li> </ul> <p>Mà hai góc ở vị trí đối ứng</p>
	Vậy: $\triangle AMH$ là $\triangle$ nội tiếp được đường tròn	0,25
b)	<p>C1</p> <p>+ c/m: <math>AH^2 = AM \cdot AB</math> (hệ thức lượng)</p> <p><math>AH^2 = AN \cdot AC</math></p> <p><math>\Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC</math></p> <p><math>\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ACB (c-g-c)</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
b)	<p>C2: chứng minh <math>ANM = AHM</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>MH</math>)</p> <p><math>AHM = ABC</math> (cùng phụ với <math>BHM</math>)</p> <p><math>\Rightarrow ANM = ABC</math></p> <p><math>\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ACB (g-g)</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
c)	<p>+c/m: <math>MNH = MAH</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>MH</math>)</p> <p><math>MAH = MHQ</math> (cùng phụ với góc <math>AHM</math>)</p>	0,25

	$\Rightarrow MNH = MHQ$ $\Rightarrow \Delta QMH \sim \Delta QHN(g - g)$ $\Rightarrow QH^2 = QM \cdot QN(1)$  + c/m: $QMB = QCN$ (góc trongggc ngoàitúgiác $BMNC$ cùngbù $MBN$ ) $\Rightarrow \Delta QBM \sim \Delta QNC(g - g)$ $\Rightarrow QM \cdot QN = QB \cdot QC(2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow QH^2 = QB \cdot QC(dpcm)$	0,25 0,25 0,25
d)	Gọi $AQ$ cắtđườngtròn ( $O$ ) tạiđiểm $R$ khácđiểm $A$ vàđiểm $I$  làtâmcđườngtrònngoạitiếp tam giác $MNB$ . Chứngminhrằngbađiểm $R, H, I$ thẳnghàng.	0,5
	+ c/m: $QR \cdot QA = QB \cdot QC$ (vì $\Delta QRB \sim \Delta QCA$ ) $QB \cdot QC = QM \cdot QN(cmt)$ Mà $\Rightarrow QR \cdot QA = QM \cdot QN$ $\Rightarrow \Delta QRM \sim \Delta QNA(c - g - c)$ Suy ra: Túgiác $RMNA$ làtúgiácnôitiếp $\Rightarrow 5$ điểm $A, R, M, H, N$ thuộcdđườngtrònđườngkính $AH$ $\Rightarrow ARH = 90^\circ$ + Gọi $E$ làtrungđiểmcủa $AH$ và $RH$ cắtđườngtrònđiểm $K$ $\Rightarrow AK$ làđườngkínhcủa ( $O$ ) vì $ARK = 90^\circ$ Và $E$ làtâmcđườngtrònngoạitiếppngūgiác $ARMHN$ + Vì $I$ làtâmcđườngtrònngoạitiếptúgiác $BMNC \Rightarrow EI$ làtrungtrựccủađâycung $MN \Rightarrow EI \perp MN$ Tươngtự: $OI$ làtrungtrựccủađâycung $BC$ $OI \perp BC$ + Gọi $AK \cap QN = \{D\}$ , ta chứngminh $ANM = AKC (= ABC)$ Suy ra túgiác $DNCK$ làtúgiácnôitiếp. Mà $ACK = 90^\circ \Rightarrow NDK = 90^\circ$ $\Rightarrow AO \perp MN$ $\Rightarrow AE // OI(\perp BC)$ và $AO // EI(\perp MN)$ $\Rightarrow$ túgiác $AEIO$ làhìnhbìnhhành $\Rightarrow AE = OI = \frac{1}{2} AH.$ Lại có $OK = \frac{1}{2} AK$ và $HAK = IOK$ (haigócdòngvícủa $OI // AH$ )	0,25 0,25

	$\Rightarrow \Delta KIO \sim \Delta KAH (c - g - c)$ $\Rightarrow OKI = AKI$ $\Rightarrow H, I, K$ thẳng hàng Mà $R, H, K$ thẳng hàng $\Rightarrow R, H, I$ thẳng hàng (đpcm)	
5	Cho các số thực dương $x, y, z$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{7}$ Chứng minh rằng: $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq 3 + 3\sqrt{7}$	0,5
	+ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho $8+2\sqrt{7}$ và $8+14x$ ta có: $\sqrt{(8+2\sqrt{7})(8+14x)} \leq \frac{8+2\sqrt{7}+8+14x}{2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{8+14x} \leq \frac{8+\sqrt{7}+7x}{\sqrt{7}+1}$ + Chứng minh tương tự ta có: $\sqrt{8+14y} \leq \frac{8+\sqrt{7}+7y}{\sqrt{7}+1}$ Và $\sqrt{8+14z} \leq \frac{8+\sqrt{7}+7z}{\sqrt{7}+1}$ Cộng vế với vế của ba bất đẳng thức ta có: $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq \frac{24+3\sqrt{7}+7(x+y+z)}{\sqrt{7}+1}$ $(x+y+z)^2 \leq 3(x^2 + y^2 + z^2)$ Mà: $\Leftrightarrow x+y+z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)} = \frac{3}{\sqrt{7}}$ $\Rightarrow \sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq \frac{24+3\sqrt{7}+7 \cdot \frac{3}{\sqrt{7}}}{\sqrt{7}+1} = \frac{24+6\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1} = 3+3\sqrt{7}$ + Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{\sqrt{7}}$	0,25

**ĐỀ 102****SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TUYÊN  
QUANG****KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN****NĂM HỌC 2012 - 2013****MÔN THI: TOÁN CHUYÊN****ĐỀ CHÍNH THỨC****Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)****(Đề này có 01 trang)****Câu 1** (3 điểm).

1) Giải phương trình:  $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$

2) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+2y-2xy+z^2=1 \end{cases}$

3) Tìm nghiệm nguyên  $(x, y)$  của phương trình

$$x^2 + x - y^2 + y = 3$$

**Câu 2** (2 điểm). Cho phương trình:  $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0$ 

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3, x_4$  với mọi giá trị của  $m$

2) Tìm giá trị của  $m$  sao cho các nghiệm của phương trình thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$$

**Câu 3** (1 điểm). Chứng minh:  $A = n^3 + 11n$  chia hết cho 6 với mọi  $n \in \mathbb{N}$ 

**Câu 4** (3 điểm). Cho góc  $xOy$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Đường tròn có tâm  $K$  nằm trong góc  $xOy$  tiếp xúc với tia  $Ox$  tại  $M$  và tiếp xúc với tia  $Oy$  tại  $N$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $P$  sao cho  $OP = 3OM$ . Tiếp tuyến của đường tròn ( $K$ ) qua  $P$  cắt tia  $Oy$  tại  $Q$  khác  $O$ . Đường thẳng  $PK$  cắt đường thẳng  $MN$  ở  $E$ . Đường thẳng  $QK$  cắt đường thẳng  $MN$  ở  $F$ .

- a) Chứng minh tam giác  $MPE$  đồng dạng với tam giác  $KPQ$ .
- b) Chứng minh tứ giác  $PQEF$  nội tiếp được trong đường tròn.
- c) Gọi  $D$  là trung điểm của đoạn  $PQ$ . Chứng minh tam giác  $DEF$  là một tam giác đều.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

**Câu 5** (1 điểm). Chứng minh:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5$$

-Hết-

**Ghi chú:**

- + Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.
- + Thí sinh không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TUYÊN QUANG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN  
NĂM HỌC 2012-2013

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN  
TOÁN CHUYÊN  
(Đáp án có 04 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu 1	<p>1) Giải pt: <math>\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3</math></p> <p>đ/k: <math>\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 6</math></p> <p>Đặt: <math>\begin{cases} u = \sqrt{x+3} \\ v = \sqrt{6-x} \end{cases}, u, v \geq 0</math></p> <p>pt trở thành: <math>\begin{cases} u^2 + v^2 = 9 \\ u+v-uv = 3 \end{cases}</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2 - 2uv = 9 \\ u+v = 3+uv \end{cases}$ $\Rightarrow (3+uv)^2 - 2uv = 9$ $\Leftrightarrow \begin{cases} uv = 0 \\ uv = -4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \end{cases}$	1,0 điểm 0,25 0,25 0,25 0,25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 0 \\ \sqrt{6-x} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 6 \end{cases}$ <p>Vậy pt có nghiệm <math>x=-3; x=6</math></p>	0,25
	<p>2) Giải hệ pt:</p> $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2xy + z^2 = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 - z \\ 2xy = z^2 - 2(x + y) - 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 - z \\ 2xy = z^2 - 2z + 1 = (1 - z)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow 2xy = (x+y)^2$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 0$ $\Leftrightarrow x=y=0; z=1$ <p>Hệ pt có nghiệm duy nhất: <math>(x,y,z)=(0,0,1)</math></p>	<b>1,0 điểm</b> 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>3) Tìm nghiệm nguyên <math>(x,y)</math>:</p> $x^2 + x - y^2 + y = 3 \Leftrightarrow x^2 - y^2 + x + y = 3$ $\Leftrightarrow (x-y)(x+y) + x + y = 3 \Leftrightarrow (x+y)(x-y+1) = 3$ <p>Để phương trình có nghiệm nguyên thì:</p> <p><u>Trường hợp 1:</u></p> $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{loại})$ <p><u>Trường hợp 2:</u></p> $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (\text{loại})$ <p><u>Trường hợp 3:</u></p>	<b>1,0 điểm</b> 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25

	$\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-5}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \text{(loại)}$ <p><u>Trường hợp 4:</u></p> $\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-5}{2} \\ y=\frac{-1}{2} \end{cases} \text{(loại)}$ <p>Vậy pt không có nghiệm nguyên</p>	
Câu 2	<p>Cho phương trình: <math>x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0</math></p> <p>1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt</p> $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0 \quad (1)$ <p>Đặt: <math>t = x^2 \quad (t \geq 0)</math></p> <p>pt trở thành: <math>t^2 - 2(m^2+2)t + m^4 + 3 = 0 \quad (2)</math></p> <p>Ta chứng tỏ (2) luôn có 2 nghiệm <math>0 &lt; t_1 &lt; t_2</math></p> $\Delta' = (m^2+2)^2 - (m^4+3) = 4m^2 + 1 > 0, \forall m$ <p>Vậy (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt <math>t_1, t_2</math></p> <p>Ta có: <math>t_1 \cdot t_2 = m^4 + 3</math></p> $t_1 + t_2 = 2(m^2 + 2) > 0, \forall m$ <p>Do đó pt (1) có 4 nghiệm: <math>-\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, -\sqrt{t_2}, \sqrt{t_2}</math></p> <p>2) Tìm giá trị của m sao cho <math>x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11</math></p> <p>Ta có: <math>x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4</math>  <math>= 2(t_1+t_2)+t_1 \cdot t_2</math>  <math>= 4(m^2+2) + m^4+3 = m^4+4m^2+11</math></p> <p>do đó: <math>m^4+4m^2=0</math></p> $\Leftrightarrow m=0$	<p><b>1,0 điểm</b></p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu 3	<p>Chứng minh: <math>A = n^3 + 11n</math>, chia hết cho 6 với mọi <math>n \in \mathbb{N}</math></p> $\begin{aligned} A &= n^3 - n + 12n \\ &= n(n^2 - 1) + 12n \\ &= n(n+1)(n-1) + 12n \end{aligned}$ <p>Vì <math>n(n+1)(n-1) : 6</math></p> <p>và <math>12n : 6</math></p> <p>Vậy <math>A : 6</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu 4		<b>3,0 điểm</b>

	Hình vẽ đúng.	0,25
	<p>a) <b>Chứng minh <math>\triangle MPE \sim \triangle KPQ</math>.</b></p> <p>+ PK là phân giác góc QPO  <math>\Rightarrow MPE = KPQ</math> (1).</p> <p>+ Tam giác OMN đều <math>\Rightarrow EMP = 120^\circ</math>.</p>	0,25
	<p>+ QK cũng là phân giác OQP  <math>QKP = 180^\circ - (KQP + KPQ)</math></p> <p>Mà <math>2KQP + 2KPQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ</math>  <math>\Rightarrow QKP = 120^\circ</math>. Do đó: <math>EMP = QKP</math> (2).</p> <p>Từ (1) và (2), ta có tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.</p>	0,25
	<p>b) <b>Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.</b></p> <p>Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: <math>MEP = KQP</math>,  hay: <math>FEP = FQP</math></p> <p>Suy ra, tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.</p>	0,25
	<p>c) <b>Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh: <math>\triangle DEF</math> đều.</b></p> <p>Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: <math>\frac{PM}{PK} = \frac{PE}{PQ}</math>. Suy ra: <math>\frac{PM}{PE} = \frac{PK}{PQ}</math>.</p> <p>Ngoài ra: <math>MPK = EPQ</math>. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng.</p>	0,25

	Từ đó: $PEQ = PMK = 90^\circ$ . Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF. Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.	0,25 0,25
	Ta có: $FDP = 2FQD = OQP$ ; $EDQ = 2EPD = OPQ$ . $FDE = 180^\circ - (FDP + EDQ) = POQ = 60^\circ$ Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.	0,25
Câu 5	Chứng minh:  Ta có: $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} > \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}}$ ..... $\frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$ $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$ $\Rightarrow 2(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}}) > \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$ $\Rightarrow 2(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}}) > \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{121} - \sqrt{120}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} > 5$	1.0 điểm 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

**Ghi chú:** Thí sinh làm bài không giống đáp án (nếu đúng) vẫn được điểm tối đa theo quy định.

### ĐỀ 103

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ CẦN THƠ

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2016 – 2017

Khóa ngày: 07/6/2016

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (3,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

2) Giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a)  $3x^2 - x - 10 = 0$

b)  $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$

c)  $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$

Câu 2 (1,5 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = -\frac{1}{4}x^2$

1) Vẽ đồ thị của (P)

2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng d:  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

Câu 3 (1,5 điểm). Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho phương trình  $x^2 - (m+1)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tìm  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho hai nghiệm này lần lượt là giá trị độ dài của hai cạnh liên tiếp của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng  $\sqrt{10}$

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn.  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn ( $O; R$ ). Gọi  $H$  là chân đường cao từ đỉnh  $A$  của  $\Delta ABC$  và  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn ( $O; R$ ) cắt đường thẳng  $BC$  tại  $N$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $ANMO$  nội tiếp
- 2) Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $AO$  với đường tròn ( $O; R$ ). Chứng minh  $AB \cdot AC = AK \cdot AH$
- 3) Dựng đường phân giác  $AD$  của  $\Delta ABC$  ( $D$  thuộc cạnh  $BC$ ). Chứng minh  $\Delta NAD$  cân
- 4) Giả sử  $BAC = 60^\circ$ ,  $OAH = 30^\circ$ . Gọi  $F$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $AH$  với đường tròn ( $O; R$ ). Tính theo  $R$  diện tích của tứ giác  $BFKC$ .

### ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THÀNH PHỐ CẦN THƠ

NĂM HỌC 2016 – 2017

Câu 1:

1)  $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{1} + 2 - \sqrt{3} = 4 \end{aligned}$$

2)  $3x^2 - x - 10 = 0$

$\Delta = (-1)^2 + 120 = 121$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{121}}{6} = \frac{-5}{3} \\ x = \frac{1+\sqrt{121}}{6} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x = 2$ ;  $x = \frac{-5}{3}$

b)  $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$

Đặt  $x^2 = t$  ( $t \geq 0$ )

Phương trình trở thành

$9t^2 - 16t - 25 = 0$

Có  $a - b + c = 9 + 16 - 25 = 0$

nghiệm phân biệt  $t = -1$  (loại) hoặc  $t = \frac{25}{9}$  (thỏa mãn)

Với  $t = \frac{25}{9}$  ta có  $x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$  hoặc  $x = -\frac{5}{3}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x = \frac{5}{3}; x = -\frac{5}{3}$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 9x + 3y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất  $(2; -1)$

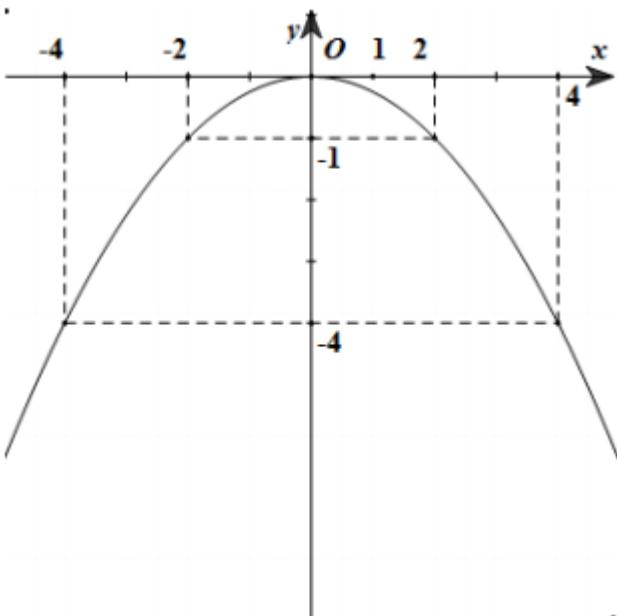
Câu 2:

(P):  $y = -\frac{1}{4}x^2$

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

vẽ



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng d là

$$-\frac{1}{4}x^2 = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3 \cdot 4 = 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{4+2}{3} = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = \frac{2}{3} \text{ ta có } y = \frac{-1}{9} \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9}\right)$$

$$\text{Với } x = 2 \text{ ta có } y = -1 \Rightarrow B(2; -1)$$

$$\text{Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là } A\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9}\right) \text{ và } B(2; -1)$$

**Câu 3.** Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là  $x$  (ngàn đồng) ( $0 < x < 850$ )

Số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là  $y$  (ngàn đồng) ( $0 < y < 850$ )

Tổng số tiền mua bàn ủi và quạt điện là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x+y=850 \quad (1)$$

$$\text{Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là: } \frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$$

$$\text{Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là: } \frac{80}{100}y = \frac{8}{10}y$$

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 850 - 125$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 850 \\ \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 450 \\ y = 400 \end{cases}$$

Số tiền thực tế mua 1 cái bàn ủi là:  $\frac{9}{10} \cdot 450 = 405$  (ngàn đồng)

Số tiền thực tế mua 1 cái quạt điện là:  $\frac{8}{10} \cdot 400 = 320$  (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là:  $450 - 405 = 45$  (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là:  $400 - 320 = 80$  (ngàn đồng)

ĐS. 45 và 80 (ngàn đồng)

#### Câu 4

$$x^2 - (m+3)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+3)^2 - 4(-2m^2 + 3m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 6m + 9) + (8m^2 - 12m - 8) > 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 6m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (3m-1)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$$

Với điều kiện đó, ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 3 \\ x_1 x_2 = -2m^2 + 3m + 3 \end{cases}$  (Viết)

Để hai nghiệm  $x_1, x_2$  là độ dài của hai cạnh lân tiếp của hình chữ nhật có đường chéo bằng  $\sqrt{10}$ ,  
điều kiện cần là:

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - 2(-2m^2 + 3m + 2) = 10$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 5 = 0$$

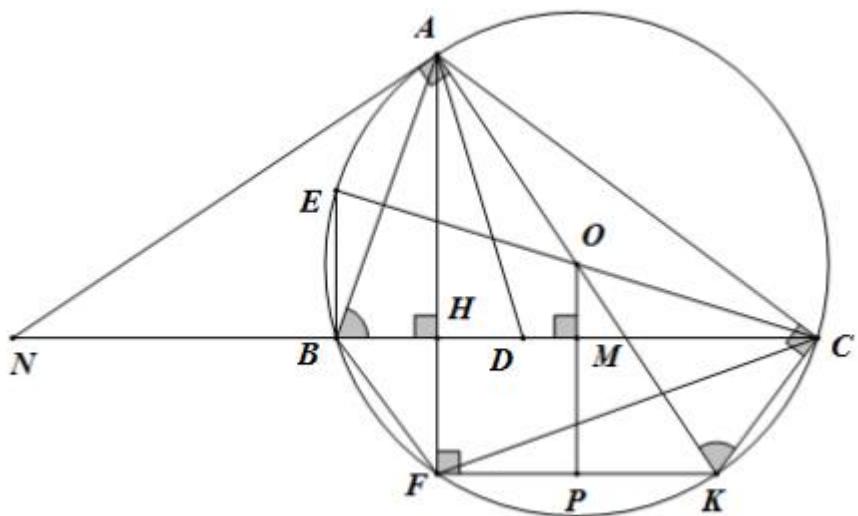
$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Với  $m = 1$  có  $x_1 = 3, x_2 = 1$  (thỏa mãn)

Với  $m = -1$  có  $x_1 = 3, x_2 = -1$  (loại vì  $x_2 < 0$  không phải là độ dài của một đoạn thẳng)

Vậy  $m = 1$

#### Câu 5



1) Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên  $OAN = 90^\circ$

Vì M là trung điểm dây BC của (O) nên  $OM \perp BC \Rightarrow OMN = 90^\circ \Rightarrow OAN + OMN = 180^\circ$

Suy ra ANMO là tứ giác nội tiếp

2) Vì AK là đường kính của (O),  $C \in (O)$  nên  $ACK = 90^\circ$

$$\Rightarrow ACK = OHB = 90^\circ$$

Mặt khác vì ABKC là tứ giác nội tiếp nên

$AKC = ABH \Rightarrow$  tam giác AKC đồng dạng với tam giác ABH (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow AK \cdot AH = AB \cdot AC$$

3) Ta có  $NAB = ACB \Rightarrow NAD = NAB + BAD = ACB + BAD$

Theo công thức góc ngoài ta có  $NDA = DAC + ACB$

Vì AD là phân giác của góc A nên  $BAD = DAC \Rightarrow NAD = NDA$

Suy ra  $\Delta AND$  cân tại N

4) Có  $AF \perp FK$  mà  $AF \perp BC \Rightarrow BC // FK \Rightarrow BCKF$  là hình thang

Gọi P là trung điểm FK  $\Rightarrow OP \perp FK \Rightarrow OP \perp BC \Rightarrow O, M, P$  thẳng hàng

Gọi E là điểm đối xứng với C qua O  $\Rightarrow \Delta EBC$  vuông tại B và  $BEC = BAC = 60^\circ$

$$\Rightarrow EB = EC \cdot \cos 60^\circ = R$$

$$BC = EC \cdot \sin 60^\circ = R\sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{EB}{2} = \frac{R}{2}$$

Có  $\Delta AFK$  vuông tại F và

$$FAK = 30^\circ \Rightarrow FK = AK \cdot \sin 30^\circ = R$$

$$AF = AK \cdot \cos 30^\circ = R\sqrt{3} \Rightarrow OP = \frac{AF}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$MP = OP - OM = \frac{R(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

Diện tích hình thang BCKF là

$$S_{BCKF} = \frac{1}{2} MP \cdot (BC + FK) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R(\sqrt{3} - 1)}{2} (R\sqrt{3} + R) = R^2 \cdot \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}{4} = \frac{R^2}{2} (dvdt)$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

## **ĐỀ 104**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HƯNG YÊN**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2016 – 2017**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)

### **Câu 1 (2,0 điểm)**

- a) Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3})$

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

### **Câu 2 (1,5 điểm)**

- a) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x^2$ , biết hoành độ của điểm A bằng 2.  
b) Tìm m để hàm số bậc nhất  $y = (m-2)x-1$  ( $m \neq 2$ ) đồng biến trên  $R$ .

### **Câu 3 (1,5 điểm).**

Cho phương trình  $x^2 - x - m + 2 = 0$  (m là tham số).

- a) Giải phương trình với  $m = 3$   
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  ( $x_1 > x_2$ ) thỏa mãn  $2x_1 + x_2 = 5$ .

### **Câu 4 (1,5 điểm)**

- a) Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy  $r = 2\text{cm}$  và chiều cao  $h = 5\text{cm}$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.  
b) Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt.

### **Câu 5 (2,5 điểm).**

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C sao cho C khác A. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa N và C) với đường tròn. Gọi H là giao điểm và CO và AD.

- a) Chứng minh các điểm C, A, O, D cùng nằm trên một đường tròn.  
b) Chứng minh  $CH \cdot CO = CM \cdot CN$   
c) Tiếp tuyến tại M cua đường tròn (O) cắt CA, CD thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt CA, CD thứ tự tại P, Q. Chứng minh  $PE + QF \geq PQ$ .

### **Câu 6 (1,0 điểm).**

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$$

----- Hết -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a)  $A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{81} + 4\sqrt{9} = 9 + 4 \cdot 3 = 21$

b)  $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm  $(x; y) = (2; -1)$

**Câu 2 (1,5 điểm)**

a) Vì A có hoành độ bằng 2 và thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x^2$  nên  $y = 2 \cdot 2^2 = 8$ .

Vậy A(2; 8)

b) Để hàm số  $y = (m - 2)x - 1$  đồng biến thì  $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ .

Vậy  $m > 2$ .

**Câu 3 (1,5 điểm).**

a) Thay  $m = 3$  vào phương trình ta có:  $x^2 - x - 3 + 2 = 0$  hay  $x^2 - x - 1 = 0$

Có  $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5 > 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:  $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

b) Phương trình  $x^2 - x - m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 7 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$$

Theo Viet ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 & (1) \\ x_1 x_2 = -m + 2 & (2) \end{cases}$

Mà  $2x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow x_2 = 5 - 2x_1$  (3)

Thay (3) vào (1) ta có:  $x_1 + 5 - 2x_1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 4$  thay vào (3) có  $x_2 = -3$ .

Thay  $x_1 = 4$  và  $x_2 = -3$  vào (2) ta có:  $-m + 2 = 4 \cdot (-3)$  nên  $m = 14$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy  $m = 14$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 4 (1,5 điểm)**

a)  $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 2 \cdot 5 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Gọi số xe ban đầu là x (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là  $\frac{24}{x}$  (tấn)

Số xe thực tế là  $x + 2$  (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là  $\frac{24}{x+2}$  (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow 12(x+2) - 12x = x(x+2)$$

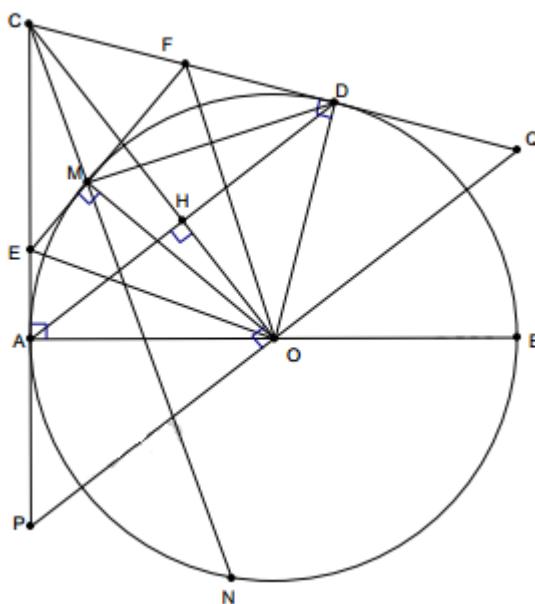
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-24) = 25$$

Từ đó ta tìm được  $x_1 = 4$  (thỏa mãn điều kiện) và  $x_2 = -6$  (loại).

Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Câu 5 (2,5 điểm)



a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O) (gt)

Nên góc CAO = CDO =  $90^\circ$  (theo tính chất tiếp tuyến)

Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn. (điều phải chứng minh).

Cách 2: có góc CAO = CDO =  $90^\circ$  nên góc CAO + CDO =  $180^\circ$

Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại A có đường cao DH nên

$$CH \cdot CO = CD^2 \quad (1)$$

Ta chứng minh được  $\triangle CMD$  đồng dạng với  $\triangle CDN$

$$\text{Nên có } CM \cdot CN = CD^2 \quad (2)$$

(1) và (2) ta có dpcm.

c)

Ta có  $OFQ = MDO$  (cùng phụ với góc FDM)

$$MDA = AOE = \frac{1}{2} \angle AM (1)$$

Tứ giác AODC nội tiếp  $\Rightarrow ADO = ACO$  (Cùng chắn cung AO)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Mà ACO =AOP (cùng phụ với góc P) => ADO=APO (2)

Từ (1) và (2) suy ra POE=MDO=OFQ (3)

Tam giác CPQ cân tại C => P=Q (4)

Từ (3) và (4) ta có tam giác POE đồng dạng với tam giác QFO

$$\Leftrightarrow \frac{PO}{QF} = \frac{PE}{QO} \Leftrightarrow QF \cdot PE = OP \cdot OQ = OP^2$$

Theo Cô-si có  $QF + PE \geq 2\sqrt{QF \cdot PE} = 2\sqrt{OP^2} = 2 \cdot OP = PQ$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi QF = PE (Tức là M là giao điểm của OC và (O)).

#### Câu 6 (1,0 điểm)

Với a,b,c là các số dương và  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$

#### Cách giải 1

- Ta có

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} = \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2 + \frac{3}{4}(a-b)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2}$$

Dấu “=” xảy ra khi a = b

$$\text{Hay } \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Tương tự:  $\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$ . Dấu “=” xảy ra khi c = b

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$$
. Dấu “=” xảy ra khi a = c

Suy ra  $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \sqrt{5}(a+b+c)$

- Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki ta có :

$$(1^2 + 1^2 + 1^2)[(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2] \geq (1 \cdot \sqrt{a} + 1 \cdot \sqrt{b} + 1 \cdot \sqrt{c})^2 = 1$$

$$\text{- Do đó } a+b+c \geq \frac{1}{3} \Rightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Dấu “=” xảy ra khi } & \begin{cases} a > 0; b > 0; c > 0 \\ a = b = c \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \text{Min}P = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ khi và chỉ khi } a = b = c = \frac{1}{9}$$

#### Cách giải 2

Ta chứng minh bất đẳng thức:  $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$  (\*) dấu bằng xảy ra khi  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Thật vậy:

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

$$(*) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq (a+c)^2 + (b+d)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$$

$$\Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sqrt{2}} = \sqrt{\left(a + \frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức \* ta có:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\sqrt{2}} &\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4} + \frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4} + \frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} \\ &\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4} + c + \frac{a}{4} + \frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4} + \frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} \end{aligned}$$

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq (1+1+1)(a+b+c) \Leftrightarrow a+b+c \geq \frac{1}{3}$$

dấu = khi  $a = b = c$

Do đó

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Dấu = khi  $a = b = c = 1/9$

**Cách giải 3**

Ta có:  $2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a+b)^2 - 3ab$

$$\text{Mà } ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$$

Nên

$$2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a+b)^2 - 3ab \geq 2(a+b)^2 - \frac{3}{4}(a+b)^2 = \frac{5}{4}(a+b)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)$$

$$TT: \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$$

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$$

Do đó  $P \geq \sqrt{5}(a+b+c)$

Mặt khác ta có

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x + y + z)^2$$

Áp dụng bất đẳng thức ta có:

$$a+b+c \geq \frac{1}{3}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Min P} = \frac{\sqrt{5}}{3}. \text{ Dấu "=" khi } a=b=c=\frac{1}{9}$$

## ĐỀ 105

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9  
NĂM HỌC 2010-2011

### ĐỀ CHÍNH THỨC

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

#### Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức:  $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$  với  $a > 0, a \neq 1$ .

a) Chứng minh rằng  $M > 4$ .

b) Với những giá trị nào của  $a$  thì biểu thức  $N = \frac{6}{M}$  nhận giá trị nguyên?

#### Bài 2. (2,0 điểm)

a) Cho các hàm số bậc nhất:  $y = 0,5x + 3$ ,  $y = 6 - x$  và  $y = mx$  có đồ thị lần lượt là các đường thẳng ( $d_1$ ), ( $d_2$ ) và ( $\Delta_m$ ). Với những giá trị nào của tham số  $m$  thì đường thẳng ( $\Delta_m$ ) cắt hai đường thẳng ( $d_1$ ) và ( $d_2$ ) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trực hoành và trên trực tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định I(1 ; 2). Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}.$$

#### Bài 3. (2,0 điểm)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 17x + 2y = 2011 & |xy| \\ x - 2y = 3xy \end{cases}$$

b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho:  $\sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} = \frac{1}{2}(y+3)$ .

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn ( $\mathcal{C}$ ) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên ( $\mathcal{C}$ ) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn ( $\mathcal{C}$ ) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

- a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.
- b) Chứng minh rằng tích  $AM \cdot AN$  không đổi.
- c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mươi hai số nguyên dương đầu tiên.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Chữ ký của giám thị 1: ..... Chữ ký của giám thị 2: .....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**KÌ THI CHỌN SINH HỌC SINH GIỎI LỚP 9  
NĂM HỌC 2010-2011  
Môn thi: TOÁN**

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9**

Dưới đây là sơ lược biểu điểm của đề thi Học sinh giỏi lớp 9. Các Giám khảo thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải ứng như thang điểm của biểu điểm đã trình bày. Tổ chấm có thể phân chia nhỏ thang điểm đến 0,25 điểm cho từng ý của đề thi. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận và đã thống nhất khi chấm được ghi vào biên bản cụ thể để việc chấm phúc khảo sau này được thống nhất và chính xác.

Học sinh có lời giải khác đúng, chính xác nhưng phải nằm trong chương trình được học thì bài làm đúng đến ý nào giám khảo cho điểm ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Quyết định số 10/2006/BGD-ĐT.

BÀI-Ý	ĐỀ -ĐÁP ÁN	ĐIỂM
-------	------------	------

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

<p><b>Bài 1</b></p> <p>Cho biểu thức: <math>M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}</math> với <math>a &gt; 0, a \neq 1</math>.</p> <p>a) Chứng minh rằng <math>M &gt; 4</math>.</p> <p>b) Với những giá trị nào của <math>a</math> thì biểu thức <math>N = \frac{6}{M}</math> nhận giá trị nguyên.</p>	<p><b>2,00</b></p>
<p>Do <math>a &gt; 0, a \neq 1</math> nên: <math>\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} = \frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}</math> và</p> $\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}} = \frac{(a+1)(a-1)-\sqrt{a}(a-1)}{\sqrt{a}(1-a)} = \frac{(a-1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(1-a)} = \frac{-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$ $\Rightarrow M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + 2$ <p>Do <math>a &gt; 0; a \neq 1</math> nên: <math>(\sqrt{a}-1)^2 &gt; 0 \Leftrightarrow a+1 &gt; 2\sqrt{a}</math></p> $\Rightarrow M > \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 2 = 4$	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
<p>Ta có <math>0 &lt; N = \frac{6}{M} &lt; \frac{3}{2}</math> do đó <math>N</math> chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1</p> <p>Mà <math>N = 1 \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}}{a+1+2\sqrt{a}} = 1 \Leftrightarrow a-4\sqrt{a}+1=0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-2)^2 = 3</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{a} = 2+\sqrt{3}</math> hay <math>\sqrt{a} = 2-\sqrt{3}</math> (phù hợp)</p> <p>Vậy, <math>N</math> nguyên <math>\Leftrightarrow a = (2 \pm \sqrt{3})^2</math></p>	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
<p><b>Bài 2</b></p> <p>a) Cho các hàm số bậc nhất: <math>y = 0,5x + 3</math>, <math>y = 6 - x</math> và <math>y = mx</math> có đồ thị lần lượt là các đường thẳng <math>(d_1)</math>, <math>(d_2)</math> và <math>(\Delta_m)</math>. Với những giá trị nào của tham số <math>m</math> thì đường thẳng <math>(\Delta_m)</math> cắt hai đường thẳng <math>(d_1)</math> và <math>(d_2)</math> lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?</p> <p>b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trực hoành và trên trực tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định I(1 ; 2). Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>Q = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}</math>.</p>	<p><b>2,00</b></p>
<p>Điều kiện để <math>(\Delta_m)</math> là đồ thị hàm số bậc nhất là <math>m \neq 0</math></p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của <math>(d_1)</math> và <math>(\Delta_m)</math> là:</p> $0,5x + 3 = mx \Leftrightarrow (m-0,5)x = 3$ <p>Điều kiện để phương trình này có nghiệm âm là <math>m-0,5 &lt; 0</math> hay <math>m &lt; 0,5</math></p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của <math>(d_2)</math> và <math>(\Delta_m)</math> là:</p> $6 - x = mx \Leftrightarrow (m+1)x = 6$ <p>Điều kiện để phương trình này có nghiệm dương là <math>m+1 &gt; 0</math> hay <math>m &gt; -1</math></p>	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>
	<p><b>0,25</b></p>

	Vậy điều kiện cần tìm là: $-1 < m < 0,5$ ; $m \neq 0$	0,25
	Đặt $m = x_M$ và $n = y_N \Rightarrow m \cdot n \neq 0$ và $m \neq 1$ (*) Nên đường thẳng qua ba điểm M, I, N có dạng: $y = ax+b$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} 0 = am + b \\ 2 = a + b \end{cases} \Rightarrow$ hệ thức liên hệ giữa m và n là $2m + n = mn$ $n = b$	0,25
2.b (1,25đ)	Chia hai vế cho $m \cdot n \neq 0$ ta được: $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$ (**) $\Rightarrow 1 = \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{n}\right)^2 = \frac{1}{m^2} + \frac{4}{n^2} + \frac{4}{mn} = 5\left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right) - \left(\frac{2}{m} - \frac{1}{n}\right)^2$ $\Rightarrow Q = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \geq \frac{1}{5}$ ; dấu “=” xảy ra khi $\frac{2}{m} = \frac{1}{n}$ ; kết hợp (**): $m = 5, n = 2,5$ (thỏa (*)) Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\frac{1}{5}$	0,25
Bài 3	a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 17x + 2y = 2011 xy  \\ x - 2y = 3xy. \end{cases}$ (1) b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} = \frac{1}{2}(y+3)$ (2)	2,0 đ
3.a (1,25đ)	Nếu $xy > 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = 2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1007}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{490}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{490} \\ y = \frac{9}{1007} \end{cases}$ (phù hợp) Nếu $xy < 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = -2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{-1004}{9} \\ \frac{1}{x} = -\frac{1031}{18} \end{cases} \Rightarrow xy > 0$ (loại) Nếu $xy = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x = y = 0$ (nhận). KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0;0)$ và $\left(\frac{9}{490}; \frac{9}{1007}\right)$	0,50
3.b (0,75đ)	Điều kiện $x \geq 0; y - z \geq 0; z - x \geq 0 \Leftrightarrow y \geq z \geq x \geq 0$ (2) $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y-z} + 2\sqrt{z-x} = x + y - z + z - x + 3$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2 + (\sqrt{y-z}-1)^2 + (\sqrt{z-x}-1)^2 = 0$	0,25

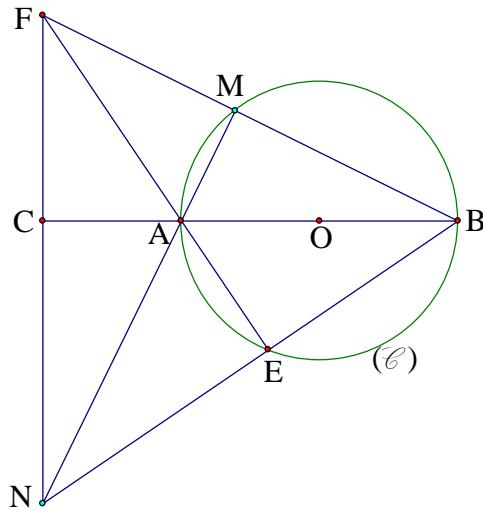
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y - z} = 1 \\ \sqrt{z - x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ z = 2 \end{cases}$$

0,25

**Bài 4**

Cho đường tròn  $(\mathcal{C})$  với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên  $(\mathcal{C})$  sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn  $(\mathcal{C})$  tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

- a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.
- b) Chứng minh rằng tích  $AM \cdot AN$  không đổi.
- c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.



3,0 đ

**4.a  
(1,00đ)**

$$MN \perp BF \text{ và } BC \perp NF$$

0,25

 $\Rightarrow A$  là trực tâm của tam giác BNF

0,25

$$\Rightarrow FA \perp NB$$

0,25

$$\text{Lại có } AE \perp NB$$

 $\text{Nên } A, E, F \text{ thẳng hàng}$ 

0,25

**4.b  
(0,75đ)**

$$CAN = MAB, \text{ nên hai tam giác ACN và AMB đồng dạng.}$$

0,25

$$\text{Suy ra: } \frac{AN}{AB} = \frac{AC}{AM}$$

0,25

$$\text{Hay } AM \cdot AN = AB \cdot AC = 2R^2 \text{ không đổi (với } R \text{ là bán kính đường tròn } (\mathcal{C}))$$

0,25

**4.c  
(1,25đ)**

$$\text{Ta có } BA = \frac{2}{3}BC \text{ nên } A \text{ là trọng tâm tam giác BNF} \Leftrightarrow C \text{ là trung điểm NF (3)}$$

0,25

$$\text{Mặt khác: } CAN = CFM, \text{ nên hai tam giác CNA và CBF đồng dạng}$$

$$\Rightarrow \frac{CN}{BC} = \frac{AC}{CF} \Rightarrow CN \cdot CF = BC \cdot AC = 3R^2$$

0,25

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: } NF = CN + CF \geq 2\sqrt{CN \cdot CF} = 2R\sqrt{3} \text{ không đổi}$$

0,25

$$\text{Nên: } NF \text{ ngắn nhất} \Leftrightarrow CN = CF \Leftrightarrow C \text{ là trung điểm NF (4)}$$

0,25

 $\text{(3) và (4) cho ta: } A \text{ là trọng tâm tam giác BNF} \Leftrightarrow NF \text{ ngắn nhất}$ 

0,25

**Bài 5**

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mươi hai số nguyên dương đầu tiên.

0,75

**(1,00đ)**

$$\text{Đặt: } S = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$$

0,50

	$\Rightarrow \frac{S}{100} = 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \quad (1) \text{ là một số nguyên}$ $\Rightarrow \text{hai chữ số tận cùng của } S \text{ là } 00$ Mặt khác, trong suốt quá trình nhân liên tiếp các thừa số ở vế phải của (1), nếu chỉ để ý đến chữ số tận cùng, ta thấy $\frac{S}{100}$ có chữ số tận cùng là 6 (vì $3 \cdot 4 = 12$ ; $2 \cdot 6 = 12$ ; $2 \cdot 7 = 14$ ; $4 \cdot 8 = 32$ ; $2 \cdot 9 = 18$ ; $8 \cdot 11 = 88$ ; $8 \cdot 12 = 96$ ) Vậy ba chữ số tận cùng của $S$ là 600	
		0,25

--- Kết ---

3.b (0,75đ)	Điều kiện $x \geq 0; y - z \geq 0; z - x \geq 0 \Rightarrow y \geq z \geq x \geq 0$	0,25
	Theo BĐT Cauchy: $\sqrt{x} \leq \frac{x+1}{2}; \sqrt{y-z} \leq \frac{y-z+1}{2}; \sqrt{z-x} \leq \frac{z-x+1}{2}$ $\Rightarrow VP = \sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} \leq \frac{1}{2}(y+3) = VT$	0,25
	Do đó $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-z} = 1 \\ \sqrt{z-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ thỏa điều kiện	0,25

### ĐỀ 106

PHÒNG GD-ĐT CẨM THỦY

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 (ĐỀ SỐ 3)

năm học : 2011 - 2012

**Môn : TOÁN**

(Thời gian làm bài: 150 phút: Vòng 2)

#### Bài 1 ( 3,0 điểm)

Cho các số dương:  $a; b$  và  $x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$ . Xét biểu thức  $P = \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} + \frac{1}{3b}$

1. Chứng minh  $P$  xác định. Rút gọn  $P$ .
2. Khi  $a$  và  $b$  thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

#### Bài 2 (3,0 điểm)

Tìm  $x; y; z$  thoả mãn hệ sau:

$$\begin{cases} x^3 - 3x - 2 = 2 - y \\ y^3 - 3y - 2 = 4 - 2z \\ z^3 - 3z - 2 = 6 - 3x \end{cases}$$

#### Bài 3 ( 3,0 điểm)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Với mỗi số nguyên dương  $n \leq 2008$ , đặt  $S_n = a^n + b^n$ , với  $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ;  $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .

1. Chứng minh rằng với  $n \geq 1$ , ta có  $S_{n+2} = (a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n)$

2. Chứng minh rằng với mọi  $n$  thoả mãn điều kiện đề bài,  $S_n$  là số nguyên.

3. Chứng minh  $S_n - 2 = \left[ \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n - \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2$ . Tìm tất cả các số  $n$  để  $S_n - 2$  là số chính phương.

#### Bài 4 (5,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và điểm E nằm giữa điểm A và điểm B sao cho  $AE < BE$ . Vẽ đường tròn  $(O_1)$  đường kính AE và đường tròn  $(O_2)$  đường kính BE. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài MN của hai đường tròn trên, với M là tiếp điểm thuộc  $(O_1)$  và N là tiếp điểm thuộc  $(O_2)$ .

1. Gọi F là giao điểm của các đường thẳng AM và BN. Chứng minh rằng đường thẳng EF vuông góc với đường thẳng AB.

2. Với  $AB = 18$  cm và  $AE = 6$  cm, vẽ đường tròn  $(O)$  đường kính AB. Đường thẳng MN cắt đường tròn  $(O)$  ở C và D, sao cho điểm C thuộc cung nhỏ AD. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

**Bài 5:** (4đ): Cho  $\Delta ABC$  đường thẳng d cắt AB và AC và trung tuyến AM theo thứ tự . Là E , F , N .

a) Chứng minh :  $\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{2AM}{AN}$

b) Giả sử đường thẳng d // BC. Trên tia đối của tia FB lấy điểm K, đường thẳng KN cắt AB tại P đường thẳng KM cắt AC tại Q.

Chứng minh PQ//BC.

#### Bài 6: (2 điểm)

Cho  $0 < a, b, c < 1$  .Chứng minh rằng :

$$2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$$

----- HẾT -----

#### HƯỚNG DẪN CHẤM: ĐỀ SỐ 3

##### Câu 1. (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
1. (2.0 điểm) Ta có: $a; b; x > 0 \Rightarrow a+x > 0$ $(1)$ Xét $a-x = \frac{a(b-1)^2}{b^2+1} \geq 0$ $(2)$	0,25 0,25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Ta có $a+x > a-x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a+x} - \sqrt{a-x} \neq 0$ (3) Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow P$ xác định Rút gọn: $\text{Ta có: } a+x = a + \frac{2ab}{b^2+1} = \frac{a(b+1)^2}{b^2+1} \Rightarrow \sqrt{a+x} = (b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}$ $a-x = a - \frac{2ab}{b^2+1} = \frac{a(b-1)^2}{b^2+1} \Rightarrow \sqrt{a-x} =  b-1 \sqrt{\frac{a}{b^2+1}}$ $\Rightarrow P = \frac{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}} +  b-1 \sqrt{\frac{a}{b^2+1}}}{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}} -  b-1 \sqrt{\frac{a}{b^2+1}}} + \frac{1}{3b} = \frac{b+1 +  b-1 }{b+1 -  b-1 } + \frac{1}{3b}$	0,25
$\square$ Nếu $0 < b < 1 \Rightarrow P = \frac{2}{2b} + \frac{1}{3b} = \frac{4}{3b}$	0,25
$\square$ Nếu $b \geq 1 \Rightarrow P = b + \frac{1}{3b} = \frac{3b^2 + 1}{3b}$	0,25
<b>2. (1.0 điểm)</b>	0,25
Xét 2 trường hợp:	
$\square$ Nếu $0 < b < 1$ , $a$ dương tuỳ ý thì $P = \frac{4}{3b} \Rightarrow P > \frac{4}{3}$	
$\square$ Nếu $b \geq 1$ , $a$ dương tuỳ ý thì $P = b + \frac{1}{3b} = \left(\frac{b}{3} + \frac{1}{3b}\right) + \frac{2b}{3}$	
Ta có: $\frac{b}{3} + \frac{1}{3b} \geq \frac{2}{3}$ , dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b = 1$	0,25
Mặt khác: $\frac{2b}{3} \geq \frac{2}{3}$ , dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b = 1$	0,25
Vậy $P \geq \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ , dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b = 1$	0,25
KL: Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{4}{3}$	
	0,25
	0,25

**Câu 2 (3,0 điểm)**

Tóm tắt lời giải	Điểm
------------------	------

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Biến đổi tương đương hệ ta có $\begin{cases} (x-2)(x+1)^2 = 2-y \\ (y-2)(y+1)^2 = 2(2-z) \\ (z-2)(z+1)^2 = 3(2-x) \end{cases}$	1,00
Nhân các vế của 3 phương trình với nhau ta được: $(x-2)(y-2)(z-2)(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 = -6(x-2)(y-2)(z-2)$ $\Leftrightarrow (x-2)(y-2)(z-2)[(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 + 6] = 0$ $\Leftrightarrow (x-2)(y-2)(z-2) = 0$ $\Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } y = 2 \text{ hoặc } z = 2$	0,50
Với $x = 2$ hoặc $y = 2$ hoặc $z = 2$ thay vào hệ ta đều có $x = y = z = 2$	0,25
Vậy với $x = y = z = 2$ thoả mãn hệ đã cho	0,50
	0,25

### Câu 3 (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
<b>1. (1,0 điểm)</b> Với $n \geq 1$ thì $S_{n+2} = a^{n+2} + b^{n+2}$ <span style="float: right;">(1)</span> Mặt khác: $(a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n) = a^{n+2} + b^{n+2}$ <span style="float: right;">(2)</span> Từ (1); (2) ta có điều phải chứng minh	0,25
<b>2. (1,0 điểm)</b> Ta có: $S_1 = 3; S_2 = 7$ Do $a + b = 3; ab = 1$ nên theo 1 ta có: với $n \geq 1$ thì $S_{n+2} = 3S_{n+1} - S_n$ Do $S_1, S_2 \in \mathbb{Z}$ nên $S_3 \in \mathbb{Z}$ ; do $S_2, S_3 \in \mathbb{Z}$ nên $S_4 \in \mathbb{Z}$ Tiếp tục quá trình trên ta được $S_5; S_6; \dots; S_{2008} \in \mathbb{Z}$	0,25
<b>3. (1,0 điểm)</b> Ta có $S_n - 2 = \left[ \left( \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^n + \left[ \left( \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^n - 2$ $= \left[ \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n \right]^2 + \left[ \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2 - 2 \left[ \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right) \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) \right]^n$ $= \left[ \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n - \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2 \text{ đpcm}$	0,25
Đặt $a_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}; b_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow a_1 + b_1 = \sqrt{5}; a_1 b_1 = 1$	0,25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Xét $U_n = a_1^n - b_1^n$ Với $n \geq 1$ thì $U_{n+2} = (a_1 + b_1)(a_1^{n+1} - b_1^{n+1}) - a_1 b_1 (a_1^n - b_1^n) \Rightarrow U_{n+2} = \sqrt{5} U_{n+1} - U_n$ Ta có $U_1 = 1 \in \mathbb{Z}$ ; $U_2 = \sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$ ; $U_3 = 4 \in \mathbb{Z}$ ; $U_4 = 3\sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$ ; ... Tiếp tục quá trình trên ta được $U_n$ nguyên $\Leftrightarrow n$ lẻ Vậy $S_n - 2$ là số chính phương $\Leftrightarrow n = 2k+1$ với $k \in \mathbb{Z}$ và $0 \leq k \leq 1003$	0,25
	0,25

## Câu 4 (5,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
1. (2,5 điểm) $O_1M; O_2N \perp MN \Rightarrow O_1M / / O_2N$	0,25
Do $O_1; E; O_2$ thẳng hàng nên $\angle MO_1E = \angle NO_2B$	0,25
Các tam giác $O_1ME; O_2NB$ lần lượt cân tại $O_1$ và $O_2$ nên ta có: $\angle MEO_1 = \angle NBO_2$ (1)	0,25
Mặt khác ta có: $\angle AME = 90^\circ \Rightarrow \angle MAE + \angle MEO_1 = 90^\circ$ (2)	0,25
$\Rightarrow \angle MAE + \angle NBO_2 = 90^\circ \Rightarrow \angle AFB = 90^\circ$	0,25
$\Rightarrow$ Tứ giác FMEN có 3 góc vuông $\Rightarrow$ Tứ giác FMEN là hình chữ nhật	0,25
$\Rightarrow \angle NME = \angle FEM$ (3)	0,25
Do $MN \perp MO_1 \Rightarrow \angle MNE + \angle EMO_1 = 90^\circ$ (4)	0,25
Do tam giác $O_1ME$ cân tại $O_1 \Rightarrow \angle MEO_1 = \angle EMO_1$ (5)	0,25
Từ (3); (4); (5) ta có: $\angle FEM + \angle MEO_1 = 90^\circ$ hay $\angle FEO_1 = 90^\circ$ (đpcm)	0,25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

**2. (2,5 điểm)**

Ta có  $EB = 12 \text{ cm} \Rightarrow O_1M = 3 \text{ cm} < O_2N = 6 \text{ cm}$

$\Rightarrow MN$  cắt  $AB$  tại  $S$  với  $A$  nằm giữa  $S$  và  $B$ .

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } CD \Rightarrow CD \perp OI \Rightarrow OI // O_1M // O_2N \Rightarrow \frac{O_1M}{O_2N} = \frac{SO_1}{SO_2}$$

$$\Rightarrow SO_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 + O_1O_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 = O_1O_2$$

$$\text{Do } O_1O_2 = 3 + 6 = 9 \text{ cm} \Rightarrow SO_1 = O_1O_2 = 9 \text{ cm} \Rightarrow SO = SO_1 + O_1O = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{OI}{O_1M} = \frac{SO}{SO_1} \Rightarrow OI = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Xét tam giác } COI \text{ vuông tại } I \text{ ta có: } CI^2 + OI^2 = CO^2 \Rightarrow CI^2 + 25 = CO^2$$

$$\text{Ta có: } CO = 9 \text{ cm} \Rightarrow CI^2 + 25 = 81 \Rightarrow CI = \sqrt{56}$$

$$\Rightarrow CD = 4\sqrt{14} \text{ cm}$$

0,5

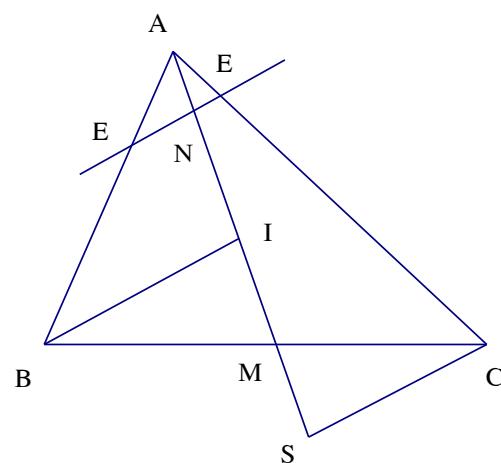
0,25

0,25

0,5

0,25

0,25

**Câu 5 (2,0 điểm)****Điểm****a)**

Kẻ  $BI, CS // EF$  ( $I, S \in AM$ )

$$\text{Ta có: } \frac{AB}{AE} = \frac{AI}{AN}, \frac{AC}{AF} = \frac{AS}{AN}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{AI}{AN} + \frac{AS}{AN} (*)$$

1,0

Ta có:  $\Delta BIM = \Delta CSM$  (cgc)

$$\Rightarrow IM = MS$$

$$\text{Vậy: } AI + AS = AI + AI + IM + MS = 2AM$$

<p>Thay vào (*) ta được (đpcm)</p> <p>Khi <math>d \parallel BC \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow N</math> là trung điểm của EF  + Từ F kẻ đường thẳng song song với AB cắt KP tại L  Ta có: <math>\Delta NFP = \Delta NFL(cgc) \Rightarrow EP = LF</math></p> <p>Do đó :</p> $\frac{EP}{PB} = \frac{LF}{PB} = \frac{KF}{KB} \quad (1)$ <p>+ Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt KM tại H  Ta có <math>\Delta BMH = \Delta CMQ(cgc)</math>  <math>\Rightarrow BH = QC</math></p> <p>Do đó: <math>\frac{FQ}{QC} = \frac{FQ}{BH} = \frac{KF}{KB} \quad (2)</math></p> <p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow \frac{FP}{PB} = \frac{FQ}{QC} \Rightarrow PQ \parallel BC \quad (\text{đpcm})</math></p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
---	--

**Bài 6: 2 điểm)**

$$\text{Do } a < 1 \Rightarrow a^2 < 1 \text{ và } b < 1$$

$$\text{Nên } (1-a^2).(1-b) > 0 \Rightarrow 1+a^2b-a^2-b > 0$$

$$\text{Hay } 1+a^2b > a^2+b \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } 0 < a, b < 1 \Rightarrow a^2 > a^3 ; \quad b > b^3$$

$$\Rightarrow b + a^2 > a^3 + b^3$$

$$\text{Vậy } a^3 + b^3 < 1 + a^2b$$

Tương tự ta có

$$b^3 + c^3 < 1 + b^2c$$

$$a^3 + c^3 < 1 + c^2a$$

$$\Rightarrow 2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$$

0,5

0,5

0,5

0,25

0,25

0,5

**ĐỀ 107**

UBND HUYỆN

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2013-2014

MÔN: TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

**Bài 1: (4 điểm)** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left( 1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$ .

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với  $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$ .

**Bài 2: (4 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (D) và (L) lần lượt là đồ thị của hai hàm số:  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  và  $y = |x|$ .

a) Vẽ đồ thị (D) và (L).

b) (D) và (L) cắt nhau tại M và N. Chứng minh OMN là tam giác vuông.

**Bài 3: (4 điểm)** Giải phương trình:  $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ .

**Bài 4: (2 điểm)** Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I.

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2}$ .

**Bài 5: (6 điểm)**

Cho hai đường tròn ( $O$ ) và ( $O'$ ) ở ngoài nhau. Đường nối tâm  $OO'$  cắt đường tròn ( $O$ ) và ( $O'$ ) tại các điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường thẳng. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài EF,  $E \in (O)$  và  $F \in (O')$ . Gọi M là giao điểm của AE và DF; N là giao điểm của EB và FC. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác MENF là hình chữ nhật.

b)  $MN \perp AD$ .

c)  $ME \cdot MA = MF \cdot MD$ .

----- Kết -----

UBND HUYỆN

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM THI  
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN  
NĂM HỌC 2013-2014-MÔN: TOÁN LỚP 9

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI

Bài	Đáp án	Điểm
1	ĐKXĐ: $x \geq 0; y \geq 0; xy \neq 1$ .	0,5 đ
a)	<p>Mẫu thức chung là <math>1 - xy</math></p> $P = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{xy}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})(1 - \sqrt{xy})}{1 - xy} : \frac{1 - xy + x + y + 2xy}{1 - xy}$ $= \frac{\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y} + y\sqrt{x} + \sqrt{x} - x\sqrt{y} - \sqrt{y} + y\sqrt{x}}{1 - xy} : \frac{1 - xy}{1 + x + y + xy}$ $= \frac{2(\sqrt{x} + y\sqrt{x})}{(1 + x)(1 + y)} = \frac{2\sqrt{x}(1 + y)}{(1 + x)(1 + y)} = \frac{2\sqrt{x}}{1 + x}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	$x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} =  \sqrt{3} - 1  = \sqrt{3} - 1$ $P = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{1 + (\sqrt{3} - 1)^2} = \frac{2\sqrt{3} - 2}{1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1} =$ $P = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{5 - 2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} + 2}{13}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
2 a)	<p>Đồ thị <math>y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}</math> có: <math>\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}</math></p> <p>Đồ thị <math>y =  x  = \begin{cases} x \text{ khi } x \geq 0 \\ -x \text{ khi } x \leq 0 \end{cases}</math></p> <p>Đồ thị như hình vẽ:</p>	0,5 đ 0,5 đ 1 đ

b)	<p>Đồ thị (D) và (L) cắt nhau tại hai điểm có tọa độ M(1; 1) và N(-3; 3)</p> <p>Ta có: <math>OM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow OM^2 = 2</math></p> <p><math>ON = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow ON^2 = 18</math></p> <p><math>MN = \sqrt{(1 - 3)^2 + (1 + 3)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow MN^2 = 20</math></p> <p>Vì: <math>OM^2 + ON^2 = MN^2</math></p> <p>Vậy: tam giác OMN vuông tại O</p>	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
3	<p>Ta thấy <math>x = 0</math> không phải là nghiệm của phương trình</p> <p>Chia cả 2 vế của phương trình cho <math>x^2</math> ta được:</p> $6x^2 - 5x - 38 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} = 0$ $\Leftrightarrow 6(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 5(x + \frac{1}{x}) - 38 = 0$ <p>Đặt <math>y = x + \frac{1}{x}</math> thì: <math>x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2</math></p> <p>Ta được pt: <math>6y^2 - 5y - 50 = 0 \Leftrightarrow (3y - 10)(2y + 5) = 0</math></p> <p>Do đó: <math>y = \frac{10}{3}</math> và <math>y = -\frac{5}{2}</math></p> <p>* Với <math>y = \frac{10}{3}</math> thì: <math>x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0</math></p> $\Leftrightarrow (3x - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = 3 \end{cases}$ <p>* Với <math>y = -\frac{5}{2}</math> thì: <math>x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0</math></p>	1 đ 1 đ 1 đ 1 đ 1 đ

	$\Leftrightarrow (2x + 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = -\frac{1}{2} \\ x_4 = -2 \end{cases}$	
4		
	<p>Vẽ <math>Ax \perp Al</math> cắt đường thẳng <math>CD</math> tại <math>J</math>.          Ta có <math>\Delta AJI</math> vuông tại <math>A</math>, có <math>AD</math> là đường cao thuộc cạnh huyền <math>IJ</math>, nên:</p> $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AJ^2} + \frac{1}{AI^2} \quad (1)$ <p>Xét hai tam giác vuông <math>ADJ</math> và <math>ABM</math>, ta có:  <math>AB = AD = a</math>; <math>\angle DAJ = \angle BAM</math> (góc có cạnh tương ứng vuông góc)  <math>\Rightarrow \Delta ADJ \sim \Delta ABM</math>. Suy ra: <math>AJ = AM</math></p> <p>Thay vào (1) ta được: <math>\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2}</math> (đpcm)</p>	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
5		

a)	Ta có $AEB = CFD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Vì EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và ( $O'$ ), nên: $OE \perp EF$ và $OF \perp EF \Rightarrow OE \parallel OF$ $\Rightarrow EOB = FO'D$ (góc đồng vị) $\Rightarrow EAO = FCO'$ Do đó $MA \parallel FN$ , mà $EB \perp MA \Rightarrow EB \perp FN$ Hay $ENF = 90^\circ$ . Tứ giác MENF có $E = N = F = 90^\circ$ , nên MENF là hình chữ nhật	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	Gọi I là giao điểm của MN và EF; H là giao điểm của MN và AD Vì MENF là hình chữ nhật, nên $IFN = INF$ Mặt khác, trong đường tròn ( $O'$ ): $IFN = FDC = \frac{1}{2}$ sđ FC $\Rightarrow FDC = HNC$ Suy ra $\Delta FDC$ đồng dạng $\Delta HNC$ (g-g) $\Rightarrow NHC = DFC = 90^\circ$ hay $MN \perp AD$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
c)	Do MENF là hình chữ nhật, nên $MFE = FEN$ Trong đường tròn (O) có: $FEN = EAB = \frac{1}{2}$ sđ EB $\Rightarrow MFE = EAB$ Suy ra $\Delta MEF$ đồng dạng $\Delta MDA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{ME}{MD} = \frac{MF}{MA}$ , hay $ME \cdot MA = MF \cdot MD$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

**ĐỀ 108****ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9**

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

**Câu 1: (5đ)**

Cho biểu thức  $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

- a. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M
- b. Tìm x để  $M = 5$
- c. Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $M \in \mathbb{Z}$ .

**Câu: 2(2đ).** Cho  $4a^2+b^2=5ab$  với  $2a>b>0$ .

Tính giá trị của biểu thức:  $P = \frac{ab}{4a^2 - b^2}$

**Câu 3(4đ)**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

- a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$
- b. Chứng minh rằng với mọi số thực a,b,c ta có  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

**Câu: 4 (4đ)**

- a. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
- b. Giải phương trình:  $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$

**Câu: 5 (5đ)** Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC.

- 1) Tứ giác BEDF là hình gì vì sao?
- 2) Gọi CH và CK lần lượt là đường cao của tam giác ACB và tam giác ACD. Chứng minh rằng.
  - a. Tam giác CHK và tam giác ABC đồng dạng.
  - b.  $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC^2$

**ĐÁP ÁN****Câu: 1(5đ)**

a) ĐK  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$  0,5đ

$$\text{Rút gọn } M = \frac{2\sqrt{x} - 9 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \quad 0,5\text{đ}$$

Biến đổi ta có kết quả:  $= \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$  0,5đ

$$= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \quad 1\text{đ}$$

b)  $M = 5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3} = 5$  1đ  
 $\Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16(TM)$

c)  $M = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = \frac{\sqrt{x} - 3 + 4}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}$  0,5đ

Do  $M \in \mathbb{Z}$  nên  $\sqrt{x} - 3$  là ước của 4  $\Rightarrow \sqrt{x} - 3$  nhận các giá trị: -4;-2;-1;1;2;4 0,5đ

$\Rightarrow x \in \{1;4;16;25;49\}$  do  $x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1;16;25;49\}$  0,5đ

**Câu: 2 (2đ)**

Phân tích được  $4a^2 + b^2 = 5ab$  thành  $(a-b)(4a-b)=0$  0,5đ

$$<=> a=b \text{ hoặc } 4a=b \quad 0,5\text{đ}$$

Lập luận chỉ ra  $a=b$  (nhận)  $4a=b$  (loại)  $0,5\text{đ}$

$$\text{Tính được } P = \frac{ab}{4a^2 - b^2} = \frac{a^2}{3a^2} = \frac{1}{3} \quad 0,5\text{đ}$$

### Câu: 3 (4đ)

a. Viết được  $A = \frac{2x^2 - 4x + 2 + x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1} = 2 + \frac{(x-2)^2}{(x-1)^2} \geq 2 \quad 1,5\text{đ}$

Lập luận  $\min A = 2$  khi  $x-2=0 \Rightarrow x=2 \quad 0,5\text{đ}$

b. biến đổi  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

$$<=> 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ca \quad 0,5\text{đ}$$

$$<=> a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 \geq 0 \quad 0,5\text{đ}$$

$$<=> (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0 \quad 0,5\text{đ}$$

Lập luận  $\Rightarrow$  khẳng định  $0,5\text{đ}$

### Câu: 4 (4đ)

a.  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$   
 $= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + z^3 - 3x^2y - 3xy^2 - 3xyz \quad 0,5\text{đ}$   
 $= (x+y)^3 + z^3 - 3xyz(x+y+z) \quad 0,5\text{đ}$   
 $= (x+y+z)(x^2 + 2xy + y^2 + z^2 - xz - yz) - 3xy(x+y+z) \quad 0,5\text{đ}$   
 $= (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \quad 0,5\text{đ}$

b. Giải phương trình:  $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$

$$<=> x^4 - 2x^3 + 4x^3 - 8x^2 + 4x^2 - 8x + 3x - 6 = 0 \quad 0,5\text{đ}$$

$$<=> x^3(x-2) + 4x^2(x-2) + 4x(x-2) + 3(x-2) = 0 \quad 0,5\text{đ}$$

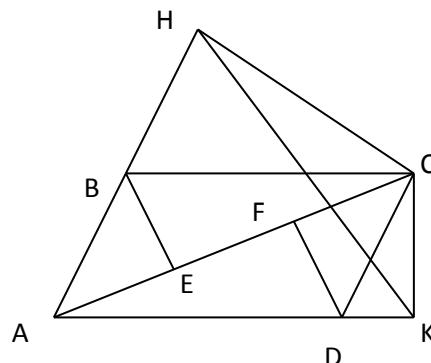
$$<=> (x-2)(x^3 + 4x^2 + 4x + 3) = 0 \quad 0,25\text{đ}$$

$$<=> (x-2)(x^3 + 3x^2 + x^2 + 3x + x + 3) = 0 \quad 0,25\text{đ}$$

$$<=> (x-2)[x^2(x+3) + x(x+3) + (x+3)] = 0 \quad 0,25\text{đ}$$

$$<=> (x-2)(x+3)(x^2 + x + 1) = 0 \quad 0,25\text{đ}$$

Câu: 5 (5đ)



Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

1. Chỉ ra Tam giác ABE = Tam giác CDF	0,5đ
=> BE=DF . BE//DF cùng vuông góc với AC	0,25đ
=> BEDF là hình bình hành	0,25đ
2.a. Chỉ ra góc CBH = góc CDK	0,5đ
=> tam giác CHB đồng dạng với Tam giác CDK (g,g)	0,25đ
$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD}$	0,25đ
Chỉ ra CB//AD, CK vuông góc CB=> CK vuông góc CB	0,25đ
Chỉ ra góc ABC = góc HCK (cùng bù với BAD)	0,25đ
Chỉ ra $\frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD}$ hay $\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{AB}$ vì AB=CD	0,25đ
Chỉ ra tam giác CHK đồng dạng tam giác BCA (c-g-c)	0,25đ
b. chỉ ra tam giác AFD = tam giác CEB => AF=CE	0,5đ
chỉ ra tam giác AFD đồng dạng với tam giác AKC	0,25đ
=> AD.AK=AF.AC => AD.AK=CE.AC (1)	0,5đ
Chỉ ra tam giác ABE đồng dạng với tam giác ACH	0,25đ
=> AB.AH=AE.AC (2)	0,25đ
Công theo vế (1) và (2) ta được	
AD.AK+ AB.AH =CE.AC+ AE.AC =(CE+AE)AC=AC <sup>2</sup>	0,25đ

**ĐỀ 109**

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HUYỆN KIM THÀNH**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN NĂM HỌC  
2012 – 2013  
Môn: Toán 9**

*Thời gian làm bài: 120 phút  
Đề gồm 01 trang*

**Bài 1: (4,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

b) Cho x, y, z thoả mãn:  $xy + yz + xz = 1$ .

Hãy tính giá trị biểu thức:  $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

**Bài 2: (3,0 điểm)**

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

a) Cho hàm số :  $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2012}$

Tính  $f(a)$  tại  $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b) Tìm số tự nhiên  $n$  sao cho  $n^2 + 17$  là số chính phương?

### Bài 3: (4,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} = 3$

b)  $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

### Bài 4: (3,0 điểm)

a) Tìm  $x; y$  thỏa mãn:  $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$

b) Cho  $a; b; c$  là các số thuộc đoạn  $[-1; 2]$  thỏa mãn:  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$  hãy chứng minh rằng:

$$a + b + c \geq 0$$

### Bài 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh:  $\frac{KC}{KB} = \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2}$

b) Giả sử:  $HK = \frac{1}{3} AK$ . Chứng minh rằng:  $\tan B \cdot \tan C = 3$

c) Giả sử  $S_{ABC} = 120 \text{ cm}^2$  và  $B\hat{A}C = 60^\circ$ . Hãy tính diện tích tam giác ADE?

---

TRƯỜNG THCS THƯỢNG VŨ  
Tổ KHTN

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HSG HUYỆN KIM THÀNH  
NĂM HỌC 2012 – 2013  
Môn: Toán 9  
Thời gian: 120'

Câu 1: (4 điểm)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

a/ Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

ĐKXĐ:  $x \neq 4; x \neq 9$

$$\begin{aligned} A &= \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

b/ Cho  $x, y, z$  thoả mãn:  $xy + yz + xz = 1$ .

Hãy tính:  $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Gợi ý:  $xy + yz + xz = 1 \Leftrightarrow 1 + x^2 = xy + yz + xz + x^2 = y(x+z) + x(x+z) = (x+z)(x+y)$

Tương tự:  $1 + y^2 = \dots; 1 + z^2 = \dots$

**Câu 2: (3 điểm)**

a/ Cho hàm số:  $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2012}$

Tính  $f(a)$  tại  $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b/ Tìm số tự nhiên  $n$  sao cho  $n^2 + 17$  là số chính phương?

Giải

a/Từ  $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

$$\Rightarrow a^3 = 32 + 3\sqrt[3]{(16-8\sqrt{5})(16+8\sqrt{5})} \left[ \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} \right] = 32 - 12a \text{ nên } a^3 + 12a = 32$$

Vậy  $f(a) = 1$

b/ Giả sử:  $n^2 + 17 = k^2$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) và  $k > n \Rightarrow (k-n)(k+n) = 17 \Leftrightarrow \begin{cases} k-n=1 \\ k+n=17 \end{cases} \Rightarrow n=8$

Vậy với  $n = 8$  thoả mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 3: (4 điểm)**

Giải các phương trình sau:

a/  $\sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} = 3$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

b/  $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

Giải

a/ ĐK:  $-4 \leq x \leq 1$

Bình phương 2 vế:  $1 - x + 4 + x + 2\sqrt{(1-x)(4+x)} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{(1-x)(4+x)} = 2$

$$\Leftrightarrow 4 - 3x - x^2 = 4 \Leftrightarrow x(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \end{cases} \text{(thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm:  $x = 0; x = -3$

b/  $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$  ĐKXĐ:  $x \geq \frac{-3}{2}$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) + (2x + 3 - 2\sqrt{2x+3} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (\sqrt{2x+3} - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+3}=1 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ vậy phương trình có nghiệm duy nhất } x = -1$$

Câu 4: (3 điểm)

a/ Tìm  $x; y$  thỏa mãn:  $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$

b/ Cho  $a; b; c$  là các số thuộc đoạn  $[-1; 2]$  thỏa mãn:  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$  hãy chứng minh rằng:  $a + b + c \geq 0$

Giải

a/  $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy \Leftrightarrow x.2.\sqrt{y-4} + y.2.\sqrt{x-4} = xy$

Xét VP =  $x.2.\sqrt{y-4} + y.2.\sqrt{x-4}$  theo BĐT cosi:  $2\sqrt{y-4} \leq \frac{4+y-4}{2} = \frac{y}{2}; 2\sqrt{x-4} \leq \frac{4+x-4}{2} = \frac{x}{2}$  vậy VP  $\leq xy$   
 $= VT$

Dấu = xảy ra khi:  $\begin{cases} \sqrt{x-4} = 2 \\ \sqrt{y-4} = 2 \end{cases} \Rightarrow x = y = 8$

b/ Do  $a; b; c$  thuộc đoạn  $[-1; 2]$  nên  $a + 1 \geq 0; a - 2 \leq 0$  nên  $(a + 1)(a - 2) \leq 0$

Hay:  $a^2 - a - 2 \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq a + 2$

Tương tự:  $b^2 \leq b + 2; c^2 \leq c + 2$

Ta có:  $a^2 + b^2 + c^2 \leq a + b + c + 6$  theo đầu bài:  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$  nên:  $a + b + c \geq 0$

**Câu 5: (6 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh:  $\frac{KC}{KB} = \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2}$

b/ Giả sử:  $HK = \frac{1}{3}AK$ . Chứng minh rằng:  $\tan B \cdot \tan C = 3$

c/ Giả sử  $S_{ABC} = 120 \text{ cm}^2$  và  $B\hat{A}C = 60^\circ$ . Hãy tính diện tích tam giác ADE?

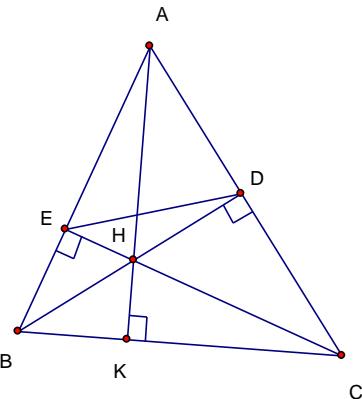
Giải

a/ Sử dụng định lý pytago:

$$\begin{aligned} \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2} &= \frac{AK^2 + KC^2 + (BK + CK)^2 - AB^2}{(BK + CK)^2 + BA^2 - (AK + KC)^2} \\ &= \frac{2CK^2 + 2BK \cdot CK}{2BK^2 + 2BK \cdot CK} = \frac{2CK(CK + BK)}{2BK(BK + CK)} = \frac{CK}{BK} \end{aligned}$$

b/ Ta có:  $\tan B = \frac{AK}{BK}$ ;  $\tan C = \frac{AK}{CK}$

Nên:  $\tan B \tan C = \frac{AK^2}{BK \cdot CK}$  (1)



Mặt khác ta có:  $B = HKC$  mà:  $\tan HKC = \frac{KC}{KH}$

Nên  $\tan B = \frac{KC}{KH}$  tương tự  $\tan C = \frac{KB}{KH} \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = \frac{KB \cdot KC}{KH^2}$  (2)

Từ (1)(2)  $\Rightarrow (\tan B \cdot \tan C)^2 = \left(\frac{AK}{KH}\right)^2$

Theo gt:  $HK = \frac{1}{3}AK \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = 3$

c/ Ta chứng minh được:  $\triangle ABC$  và  $\triangle ADE$  đồng dạng vậy:  $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{AB}{AD}\right)^2$  (3)

Mà  $B\hat{A}C = 60^\circ$  nên  $ABD = 30^\circ \Rightarrow AB = 2AD$  (4)

Từ (3)(4) ta có:  $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = 4 \Rightarrow S_{ADE} = 30(\text{cm}^2)$

## ĐỀ 110

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH  
NĂM HỌC 2011 - 2012

### ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Lớp 9 thcs

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian phát đề

Ngày thi: 23 tháng 3 năm 2012

#### Câu I (4đ)

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x-1}}{3+\sqrt{x-1}} + \frac{x+8}{10-x} \right) : \left( \frac{3\sqrt{x-1}+1}{x-3\sqrt{x-1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)$

1) Rút gọn P

2) Tính giá trị của P khi  $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

#### Câu II (4đ)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng d:  $y = x - 2$  và parabol (P):  $y = -x^2$ . Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1) Tính độ dài AB.

2) Tìm m để đường thẳng  $d'$ :  $y = -x = m$  cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho

$CD = AB$ .

#### Câu III (4đ)

1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{x^2}{y} + x = 2 \\ \frac{y^2}{x} + y = \frac{1}{2}. \end{cases}$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình  $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

#### Câu IV (6đ)

Cho tam giác nhọn ABC có  $AB > AC$ . Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu  $(C_1)$  và  $(C_2)$  lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1) ME là tiếp tuyến chung của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

2) KH  $\perp$  AM.

#### Câu V (2đ)

Với  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9

NĂM HỌC 2011-2012

Môn : TOÁN

Ngày thi :18/02/2012

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

**Câu 1: ĐK  $1 < x \neq 10$**

**1)**

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}+9}{10-x} : \left[ \frac{1}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{2\sqrt{x-1}+4}{\sqrt{x-1}-3} \right]$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x-1}+3)}{10-x} \cdot \frac{\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-1}-3}{2\sqrt{x-1}+4}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}(x-10)(\sqrt{x-1}-2)}{2(10-x)(x-1-4)} = -\frac{3(x-2)}{2(x-5)}$$

$$\text{b) } x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt[4]{(3+2\sqrt{2})^2} - \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x=1+\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)=2 \text{ vì } x>1$$

**Vậy  $P=0$**

**Câu II:**

**1) Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình**

$$x^2+x-2=0$$

$$\Rightarrow x=1 \text{ hoặc } x=2$$

**Vậy A(1,-1) và B(-2;-4) hoặc A(-2;-4) và B(1;-1)**

**2) Để (d') cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình  $x^2-x+m=0$  (1)**

$$\text{có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$$

$$\text{Ta có khoảng cách } AB^2 = 18$$

$$\text{để } CD = AB \Leftrightarrow (x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 = 18$$

$$\Leftrightarrow (x_1-x_2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 1-4m-9=0 \Rightarrow m=-2 \text{ (TM)}$$

**Vậy C(-1,-3) và D(2;0) hoặc D(-1;-3) hoặc C(2;0)**

**Câu III**

**1, ĐK  $x \neq 0, y \neq 0$**

**Đặt  $x=ky$  ( $k \neq 0$ )**

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + x = 2 \\ \frac{y^2}{x} + y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k^2+k)y = 2 \\ (\frac{1}{k}+1)y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

**Nếu  $k=-1$  thì hệ phương trình (1) vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm**

**Nếu  $k \neq -1$**

$$\text{từ (1)} \Rightarrow \frac{(k^2+k)k}{k+1} = 4$$

$$\Rightarrow k=2 \text{ hoặc } k=-2$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

$$\text{Nếu } k=2 \Rightarrow (x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{Nếu } k = -2 \Rightarrow (x; y) = (-2; 1)$$

$$2, \text{Từ } 2x^6 + y^2 - x^3y = 320 \Leftrightarrow (x^3 - y)^2 + (x^3)^2 = 320 \\ \Rightarrow (x^3)^2 \leq 320$$

$$\text{mà } x \text{ nguyên nên } |x| \leq 2$$

Nếu  $x=1$  hoặc  $x=-1$  thì  $y$  không nguyên (loại)

Nếu  $x=2 \Rightarrow y=-2$  hoặc  $y=6$

Nếu  $x=-2 \Rightarrow y=-6$  hoặc  $y=2$

Vậy phương trình đã cho có 4 cặp nghiệm  $(x; y)$  là  $(2; -2); (2; 6); (-2; -6); (-2; 2)$

Câu IV: 1) Ta có  $E = F = 90^\circ$  nên tứ giác  $AEHF$  nội tiếp một đường tròn tâm chính là  $(C_1)$  là trung điểm  $AH$

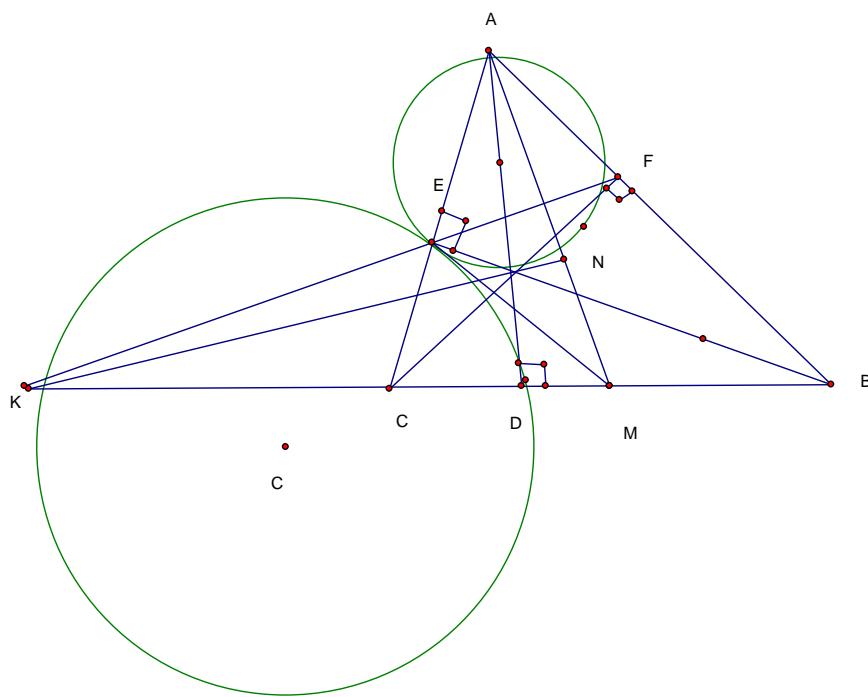
$$EAH = \frac{1}{2} sd EH \quad (1)$$

mà  $EAH = CBE$  (2) (cùng phụ với góc  $ACD$ )

$MEB = CBE$  (3) (do đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có } MEH = \frac{1}{2} sd EH$$

$\Rightarrow ME$  là tiếp tuyến đường tròn tâm  $(C_1)$



2, gọi giao điểm  $AM$  với  $KH$  là  $N$  trước tiên chứng minh 5 điểm  $A, E, H, N, F$  cùng thuộc một đường tròn

Ta thấy  $AFE = ACB; ANE = AFE \Rightarrow ANE = ACB$

$\Rightarrow$  nghĩa là  $C, M, N, F$  cùng thuộc một đường tròn

chứng minh  $A, E, N, B$  nội tiếp

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

**do đó**  $KNM = 90^\circ$

$KH \perp AM$

**Câu V:: do vai trò  $x,y,z$  như nhau nên**  $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1$

$$\frac{y}{1+z} + \frac{z}{1+zy} = \frac{3}{y+z}$$

$$\begin{aligned} \text{Nếu } x=0 \Rightarrow & \Rightarrow \left( \frac{y}{1+z} - \frac{1}{y+z} \right) + \left( \frac{z}{1+zy} - \frac{1}{y+z} \right) = \frac{1}{y+z} \\ & \Rightarrow \frac{(y-1)(y+1+z)}{(1+z)(y+z)} + \frac{z^2-1}{(1+yz)(y+z)} = \frac{1}{y+z} \end{aligned}$$

Ta có  $VT \geq 0$  mà  $VP < 0$  nên trong trường hợp này không có nghiệm

Nếu  $x$  khác 0 mà  $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1$

$$\Leftrightarrow (z-1)(1-x) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1+zx \geq x+z > 0$$

$$\Leftrightarrow x+z-zx-1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x-zx+z-1 \leq 0$$

**đúng với mọi**  $0 \leq x, z \leq 1$ .

**Dấu "=" xảy ra khi:  $x=z=1$ .**

+ **Ta có:**  $1+zx \geq x+z \Leftrightarrow 1+y+zx \geq x+y+z$

$$\Rightarrow \frac{x}{1+y+zx} \leq \frac{x}{x+y+z}$$

$$+ \text{Tương tự: } \frac{y}{1+z+xy} \leq \frac{y}{x+y+z}$$

$$\frac{z}{1+x+yz} \leq \frac{z}{x+y+z}$$

$$\Rightarrow VT = \frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} \leq \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1. \quad (1)$$

+ **Mặt khác, vì:**  $0 \leq x, y, z \leq 1 \Rightarrow x+y+z \leq 3$

$$\Rightarrow VP = \frac{3}{x+y+z} \geq \frac{3}{3} = 1 \quad \text{Dấu "=" xảy ra khi: } x=y=z=1. \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2)  $\Rightarrow VT = VP$  chỉ đúng khi:  $VT = VP = 1$ .

**Khí đó**  $x=y=z=1$ .

\* **Vậy phương trình có nghiệm duy nhất:**  $(x; y; z) = (1; 1; 1)$ .

**ĐỀ 111****Bài 1 :** (2 điểm)

a) Tính :

$$(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

**Bài 2 :** (2 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left( \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

**Bài 3 :** (2 điểm)

Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km ; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nứa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nứa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

**Bài 4 :** (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R, hai điểm C và D thuộc đường tròn, B là trung điểm của cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA ; trên tia đối của tia AB lấy điểm S, nối S với C cắt (O) tại M ; MD cắt AB tại K ; MB cắt AC tại H.

a) Chứng minh  $\angle BMD = \angle BAC$ , từ đó  $\Rightarrow$  tứ giác AMHK nội tiếp.

b) Chứng minh : HK // CD.

c) Chứng minh :  $OK \cdot OS = R^2$ .**Bài 5 :** (1 điểm)Cho hai số a và b khác 0 thỏa mãn :  $1/a + 1/b = 1/2$ Chứng minh phương trình  $x^2 + ax + b = 0$  sau luôn có nghiệm :

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0.$$

**Bài 3:**

Do ca nô xuất phát từ A cùng với bè nứa nên thời gian của ca nô bằng thời gian bè nứa:  $\frac{8}{4} = 2$  (h)

Gọi vận tốc của ca nô là x (km/h) ( $x > 4$ )

Theo bài ta có:  $\frac{24}{x+4} + \frac{24-8}{x-4} = 2 \Leftrightarrow \frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \end{cases}$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Vậy vận tốc thực của ca nô là 20 km/h

Bài 4:

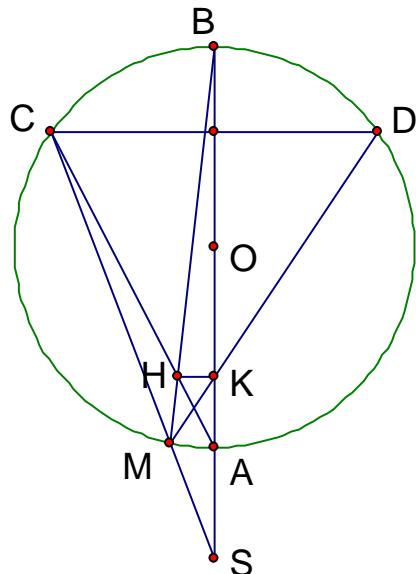
a) Ta có  $BC = BD$  (GT)  $\rightarrow BMD = BAC$  (2 góc nội tiếp chẵn 2 cung bằng nhau)

\* Do  $BMD = BAC \rightarrow A, M$  nhìn HK d-ời 1 góc bằng nhau  $\rightarrow MHKA$  nội tiếp.

b) Do  $BC = BD$  (do  $BC = BD$ ),  $OC = OD$  (bán kính)  $\rightarrow OB$  là đ-ờng trung trực của  $CD$   $\rightarrow CD \perp AB$  (1)

Xet  $MHKA$ : là tứ giác nội tiếp,  $AMH = 90^\circ$  (góc nt chẵn nửa đ-ờng tròn)  $\rightarrow HKA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$  (đl)  $\rightarrow HK \perp AB$  (2)

Từ 1,2  $\rightarrow HK \parallel CD$



Bài 5:

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + ax + b = 0 & (*) \\ x^2 + bx + a = 0 & (**) \end{cases}$$

$$(*) \rightarrow \Delta = a^2 - 4b, \text{ Để PT có nghiệm } a^2 - 4b \geq 0 \Leftrightarrow a^2 \geq 4b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{2\sqrt{b}} \quad (3)$$

$$(**) \rightarrow \Delta = b^2 - 4a \text{ Để PT có nghiệm thì } b^2 - 4a \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} \geq \frac{1}{2\sqrt{a}} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\text{Cộng 3 với 4 ta có: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4a} + \frac{1}{4b} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{luôn luôn đúng với mọi } a, b) \end{aligned}$$

### ĐỀ 112

#### PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm)

1. Tam giác ABC vuông tại A có  $\tan B = \frac{3}{4}$ . Giá trị  $\cos C$  bằng :

- a).  $\cos C = \frac{3}{5}$ ;      b).  $\cos C = \frac{4}{5}$ ;      c).  $\cos C = \frac{5}{3}$ ;      d).  $\cos C = \frac{5}{4}$

2. Cho một hình lập phương có diện tích toàn phần  $S_1$ ; thể tích  $V_1$  và một hình cầu có diện tích  $S_2$ ; thể tích  $V_2$ . Nếu  $S_1 = S_2$  thì tỷ số thể tích  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng :

a).  $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{6}{\pi}}$  ;      b).  $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$  ;      c).  $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{4}{3\pi}}$  ;      d).  $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{3\pi}{4}}$

3. Đẳng thức  $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} = 4 - x^2$  xảy ra khi và chỉ khi :

a).  $x \geq 2$  ;      b).  $x \leq -2$  ;      c).  $x \geq -2$  và  $x \leq 2$  ;      d).  $x \geq 2$  hoặc  $x \leq -2$

4. Cho hai phương trình  $x^2 - 2x + a = 0$  và  $x^2 + x + 2a = 0$ . Để hai phương trình cùng vô nghiệm thì :

a).  $a > 1$  ;      b).  $a < 1$  ;      c).  $a > \frac{1}{8}$  ;      d).  $a < \frac{1}{8}$

5. Điều kiện để phương trình  $x^2 - (m^2 + 3m - 4)x + m = 0$  có hai nghiệm đối nhau là :

a).  $m < 0$  ;      b).  $m = -1$  ;      c).  $m = 1$  ;      d).  $m = -4$

6. Cho phương trình  $x^2 - x - 4 = 0$  có nghiệm  $x_1, x_2$ . Biểu thức  $A = x_1^3 + x_2^3$  có giá trị :

a).  $A = 28$  ;      b).  $A = -13$  ;      c).  $A = 13$  ;      d).  $A = 18$

7. Cho góc  $\alpha$  nhọn, hệ phương trình  $\begin{cases} x \sin \alpha - y \cos \alpha = 0 \\ x \cos \alpha + y \sin \alpha = 1 \end{cases}$  có nghiệm :

a).  $\begin{cases} x = \sin \alpha \\ y = \cos \alpha \end{cases}$  ;      b).  $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$  ;      c).  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  ;      d).  $\begin{cases} x = -\cos \alpha \\ y = -\sin \alpha \end{cases}$

8. Diện tích hình tròn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh  $a$  là :

a).  $\pi a^2$  ;      b).  $\frac{3\pi a^2}{4}$  ;      c).  $3\pi a^2$  ;      d).  $\frac{\pi a^2}{3}$

## PHẦN 2. TỰ LUẬN : (16 điểm)

### Câu 1 : (4,5 điểm)

- Cho phương trình  $x^4 - (m^2 + 4m)x^2 + 7m - 1 = 0$ . Định  $m$  để phương trình có 4 nghiệm phân biệt và tổng bình phương tất cả các nghiệm bằng 10.
- Giải phương trình:  $\frac{3}{x^4 + x^2 + 1} + 5 = 3x^2(x^2 + 1)$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

**Câu 2 :**

**(3,5 điểm)**

1. Cho góc nhọn  $\alpha$ . Rút gọn không còn dấu căn biểu thức :

$$P = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + 1}$$

2. Chứng minh:  $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 - \sqrt{15}} = \sqrt{2}$

**Câu 3 : (2 điểm)**

Với ba số không âm  $a, b, c$ , chứng minh bất đẳng thức :

$$a + b + c + 1 \geq \frac{2}{3}(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} + \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$$

Khi nào đẳng thức xảy ra ?

**Câu 4 : (6 điểm)**

Cho 2 đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$  phân biệt. Đường thẳng  $OA$  cắt  $(O)$ ,  $(O')$  lần lượt tại điểm thứ hai  $C, D$ . Đường thẳng  $O'A$  cắt  $(O)$ ,  $(O')$  lần lượt tại điểm thứ hai  $E, F$ .

1. Chứng minh 3 đường thẳng  $AB, CE$  và  $DF$  đồng quy tại một điểm I.
2. Chứng minh tứ giác  $BEIF$  nội tiếp được trong một đường tròn.
3. Cho  $PQ$  là tiếp tuyến chung của  $(O)$  và  $(O')$  ( $P \in (O), Q \in (O')$ ). Chứng minh đường thẳng  $AB$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $PQ$ .

-----HẾT-----

### ĐÁP ÁN

**PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm) 0,5đ × 8**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
a).	x			x				
b).		x					x	
c).			x			x		
d).					x			x

**PHẦN 2. TỰ LUẬN :**

**Câu 1 : (4,5 điểm)**

1.

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI*

Đặt  $X = x^2 (X \geq 0)$

Phương trình trở thành  $X^4 - (m^2 + 4m)X^2 + 7m - 1 = 0$  (1)

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (1) có 2 nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 4m)^2 - 4(7m - 1) > 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ 7m - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{I}) +$$

Với điều kiện (I), (1) có 2 nghiệm phân biệt dương  $X_1, X_2$ .

$\Rightarrow$  phương trình đã cho có 4 nghiệm  $x_{1,2} = \pm\sqrt{X_1}$ ;  $x_{3,4} = \pm\sqrt{X_2}$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2(X_1 + X_2) = 2(m^2 + 4m)$$

$$\text{Vậy ta có } 2(m^2 + 4m) = 10 \Rightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}$$

Với  $m = 1$ , (I) được thỏa mãn

Với  $m = -5$ , (I) không thỏa mãn.

Vậy  $m = 1$ .

2.

Đặt  $t = x^4 + x^2 + 1 (t \geq 1)$

Được phương trình  $\frac{3}{t} + 5 = 3(t - 1)$

$$3t^2 - 8t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = 3; t = -\frac{1}{3} \text{ (loại)}$$

$$\text{Vậy } x^4 + x^2 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow x = \pm 1.$$

Câu 2 : (3,5 điểm)

1.

$$P = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + 1} = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\sqrt{\cos^2 \alpha} + 1}$$

$$P = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\cos \alpha + 1} \text{ (vì } \cos \alpha > 0\text{)}$$

$$P = \sqrt{(\cos \alpha - 1)^2}$$

$$P = 1 - \cos \alpha \quad (\text{vì } \cos \alpha < 1)$$

2.

$$\begin{aligned}
 (4+\sqrt{15})(\sqrt{5}-\sqrt{3})\sqrt{4-\sqrt{15}} &= (\sqrt{5}-\sqrt{3})\sqrt{(4+\sqrt{15})^2(4-\sqrt{15})} &+ \\
 &= (\sqrt{5}-\sqrt{3})\sqrt{4+\sqrt{15}} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2(4+\sqrt{15})} &+ \\
 &= \sqrt{(8-2\sqrt{15})(4+\sqrt{15})} &+ \\
 &= \sqrt{2} &+
 \end{aligned}$$

Câu 3 : (2 điểm)

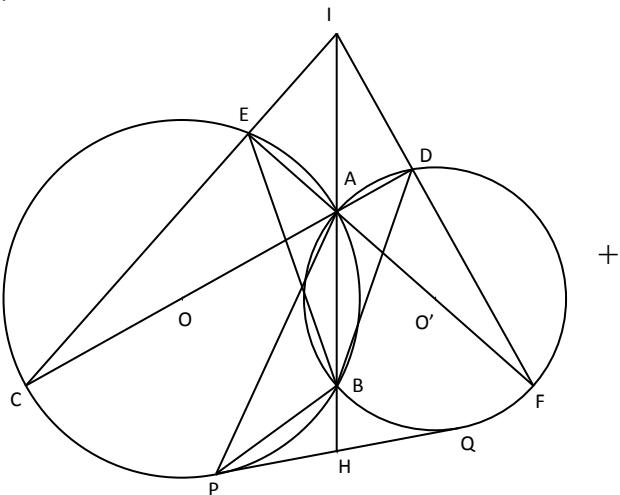
$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \quad +$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tương tự, } a+c \geq 2\sqrt{ac} \\ b+c \geq 2\sqrt{bc} \\ a+1 \geq 2\sqrt{a} \\ b+1 \geq 2\sqrt{b} \\ c+1 \geq 2\sqrt{c} \end{array} \right\} \quad +$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức cùng chiều ở trên ta được điều phải chứng minh. +

Đẳng thức xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c = 1$  +

Câu 4 : (6 điểm)



1.

Ta có:  $\angle ABC = 1v$  $\angle ABF = 1v$  $\Rightarrow B, C, F$  thẳng hàng. +

AB, CE và DF là 3 đường cao của tam giác ACF nên chúng đồng quy. ++

2.

$$\begin{aligned} ECA = EBA & \text{ (cùng chắn cung AE của (O))} & + \\ \text{Mà } ECA = AFD & \text{ (cùng phụ với hai góc đối đỉnh)} & + \\ \Rightarrow EBA = AFD \text{ hay } EBI = EFI & & + \\ \Rightarrow \text{Tứ giác BEIF nội tiếp.} & & + \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \text{Gọi H là giao điểm của AB và PQ} \\ \text{Chứng minh được các tam giác AHP và PHB đồng dạng} & & + \\ \Rightarrow \frac{HP}{HB} = \frac{HA}{HP} \Rightarrow HP^2 = HA.HB & & + \\ \text{Tương tự, } HQ^2 = HA.HB & & + \\ \Rightarrow HP = HQ \Rightarrow H \text{ là trung điểm PQ.} & & + \end{aligned}$$

### ĐỀ 113

#### I. TRẮC NGHIỆM: (2 điểm)

Hãy ghi lại một chữ cái đứng tr- ớc khẳng định đúng nhất.

Câu 1: Kết quả của phép tính  $(8\sqrt{18} - 2\sqrt{98} + \sqrt{72}) : \sqrt{2}$  là :

- A . 4                      B .  $5\sqrt{2} + 6$                       C . 16                      D . 44

Câu 2 : Giá trị nào của m thì phương trình  $mx^2 + 2x + 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt :

- A.  $m \neq 0$                       B.  $m < \frac{1}{4}$                       C.  $m \neq 0$  và  $m < \frac{1}{4}$                       D.  $m \neq 0$  và  $m < 1$

Câu 3 : Cho  $\triangle ABC$  nội tiếp đ- ờng tròn (O) có  $B = 60^\circ; C = 45^\circ$ . Số BC là:

- A .  $75^\circ$                       B .  $105^\circ$                       C .  $135^\circ$                       D .  $150^\circ$

Câu 4 : Một hình nón có bán kính đ- ờng tròn đáy là 3cm, chiều cao là 4cm thì diện tích xung quanh hình nón là:

- A .  $9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$                       B .  $12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$                       C .  $15\pi \text{ (cm}^2\text{)}$                       D.  $18\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

#### II. TỰ LUẬN: (8 điểm)

Câu 5 : Cho biểu thức  $A = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Với giá trị nào của x thì  $A < 1$ .

Câu 6 : Hai vòi n- óc cùng chảy vào một bể thì đầy bể sau 2 giờ 24 phút. Nếu chảy riêng từng vòi thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu thì đầy bể?

Câu 7 : Cho đ- ờng tròn tâm (O) đ- ờng kính AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C ( $AB > BC$ ).

Vẽ đ- ờng tròn tâm ( $O'$ ) đ- ờng kính BC. Gọi I là trung điểm của AC. Vẽ dây MN vuông góc với AC tại I, MC cắt đ- ờng tròn tâm  $O'$  tại D.

a) Tứ giác AMCN là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh tứ giác NIDC nội tiếp?

c) Xác định vị trí t- ờng đối của ID và đ- ờng tròn tâm (O) với đ- ờng tròn tâm ( $O'$ ).

### Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
1	C	0.5
2	D	0.5
3	D	0.5
4	C	0.5
5	<p>a) A có nghĩa <math>\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}</math></p> <p>b) <math>A = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}</math></p> $= \sqrt{x}-1 + \sqrt{x}$ $= 2\sqrt{x}-1$ <p>c) <math>A &lt; 1 \Rightarrow 2\sqrt{x}-1 &lt; 1</math></p> $\Rightarrow 2\sqrt{x} < 2$ $\Rightarrow \sqrt{x} < 1 \Rightarrow x < 1$ <p>Kết hợp điều kiện câu a) <math>\Rightarrow</math> Vậy với <math>0 \leq x &lt; 1</math> thì <math>A &lt; 1</math></p>	0.5 0.5 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
6	<p>2giờ 24 phút = <math>\frac{12}{5}</math> giờ</p> <p>Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ) (<math>\text{Đk } x &gt; 0</math>)</p> <p>Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: <math>x+2</math> (giờ)</p>	0.25

	Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy đ- ợc : $\frac{1}{x}$ (bể)	0.5
	Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy đ- ợc : $\frac{1}{x+2}$ (bể)	
	Trong 1 giờ cả hai vòi chảy đ- ợc : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$ (bể)	
	Theo bài ra ta có ph- ơng trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{12}$	0.25
	Giai ph- ơng trình ta đ- ợc $x_1=4$ ; $x_2=-\frac{6}{5}$ (loại)	0.75
	Vậy: Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là: 4 giờ Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: $4+2=6$ (giờ)	0.25
7	Vẽ hình và ghi gt, kl đúng	0.5
	a) Đ- ờng kính $AB \perp MN$ (gt) $\Rightarrow I$ là trung điểm của $MN$ (Đ- ờng kính và dây cung)	0.5
	$IA=IC$ (gt) $\Rightarrow$ Tứ giác $AMCN$ có đ- ờng chéo $AC$ và $MN$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đ- ờng và vuông góc với nhau nên là hình thoi.	0.5
	b) $ANB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn $1/2$ đ- ờng tròn tâm ( $O$ ) ) $\Rightarrow BN \perp AN$ .	
	$AN \parallel MC$ (cạnh đối hình thoi $AMCN$ ). $\Rightarrow BN \perp MC$ (1)	
	$BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn $1/2$ đ- ờng tròn tâm ( $O'$ ) ) $BD \perp MC$ (2)	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow N, B, D$ thẳng hàng do đó $NDC = 90^\circ$ (3). $NIC = 90^\circ$ (vì $AC \perp MN$ ) (4)	0.5
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow N, I, D, C$ cùng nằm trên đ- ờng tròn đ- ờng kính $NC$ $\Rightarrow$ Tứ giác $NIDC$ nội tiếp	0.5
	c) $O \in BA$ . $O' \in BC$ mà $BA$ và $BC$ là hai tia đối nhau $\Rightarrow B$ nằm giữa $O$ và $O'$ do đó ta có $OO'=OB+O'B \Rightarrow$ đ- ờng tròn ( $O$ ) và đ- ờng tròn ( $O'$ ) tiếp xúc ngoài tại $B$	0.5

$\triangle \text{MDN vuông tại D nên trung tuyến } DI = \frac{1}{2} MN = MI \Rightarrow \triangle MDI \text{ cân} \Rightarrow IMD = IDM.$	
T- ơng tự ta có $O'DC = O'CD$ mà $IMD + O'CD = 90^\circ$ (vì $MIC = 90^\circ$ )	0.25
$\Rightarrow IDM + O'DC = 90^\circ$ mà $MDC = 180^\circ \Rightarrow IDO' = 90^\circ$ do đó $ID \perp DO \Rightarrow ID$ là tiếp tuyến của đ- ờng tròn ( $O'$ ).	0.25

**ĐỀ 114****Câu1:** Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left( \frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2} \text{ Với } x \neq \sqrt{2}; \pm 1$$

.a, Rúy gọn biểu thức A

.b , Tính giá trị của biểu thức khi cho  $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$ c. Tìm giá trị của x để  $A=3$ **Câu2.a,** Giải hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x-y) = 4 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

b. Giải bất ph- ơng trình:

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 2x - 15}{x^2 + x + 3} < 0$$

**Câu3.** Cho ph- ơng trình  $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$ 

Xác định m để ph- ơng trình trên có nghiệm thuộc khoảng (-1,0)

**Câu 4.** Cho nửa đ- ờng tròn tâm O , đ- ờng kính BC .Điểm A thuộc nửa đ- ờng tròn đó D- ng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi F là giao điểm của Aevà nửa đ- ờng tròn (O) . Gọi K là giao điểm của CFvà ED

a. chứng minh rằng 4 điểm E,B,F,K. nằm trên một đ- ờng tròn

b. Tam giác BKC là tam giác gì ? Vì sao. ?

đáp án

**Câu 1:** a. Rút gọn  $A = \frac{x^2 - 2}{x}$ b.Thay  $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$  vào A ta đ- ợc  $A = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{6 + 2\sqrt{2}}}$ c. $A=3 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ **Câu 2 :** a)Đặt  $x-y=a$  ta đ- ợc pt:  $a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a = -1; a = -4$

Từ đó ta có  $\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x-y) = 4 \\ 2x+3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$* \begin{cases} x-y=1 \\ 2x+3y=12 \end{cases} (1)$$

$$* \begin{cases} x-y=-4 \\ 2x+3y=12 \end{cases} (2)$$

Giải hệ (1) ta đ- ợc  $x=3, y=2$

Giải hệ (2) ta đ- ợc  $x=0, y=4$

Vậy hệ ph- ơng trình có nghiệm là  $x=3, y=2$  hoặc  $x=0; y=4$

b) Ta có  $x^3 - 4x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x^2 + x + 3)$

mà  $x^2 + x + 3 = (x+1/2)^2 + 11/4 > 0$  với mọi  $x$

Vậy bất ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với  $x-5 > 0 \Rightarrow x > 5$

**Câu 3:** Ph- ơng trình:  $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

- Xét  $2m-1=0 \Rightarrow m=1/2$  pt trở thành  $-x+1=0 \Rightarrow x=1$

- Xét  $2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1/2$  khi đó ta có

$\Delta = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$  mọi  $m \Rightarrow$  pt có nghiệm với mọi  $m$   
ta thấy nghiệm  $x=1$  không thuộc  $(-1, 0)$

với  $m \neq 1/2$  pt còn có nghiệm  $x = \frac{m-m+1}{2m-1} = \frac{1}{2m-1}$

pt có nghiệm trong khoảng  $(-1, 0) \Rightarrow -1 < \frac{1}{2m-1} < 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{2m-1} + 1 > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2m}{2m-1} > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow m < 0$$

Vậy Pt có nghiệm trong khoảng  $(-1, 0)$  khi và chỉ khi  $m < 0$

**Câu 4:**

a. Ta có  $\angle KEB = 90^\circ$

mặt khác  $\angle BFC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đ- ờng tròn)

do CF kéo dài cắt ED tại D

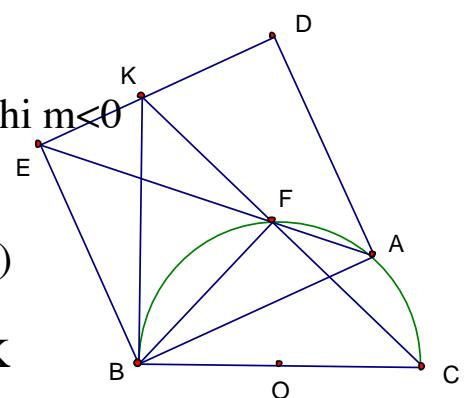
$\Rightarrow \angle BFK = 90^\circ \Rightarrow E, F$  thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK  
hay 4 điểm E, F, B, K thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK.

b.  $\angle BCF = \angle BAF$

Mà  $\angle BAF = \angle BAE = 45^\circ \Rightarrow \angle BCF = 45^\circ$

Ta có  $\angle BKF = \angle BEF$

Mà  $\angle BEF = \angle BEA = 45^\circ$  (EA là đ- ờng chéo của hình vuông ABED)  $\Rightarrow \angle BKF = 45^\circ$



Vì  $\angle BKC = \angle BCK = 45^\circ \Rightarrow$  tam giác BCK vuông cân tại B

### ĐỀ 115

**Bài 1:** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

a, Rút gọn P

b, Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

**Bài 2:** Cho ph- ơng trình:  $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 6 = 0$  (\*)

a, Tìm m để ph- ơng trình (\*) có 2 nghiệm âm.

b, Tìm m để ph- ơng trình (\*) có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thoả mãn  $|x_1^3 - x_2^3| = 50$

**Bài 3:** Cho ph- ơng trình:  $ax^2 + bx + c = 0$  có hai nghiệm d- ơng phân biệt  $x_1, x_2$

Chứng minh:

a, Ph- ơng trình  $ct^2 + bt + a = 0$  cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt  $t_1$  và  $t_2$ .

b, Chứng minh:  $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

**Bài 4:** Cho tam giác có các góc nhọn ABC nội tiếp đ- ờng tròn tâm O . H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a, Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần l- ợt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đ- ờng thẳng AB và AC . Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.

c, Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

**Bài 5:** Cho hai số d- ơng x; y thoả mãn:  $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của:  $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{501}{xy}$

### Đáp án

**Bài 1: (2 điểm).** ĐK:  $x \geq 0; x \neq 1$

$$\text{a, Rút gọn: } P = \frac{2x(x-1)}{x(x-1)} : \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad P = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

$$\text{b. } P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

Để P nguyên thì

$$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$$

$$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$$

$$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$$

$$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1 (\text{Loại})$$

Vậy với  $x = \{0; 4; 9\}$  thì P có giá trị nguyên.

**Bài 2:** Để ph-ong trình có hai nghiệm âm thì:

$$\begin{cases} \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m - 6) \geq 0 \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 6 > 0 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 25 > 0 \\ (m-2)(m+3) > 0 \Leftrightarrow m < -3 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b. Giải ph-ong trình:  $| (m-2)^3 - (m+3)^3 | = 50$

$$\Leftrightarrow |5(3m^2 + 3m + 7)| = 50 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

**Bài 3:** a. Vì  $x_1$  là nghiệm của ph-ong trình:  $ax^2 + bx + c = 0$  nên  $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$ .

Vì  $x_1 > 0 \Rightarrow c \left( \frac{1}{x_1} \right)^2 + b \cdot \frac{1}{x_1} + a = 0$ . Chứng tỏ  $\frac{1}{x_1}$  là một nghiệm d-ong của ph-ong

trình:  $ct^2 + bt + a = 0$ ;  $t_1 = \frac{1}{x_1}$  Vì  $x_2$  là nghiệm của ph-ong trình:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow ax_2^2 + bx_2 + c = 0$$

vì  $x_2 > 0$  nên  $c \left( \frac{1}{x_2} \right)^2 + b \left( \frac{1}{x_2} \right) + a = 0$  điều này chứng tỏ  $\frac{1}{x_2}$  là một nghiệm d-ong của ph-ong

$$\text{trình } ct^2 + bt + a = 0 ; t_2 = \frac{1}{x_2}$$

Vậy nếu ph- ơng trình:  $ax^2 + bx + c = 0$  có hai nghiệm d- ơng phân biệt  $x_1; x_2$  thì ph- ơng trình :  $ct^2 + bt + a = 0$  cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt  $t_1; t_2$ .  $t_1 \cdot t_2 = \frac{1}{x_1}; t_2 = \frac{1}{x_2}$

b. Do  $x_1; x_1; t_1; t_2$  đều là nhũng nghiệm d- ơng nên

$$t_1 + x_1 = \frac{1}{x_1} + x_1 \geq 2 \quad t_2 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 \geq 2$$

$$\text{Do đó } x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$$

#### Bài 4

a. Giả sử đã tìm đ- ợc điểm D trên cung BC sao cho tứ giác BHCD là hình bình hành .

Khi đó: BD//HC; CD//HB vì H là trực tâm tam giác ABC nên

$CH \perp AB$  và  $BH \perp AC \Rightarrow BD \perp AB$  và  $CD \perp AC$ .

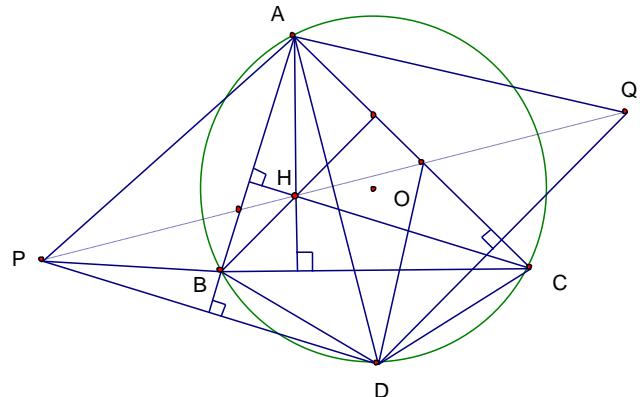
Do đó:  $\angle ABD = 90^\circ$  và  $\angle ACD = 90^\circ$ .

Vậy AD là đ- ờng kính của đ- ờng tròn tâm O

Ng- ợc lại nếu D là đầu đ- ờng kính AD

của đ- ờng tròn tâm O thì

tứ giác BHCD là hình bình hành.



b) Vì P đối xứng với D qua AB nên  $\angle APB = \angle ADB$

nh- ng  $\angle ADB = \angle ACB$  nh- ng  $\angle APB = \angle ACB$

Do đó:  $\angle APB = \angle ACB$  Mặt khác:

$$\angle AHB + \angle ACB = 180^\circ \Rightarrow \angle APB + \angle AHB = 180^\circ$$

Tứ giác APBH nội tiếp đ- ợc đ- ờng tròn nên  $\angle PAB = \angle PHB$

Mà  $\angle PAB = \angle DAB$  do đó:  $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh t- ơng tự ta có:  $\angle CHQ = \angle DAC$

Vậy  $\angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^\circ$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy  $\Delta APQ$  là tam giác cân đỉnh A

Có  $AP = AQ = AD$  và  $\angle PAQ = \angle 2BAC$  không đổi nên cạnh đáy  $PQ$

đạt giá trị lớn nhất  $\Leftrightarrow AP$  và  $AQ$  là lớn nhất hay  $\Leftrightarrow AD$  là lớn nhất

$\Leftrightarrow D$  là đầu đ- ờng kính kẻ từ A của đ- ờng tròn tâm O

## ĐỀ 116

**Bài 1:** Cho biểu thức:  $P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}(\sqrt{x} + 1) - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định . Rút gọn P.

b). Tìm x,y nguyên thỏa mãn phong trình  $P = 2$ .

**Bài 2:** Cho parabol (P) :  $y = -x^2$  và đòng thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm M(-1 ; -2) .

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A , B phân biệt

b). Xác định m để A,B nằm về hai phía của trực tung.

**Bài 3:** Giải hệ phong trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

**Bài 4:** Cho đ- ờng tròn (O) đòng kính  $AB = 2R$  và C là một điểm thuộc đ- ờng tròn ( $C \neq A ; C \neq B$ ) .

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C , kẻ tia Ax tiếp xúc với đòng tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân .

b). Khi  $MB = MQ$  , tính BC theo R.

**Bài 5:** Cho  $x, y, z \in R$  thỏa mãn :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức :  $M = \frac{3}{4} + (x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10})$  .

## Đáp án

**Bài 1:** a). Điều kiện để P xác định là :;  $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$  .

\*). Rút gọn P:  $P = \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} \\
 &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})} = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.
 \end{aligned}$$

Vậy  $P = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}$ .

b).  $P = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1 \\
 &\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1
 \end{aligned}$$

Ta có:  $1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0; 1; 2; 3; 4$

Thay vào ta có các cặp giá trị  $(4; 0)$  và  $(2; 2)$  thoả mãn

**Bài 2:** a). Đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm  $M(-1; -2)$ . Nên phong trình đường thẳng (d) là:  $y = mx + m - 2$ .

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phong trình:

$$\begin{aligned}
 &-x^2 = mx + m - 2 \\
 &\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0 \quad (*)
 \end{aligned}$$

Vì phong trình (\*) có  $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0 \forall m$  nên phong trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung  $\Leftrightarrow$  phong trình:  $x^2 + mx + m - 2 = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$ .

**Bài 3:**  $\begin{cases} x + y + z = 9 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 & (2) \\ xy + yz + zx = 27 & (3) \end{cases}$

ĐKXĐ:  $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ .

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow (x + y + z)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 81 \\
 &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 81 - 2(xy + yz + zx) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\
 &\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (xy + yz + zx) \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 0 \\
 &\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = 0 \\ (y-z)^2 = 0 \\ (z-x)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=z \\ z=x \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z
 \end{aligned}$$

Thay vào (1)  $\Rightarrow x = y = z = 3$ .

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

Ta thấy  $x = y = z = 3$  thỏa mãn hệ phương trình . Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $x = y = z = 3$ .

**Bài 4:**

a). Xét  $\Delta ABM$  và  $\Delta NBM$  .

Ta có: AB là đồng kính của đồng tròn (O) nên : $\angle AMB = \angle NMB = 90^\circ$  .

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC

nên  $\angle ABM = \angle MBN \Rightarrow \angle BAM = \angle BN M$

$\Rightarrow \Delta BAN$  cân đỉnh B.

Tứ giác AMCB nội tiếp

$\Rightarrow \angle BAM = \angle MCN$  (cùng bù với góc MCB).

$\Rightarrow \angle MCN = \angle MNC$  (cùng bằng góc BAM).

$\Rightarrow$  Tam giác MCN cân đỉnh M

b). Xét  $\Delta MCB$  và  $\Delta MNQ$  có :

$MC = MN$  (theo cm trên MNC cân) ;  $MB = MQ$  (theo gt)

$\angle BMC = \angle MNQ$  (vì  $\angle MCB = \angle MNC$  ;  $\angle MBC = \angle MQN$  ).

$\Rightarrow \Delta MCB = \Delta MNQ$  (c.g.c).  $\Rightarrow BC = NQ$  .

Xét tam giác vuông ABQ có  $AC \perp BQ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BQ = BC(BN + NQ)$

$\Rightarrow AB^2 = BC \cdot (AB + BC) = BC(BC + 2R)$

$\Rightarrow 4R^2 = BC(BC + 2R) \Rightarrow BC = (\sqrt{5} - 1)R$

**Bài 5:**

$$\text{Từ: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x+y+z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{xy} + \frac{x+y+z-z}{z(x+y+z)} = 0$$

$$\Rightarrow (z+y)\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{z(x+y+z)}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (x+y)\left(\frac{zx+zy+z^2+xy}{xyz(x+y+z)}\right) = 0$$

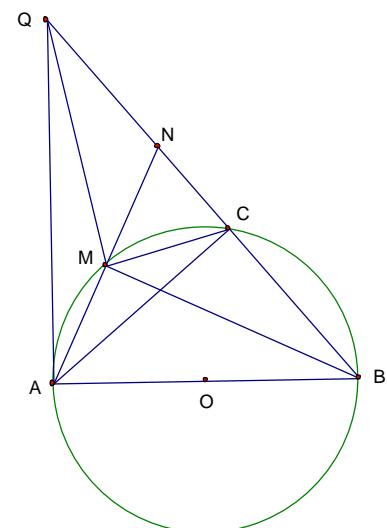
$$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x) = 0$$

Ta có :  $x^8 - y^8 = (x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4) =$

$$y^9 + z^9 = (y+z)(y^8 - y^7z + y^6z^2 - \dots + z^8)$$

$$z^{10} - x^{10} = (z+x)(z^4 - z^3x + z^2x^2 - zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$$

$$\text{Vậy } M = \frac{3}{4} + (x+y)(y+z)(z+x) \cdot A = \frac{3}{4}$$



**ĐỀ 117**

**Bài 1:** 1) Cho đường thẳng d xác định bởi  $y = 2x + 4$ . Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua đường thẳng  $y = x$  là:

A.  $y = \frac{1}{2}x + 2$ ; B.  $y = x - 2$ ; C.  $y = \frac{1}{2}x - 2$ ; D.  $y = -2x - 4$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

3) Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đường kính đáy đựng đầy n-ớc, nhưng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực n-ớc trong bình còn lại  $\frac{2}{3}$  bình.

Tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu là

A. 2; B.  $\sqrt[3]{2}$ ; C.  $\sqrt[3]{3}$ ; D. một kết quả khác.

**Bài 2:** 1) Giải ph-ơng trình:  $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Cho  $x + y = 1$  ( $x > 0$ ;  $y > 0$ ) Tìm giá trị lớn nhất của  $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

**Bài 3:** 1) Tìm các số nguyên a, b, c sao cho đa thức:  $(x + a)(x - 4) - 7$

Phân tích thành thừa số đ-ợc:  $(x + b)(x + c)$

3) Cho tam giác nhọn  $X, Y, Z$  lần l-ợt là các điểm cố định trên tia  $Ax, Ay$

sao cho  $AB < AC$ , điểm M di động trong góc  $XAY$  sao cho  $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

Xác định vị trí điểm M để  $MB + 2MC$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 4:** Cho đường tròn tâm O đ-ờng kính AB và CD vuông góc với nhau, lấy điểm I bất kỳ trên đoạn CD.

a) Tìm điểm M trên tia AD, điểm N trên tia AC sao cho I là trung điểm của MN.

b) Chứng minh tổng  $MA + NA$  không đổi.

c) Chứng minh rằng đ-ờng tròn ngoại tiếp tam giác AMN đi qua hai điểm cố định.

**H- ống dẫn**

**Bài 1:** 1) Chọn C. Trả lời đúng.

2) Chọn D. Kết quả khác: Đáp số là: 1

**Bài 2:** 1)  $A = (n + 1)^4 + n^4 + 1 = (n^2 + 2n + 1)^2 - n^2 + (n^4 + n^2 + 1)$   
 $= (n^2 + 3n + 1)(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$   
 $= (n^2 + n + 1)(2n^2 + 2n + 2) = 2(n^2 + n + 1)^2$

Vậy A chia hết cho 1 số chính ph-ơng khác 1 với mọi số nguyên d-ơng n.

2) Do  $A > 0$  nên  $A$  lớn nhất  $\Leftrightarrow A^2$  lớn nhất.

Xét  $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$  (1)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Ta có:  $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$  (Bất đẳng thức Cô si)  
 $\Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

$$\text{Max } A^2 = 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}, \text{ max } A = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

**Bài 3** **Câu 1** Với mọi x ta có  $(x+a)(x-4) - 7 = (x+b)(x+c)$

Nên với  $x = 4$  thì  $-7 = (4+b)(4+c)$

Có 2 trường hợp:  $\begin{cases} 4+b=1 \\ 4+c=-7 \end{cases}$  và  $\begin{cases} 4+b=7 \\ 4+c=-1 \end{cases}$

Trường hợp thứ nhất cho  $b = -3, c = -11, a = -10$

$$\text{Ta có } (x-10)(x-4) - 7 = (x-3)(x-11)$$

Trường hợp thứ hai cho  $b = 3, c = -5, a = 2$

$$\text{Ta có } (x+2)(x-4) - 7 = (x+3)(x-5)$$

### Câu 2 (1,5 điểm)

Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho:

$$= \frac{1}{4}AB. \text{ Ta có } D \text{ là điểm cố định}$$

$$\text{Mà } \frac{MA}{AB} = \frac{1}{2} \text{ (gt) do đó } \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$

Xét tam giác AMB và tam giác ADM có MâB (chung)

$$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Do đó } \Delta AMB \sim \Delta ADM \Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{MA}{AD} = 2$$

$$\Rightarrow MD = 2MD \text{ (0,25 điểm)}$$

Xét ba điểm M, D, C:  $MD + MC \geq DC$  (không đổi)

$$\text{Do đó } MB + 2MC = 2(MD + MC) \geq 2DC$$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow M$  thuộc đoạn thẳng DC

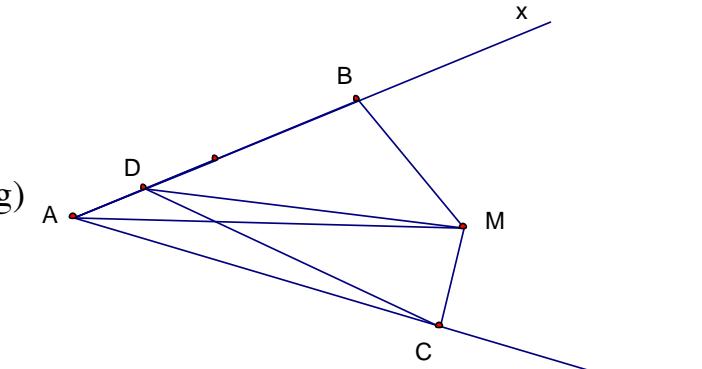
Giá trị nhỏ nhất của  $MB + 2MC$  là  $2DC$

\* Cách dựng điểm M.

- Dựng đường tròn tâm A bán kính  $\frac{1}{2}AB$

- Dựng D trên tia Ax sao cho  $AD = \frac{1}{4}AB$

M là giao điểm của DC và đường tròn  $(A; \frac{1}{2}AB)$



**Bài 4:** a) Dụng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do  $\widehat{MAN} = 90^\circ$  nên MN là đ-òng kính

Vậy I là trung điểm của MN

b) Kẻ MK // AC ta có :  $\Delta INC \cong \Delta IMK$  (g.c.g)

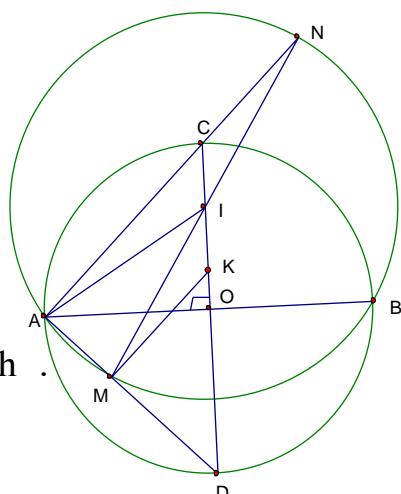
$\Rightarrow CN = MK = MD$  (vì  $\Delta MKD$  vuông cân)

Vậy  $AM + AN = AM + CN + CA = AM + MD + CA$

$\Rightarrow AM = AN = AD + AC$  không đổi

c) Ta có  $IA = IB = IM = IN$

Vậy đ-òng tròn ngoại tiếp  $\Delta AMN$  đi qua hai điểm A, B cố định .



### ĐỀ 118

**Bài 1.** Cho ba số x, y, z thoả mãn đồng thời :

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức :  $A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007}$  .

**Bài 2).** Cho biểu thức :  $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2014$ .

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó

**Bài 3.** Giải hệ ph-ong trình :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1).y(y+1) = 72 \end{cases}$$

**Bài 4.** Cho đ-òng tròn tâm O đ-òng kính AB bán kính R. Tiếp tuyến tại điểm M bbất kỳ trên đ-òng tròn (O) cắt các tiếp tuyến tại A và B lần l-ợt tại C và D.

a.Chứng minh :  $AC \cdot BD = R^2$ .

b.Tìm vị trí của điểm M để chu vi tam giác COD là nhỏ nhất .

**Bài 5.** Cho a, b là các số thực d-ơng. Chứng minh rằng :

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

**Bài 6).** Cho tam giác ABC có phân giác AD. Chứng minh :  $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$ .

### H- ống dẫn giải

**Bài 1.** Từ giả thiết ta có :

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Cộng từng vế các đẳng thức ta có :  $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ y+1 = 0 \\ z+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = z = 1$$

$$\Rightarrow A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007} = (-1)^{2007} + (-1)^{2007} + (-1)^{2007} = -3 \quad \text{Vậy : } A = -3.$$

**Bài 2.**(1,5 điểm) Ta có :

$$M = (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) + (xy - x - 2y + 2) + 2007$$

$$M = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (x-2)(y-1) + 2007$$

$$\Rightarrow M = \left[ (x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2 + 2007$$

$$\text{Do } (y-1)^2 \geq 0 \text{ và } \left[ (x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\Rightarrow M \geq 2007 \quad \Rightarrow M_{\min} = 2007 \Leftrightarrow x = 2; y = 1$$

**Bài 3.** Đặt :  $\begin{cases} u = x(x+1) \\ v = y(y+1) \end{cases}$  Ta có :  $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow u; v \text{ là nghiệm của ph- ơng trình :}$

$$X^2 - 18X + 72 = 0 \Rightarrow X_1 = 12; X_2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 12 \\ v = 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} u = 6 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1) = 12 \\ y(y+1) = 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x(x+1) = 6 \\ y(y+1) = 12 \end{cases}$$

Giải hai hệ trên ta đ- ợc : Nghiệm của hệ là :

$(3; 2); (-4; 2); (3; -3); (-4; -3)$  và các hoán vị.

**Bài 4.** a.Ta có  $CA = CM; DB = DM$

Các tia OC và OD là phân giác của hai góc AOM và MOB nên  $OC \perp OD$

Tam giác COD vuông đỉnh O, OM là đ-ờng cao thuộc cạnh huyền CD nêu :

$$MO^2 = CM \cdot MD$$

$$\Rightarrow R^2 = AC \cdot BD$$

b.Các tứ giác ACMO ; BDMO nội tiếp

$$\Rightarrow MCO = MAO; MDO = MBO$$

$$\Rightarrow \triangle COD \sim \triangle AMB (g.g) (0,25đ)$$

$$\text{Do đó : } \frac{\text{Chu vi } \triangle COD}{\text{Chu vi } \triangle AMB} = \frac{OM}{MH_1} \quad (\text{MH}_1 \perp AB)$$

$$\text{Do } MH_1 \leq OM \text{ nên } \frac{OM}{MH_1} \geq 1$$

$$\Rightarrow \text{Chu vi } \triangle COD \geq \text{chu vi } \triangle AMB$$

Dấu = xảy ra  $\Leftrightarrow MH_1 = OM \Leftrightarrow M \equiv O \Rightarrow M$  là điểm chính giữa của cung AB

$$\underline{\text{Bài 5}} (1,5 \text{ điểm}) \text{ Ta có : } \left( \sqrt{a} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0; \left( \sqrt{b} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0 \quad \forall a, b > 0$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} \geq 0; b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \geq 0 \quad \Rightarrow (a - \sqrt{a} + \frac{1}{4}) + (b - \sqrt{b} + \frac{1}{4}) \geq 0 \quad \forall a, b > 0$$

$$\Rightarrow a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0 \quad \text{Mặt khác } a + b \geq 2\sqrt{ab} > 0$$

$$\text{Nhân từng vế ta có : } (a+b) \left[ (a+b) + \frac{1}{2} \right] \geq 2\sqrt{ab} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 + \frac{(a+b)}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

**Bài 6.** (1 điểm) Vẽ đ-ờng tròn tâm O ngoại tiếp  $\triangle ABC$

Gọi E là giao điểm của AD và (O)

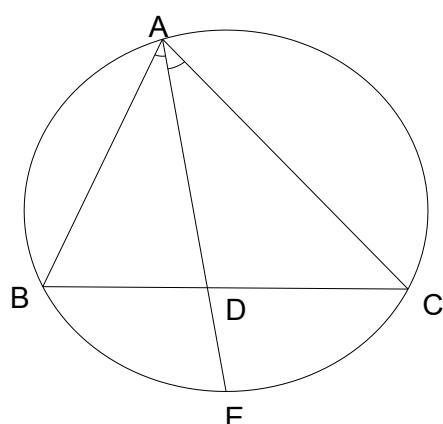
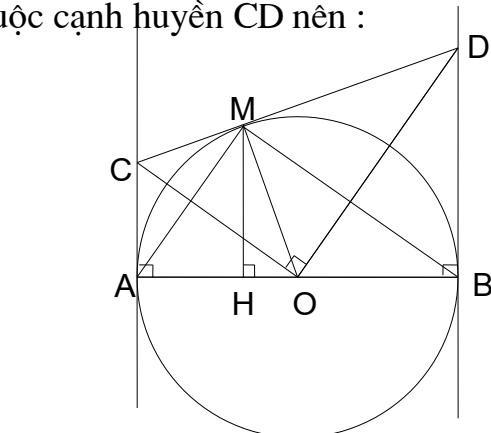
Ta có:  $\triangle ABD \sim \triangle CED$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AB \cdot ED = BD \cdot CD$$

$$\Rightarrow AD \cdot (AE - AD) = BD \cdot CD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AD \cdot AE - BD \cdot CD$$

Lại có :  $\triangle ABD \sim \triangle AEC$  (g.g)



Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AE \cdot AD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$$

### ĐỀ 119

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

- a) Tính  $f(-1); f(5)$
- b) Tìm  $x$  để  $f(x) = 10$

c) Rút gọn  $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$  khi  $x \neq \pm 2$

**Câu 2:** Giải hệ ph- ơng trình  $\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$

**Câu 3:** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$  với  $x > 0$  và  $x \neq 1$

- a) Rút gọn A
- b) Tìm giá trị của x để  $A = 3$

**Câu 4:** Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC.

- a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH
- b) Giả sử  $PO = d$ . Tính AH theo R và d.

**Câu 5:** Cho ph- ơng trình  $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn:  $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

**Câu 1a)**  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra  $f(-1) = 3; f(5) = 3$

b)  $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=-8 \end{cases}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

c)  $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với  $x > 2$  suy ra  $x - 2 > 0$  suy ra  $A = \frac{1}{x+2}$

Với  $x < 2$  suy ra  $x - 2 < 0$  suy ra  $A = -\frac{1}{x+2}$

## Câu 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Câu 3 a)** Ta có:  $A = \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) =$

$$\left( \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) = \left( \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) =$$

$$\frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b)  $A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/3$

## Câu 4

Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

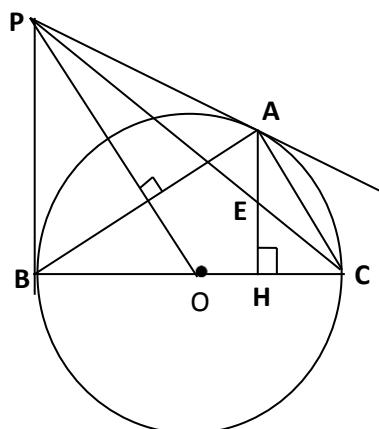
a) nên theo định lý Talet áp dụng cho CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

$\Rightarrow \angle POB = \angle ACB$  (hai góc đồng vị)

$\Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta POB$



$$\text{Do đó: } \frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$$

Do  $CB = 2OB$ , kết hợp (1) và (2) ta suy ra  $AH = 2EH$  hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đ-ờng cao AH ta có  $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) và do  $AH = 2EH$  ta có

$$\begin{aligned} AH^2 &= (2R - \frac{AH.CB}{2PB}) \frac{AH.CB}{2PB} \\ \Leftrightarrow AH^2 \cdot 4PB^2 &= (4R.PB - AH.CB).AH.CB \\ \Leftrightarrow 4AH.PB^2 &= 4R.PB.CB - AH.CB^2 \\ \Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) &= 4R.PB.CB \\ \Leftrightarrow AH &= \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2} \\ &= \frac{8R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{d^2} \end{aligned}$$

**Câu 5** Để ph-ong trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1 ; x_2$  thì  $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) > 0$$

Từ đó suy ra  $m \neq 1,5$  (1)

Mặt khác, theo định lý Viết và giả thiết ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\ 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{array} \right.$$

$$\text{Giải ph-ong trình } 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$$

$$\text{ta đ-ợc } m = -2 \text{ và } m = 4,125 \quad (2)$$

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với  $m = -2$  hoặc  $m = 4,125$  thì ph-ong trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:  $x_1 + x_2 = 11$

### ĐỀ 120

**ĐỀ 1:** Cho  $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh:  $P < \frac{1}{3}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

**Câu 2:** Cho ph- ơng trình :  $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$  <sup>(1)</sup>; m là tham số.

a/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

**Câu 3:** a/. Giải ph- ơng trình :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

b/. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn :  $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a+2b-4c+2=0 \\ 2a-b+7c-11=0 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của  $Q = 6a + 7b + 2006c$ .

**Câu 4:** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A với  $AB > BC$ . Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B).

Gọi (O) là đ- ờng tròn ngoại tiếp  $\triangle BCD$ . Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K.

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

### Đáp án

**Câu 1:** Điều kiện:  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ . (0,25 điểm)

$$\begin{aligned} P &= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b/. Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ . Ta có:  $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1$  ; (vì  $x + \sqrt{x} + 1 > 0$ )

$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0. \quad (\text{Đúng vì } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

Câu 2:a/. Ph- ơng trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi  $\Delta' \geq 0$ .

$$\Leftrightarrow (m - 1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 2.$$

b/. Với  $m \leq 2$  thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a . Theo Viet ,ta có:

$$\begin{cases} a + 3a = 2m - 2 \\ a \cdot 3a = m^2 - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m-1}{2} \Rightarrow 3\left(\frac{m-1}{2}\right)^2 = m^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{6} \quad (\text{thõa mãn điều kiện}).$$

Câu 3:

$$\text{Điều kiện } x \neq 0 ; 2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0 ; |x| < \sqrt{2}.$$

$$\text{Đặt } y = \sqrt{2 - x^2} > 0$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) có :  $x + y = 2xy$ . Thay vào (1) có :  $xy = 1$  hoặc  $xy = -\frac{1}{2}$

\* Nếu  $xy = 1$  thì  $x + y = 2$ . Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1.$$

\* Nếu  $xy = -\frac{1}{2}$  thì  $x + y = -1$ . Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$$X^2 + X - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vì } y > 0 \text{ nên: } y = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

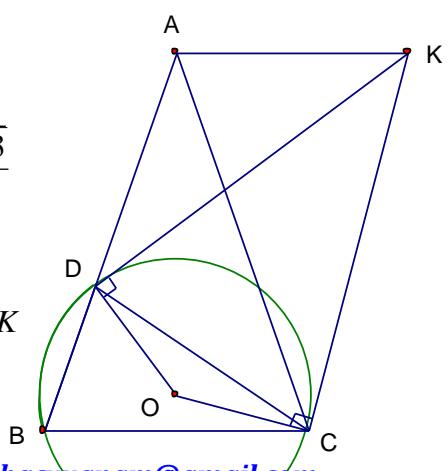
$$\text{Vậy ph- ơng trình có hai nghiệm: } x_1 = 1 ; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

Câu 4: c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

$$\text{Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành} \Leftrightarrow AB \parallel CK$$

$$\Leftrightarrow BAC = ACK$$

$$\text{Mà } ACK = \frac{1}{2} \text{sđ } EC = \frac{1}{2} \text{sđ } BD = DCB$$



Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Nên  $BCD = BAC$

Dựng tia Cy sao cho  $BCy = BAC$ . Khi đó, D là giao điểm của  $AB$  và Cy.

Với giả thiết  $AB > BC$  thì  $BCA > BAC > BDC$ .

$\Rightarrow D \in AB$ . Vậy điểm D xác định nh- trên là điểm cần tìm.

### ĐỀ 121

Câu 1: a) Xác định  $x \in \mathbb{R}$  để biểu thức:  $A = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$  Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx} + 2\sqrt{z} + 2}$  Biết  $x.y.z = 4$ , tính  $\sqrt{P}$ .

Câu 2: Cho các điểm  $A(-2;0)$ ;  $B(0;4)$ ;  $C(1;1)$ ;  $D(-3;2)$

- Chứng minh 3 điểm A, B, D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 3 Giải ph- ơng trình:  $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn ( $O; R$ ) và một điểm A sao cho  $OA = R\sqrt{2}$ . Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đ- ờng tròn. Một góc  $\angle xOy = 45^\circ$  cắt đoạn thẳng AB và AC lần l- ợt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a. DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn ( O ).

b.  $\frac{2}{3}R < DE < R$

### đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{(\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} + x)} = \sqrt{x^2 + 1} - x - (\sqrt{x^2 + 1} + x) = -2x$$

$A$  là số tự nhiên  $\Leftrightarrow -2x$  là số tự nhiên  $\Leftrightarrow x = \frac{k}{2}$

(trong đó  $k \in \mathbb{Z}$  và  $k \leq 0$  )

b. Điều kiện xác định:  $x, y, z \geq 0$ , kết hợp với  $x.y.z = 4$  ta đ- ợc  $x, y, z > 0$  và  $\sqrt{xyz} = 2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với  $\sqrt{x}$ ; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi  $\sqrt{xyz}$  ta đ- ợc:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x} + 2 + \sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{xy} + 2}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} = 1 \quad (1\text{đ})$$

$\Rightarrow \sqrt{P} = 1$  vì  $P > 0$

Câu 2: a. Đ- ờng thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng  $y = ax + b$

Điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đ- ờng thẳng AB nên  $\Rightarrow b = 4$ ;  $a = 2$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ DÌ

Vậy đ-ờng thẳng AB là  $y = 2x + 4$ .

Điểm C(1;1) có toạ độ không thoả mãn  $y = 2x + 4$  nên C không thuộc đ-ờng thẳng AB  
 $\Rightarrow A, B, C$  không thẳng hàng.

Điểm D(-3;2) có toạ độ thoả mãn  $y = 2x + 4$  nên điểm D thuộc đ-ờng thẳng AB  
 $\Rightarrow A, B, D$  thẳng hàng

b.Ta có :

$$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 20$$

$$AC^2 = (-2 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 10$$

$$BC^2 = (0 - 1)^2 + (4 - 1)^2 = 10$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } C$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

**Câu 3:** Đkxđ  $x \geq 1$ , đặt  $\sqrt{x-1} = u$ ;  $\sqrt[3]{2-x} = v$  ta có hệ ph-ơng trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ph-ơng trình bằng ph-ơng pháp thế ta đ-ợc:  $v = 2$   
 $\Rightarrow x = 10$ .

**Câu 4**

a.áp dụng định lí Pitago tính đ-ợc

$AB = AC = R \Rightarrow ABOC$  là hình vuông (0.5đ)

Kẻ bán kính OM sao cho

$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$

$\angle MOE = \angle EOC$  (0.5đ)

Chứng minh  $\Delta BOD = \Delta MOD$

$$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^\circ$$

T-ơng tự:  $\angle OME = 90^\circ$

$\Rightarrow D, M, E$  thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đ-ờng tròn (O).

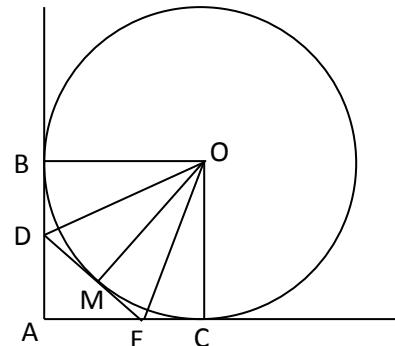
b.Xét  $\Delta ADE$  có  $DE < AD + AE$  mà  $DE = DB + EC$

$$\Rightarrow 2ED < AD + AE + DB + EC \text{ hay } 2DE < AB + AC = 2R \Rightarrow DE < R$$

Ta có  $DE > AD$ ;  $DE > AE$ ;  $DE = DB + EC$

$$\text{Cộng từng vế ta đ-ợc: } 3DE > 2R \Rightarrow DE > \frac{2}{3}R$$

$$\text{Vậy } R > DE > \frac{2}{3}R$$



### ĐỀ 122

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

- a) Tính  $f(-1); f(5)$
- b) Tìm  $x$  để  $f(x) = 10$
- c) Rút gọn  $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$  khi  $x \neq \pm 2$

**Câu 2:** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

**Câu 3:** Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

- a) Rút gọn  $A$
- 2) Tìm giá trị của  $x$  để  $A = 3$

**Câu 4:** Từ điểm  $P$  nằm ngoài đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ , kẻ hai tiếp tuyến  $PA; PB$ .

Gọi  $H$  là chân đường vuông góc hạ từ  $A$  đến đường kính  $BC$ .

- a) Chứng minh rằng  $PC$  cắt  $AH$  tại trung điểm  $E$  của  $AH$
- b) Giả sử  $PO = d$ . Tính  $AH$  theo  $R$  và  $d$ .

**Câu 5:** Cho phương trình  $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải phương trình, tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$

thỏa mãn:  $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

**Câu 1**

a)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra  $f(-1) = 3; f(5) = 3$

b)  $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 10 \\ x-2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8 \end{cases}$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

c)  $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với  $x > 2$  suy ra  $x - 2 > 0$  suy ra  $A = \frac{1}{x+2}$

Với  $x < 2$  suy ra  $x - 2 < 0$  suy ra  $A = -\frac{1}{x+2}$

## Câu 2

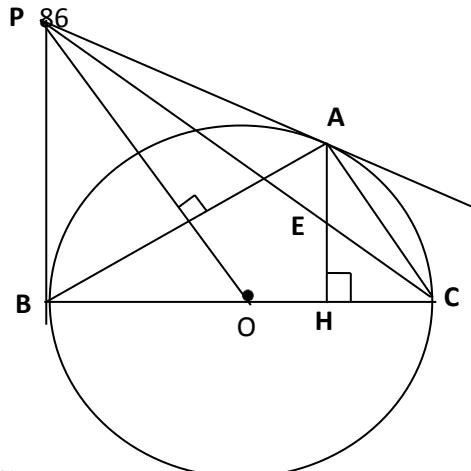
$$\begin{aligned} & \begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 3a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \\ &= \left( \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \\ &= \left( \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \\ &= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x} \end{aligned}$$

b)  $A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/3$

Câu 4



- a) Do  $HA \parallel PB$  (Cùng vuông góc với  $BC$ )  
b) nên theo định lý Talet áp dụng cho tam giác  $CPB$  ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mặt khác, do  $PO \parallel AC$  (cùng vuông góc với  $AB$ )

$$\Rightarrow \overbrace{\text{POB}}^{\text{=}} = \overbrace{\text{ACB}}^{\text{(hai góc đồng vị)}} \quad (\text{hai góc đồng vị})$$

$$\Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta POB$$

$$\text{Do đó: } \frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$$

Do  $CB = 2OB$ , kết hợp (1) và (2) ta suy ra  $AH = 2EH$  hay  $E$  là trung điểm của  $AH$ .

- b) Xét tam giác vuông  $BAC$ , đường cao  $AH$  ta có  $AH^2 = BH \cdot CH = (2R - CH) \cdot CH$

Theo (1) và do  $AH = 2EH$  ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH \cdot CB}{2PB}) \frac{AH \cdot CB}{2PB}.$$

$$\Leftrightarrow AH^2 \cdot 4PB^2 = (4R \cdot PB - AH \cdot CB) \cdot AH \cdot CB$$

$$\Leftrightarrow 4AH \cdot PB^2 = 4R \cdot PB \cdot CB - AH \cdot CB^2$$

$$\Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) = 4R \cdot PB \cdot CB$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow AH &= \frac{4R \cdot CB \cdot PB}{4 \cdot PB^2 + CB^2} = \frac{4R \cdot 2R \cdot PB}{4PB^2 + (2R)^2} \\ &= \frac{8R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{d^2} \end{aligned}$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI

### Câu 5 (1d)

Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1 ; x_2$  thì  $\Delta > 0$

$$<=> (2m - 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) > 0$$

$$\text{Từ đó suy ra } m \neq 1,5 \quad (1)$$

Mặt khác, theo định lý Viết và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\ 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{cases}$$

$$\text{Giải ph- ơng trình } 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$$

$$\text{ta đ- ợc } m = -2 \text{ và } m = 4,125 \quad (2)$$

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với  $m = -2$  hoặc  $m = 4,125$  thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt t

### ĐỀ 123

**Câu I : Tính giá trị của biểu thức:**

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{333\dots35}_{99s\in3}$$

**Câu II : Phân tích thành nhân tử :**

- 1)  $X^2 - 7X - 18$
- 2)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$
- 3)  $1 + a^5 + a^{10}$

**Câu III :**

- 1) Chứng minh :  $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$
- 2) áp dụng : cho  $x+4y = 5$ . Tìm GTNN của biểu thức :  $M = 4x^2 + 4y^2$

**Câu 4 :** Cho tam giác ABC nội tiếp đ- ờng tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI ( M khác C và I ). Đ- ờng thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

- a) Chứng minh  $DM \cdot AI = MP \cdot IB$

b) Tính tỉ số :  $\frac{MP}{MQ}$

**Câu 5:**

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

## **đáp án**

**Câu 1 :**

$$\begin{aligned} 1) A &= \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3} + \sqrt{7}-\sqrt{5} + \sqrt{9}-\sqrt{7} + \dots + \sqrt{99}-\sqrt{97}) = \frac{1}{2}(\sqrt{99}-\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$2) B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{333\dots35}_{99s\in3} =$$

$$= 33 + 2 + 333 + 2 + 3333 + 2 + \dots + 33\dots33 + 2$$

$$= 2.99 + (33 + 333 + 3333 + \dots + 33\dots33)$$

$$= 198 + \frac{1}{3}(99 + 999 + 9999 + \dots + 99\dots99)$$

$$198 + \frac{1}{3}(10^2 - 1 + 10^3 - 1 + 10^4 - 1 + \dots + 10^{100} - 1) = 198 - 33 +$$

$$B = \left( \frac{10^{101} - 10^2}{27} \right) + 165$$

$$\text{Câu 2: } 1) x^2 - 7x - 18 = x^2 - 4 - 7x - 14 = (x-2)(x+2) - 7(x+2) = (x+2)(x-9) \quad (1đ)$$

$$\begin{aligned} 2) (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 3 &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - 3 \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3 = [x^2 + 5x + 4][(x^2 + 5x + 4) + 2] - 3 \\ &= (x^2 + 5x + 4)^2 + 2(x^2 + 5x + 4) - 3 = (x^2 + 5x + 4)^2 - 1 + 2(x^2 + 5x + 4) - 2 \\ &= [(x^2 + 5x + 4) - 1][(x^2 + 5x + 4) + 1] + 2[(x^2 + 5x + 4) - 1] \\ &= (x^2 + 5x + 3)(x^2 + 5x + 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) a^{10} + a^5 + 1 &= a^{10} + a^9 + a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 \\ &\quad - (a^9 + a^8 + a^7) - (a^6 + a^5 + a^4) - (a^3 + a^2 + a) \\ &= a^8(a^2 + a + 1) + a^5(a^2 + a + 1) + a^3(a^2 + a + 1) + (a^2 + a + 1) - a^7(a^2 + a + 1) \\ &\quad - a^4(a^2 + a + 1) - a(a^2 + a + 1) \\ &= (a^2 + a + 1)(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a + 1) \end{aligned}$$

**Câu 3: 4đ**

$$1) \text{ Ta có : } (ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2) \Leftrightarrow$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

$$\begin{aligned} a^2b^2 + 2abcd + c^2d^2 &\leq a^2b^2 + a^2d^2 + c^2b^2 + c^2d^2 \Leftrightarrow \\ 0 &\leq a^2d^2 - 2cbcd + c^2b^2 \Leftrightarrow \\ 0 &\leq (ad - bc)^2 \quad (\text{đpcm}) \end{aligned}$$

Dấu = xãy ra khi  $ad=bc$ .

2) áp dụng hằng đẳng thức trên ta có :

$$5^2 = (x+4y)^2 = (x+4y) \leq (x^2 + y^2)(1+16) \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 \geq \frac{25}{17} \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 \geq \frac{100}{17} \text{ dấu = xãy ra khi } x = \frac{5}{17}, y = \frac{20}{17} \quad (2\text{đ})$$

Câu 4 : 5đ

Ta có : góc DMP= góc AMQ = góc AIC. Mặt khác góc ADB = góc BCA=>

$$\Delta MPD \text{ đồng dạng với } \Delta ICA \Rightarrow \frac{DM}{CI} = \frac{MP}{IA} \Rightarrow DM \cdot IA = MP \cdot CI \text{ hay } DM \cdot IA = MP \cdot IB \quad (1).$$

Ta có góc ADC = góc CBA,

Góc DMQ =  $180^\circ$  - AMQ=  $180^\circ$  - góc AIM = góc BIA.

Do đó  $\Delta DMQ$  đồng dạng với  $\Delta BIA$  =>

$$\frac{DM}{BI} = \frac{MQ}{IA} \Rightarrow DM \cdot IA = MQ \cdot IB \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra } \frac{MP}{MQ} = 1$$

Câu 5

Để P xác định thì :  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$  và  $1-x > 0$

$$\text{Từ } 1-x > 0 \Rightarrow x < 1$$

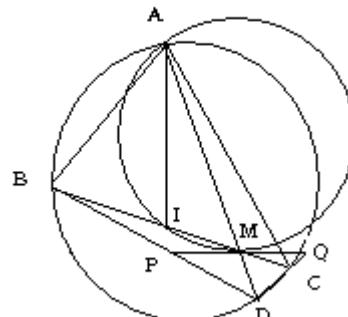
Mặt khác :  $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$ , Vì  $x < 1$  nên ta có :

$$(x-1) < 0 \text{ và } (x-3) < 0 \text{ từ đó suy ra tích của } (x-1)(x-3) > 0$$

Vậy với  $x < 1$  thì biểu thức có nghĩa.

Với  $x < 1$  Ta có :

$$P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-3)}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{3-x}$$



### ĐỀ 124

Câu 1 : a. Rút gọn biểu thức .  $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}}$  Với  $a > 0$ .

$$\text{b. Tính giá trị của tổng. } B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$$

Câu 2 : Cho pt  $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với  $\forall m$ .

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

b. Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

**Câu 3 : Cho  $x \geq 1, y \geq 1$  Chứng minh.**

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

**Câu 4** Cho đ- ờng tròn tâm o và dây AB. M là điểm chuyển động trên đ- ờng tròn, từ M kẻ MH  $\perp$  AB ( $H \in AB$ ). Gọi E và F lân l- ợt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đ- ờng thẳng vuông góc với è cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đ- ờng tròn.
2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$$

### **H- ống dẫn**

**Câu 1** a. Bình ph- ơng 2 vế  $\Rightarrow A = \frac{a^2 + a + 1}{a(a+1)}$  (Vì  $a > 0$ ).

c. áp dụng câu a.

$$A = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B = 100 - \frac{1}{100} = \frac{9999}{100}$$

**Câu 2** a. : cm  $\Delta \geq 0 \quad \forall m$

B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m-1 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{2m+1}{m^2+2} \quad (1) \text{ Tìm dk đe pt (1) có nghiệm theo ẩn.}$$

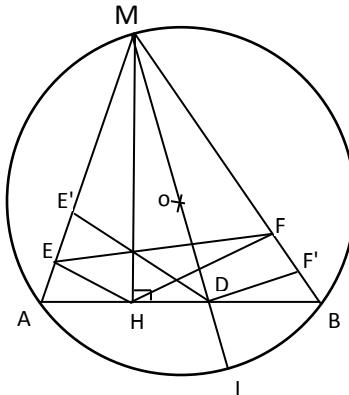
$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq 1$$

$$\Rightarrow GTLN = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$$

$$GTNN = 1 \Leftrightarrow m = 1$$

**Câu 3:** Chuyển về quy đồng ta đ- ợc.

$$\begin{aligned} bdt &\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) \geq 0 \text{ đúng vì } xy \geq 1 \end{aligned}$$



**Câu 4: a**

- Ké thêm đ- ờng phụ.
  - Chứng minh MD là đ- ờng kính của (o)
- => .....
- b.

Gọi E', F' lần l- ợt là hình chiếu của D trên MA và MB.

$$\begin{aligned} &\text{Đặt } HE = H_1 \\ &\quad HF = H_2 \\ &\Rightarrow \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH} = \frac{HE.h_1 \cdot MA^2}{HF.h_2 \cdot MB^2} \quad (1) \\ &\Leftrightarrow \Delta HEF \propto \Delta DF'E' \\ &\Rightarrow HF.h_2 = HE.h_1 \end{aligned}$$

Thay vào (1) ta có:  $\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$

### ĐỀ 125

**Câu 1:** Cho biểu thức  $D = \left[ \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1 - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1 + \sqrt{ab}} \right] : \left[ 1 + \frac{a+b+2ab}{1-ab} \right]$

- Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D
- Tính giá trị của D với  $a = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$
- Tìm giá trị lớn nhất của D

**Câu 2:** Cho ph- ơng trình  $\frac{2}{2-\sqrt{3}}x^2 - mx + \frac{2}{2-\sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0 \quad (1)$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

a) Giải ph- ơng trình (1) với  $m = -1$

b) Tìm  $m$  để ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2$

**Câu 3:** Cho tam giác ABC đ- ờng phân giác AI, biết  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $\hat{A} = \alpha (\alpha = 90^\circ)$  Chứng minh rằng

$$AI = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c} \quad (\text{Cho } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

**Câu 4:** Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB và một điểm N di động trên một nửa đ- ờng tròn sao cho  $N\hat{A} \leq N\hat{B}$ . Vẽ vào trong đ- ờng tròn hình vuông ANMP.

- a) Chứng minh rằng đ- ờng thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.
- b) Gọi I là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.
- c) Chứng minh đ- ờng thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 5:** Cho  $x, y, z$ ;  $xy + yz + zx = 0$  và  $x + y + z = -1$

Hãy tính giá trị của:

$$B = \frac{xy}{z} + \frac{zx}{y} + \frac{yz}{x}$$

### Đáp án

**Câu 1:** a) - Điều kiện xác định của D là  $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ ab \neq 1 \end{cases}$

- Rút gọn D

$$D = \left[ \frac{2\sqrt{a} + 2b\sqrt{a}}{1-ab} \right] : \left[ \frac{a+b+ab}{1-ab} \right]$$

$$D = \frac{2\sqrt{a}}{a+1}$$

$$\text{b) } a = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{3}+1$$

$$\text{Vậy } D = \frac{\frac{2+2\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}+1} = \frac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$$2\sqrt{a} \leq a+1 \Rightarrow D \leq 1$$

Vậy giá trị của D là 1

**Câu 2:** a)  $m = -1$  ph- ơng trình (1)  $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{10} \\ x_2 = -1 + \sqrt{10} \end{cases}$$

b) Để ph- ơng trình 1 có 2 nghiệm thì  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -8m+2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$  (\*)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 4m - 1 \neq 0$$

+ Để ph- ơng trình có nghiệm khác 0  $\Rightarrow \begin{cases} m_1 \neq -4 - 3\sqrt{2} \\ m_2 \neq -4 + 3\sqrt{2} \end{cases}$  (\*)

$$+ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 x_2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 x_2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m^2 + 8m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 - \sqrt{19} \\ m = -4 + \sqrt{19} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (\*) và (\*\*) ta đ- ợc  $m = 0$  và  $m = -4 - \sqrt{19}$

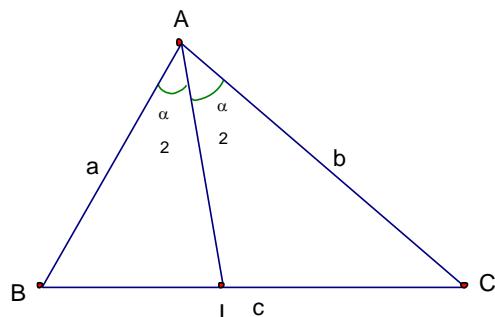
**Câu 3:**

$$+ S_{\Delta ABI} = \frac{1}{2} AI \cdot c \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$+ S_{\Delta AIC} = \frac{1}{2} AI \cdot b \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$+ S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha;$$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABI} + S_{\Delta AIC}$$



$$\Rightarrow bc \sin \alpha = AI \sin \frac{\alpha}{2} (b+c)$$

$$\Rightarrow AI = \frac{bc \sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2} (b+c)} = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$$

**Câu 4:** a)  $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$  Gọi  $Q = NP \cap (O)$

$\Rightarrow Q\hat{A} = Q\hat{B}$  Suy ra  $Q$  cố định

b)  $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

$\Rightarrow$  Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho  $QF = QB$ , F cố định.

Tam giác ABF có:  $AQ = QB = QF$

$\Rightarrow \Delta ABF$  vuông tại A  $\Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow A\hat{F}B = 45^\circ$

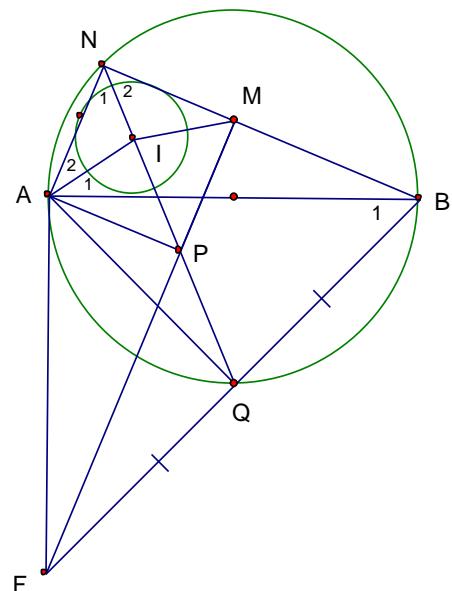
Lại có  $\hat{P}_1 = 45^\circ \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$  Tứ giác APQF nội tiếp

$\Rightarrow A\hat{P}F = A\hat{Q}F = 90^\circ$

Ta có:  $A\hat{P}F + A\hat{P}M = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow M_1, P, F$  Thẳng hàng

**Câu 5:** Biến đổi  $B = xyz \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = \dots = xyz \cdot \frac{2}{xyz} = 2$



### ĐỀ 126

**Bài 1:** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x-\sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x+\sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}} \cdot \left( 1 - \frac{1}{x-1} \right)$

a) Tìm điều kiện của x để A xác định

b) Rút gọn A

**Bài 2 :** Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

a) Viết phương trình đường thẳng AB

b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

**Bài 3 :** Tìm tất cả các số tự nhiên m để phương trình sau:

$$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

có nghiệm nguyên.

**Bài 4 :** Cho tam giác ABC. Phân giác AD ( $D \in BC$ ) vẽ đ- ờng tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đ- ờng tròn này cắt AB và AC lần l- ợt tại E và F. Chứng minh

- a)  $EF // BC$
- b) Các tam giác AED và ADC; àD và ABD là các tam giác đồng dạng.
- c)  $AE \cdot AC = AE \cdot AB = AC^2$

**Bài 5 :** Cho các số d- ơng x, y thỏa mãn điều kiện  $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$ . Chứng minh:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

### Đáp án

**Bài 1:**

a) Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ x - \sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x + \sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2 - 4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi  $1 < x < 2$  hoặc  $x > 2$

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{|\sqrt{x-1}-1| + \sqrt{x-1}+1}{|x-2|} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$\text{Với } 1 < x < 2 \quad A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \quad A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Kết luận

$$\text{Với } 1 < x < 2 \text{ thì } A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \text{ thì } A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

**Bài 2:**

a) A và B có hoành độ và tung độ đều khác nhau nên ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB có dạng  $y = ax + b$

$$A(5; 2) \in AB \Rightarrow 5a + b = 2$$

$$B(3; -4) \in AB \Rightarrow 3a + b = -4$$

Giải hệ ta có  $a = 3$ ;  $b = -13$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Vậy ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB là  $y = 3x - 13$

b) Giả sử  $M(x, 0) \in xx'$  ta có

$$MA = \sqrt{(x-5)^2 + (0-2)^2}$$

$$MB = \sqrt{(x-3)^2 + (0+4)^2}$$

$$\square MAB \text{ cân} \Rightarrow MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2 + 4} = \sqrt{(x-3)^2 + 16}$$

$$\Leftrightarrow (x-5)^2 + 4 = (x-3)^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Kết luận: Điểm cần tìm:  $M(1; 0)$

**Bài 3:**

Ph- ơng trình có nghiệm nguyên khi  $\square = m^4 - 4m - 4$  là số chính ph- ơng

Ta lại có:  $m = 0; 1$  thì  $\square < 0$  loại

$m = 2$  thì  $\square = 4 = 2^2$  nhận

$m \geq 3$  thì  $2m(m-2) > 5 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m - 5 > 0$

$$\Leftrightarrow \square - (2m^2 - 2m - 5) < \square < \square + 4m + 4$$

$$\Leftrightarrow m^4 - 2m + 1 < \square < m^4$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)^2 < \square < (m^2)^2$$

$\square$  không chính phương

Vậy  $m = 2$  là giá trị cần tìm.

**Bài 4:**

a)  $EAD = EFD (= \frac{1}{2} sđ ED)$  (0,25)

$FAD = FDC (= \frac{1}{2} sđ FD)$  (0,25)

mà  $EDA = FAD \Rightarrow EFD = FDC$  (0,25)

$\Rightarrow EF // BC$  (2 góc so le trong bằng nhau)

b) AD là phân giác góc BAC nên  $DE = DF$

$$sđ ACD = \frac{1}{2} sđ(AED - DF) = \frac{1}{2} sđ AE = sđ ADE$$

do đó  $ACD = ADE$  và  $EAD = DAC$

$\Rightarrow \Delta AED \sim \Delta ADC$  (g.g)

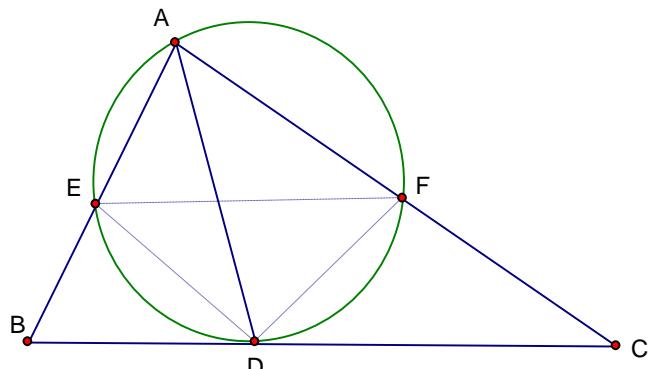
T- ơng tự:  $sđ ADF = \frac{1}{2} sđ AF = \frac{1}{2} sđ(AFD - DE) = \frac{1}{2}(sđ AFD - DE) = sđ ABD \Rightarrow ADF = ABD$

do đó  $\Delta ADF \sim \Delta ABD$  (g.g)

c) Theo trên:

+  $\square AED \sim \square DB$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \text{ hay } AD^2 = AE \cdot AC \quad (1)$$



$$+ \square ADF \sim \square ABD \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \cdot AF \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $AD^2 = AE \cdot AC = AB \cdot AF$

**Bài 5 (1d):**

Ta có  $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$$

mà  $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$  do đó

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \quad (1)$$

+ Ta có:  $x(x - 1)^2 \geq 0; y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$$

mà  $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y \quad (2)$$

và  $(x + 1)(x - 1) \geq 0. \quad (y - 1)(y^3 - 1) \geq 0$

$$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$$

mà  $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$$\Rightarrow x + y \leq 2$$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

**ĐỀ 127**

**Bài 1:** Cho biểu thức  $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

d. Tìm điều kiện của  $x$  để  $M$  có nghĩa và rút gọn  $M$

e. Tìm  $x$  để  $M = 5$

f. Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $M \in \mathbb{Z}$ .

**bài 2:** a) Tìm  $x, y$  nguyên dương thoả mãn phong trình

$$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$$

b) tìm  $x, y$  biết  $/x - 2005/ + /x - 2006/ + /y - 2007/ + /x - 2008/ = 3$

**Bài 3:** a. Cho các số  $x, y, z$  dương thoả mãn  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$  (với  $x \neq 0$ )

**Bài 4:** Cho hình vuông ABCD. Kẻ tia Ax, Ay sao cho  $\hat{xA}y = 45^\circ$

Tia Ax cắt CB và BD lần lượt tại E và P, tia Ay cắt CD và BD lần lượt tại F và Q

a. Chứng minh 5 điểm E; P; Q; F; C cùng nằm trên một đường tròn

b.  $S_{\Delta AEF} = 2 S_{\Delta APQ}$

Kẻ đường trung trực của CD cắt AE tại M. Tính số đo góc MAB biết  $\hat{CPD} = \hat{CMD}$

**Bài 5:** (1đ)

Cho ba số a, b, c khác 0 thoả mãn:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ ; Hãy tính  $P = \frac{ac}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2}$

### đáp án

**Bài 1:**  $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a.ĐK  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$       0,5đ

$$\text{Rút gọn } M = \frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

Biến đổi ta có kết quả:  $M = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \quad M = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \Leftrightarrow M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

$$\begin{aligned} b.. M = 5 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = 5 \\ &\Rightarrow \sqrt{x}+1 = 5(\sqrt{x}-3) \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 5\sqrt{x}-15 \\ &\Leftrightarrow 16 = 4\sqrt{x} \\ &\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 16 \end{aligned}$$

c.  $M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$

Do  $M \in \mathbb{Z}$  nên  $\sqrt{x}-3$  là ước của 4  $\Rightarrow \sqrt{x}-3$  nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4

$$\Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25; 49\} \text{ do } x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1; 16; 25; 49\}$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

**Bài 2** a.  $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

$$<\rightarrow 3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$$

$$<\rightarrow (3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$$

$$<\rightarrow 3x(x + 2y) + 4y(x + 2y) = 96$$

$$<\rightarrow (x + 2y)(3x + 4y) = 96$$

Do x, y nguyên dương nên  $x + 2y; 3x + 4y$  nguyên dương và  $3x + 4y > x + 2y \geq 3$

mà  $96 = 2^5 \cdot 3$  có các ước là: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96 đọc biểu diễn thành tích 2 thừa số không nhỏ hơn 3 là:  $96 = 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24 = 6 \cdot 16 = 8 \cdot 12$

Lại có  $x + 2y$  và  $3x + 4y$  có tích là 96 (Là số chẵn) có tổng  $4x + 6y$  là số chẵn do đó

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases} \text{ Hệ PT này vô nghiệm}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases} \text{ Hệ PT vô nghiệm}$$

Vậy cặp số x, y nguyên dương cần tìm là  $(x, y) = (4, 1)$

b. ta có  $|A| = |-A| \geq A \forall A$

$$\text{Nên } |x - 2005| + |x - 2006| = |x - 2005| + |2008 - x| \geq |x - 2005 + 2008 - x| \geq |3| = 3 \quad (1)$$

$$\text{mà } |x - 2005| + |x - 2006| + |y - 2007| + |x - 2008| = 3 \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta có } |x - 2006| + |y - 2007| \leq 0 \quad (3)$$

$$(3) \text{ xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |x - 2006| = 0 \\ |y - 2007| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2006 \\ y = 2007 \end{cases}$$

**Bài 3**

a. Tròc hết ta chứng minh bất đẳng thức phụ

b. Với mọi a, b thuộc R:  $x, y > 0$  ta có  $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$  (\*)

$$\begin{aligned}
 & \Leftrightarrow (a^2y + b^2x)(x + y) \geq (a + b)^2 xy \\
 & \Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy \\
 & \Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy \\
 & \Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0 \\
 & \Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0 \quad (\text{(*)}) \quad \text{bất đẳng thức (*) đúng với mọi } a, b, \text{ và } x, y > 0
 \end{aligned}$$

Dấu ( $=$ ) xảy ra khi  $ay = bx$  hay  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

$$\begin{aligned}
 & \text{áp dụng bất đẳng thức (*) hai lần ta có } \frac{1}{2x+y+z} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z} \leq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z} = \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+z} \\
 & \leq \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z} = \frac{1}{16} \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \\
 & \text{Tổng tự } \frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16} \left( \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right) \\
 & \quad \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)
 \end{aligned}$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left( \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right) \\
 & \leq \frac{1}{16} \left( \frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \right) \leq \frac{4}{16} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \leq \frac{1}{4} \cdot 4 = 1
 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$$

$$B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{Ta có: } B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} \Leftrightarrow B = \frac{2006x^2 - 2.2006x + 2006^2}{2006x}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{(x-2006)^2 + 2005x^2}{x^2} \Leftrightarrow \frac{(x-2006)^2 + 2005}{2006x^2} + \frac{2005}{2006}$$

Vì  $(x - 2006)^2 \geq 0$  với mọi x

$x^2 > 0$  với mọi x khác 0

$$\Rightarrow \frac{(x-2006)^2}{2006x^2} \geq 0 \Rightarrow B \geq \frac{2005}{2006} \Rightarrow B = \frac{2005}{2006} \text{ khi } x = 2006$$

**Bài 4a.**  $E\hat{B}Q = E\hat{A}Q = 45^\circ \Rightarrow \square E\hat{B}A\hat{Q}$  nội tiếp;  $\hat{B} = 90^\circ \rightarrow$  góc  $AQE = 90^\circ \rightarrow$  góc  $EQF = 90^\circ$

Tổng tự góc  $FDP =$  góc  $FAP = 45^\circ$

$\rightarrow$  Tứ giác FDAP nội tiếp góc  $D = 90^\circ \rightarrow$  góc  $APF = 90^\circ \rightarrow$  góc  $EPF = 90^\circ \dots \dots \dots 0,25đ$

Các điểm Q, P, C luôn nhìn dối 1 góc  $90^\circ$  nên 5 điểm E, P, Q, F, C cùng nằm trên

1 đường tròn đường kính EF ..... 0,25đ

b. Ta có góc  $APQ +$  góc  $QPE = 180^\circ$  (2 góc kề bù)  $\Rightarrow$  góc  $APQ =$  góc  $AFE$

Góc  $AFE +$  góc  $EPQ = 180^\circ$

$\rightarrow$  Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AEF (g.g)

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle AEF}} = k^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_{\triangle APQ} = S_{\triangle AEE}$$

c. góc  $CPD =$  góc  $CMD \rightarrow$  tứ giác MPCD nội tiếp  $\rightarrow$  góc  $MCD =$  góc  $CPD$

(cùng chắn cung MD)

Lại có góc  $MPD =$  góc  $CPD$  (do BD là trung trực của AC)

góc  $MCD =$  góc  $MDC$  (do M thuộc trung trực của DC)

$\rightarrow$  góc  $CPD =$  góc  $MDC =$  góc  $CMD =$  góc  $MCD \rightarrow$  tam giác MDC đều  $\rightarrow$  góc  $CMD = 60^\circ$

$\rightarrow$  tam giác DMA cân tại D (vì  $AD = DC = DM$ )

Và góc  $ADM =$  góc  $ADC -$  góc  $MDC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\rightarrow$  góc  $MAD =$  góc  $AMD (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$

$\rightarrow$  góc  $MAB = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

**Bài 5** Đặt  $x = 1/a$ ;  $y = 1/b$ ;  $z = 1/c \rightarrow x + y + z = 0$  (vì  $1/a + 1/b + 1/c = 0$ )

$$\Rightarrow x = -(y + z)$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -(y + z)^3 + y^3 - 3xyz$$

$$\Rightarrow -(y^3 + 3y^2z + 3y^2z^2 + z^3) + y^3 + z^3 - 3xyz = -3yz(y + z + x) = -3yz \cdot 0 = 0$$

$$\text{Từ } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \geq \frac{1}{a^3} \cdot \frac{1}{b^3} \cdot \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$$

$$\text{Do đó } P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = abc \left( \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = abc \cdot \frac{3}{abc} = 3$$

$$\text{nếu } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \text{ thì } P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = 3$$

### ĐỀ 128

**Bài 1:** Cho biểu thức  $A = \sqrt{\frac{(x^2 - 3)^2 + 12x^2}{x^2}} + \sqrt{(x+2)^2 - 8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A cũng có giá trị nguyên.

**Bài 2:** (2 điểm)

Cho các đường thẳng:

$$y = x - 2 \quad (d_1)$$

$$y = 2x - 4 \quad (d_2)$$

$$y = mx + (m+2) \quad (d_3)$$

a. Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $(d_3)$  luôn đi qua với mọi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đường thẳng  $(d_1)$ ;  $(d_2)$ ;  $(d_3)$  đồng quy.

**Bài 3:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$  (1)

a. Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (1) mà không phụ thuộc vào m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x_1^2 + x_2^2$  (với  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình (1))

**Bài 4:** Cho đường tròn (O) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi vị trí trên cung lớn BC sao cho  $AC > AB$  và  $AC > BC$ . Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD; AD và CE.

a. Chứng minh rằng  $DE // BC$

b. Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp

c. Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F

$$\text{Chứng minh hệ thức: } \frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CE}$$

**Bài 5:** Cho các số dương a, b, c. Chứng minh rằng:  $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

### đáp án

**Bài 1:** - Điều kiện :  $x \neq 0$

a. Rút gọn:  $A = \sqrt{\frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x^2}} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$   
 $= \frac{x^2 + 3}{|x|} + |x - 2|$

- Với  $x < 0$ :  $A = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{x}$

- Với  $0 < x \leq 2$ :  $A = \frac{2x + 3}{x}$

- Với  $x > 2$ :  $A = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x}$

b. Tìm  $x$  nguyên để  $A$  nguyên:

$A$  nguyên  $\Leftrightarrow x^2 + 3 \mid x$   
 $\Leftrightarrow 3 \mid x \Rightarrow x = \{-1; -3; 1; 3\}$

**Bài 2:**

a.  $(d_1) : y = mx + (m+2)$

$\Leftrightarrow m(x+1) + (2-y) = 0$

Để hàm số luôn qua điểm cố định với mọi  $m$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2-y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy  $N(-1; 2)$  là điểm cố định mà  $(d_3)$  đi qua

b. Gọi  $M$  là giao điểm  $(d_1)$  và  $(d_2)$ . Tọa độ  $M$  là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy  $M(2; 0)$ .

Nếu  $(d_3)$  đi qua  $M(2,0)$  thì  $M(2,0)$  là nghiệm  $(d_3)$

Ta có:  $0 = 2m + (m+2) \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

Vậy  $m = -\frac{2}{3}$  thì  $(d_1); (d_2); (d_3)$  đồng quy

**Bài 3:** a.  $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m$ .

Vậy ph-ong trình có 2 nghiệm phân biệt

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

b. Theo Viết:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ 2x_1 x_2 = 2m-6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 - 4 = 0$  không phụ thuộc vào m

a.  $P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3)$   
 $= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \forall m$

Vậy  $P_{\min} = \frac{15}{4}$  với  $m = \frac{5}{4}$

**Bài 4:** Vẽ hình đúng — viết giả thiết — kết luận

a.  $Sđ \angle CDE = \frac{1}{2} Sđ \widehat{DC} = \frac{1}{2} Sđ \widehat{BD} = \angle BCD$

$\Rightarrow DE \parallel BC$  (2 góc vị trí so le)

b.  $\angle APC = \frac{1}{2} sđ(AC - DC) = \angle AQC$

$\Rightarrow \square APQC$  nội tiếp (vì  $\angle APC = \angle AQC$

cùng nhìn đoạn AC)

c. Tứ giác APQC nội tiếp

$\angle CPQ = \angle CAQ$  (cùng chắn cung CQ)

$\angle CAQ = \angle CDE$  (cùng chắn cung DC)

Suy ra  $\angle CPQ = \angle CDE \Rightarrow DE \parallel PQ$

Ta có:  $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$  (vì  $DE \parallel PQ$ ) (1)

$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$  (vì  $DE \parallel BC$ ) (2)

Cộng (1) và (2):  $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE + QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE}$  (3)

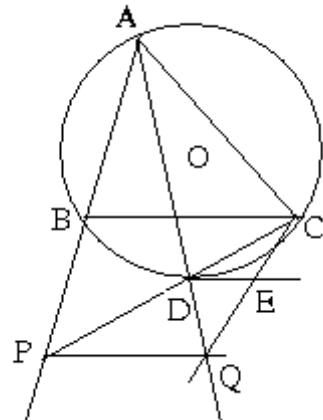
$ED = EC$  (t/c tiếp tuyến) từ (1) suy ra  $PQ = CQ$

Thay vào (3):  $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

**Bài 5:** Ta có:  $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c}$  (1)

$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c}$  (2)

$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c}$  (3)



Cộng từng vế (1),(2),(3) :

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

**ĐỀ 129**

Bài 1: (2đ)

Cho biểu thức:

$$P = \left( \frac{x-1}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} + 1$$

- a) Rút gọn P.
- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2: (2đ) Một ng-ời đ-ợc định đ-ị xe đ-ẹp từ A đ-ến B cách nhau 20 km trong một thời gian đ-ă định. Sau khi đ-ị xe đ-ẹp 1 giờ với vận tốc đ-ị định, do đ-ờng kh-ô đ-ị n-ên ng-ời đó giảm vận tốc đ-ị 2km/h trên qu-ang đ-ờng c-òn l-ại, vì thế ng-ời đó đ-ến B chậm hơn đ-ị định 15 phút. Tính vận tốc đ-ị định của ng-ời đ-ị xe đ-ẹp.

Bài 3: (1,5đ) Cho hệ ph-ong trình:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ -2x + my = 1 - m \end{cases}$$

- a) Giải hệ ph-ong trình với  $m = 3$
- b) Tìm  $m$  đ-ể hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn  $x + y = 1$

Bài 4: (3đ) Cho nửa đ-ờng tròn  $(O; R)$  đ-ờng kính AB. Điểm M tuỳ ý trên nửa đ-ờng tròn. Gọi N và P lần l-ợt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB. AP cắt BN tại I.

- a) Tính số đo góc NIP.
- b) Gọi giao điểm của tia AN và tia BP là C; tia CI và AB là D.

Chứng minh tứ giác DOPN nội tiếp đ-ợc.

- c) Tìm quỹ tích trung điểm J của đoạn OC khi M di động trên nửa tròn tròn tâm O

Bài 5: (1,5đ) Cho hàm số  $y = -2x^2$  (P) và đ-ờng thẳng  $y = 3x + 2m - 5$  (d)

- a) Tìm m đ-ể (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm toạ độ hai điểm đó.
- b) Tìm quỹ tích chung điểm I của AB khi m thay đổi.

(Häc sinh kh«ng ®-ic sö döng bÊt cø tµi liÖu nµo)

**ĐÁP ÁN**  
**MÔN: TOÁN 9**

**Bài 1: (2đ)**

a) (1,5đ)

- Thực hiện đ- ợc biểu thức trong ngoặc bằng:  $\frac{-5(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}$  0,75đ
- Thực hiện phép chia đúng bằng  $\frac{-5}{\sqrt{x}+4}$  0,25đ
- Thực hiện phép cộng đúng bằng:  $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+4}$  0,25đ
- Điều kiện đúng:  $x \geq 0; x \neq 1$  0,25đ

b) (0,5đ)

- Viết  $P = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+4}$  lập luận tìm đ- ợc GTNN của  $P = -1/4$  khi  $x = 0$  0,5đ

**Bài 2: (2đ)**

1) Lập ph- ơng trình đúng (1,25đ)

- Gọi ẩn, đơn vị, đk đúng 0,25đ
- Thời gian dự định 0,25đ
- Thời gian thực tế 0,5đ
- Lập luận viết đ- ợc PT đúng 0,25đ

2) Giải ph- ơng trình đúng

3) đối chiếu kết quả và trả lời đúng

**Bài 3: (1,5đ)** a) Thay  $m = 3$  và giải hệ đúng:

b) (0,5đ)

- Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất đúng 0,25đ
- Tìm  $m$  để hệ có nghiệm thoả mãn  $x + y = 1$  và KL 0,25đ

**Bài 4: (3đ)** Vẽ hình đúng

a) Tính đ- ợc số đo góc  $NIP = 135^0$

b) (1đ)

- Vẽ hình và C/m đ- ợc góc  $NDP = 90^0$  0,5đ
- Chứng minh đ- ợc tứ giác DOPN nội tiếp đ- ợc. 0,5đ

c) (1đ) + C/m phần thuận

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

Kẻ JE//AC, JF//BC và C/m đ- ợc góc EJF = 45 <sup>0</sup>	0,25đ
Lập luận và kết luận điểm J:	0,25đ
+ C/m phần đảo	0,25đ
+ Kết luận quỹ tích	0,25đ
<b>Bài 5: (1,5đ) a) (1đ)</b>	
Tìm đ- ợc điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt:	0,5đ
Tìm đ- ợc toạ độ 2 điểm A, B	0,5đ

b) Tìm đ- ợc quỹ tích trung điểm I: 
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3}{4} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{8m - 11}{4} \end{cases}$$
 và kết luận

## **ĐỀ 130**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HẢI PHÒNG**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN  
Năm học 2013 – 2014**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ THI MÔN TOÁN**

*Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

*Lưu ý: Đề thi gồm 01 trang, thí sinh làm bài vào tờ giấy thi*

### **Bài 1. (2.0 điểm)**

a) Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8} \right) : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$ . Tìm  $x$  sao cho  $A < 2$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - (2m+4)x + 3m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = 2x_1 + 3$ .

### **Bài 2. (2.0 điểm)**

a) Giải phương trình  $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \frac{x-7}{3}$ .

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x^2 + xy = y^2 - 3y + 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$ .

### **Bài 3. (3.0 điểm)**

Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên đường tròn (O) đường kính AB sao cho  $AC > BC$ . Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D, cắt AB ở E. Hẹ AH vuông góc với CD tại H.

a) Chứng minh rằng  $AD \cdot CE = CH \cdot DE$ .

b) Chứng minh rằng  $OD \cdot BC$  là một hằng số.

c) Giả sử đường thẳng đi qua E, vuông góc với AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G. Gọi I là trung điểm AE.

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI*

Chứng minh rằng trực tâm tam giác IFG là một điểm cố định.

**Bài 4. (1.0 điểm)**

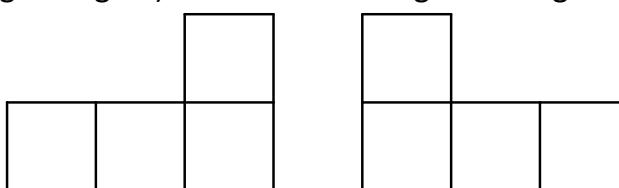
a) Chứng minh rằng nếu  $x \geq y \geq 1$  thì  $x + \frac{1}{x} \geq y + \frac{1}{y}$ .

b) Cho  $1 \leq a, b, c \leq 2$ . Chứng minh rằng  $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \leq 10$ .

**Bài 5. (2.0 điểm)**

a) Cho  $a, b$  là hai số nguyên dương thỏa mãn  $a+20$  và  $b+13$  cùng chia hết cho 21. Tìm số dư của phép chia  $A = 4^a + 9^b + a + b$  cho 21.

b) Có thể phủ kín bảng  $20 \times 13$  ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng dưới (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chòm lên nhau không?



----- Hết -----

Họ tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Họ tên giám thị 1: ..... Họ tên giám thị 2: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HẢI PHÒNG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN  
Năm học 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Hướng dẫn gồm 03 trang

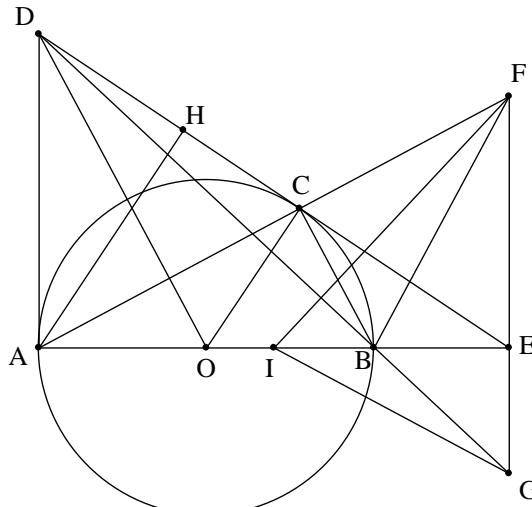
Bài	Đáp án	Điểm
1.0 điểm)		
	Đ: $x \geq 0$ và $x \neq 4$ .	0.25
	$A = \frac{\sqrt{x}(x+2\sqrt{x}+4) - (x-3)(\sqrt{x}-2) - (7\sqrt{x}+10)}{(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)} : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$	0.25
1.0 điểm)	$= \frac{4(x-4)}{(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)} : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4} = \frac{4(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+7}$	0.25
	$A < 2 \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}+2) < \sqrt{x}+7 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9$ .	0.25
	Đáp án hợp với điều kiện ta có $\begin{cases} 0 \leq x < 9 \\ x \neq 4 \end{cases}$ .	0.25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

	<b>.0 điểm)</b>	
	$\Delta' = (m+2)^2 - (3m+2) = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m.$	.25
	ó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.	
	đề bài và định lý Viết ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 4 \\ x_2 = 2x_1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2m+1}{3} \\ x_2 = \frac{4m+11}{3} \end{cases}$	.25
	$\Rightarrow \frac{2m+1}{3} \cdot \frac{4m+11}{3} = 3m+2$	.25
	$\Leftrightarrow 8m^2 - m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-\frac{7}{8} \end{cases}$	.25
	<b>.0 điểm)</b>	
	$\exists: x \geq \frac{1}{5}.$	.25
	$PT \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \frac{1}{6}(\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13})(\sqrt{5x-1} + \sqrt{3x+13}).$	.25
2	$2.0 \text{ điểm}) \quad \sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x+13} \Leftrightarrow 5x-1 = 3x+13 \Leftrightarrow x = 7 \text{ (thỏa mãn).}$	.25
	$\sqrt{5x-1} + \sqrt{3x+13} = 6 \quad (1)$	
	$x > 1 \text{ thì VT (1)} > \sqrt{4} + \sqrt{16} = 6; \text{ còn nếu } x < 1 \text{ thì VT (1)} < \sqrt{4} + \sqrt{16} = 6.$	.25
	Nếu $x = 1$ là nghiệm phương trình (1).	
	phương trình ban đầu có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 7.$	
	<b>.0 điểm)</b>	
	$2x^2 + xy = y^2 - 3y + 2 \Leftrightarrow y^2 - (x+3)y + 2 - 2x^2 = 0.$	
	Tây là phương trình bậc hai ẩn $y$ tham số $x$ , ta có :	.25
	$\Delta = (x+3)^2 - 4(2-2x^2) = 9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2.$	
	a) $\begin{cases} y = \frac{x+3+3x+1}{2} = 2x+2 \\ y = \frac{x+3-3x-1}{2} = -x+1 \end{cases}$	.25
	-) $\begin{cases} y = 2x+2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+2 \\ 3x^2 + 8x + 7 = 0 \quad (\text{Vô nghiệm do } \Delta' = -5 < 0) \end{cases}$	.25
	-) $\begin{cases} y = -x+1 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x+1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	.25



.0 điểm)

3  
3.0 điểm)  $OC \parallel AH \Rightarrow \frac{CH}{CE} = \frac{OA}{OE}$ . (1) 0.25

à phân giác của góc  $ADE \Rightarrow \frac{OA}{OE} = \frac{AD}{DE}$ . (2) 0.5

l) và (2) suy ra  $\frac{CH}{CE} = \frac{AD}{DE} \Rightarrow AD.CE = CH.DE$ . 0.25

.0 điểm)

6  $\Delta ABC \# \Delta DOA$  (g-g). 0.5

$\frac{BC}{AO} = \frac{AB}{OD} \Rightarrow OD.BC = AB.AO = \frac{AB^2}{2}$ . 0.5

.0 điểm)

$\frac{EF}{AD} = \frac{EC}{CD} = \frac{EB}{BO} = \frac{2EB}{AB} = \frac{2EG}{AD} \Rightarrow EF = 2EG$ . 0.25

$\Rightarrow 2EF.EG = EF^2 = EC^2 = EB.EA = 2EB.EI$ . 0.25

$\Rightarrow \Delta BEF \# \Delta GEI$  (c-g-c)  $\Rightarrow BFE = GIE \Rightarrow BF \perp IG$ . 0.25

$BE \perp FG \Rightarrow \Delta IFG$  nhận B cố định là trực tâm. 0.25

.25 điểm)

4  
1.0 điểm)  $x + \frac{1}{x} \geq y + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{(x-y)(xy-1)}{xy} \geq 0$ .  
thức xảy ra khi và chỉ khi  $x = y$ . 0.25

.75 điểm)

	<p>Điều mất tính tổng quát giả sử <math>1 \leq a \leq b \leq c \leq 2</math>, ta có:</p> $VT - VP = \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) + \left( \frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) + \left( \frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) - 7 = \left( x + \frac{1}{x} \right) + \left( y + \frac{1}{y} \right) + \left( xy + \frac{1}{xy} \right) - 7 \quad .25$ $\begin{cases} x = \frac{b}{a} \geq 1, y = \frac{c}{b} \geq 1, xy \leq 2 \Rightarrow y \leq \frac{2}{x} \end{cases}$ $\leq \left( x + \frac{1}{x} \right) + \left( \frac{2}{x} + \frac{x}{2} \right) + \left( 2 + \frac{1}{2} \right) - 7 = \frac{3x}{2} + \frac{3}{x} - \frac{9}{2} = \frac{3(x-1)(x-2)}{2x} \leq 0. \quad .25$ <p>Điều thức xảy ra khi và chỉ khi <math>\begin{cases} a = b = 1, c = 2 \\ a = 1, b = c = 2 \end{cases}</math> và các hoán vị. <span style="float: right;">.25</span></p>
	<p><b>.0 điểm)</b></p> <p>Giả thiết suy ra <math>a \equiv 1 \pmod{3}</math>, <math>a = 3k+1 (k \in \mathbb{N})</math>; <math>b \equiv 2 \pmod{3}</math>, <math>b = 3q+2 (q \in \mathbb{N})</math>.</p> <p>ta <math>A = 4^a + 9^b + a + b \equiv 1 + 0 + 1 + 2 \pmod{3}</math> hay <math>A \equiv 4 \pmod{3}</math>. <span style="float: right;">(1) .25</span></p> <p>ó: <math>4^a = 4^{3k+1} = 4 \cdot 64^k \equiv 4 \pmod{7}</math> <span style="float: right;">.25</span></p> <p><math>9^b = 9^{3q+2} \equiv 2^{3q+2} \pmod{7} \Rightarrow 9^b \equiv 4 \cdot 8^q \equiv 4 \pmod{7}</math>. <span style="float: right;">.25</span></p> <p>Giả thiết ta còn suy ra <math>a \equiv 1 \pmod{7}</math>, <math>b \equiv 1 \pmod{7}</math>.</p> <p>đến <math>A = 4^a + 9^b + a + b \equiv 4 + 4 + 1 + 1 \pmod{7}</math> hay <math>A \equiv 10 \pmod{7}</math>. <span style="float: right;">.25</span></p> <p>l suy ra <math>A \equiv 10 \pmod{3}</math>; mà 3 và 7 nguyên tố cùng nhau nên <math>A \equiv 10 \pmod{21}</math>. <span style="float: right;">.25</span></p> <p><math>A</math> chia cho 21 dư 10.</p> <p><b>.0 điểm)</b></p> <p>àu các dòng của bảng ô vuông bằng hai màu đen trắng xen kẽ: dòng 1 đen, dòng 2 trắng, dòng 3 đen, dòng 4 trắng, ... <span style="float: right;">.25</span></p> <p>ó mỗi miếng lát sẽ luôn phủ đúng 3 ô đen 1 ô trắng hoặc 3 ô trắng 1 ô đen. <span style="float: right;">.25</span></p> <p>g bảng, số ô đen bằng số ô trắng nên số miếng lát phủ 3 ô đen 1 ô trắng bằng số miếng lát phủ 3 ô trắng 1 ô đen, do đó phải có chẵn miếng lát. <span style="float: right;">.25</span></p> <p>nhiên trong bảng có 65 miếng lát, mâu thuẫn. Vậy không thể phủ được bảng thỏa mãn. <span style="float: right;">.25</span></p>
5 2.0 điểm)	<p><b>Trên đây chỉ trình bày tóm tắt một cách giải; nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của đó trong biểu điểm.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Thí sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.</li> <li>- Trong một câu, nếu thí sinh làm phần trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm.</li> <li>- Bài hình học, thí sinh vẽ hình sai thì không chấm điểm. Thí sinh không vẽ hình mà làm vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của câu làm được.</li> <li>- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh công nhận ý trên để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì chấm điểm ý đó.</li> <li>- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.</li> </ul>

## ĐỀ 131

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TỈNH HẬU GIANG

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2012 – 2013  
MÔN: TOÁN

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)*

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ*

Đề thi có 01 trang

**Bài 1:** (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$

**Bài 2:** (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 + x - 20 = 0$

b)  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

**Bài 3:** (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số:  $y = -2x^2$

b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (D):  $y = x - 1$  bằng phép tính.

**Bài 4:** (2,0 điểm) Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1, x_2$ . Xác định  $m$  để giá trị của biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2$  nhỏ nhất

**Bài 5:** (4,0 điểm) Cho đường tròn ( $O; R$ ) và một điểm  $S$  ở bên ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến  $SA, SB$  và đường thẳng  $a$  đi qua  $S$  cắt đường tròn ( $O; R$ ) tại  $M, N$  với  $M$  nằm giữa  $S$  và  $N$  (đường thẳng  $a$  không đi qua tâm  $O$ ).

a) Chứng minh  $SO \perp AB$

b) Gọi  $I$  là trung điểm của  $MN$  và  $H$  là giao điểm của  $SO$  và  $AB$ ; hai đường thẳng  $OI$  và  $AB$  cắt nhau tại  $E$ . Chứng minh:  $OI \cdot OE = R^2$

c) Chứng minh tứ giác  $SHIE$  nội tiếp đường tròn

d) Cho  $SO = 2R$  và  $MN = R\sqrt{3}$ . Tính diện tích tam giác  $ESM$  theo  $R$

**HẾT**

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:..... Chữ ký của giám thị 2:.....

## **Giải**

**Bài 1:** (0,5 điểm)

$$A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}} + \frac{2(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{3} + 2$$

**Bài 2:** (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 + x - 20 = 0$

Giải PT  $\Delta$  ta được 2 nghiệm:  $x_1 = 4 ; x_2 = -5$

b)  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ 2 \cdot \frac{7}{5} + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{-9}{5} \end{cases}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

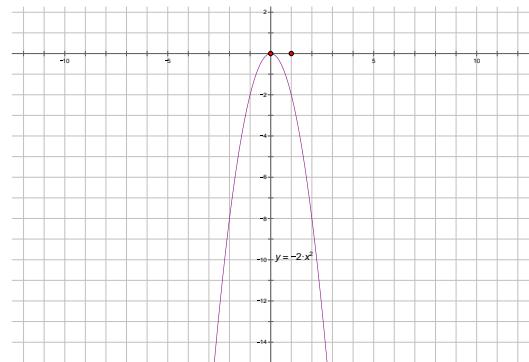
Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

**Bài 3:** (2,0 điểm)

a) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$-2x^2 = x - 1$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - x + 1 = 0$$

Có dạng:  $a - b + c = 0$

$$\Rightarrow \text{Pt có } 2 \text{ nghiệm : } x_1 = -1 ; x_2 = \frac{1}{2}$$

Thay  $x_1 = -1$  vào (P):  $\Rightarrow y_1 = -2 \cdot 1 = -2$

$$\text{Thay } x_2 = \frac{1}{2} \text{ vào (P): } \Rightarrow y_2 = -2 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là 2 điểm  $(-1; -2)$  và  $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$

**Bài 4:** (2,0 điểm) Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$  ( $m$  là tham số)

$$\text{a)} \quad \Delta' = [-(m-1)]^2 - (m-3) = m^2 - 2m + 1 - m + 3 = m^2 - 3m + 4 = (m + \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0$$

Vì  $\Delta' > 0$  nên PT luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

$$\text{b)} \quad \text{Theo hệ thức Viết ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (2m - 2)^2 - 2(m - 3) = 4m^2 + 8m + 4 - 2m + 6$$

$$\text{Từ} \quad = 4m^2 + 6m + 10 = \left(2m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4}$$

$$\text{Khi } 2m + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$$

Vậy  $m = -\frac{3}{4}$  biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2 = \frac{31}{4}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 5:** (4,0 điểm)

a) Theo tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại S, ta có:

$$SA = SB$$

$$OA = OB (=R)$$

$\Rightarrow$  SO là đường trung trực của AB

Hay:  $SO \perp AB$ .

b)

Có:  $SA \perp AO$  ( $SA$  là tiếp tuyến)

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

$$\Rightarrow \angle SAO = 90^\circ$$

$OE \perp MN$  (Vì  $MI = IN$  và quan hệ  $\perp$  đường kính và dây)

$$\Rightarrow \angle SIO = 90^\circ$$

Xét tứ giác AIOS có:

$$\angle SAO = \angle SIO = 90^\circ$$

$\Rightarrow$  tứ giác AIOS nội tiếp (2 đỉnh cùng nhìn 2 cạnh nối 2 đỉnh còn lại dưới góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle IAO = \angle ISO$$

Mà:  $\angle OEH = \angle ISO$  (cùng phụ  $\angle EOH$ )

Nên:  $\angle IAO = \angle OEH$

Xét  $\triangle OIA$  và  $\triangle OAE$  có:

Ô: chung

$$\angle IAO = \angle OEH \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle OIA \sim \triangle OAE \text{ (g,g)}$$

$$\Rightarrow \frac{OI}{OA} = \frac{OA}{OE}$$

$$\Rightarrow OI \cdot OE = OA^2$$

Hay  $OI \cdot OE = R^2$

c)

Xét tứ giác SHIE có:

$$\angle SHE = 90^\circ (\text{SH} \perp AB)$$

$$\angle SIE = 90^\circ (OE \perp MN)$$

$\Rightarrow$  tứ giác SHIE nội tiếp

d)

$$IM = \frac{1}{2} MN = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Áp dụng định lý Pytago và  $\triangle OMI$  vuông tại I,

$$IO = \sqrt{OM^2 - IM^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{R}{2}$$

Áp dụng định lý Pytago và  $\triangle SOI$  vuông tại I, ta có:

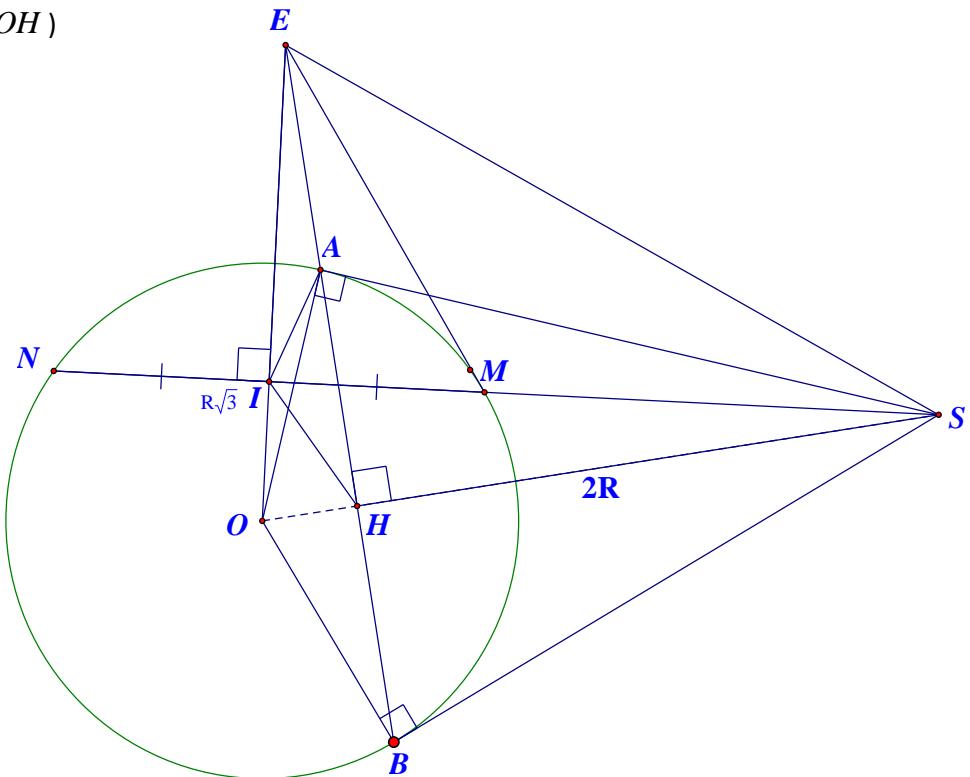
$$SI = \sqrt{SO^2 - IO^2} = \sqrt{4R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{15}}{2}$$

$$+ \cos SOI = \frac{OI}{OS} = \frac{\frac{R}{2}}{2R} = \frac{1}{4}$$

$\triangle AOS$  vuông tại A, AH là đường cao, ta có:

$$AO^2 = OH \cdot OS$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OA^2}{OS} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$



ta có:

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$\Delta OHE$  vuông tại H, ta có:

$$\cos SOE = \frac{OH}{OE} = \frac{1}{4},$$

$$\Rightarrow OE = 4.OH = 4 \cdot \frac{R}{2} = 2R$$

$$IE = OE - OI = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$S_{SIE} = \frac{1}{2} \cdot IS \cdot IE = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{5}}{8}$$

$$S_{EIM} = \frac{1}{2} \cdot IM \cdot IE = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow S_{EMS} = S_{EIS} - S_{EIM} = \frac{3R^2\sqrt{5}}{8} - \frac{3R^2\sqrt{3}}{8} = \frac{3R^2}{8}(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \text{ (đvdt)}$$

## ĐỀ 132

### SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TIỀN GIANG

#### ĐỀ THI CHÍNH THỨC

### KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2015 – 2016

#### MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi: 11/6/2015

(Đề thi có 01 trang, gồm 06 bài)

#### Bài I: (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức sau:  $A = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$

2. Giải hệ phương trình và các phương trình sau:

$$a/ \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad b/ x^2 - 2x - 8 = 0 \quad c/ x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

#### Bài II: (1,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$  (x là ẩn số, m là tham số)

1. Định m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

2. tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $B = x_1^2 + x_2^2 + 7$

#### Bài III: (2,0 điểm)

Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -x + 2$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

1. Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
2. Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d).
3. Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

**Bài IV: (1,5 điểm)**

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B, rồi đi ngược dòng trở về A ngay. Thời gian kể từ lúc đi cho đến lúc về là 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của dòng nước, biết vận tốc thực của canô là 12 km/h

**Bài V (2,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D.

1. Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp trong một đường tròn.
2. Chứng minh:  $MA^2 = MC \cdot MD$ .
3. Gọi trung điểm của dây CD là H, tia BH cắt O tại điểm F. Chứng minh: AF // CD

**Bài 6 (1,0 điểm)**

Cho một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm, đường sinh bằng 13 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đã cho.

HẾT

**Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và đào tạo cho phép.**

**Giám thị không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10****2015 – 2016****MÔN: TOÁN****TIỀN GIANG****Bài I.**

$$1. A = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2} = |3 - \sqrt{2}| + \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3$$

$$2. a/ \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad b/ S = \{-2; 4\} \quad c/ S = \{-2; 2\} \quad (\text{hs tự giải})$$

**Bài II.** Phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$  (x là ẩn số, m là tham số)

$$1. \Delta' = (b')^2 - 4ac = [-(m-1)]^2 - 4(m^2 - 3m) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m = m + 1$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

$$2. \text{Theo Vi-ét: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 3m \end{cases}$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾN**

$$\begin{aligned} B &= x_1^2 + x_2^2 + 7 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 7 = [2(m-1)]^2 - 2(m^2 - 3m) + 7 \\ &= 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 6m + 7 = 2m^2 - 2m + 11 = 2\left(m^2 - m + \frac{11}{2}\right) = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2} \end{aligned}$$

Vì  $2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2} \geq \frac{21}{2}$  nên  $B_{\min} = \frac{21}{2}$ . Dấu “=” xảy ra khi  $m = \frac{1}{2}$

**Bài III.** 1. Vẽ đồ thị (P) và (d) như hình vẽ

2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

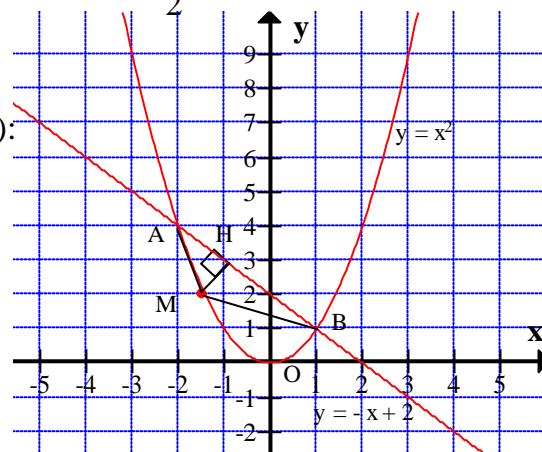
$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2.$$

Nếu  $x = -2$  thì  $y = 4 \Rightarrow A(-2; 4)$

Nếu  $x = 1$  thì  $y = 1 \Rightarrow B(1; 1)$

3..



Gọi  $M(x_M; y_M)$  là điểm thuộc parabol (P), cung AB sao cho diện tích tam giác AMB lớn nhất.  
Điều kiện:  $-2 < x_M < 1$  và  $0 \leq y_M < 4$

Từ M, kẻ  $MH \perp AB$  tại H, ta có:

+ Phương trình đường thẳng AB:  $y = -x + 2$ .

+ Phương trình đường thẳng MH có dạng:  $y = ax + b$ . Đường thẳng này vuông góc với AB. Suy ra  $a = -1$ . Suy ra:  $a = 1$ , đường thẳng MH có phương trình  $y = x + b$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH:  $x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 - x - b = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-b) = 1 + 4b; \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{4}$$

Do đó: MH có phương trình:  $y = x - \frac{1}{4}$

+ phương trình hoành độ giao điểm giữa AB và MH:  $x - \frac{1}{4} = -x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$

$$\text{Khi đó: } y = \frac{9}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8} \text{ và } H\left(\frac{9}{8}; \frac{7}{8}\right)$$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH:  $x^2 = x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

phương trình có nghiệm kép:  $x = \frac{1}{2}$  (thỏa điều kiện)

Khi đó:  $y = x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  (thỏa điều kiện)

Vậy:  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

Khi đó:  $MH^2 = (x_M - x_H)^2 + (y_M - y_H)^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{8}\right)^2 = \left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \left(-\frac{5}{8}\right)^2 = 2 \cdot \frac{25}{64}$

$$MH = \frac{5}{8}\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

Diện tích tam giác AMB là  $S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{5}{8}\sqrt{2} = \frac{15}{8}$  (đ.v.d.t)

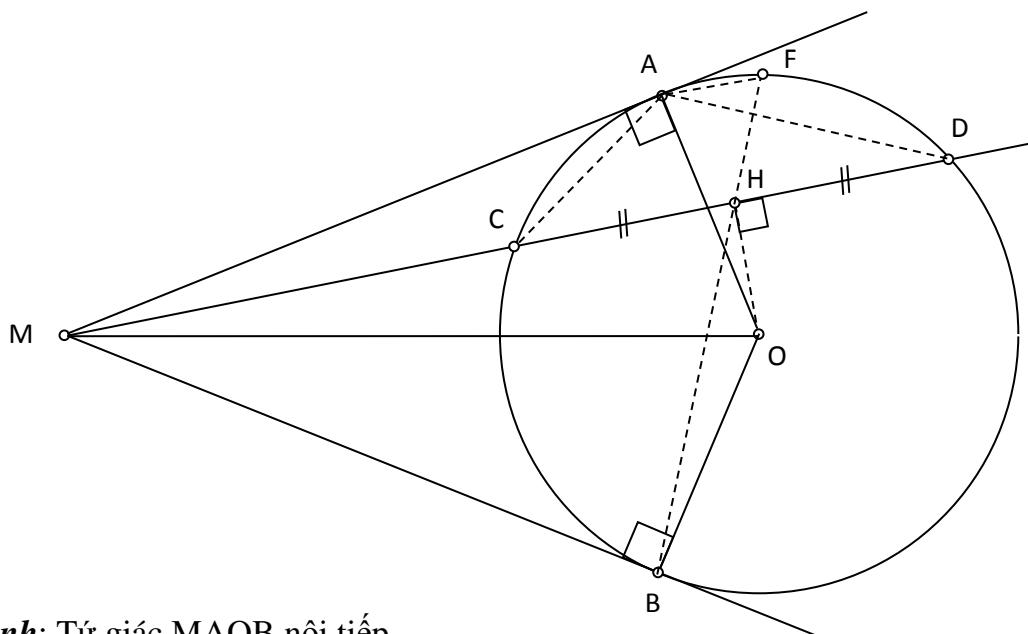
**Bài IV.** Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc dòng nước ( $\text{ĐK: } 0 < x < 12$ )

Theo đề bài, ta có phương trình:  $\frac{30}{12+x} + \frac{30}{12-x} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow x^2 = 9$

Giải phương trình trên được:  $x = -3$  (loại) hoặc  $x = 3$  nhận

Vậy vận tốc của dòng nước là 3 (km/h)

**Bài V**



a) **Chứng minh:** Tứ giác MAOB nội tiếp

Tứ giác MAOB có:

$\text{MAO} = 90^\circ$  (gt);  $\text{MBO} = 90^\circ$  (gt);  $\text{MAO} \parallel \text{MBO}$  đối nhau;  $\text{MAO} + \text{MBO} = 180^\circ$

Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn đường kính AO.

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

b) Chứng minh:  $MA^2 = MC \cdot MD$

Hai tam giác DMA và AMC có: M chung;  $\angle MAC = \angle MDA$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung AC) nên:  $\triangle DMA \sim \triangle AMC$  (g-g)

$$\text{Suy ra: } \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$$

c) **Chứng minh:** AF // CD

Ta có: H là trung điểm của dây CD nên  $OH \perp CD$  (Định lý quan hệ đường kính và dây)

Suy ra  $MHO = MBO = 90^\circ$  nên từ giác MHOB nội tiếp đường tròn.

$\Rightarrow MHB = MOB$  (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

OM là tia phân giác góc AOB ( $MA, MB$  là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M)

$$\Rightarrow MOB = \frac{1}{2} AOB$$

Mà  $AFB = \frac{1}{2} AOB$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

$$\Rightarrow AFB = MOB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $AFB = MHB$

Mà  $AFB$  và  $MHB$  là hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra  $AF // CD$ .

## Bài VI

+ Diện tích xung quanh hình nón:  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

+ Thể tích hình nón:  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

## ĐỀ 133

<b>SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÚ THỌ</b>	<b>KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG NĂM HỌC 2012-2013</b>
---	---

<b>ĐỀ CHÍNH THỨC</b>
----------------------

### Môn Toán

(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Tin)

Thời gian làm bài :150 phút không kể thời gian giao đề

*Đề thi có 1 trang*

#### Câu 1 ( 2.0 điểm)

a) Cho a, b là các số thực thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 2$ . Chứng minh rằng:

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$$\sqrt{a^4 + 8b^2} + \sqrt{b^4 + 8a^2} = 6$$

- b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình  
$$2x+2xy+y=5$$

**Câu 2 ( 2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 4x + m^2 + 3m = 0$  ( m là tham số)

- a) Xác định các giá trị của m để phương trình có nghiệm  
b) Tim m để phương trình có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  Thỏa mãn điều kiện  
 $A = x_1^2 + 4x_2 + 2x_1x_2$  đạt giá trị lớn nhất

**Câu 3 ( 2,0 điểm)**

Giải phương trình  $x^4 + \sqrt{x^2 + 2012} = 2012$

**Câu 4 ( 4,0 điểm)**

Cho hai đường tròn  $(O_1, R_1)$  và  $(O_2, R_2)$  tiếp súc ngoài tại A (với  $R_1 > R_2$ ). Gọi AB và AC là hai đường kính của  $(O_1)$  và  $(O_2)$ . Dây cung MN vuông góc ới BC tại trung điểm H của BC. Giải sử CN cắt  $(O_2)$  tại điểm thứ 2 D.

- a) Chứng minh ba điểm M, A, D thẳng hàng  
b) Chứng minh HD là tiếp tuyến của  $(O_2)$   
c) Tính bán kính R của đường tròn tiếp súc ngoài với 2 đường tròn trên và tiếp súc với tiếp tuyến chung của chúng .

**Câu 5 ( 1,0 điểm)**

Cho a,b,c là các số dương thỏa mãn  $ab+bc+ca=3$ . Chứng minh rằng

$$\frac{1+3a}{1+b^2} + \frac{1+3b}{1+c^2} + \frac{1+3c}{1+a^2} \geq 6$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh.....SBD.....

**Ghi chú : Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm**

### **ĐỀ 134**

**SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO**  
**BÌNH DƯƠNG**  
**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  
**Năm học 2014-2015**  
**Môn thi : TOÁN CHUYÊN**

*Thời gian làm bài : 150 phút , Không kể thời gian giao đề*

**Bài 1: (1 điểm)**

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI*

Chứng minh rằng:  $x_0 = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} - \sqrt{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$  là nghiệm của phương trình

$$x^4 - 16x^2 + 32 = 0.$$

### Bài 2 : (1,5 điểm)

Cho đường thẳng (d):  $y = mx + 2$  ( $m$  là tham số khác 0). Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng  $\frac{2}{3}$ . Vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ với giá trị  $m$  tìm được.

### Bài 3: (2 điểm)

1) Giải phương trình:  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 3(x^2 + y^2)$ , biết  $x^2 + y^2 = xy + 12$

### Bài 4: (2 điểm)

1) Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2x - |x-1| + m = 0$  có 2 nghiệm phân biệt.

2) Cho phương trình  $mx^2 + x + m - 1 = 0$ . Xác định  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\left| \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right| > 1$

### Bài 5: (3,5 điểm)

1) Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định bên ngoài đường tròn. Một đường thẳng (d) qua M cắt đường tròn (O) tại A và B ( $MA < MB$ , (d) không đi qua O). Gọi C là giao điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A và B.

a) Chứng minh rằng điểm O nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

b) Gọi D là giao điểm (khác O) giữa OM và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh:  $MA \cdot MB = MD \cdot MO$

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC luôn đi qua 2 điểm cố định khi đường thẳng (d) quay quanh M.

2) Cho tam giác đều ABC, (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Điểm M thay đổi, thuộc

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

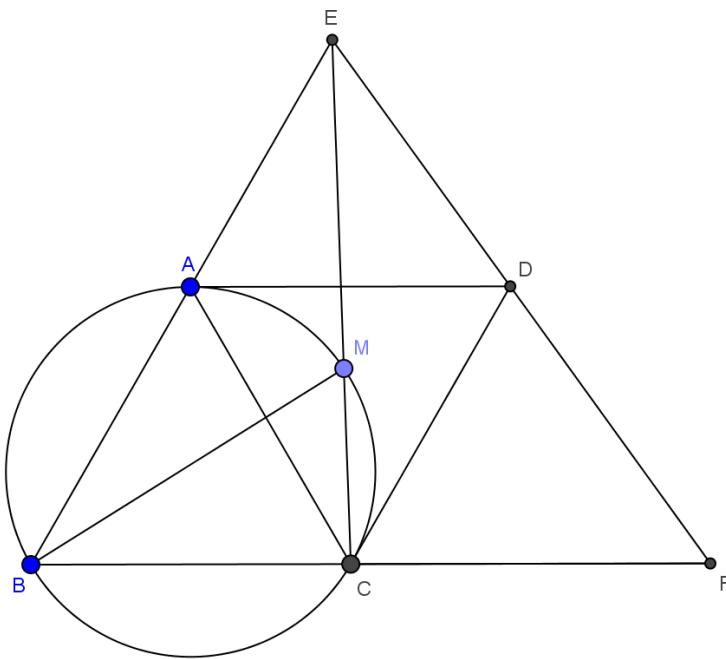
cung nhỏ AC của đường tròn tâm (O) (M khác A và C). CM cắt AB tại E, AM cắt BC tại F. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng EF tại D. Chứng minh EF luôn đi qua điểm cố định D khi M thay đổi.

.....Hết .....

### Bài 5:

#### 2) (Lê Bảo Hiệp)

\* Phân tích:

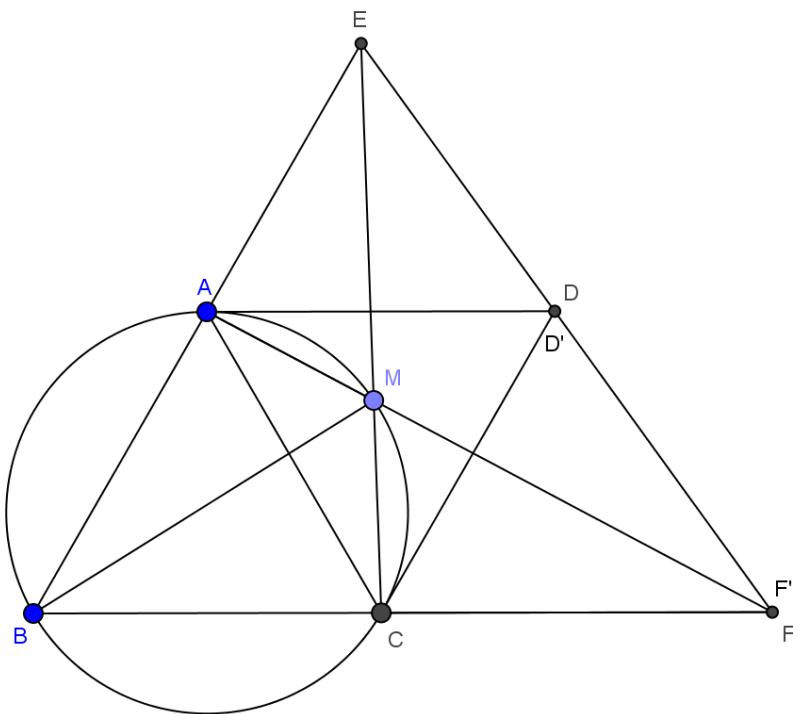


Sau khi vẽ hình ta nhận thấy ABCD là hình bình hành. Vì A, B, C cố định nên để chứng minh D cố định ta sẽ chứng minh ABCD là hình bình hành.

Tác giả đã thử vẽ thêm đường song song, sử dụng tam giác đồng dạng,... nhưng đều thất bại (gần như bỏ cuộc ☺) Nhận thấy A và C vai trò như nhau nên nếu ta không vẽ đường thẳng song song từ A mà vẽ từ C cắt EF tại D' thì điểm D' này có tính chất như D. Do đó tác giả nghĩ đến việc vẽ hình bình hành ABCD' và tìm cách chứng minh EF đi qua D'. Tuy nhiên để chứng minh EF đi qua D' thì có vẻ rất khó (tác giả đang định sử dụng định lí Ceva hoặc Menelaus). Ta sẽ thay

đổi một chút. Thay vì chứng minh EF đi qua D' ta sẽ chứng minh ED' đi qua F, tức là chứng minh giao điểm của ED' và BC trùng với F.

Thật vậy, gọi F' là giao điểm của ED' và BC.



Để chứng minh F' trùng F ta sẽ chứng minh A, M, F' thẳng hàng. Ta nhận thấy A, M, F' là 3 điểm nằm trên các cạnh hoặc đường nối dài cạnh của tam giác BCE. Ta nghĩ ngay đến việc sử dụng định lí Menelaus.

Theo định lí Menelaus, ta cần chứng minh:  $\frac{AB}{AE} \cdot \frac{ME}{MC} \cdot \frac{F'C}{F'B} = 1$

Vì ABCD' là hình bình hành nên ta có: CD' = AB và CD' // AB

$$\text{Do đó: } \frac{F'C}{F'B} = \frac{CD'}{BE} = \frac{AB}{BE}$$

$$\Delta EAM \text{ đồng dạng } \Delta ECB \Rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{ME}{BE} \Rightarrow AE \cdot BE = ME \cdot CE$$

Điều phải chứng minh tương đương với:

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI

$$\frac{AB^2 \cdot ME}{ME \cdot CE \cdot MC} = 1 \Leftrightarrow \frac{AB^2}{CE \cdot MC} = 1 \Leftrightarrow AB^2 = CE \cdot MC \Leftrightarrow BC^2 = CE \cdot MC \text{ (điều này đúng vì } \triangle BCM \text{ đồng dạng}$$

$\triangle ECB$ )

Vậy ta đã chứng minh được EF đi qua D'. Ta chỉ cần chứng minh thêm D' trùng D.

Điều này rất dễ vì D và D' đều là giao điểm của EF và đường thẳng qua A song song BC).

Bài toán đã được chứng minh.

## ĐỀ 135

<https://www.facebook.com/tranngocdai.vn/>. SĐT: 0988370089

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO  
THÁI BÌNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

- a) Tìm m để hàm số  $y = (3m - 2)x + 2017$  đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$ .

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} (x+y)+(x+2y) = -2 \\ 3(x+y)+(x-2y) = 1 \end{cases}$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho biểu thức:  $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$  (với  $x \geq 0, x \neq 1$ ).

- a) Rút gọn biểu thức P.  
b) Tìm x sao cho  $P = -\frac{1}{2}$ .

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình:  $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 1 = 0$  (1)

- a) Giải phương trình với  $m = -1$ .  
b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ), khi đó tìm m để  $|x_1| - |x_2| = 2$ .

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E.

- a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp.  
b) Chứng minh  $\overline{EBM} = \overline{DNH}$ .  
c) Chứng minh  $DM \cdot DN = DB \cdot DC$ .  
d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh  $OE \perp DE$ .

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh:  $MA \cdot MB \cdot MC \geq 8MP \cdot MQ \cdot MK$

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

*TUYỂN TẬP 2000 ĐỀ TUYỂN SINH MÔN TOÁN CÓ ĐÁP ÁN TỪ NĂM 2000 TẬP 3 (101-150)*

*Success has only one destination, but has a lot of ways to go*

*phone: 0167.858.8250*

*facebook: <https://www.facebook.com/hokhacvuqnam2906> (Hồ K. Vũ)*

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI*

<https://www.facebook.com/tranngocdai.vn/>. SĐT: 0988370089

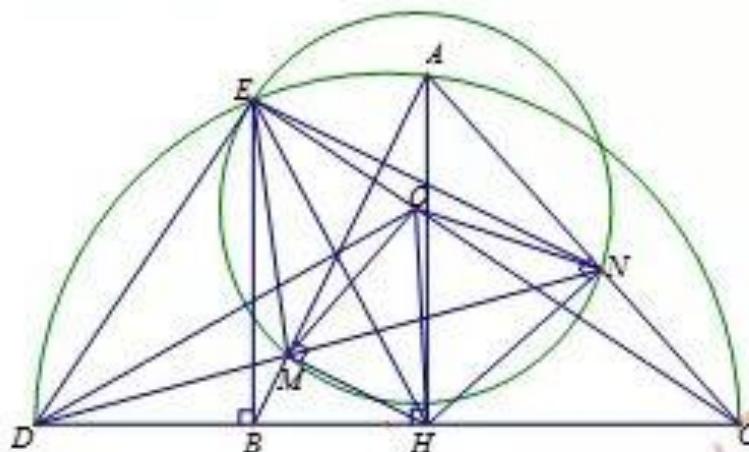
**ĐÁP ÁN THAM KHẢO**  
**(THÁY ĐẠI GIỚI THIỆU)**

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	<p>a) Tìm m để hàm số <math>y = (3m - 2)x + 2017</math> đồng biến trên tập <math>\mathbb{R}</math>.</p> <p>b) Giải hệ phương trình: <math>\begin{cases} (x+y)+(x+2y) = -2 \\ 3(x+y)+(x-2y) = 1 \end{cases}</math></p> <p>a) Hàm số đã cho đồng biến trên tập <math>\mathbb{R} \Leftrightarrow 3m - 2 &gt; 0 \Leftrightarrow m &gt; \frac{2}{3}</math></p> <p>Vậy với <math>m &gt; \frac{2}{3}</math> thì hàm số đã cho đồng biến trên tập <math>\mathbb{R}</math>.</p> <p>b) Ta có: <math>\begin{cases} (x+y)+(x+2y) = -2 \\ 3(x+y)+(x-2y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+x+2y = -2 \\ 3x+3y+x-2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y = -2 \\ 4x+y = 1 \end{cases}</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y = -4 \\ 4x+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -5 \\ 4x+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 4x-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -1 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất <math>(x; y) = (\frac{1}{2}; -1)</math></p>	2,0
2	<p>Cho biểu thức: <math>P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}</math> (với <math>x \geq 0, x \neq 1</math>).</p> <p>a) Rút gọn biểu thức P.</p> <p>b) Tìm x sao cho <math>P = -\frac{1}{2}</math>.</p> <p>a) Với <math>x \geq 0, x \neq 1</math>, ta có:</p> $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(3\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$ $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4-x+1-x-6\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$ $P = \frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$ $P = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$ <p>Vậy với <math>x \geq 0, x \neq 1</math> thì <math>P = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}</math>.</p> <p>b) Với <math>x \geq 0, x \neq 1</math> thì <math>P = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sqrt{x}-4) = -(\sqrt{x}-1)</math></p> $\Rightarrow 2\sqrt{x}-8 = -\sqrt{x}+1 \Rightarrow 3\sqrt{x} = 9 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$ (thỏa mãn $x \geq 0, x \neq 1$ )	2,0

<https://www.facebook.com/tranngocdai.vn/>. SĐT: 0988370089

	Vậy với $x = 9$ thì $P = -\frac{1}{2}$ .	0,25
3	<p>Cho phương trình: <math>x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 1 = 0</math> (1)</p> <p>a) Giải phương trình với <math>m = -1</math>.</p> <p>b) Chứng minh rằng với mọi <math>m</math> phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là <math>x_1, x_2</math> (<math>x_1 &lt; x_2</math>), khi đó tìm <math>m</math> để <math> x_2  -  x_1  = 2</math>.</p>	2,0
	<p>a) Với <math>m = -1</math> thì phương trình (1) trở thành: <math>x^2 + 2x - 3 = 0</math></p> <p>Có <math>a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0</math> nên phương trình trên có hai nghiệm: <math>x_1 = 1; x_2 = -3</math></p> <p>Vậy với <math>m = -1</math> thì (1) có hai nghiệm phân biệt: <math>x_1 = 1; x_2 = -3</math>.</p>	0,25
	<p>b) Xét (1) có:</p> $a.c = -m^2 + m - 1 = -(m - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} < 0 \quad \forall m \text{ (vì } -(m - \frac{1}{2})^2 \leq 0 \text{ và } -\frac{3}{4} < 0\text{)}$ <p>Đó đó (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu (<math>x_1 &lt; 0 &lt; x_2</math>).</p> <p>Áp dụng định lí Vi-ét, ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m^2 + m - 1 \end{cases}</math></p> <p>Ta có: <math> x_2  -  x_1  = 2 \Leftrightarrow x_2 + x_1 = 2</math> (vì <math>x_1 &lt; 0 &lt; x_2</math>)</p> $\Leftrightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$ <p>Vậy <math>m = 3</math> là giá trị cần tìm.</p>	0,25
5	<p>Cho <math>\Delta ABC</math> có ba góc nhọn (<math>AB &lt; AC</math>), dựng <math>AH</math> vuông góc với <math>BC</math> tại điểm <math>H</math>. Gọi <math>M, N</math> theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm <math>H</math> trên <math>AB</math> và <math>AC</math>. Đường thẳng <math>MN</math> cắt đường thẳng <math>BC</math> tại điểm <math>D</math>. Trên nửa mặt phẳng bờ <math>CD</math> chứa điểm <math>A</math> vẽ nửa đường tròn đường kính <math>CD</math>. Qua <math>B</math> kẻ đường thẳng vuông góc với <math>CD</math> cắt nửa đường tròn trên tại điểm <math>E</math>.</p> <p>a) Chứng minh tứ giác <math>AMHN</math> là tứ giác nội tiếp.</p> <p>b) Chứng minh <math>\widehat{EBM} = \widehat{DNH}</math>.</p> <p>c) Chứng minh <math>DM.DN = DB.DC</math>.</p> <p>d) Gọi <math>O</math> là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>MNE</math>. Chứng minh <math>OE \perp DE</math>.</p>	3,5

<https://www.facebook.com/tranngocdai.vn/>. SĐT: 0988370089



a) Vì M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC

0,25

$\Rightarrow HM \perp AB$  tại M,  $HN \perp AC$  tại N

0,25

$\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$

0,25

Xét tứ giác AMHN có:  $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

0,25

Do đó tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp

0,25

b) Ta có:  $EB \perp CD$  (gt),  $AH \perp DC$  (vì  $AH \perp BC$  (gt))  $\Rightarrow EB \parallel AH$

0,25

$\Rightarrow EBM = MAH$  (hai góc so le trong) (1)

0,25

Tứ giác AMNH là tứ giác nội tiếp (cmt)

0,25

$\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{MNH}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MH) (2)

0,25

Từ (1) và (2) suy ra:  $EBM = MNH$  hay  $EBM = DNH$  (đpcm).

0,25

c) Tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp

0,25

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AHN}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

0,25

Mà  $DMB = AMN$  (đối đỉnh)  $\Rightarrow DMB = AHN$  (3)

0,25

$\Delta AHC$  vuông tại H có  $HN \perp AC$  (gt)  $\Rightarrow AHN = ACH$  (cùng phụ với NHC)

0,25

Hay  $AHN = DCN$  (4)

0,25

Từ (3) và (4) suy ra:  $DMB = DCN$

0,25

Xét  $\Delta DMB$  và  $\Delta DCN$  có: NDC chung;  $DMB = DCN$  (cmt)

0,25

$\Rightarrow \Delta DMB \sim \Delta DCN$  (g-g)

0,25

$$\Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{DB}{DN}$$

0,25

Vậy  $DM \cdot DN = DB \cdot DC$  (đpcm).

d)  $\Delta EDC$  nội tiếp đường tròn đường kính CD  $\Rightarrow \Delta EDC$  vuông tại E.

0,25

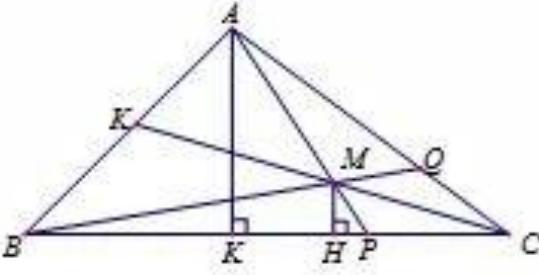
$\Delta EDC$  vuông tại E có  $EB \perp CD$  (gt) nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông

$$\Rightarrow DE^2 = DB \cdot DC$$

0,25

$$\text{Mà } DM \cdot DN = DB \cdot DC \text{ (cmt)} \Rightarrow DE^2 = DM \cdot DN \Rightarrow \frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}$$

<https://www.facebook.com/tranngocdai.vn/>. SĐT: 0988370089

	<p>Xét <math>\triangle DEM</math> và <math>\triangle DNE</math> có: <math>\widehat{EDN}</math> chung; <math>\frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}</math> (cmt)  <math>\Rightarrow \triangle DEM \sim \triangle DNE</math> (c-g-c) <math>\Rightarrow \widehat{DEM} = \widehat{DNE}</math></p> <p>Xét đường tròn (O) có: <math>\widehat{DEM} = \widehat{DNE}</math> và tia EM nằm giữa hai tia ED và EN          Do đó DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).</p> <p>Vậy <math>DE \perp OE</math> (đpcm).</p>	0,25
5	<p>Cho tam giác ABC, M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: <math>MA \cdot MB \cdot MC \geq 8MP \cdot MQ \cdot MK</math></p>  <p>Ké <math>MH \perp BC</math>, <math>AK \perp BC \Rightarrow MH \parallel AK \Rightarrow \frac{MH}{AK} = \frac{MP}{AP}</math> (hệ quả định lí Talet)</p> <p>Lại có: <math>\frac{MH}{AK} = \frac{\frac{1}{2}MH \cdot BC}{\frac{1}{2}AK \cdot BC} = \frac{S_{MAC}}{S}</math> (với <math>S = S_{ABC}</math>) <math>\Rightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{S_{MAC}}{S}</math>.</p> <p>Chứng minh tương tự, ta có: <math>\frac{MQ}{BQ} = \frac{S_{MAC}}{S}</math>; <math>\frac{MK}{CK} = \frac{S_{MAC}}{S}</math></p> <p>Suy ra: <math>\frac{MP}{AP} + \frac{MQ}{BQ} + \frac{MK}{CK} = \frac{S_{MAC}}{S} + \frac{S_{MAC}}{S} + \frac{S_{MAC}}{S} = 1</math>.</p> <p>Đặt <math>x = \frac{MP}{AP}</math>, <math>y = \frac{MQ}{BQ}</math>, <math>z = \frac{MK}{CK}</math> thì <math>x, y, z &gt; 0</math> và <math>x + y + z = 1</math>.</p> <p>Bất đẳng thức đã cho tương đương với:</p> $\frac{MA}{MP} \cdot \frac{MB}{MQ} \cdot \frac{MC}{MK} \geq 8 \Leftrightarrow \left( \frac{AP}{MP} - 1 \right) \left( \frac{BQ}{MQ} - 1 \right) \left( \frac{CK}{MK} - 1 \right) \geq 8 \Leftrightarrow \left( \frac{1}{x} - 1 \right) \left( \frac{1}{y} - 1 \right) \left( \frac{1}{z} - 1 \right) \geq 8$ $\Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \left( \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right) + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \frac{x+y+z}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8$ $\Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \frac{1}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 9 \Leftrightarrow (x+y+z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$ <p>(vì <math>x + y + z = 1</math>)</p>	0,5

<https://www.facebook.com/tranngocdai.vn/>. SĐT: 0988370089

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + 1 + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + 1 \geq 9 \Leftrightarrow \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \right) + \left( \frac{y}{z} + \frac{z}{y} - 2 \right) + \left( \frac{z}{x} + \frac{x}{z} - 2 \right) \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2}{xy} + \frac{(y-z)^2}{yz} + \frac{(z-x)^2}{zx} \geq 0$$

Bất đẳng thức cuối cùng hiển nhiên đúng,

vì  $x, y, z > 0$  và  $(x-y)^2 \geq 0, (y-z)^2 \geq 0, (z-x)^2 \geq 0 \forall x, y, z \geq 0$ .

Đều bằng xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{MQ}{BQ} = \frac{MK}{CK} = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow M$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .

Vậy  $MA \cdot MB \cdot MC \geq 3MP \cdot MQ \cdot MK$

0.25

Sóng trong đời cần có một tấm lòng,

Để làm gì em biết không?

Để gió cuốn đi, để gió cuốn đi...

“Trịnh Công Sơn”

**ĐỀ 136**

**Đề chính thức**

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian: **120 phút** ( không kể thời gian phát đề )

Ngày thi: **01/7/2010**

**Bài 1:** (1,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a)  $3(x - 1) = 2+x$

b)  $x^2 + 5x - 6 = 0$

**Bài 2:** (2,0 điểm)

a) Cho phương trình  $x^2 - x + 1 - m$  ( m là tham số ).

Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình

$$\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$$

có nghiệm ( $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$  ).

**Bài 3:** (2,5 điểm)

Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

**Bài 4:** (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao BB` và CC` ( $B' \in$  cạnh AC,  $C' \in$  cạnh AB). Đường thẳng B`C` cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N ( theo thứ tự N, C', B', M).

a) Chứng minh tứ giác BC`B`C là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AM = AN.

c)  $AM^2 = AC^{\circ}.AB$

**Bài 5:** (1,0 điểm). Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện  $0 < a < b$  và phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  vô nghiệm. Chứng minh rằng:  $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$

**Gợi ý giải**

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian: **120 phút** ( không kể thời gian phát đề )

Ngày thi: **01/7/2010**

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

**Bài 1:** (1,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a)  $3(x - 1) = 2 + x$

$$3x - 3 = 2 + x$$

$$2x = 5$$

$$\text{Vậy } x = \frac{5}{2}$$

b)  $x^2 + 5x - 6 = 0$

Ta có:  $a + b + c = 1 + 5 - 6 = 0$  Nên pt có hai nghiệm là  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -6$ **Bài 2:** (2,0 điểm)

a) Cho phương trình  $x^2 - x + 1 - m$  (m là tham số).

Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Ta có  $\Delta = 1 - 4(1 - m) = 4m - 3$

Để pt có nghiệm thì  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình

$$\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$$

có nghiệm  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ .

Ta có  $\begin{cases} a\sqrt{2} + 2(-\sqrt{2}) = 2 \\ b(\sqrt{2}) - a(-\sqrt{2}) = 4 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} + 2 \\ b = \sqrt{2} - 2 \end{cases} \end{cases}$

**Bài 3:** (2,5 điểm)

Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Gọi  $x$  (xe) là số xe tải dự định điều đến để chở hàng. ĐK:  $x \in \mathbb{N}$ ,  $x > 2$ Theo dự định mỗi xe chở:  $\frac{90}{x}$  (tấn). Thực tế mỗi xe phải chở  $\frac{90}{x-2}$  (tấn)Vì thực tế mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn nên ta có pt:  $\frac{90}{x-2} - \frac{90}{x} = 0,5$ Giải pt ta được  $x_1 = 20$  (TMĐK);  $x_2 = -18$  (loại).

Vậy số xe tải dự định điều đến để chở hàng là 20 chiếc

**Bài 4:** (3,0 điểm)Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao BB` và CC` ( $B` \in$  cạnh AC,  $C` \in$  cạnh AB). Đường thẳng B`C` cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C`, B`, M).

a) Chứng minh tứ giác BC`B`C là tứ giác nội tiếp.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾN

b) Chứng minh  $AM = AN$ .

c)  $AM^2 = AC \cdot AB$

a)  $C'$  và  $B'$  cùng nhìn  $B, C$  dưới những góc vuông nên từ giác  $BC'B'C$  là tứ giác nội tiếp.

b)  $BC'B'C$  là tứ giác nội tiếp nên ta có

$$\frac{\exists}{ACB} = \frac{\exists}{AC'M} \text{ (cùng bù } BC'B' \text{ )}$$

$$\text{Nhưng : } \frac{\exists}{ACB} = \frac{1}{2} sđ(BN^\# + NA^\#)$$

$$\frac{\exists}{AC'M} = \frac{1}{2} sđ(BN^\# + MA^\#)$$

$$\text{Suy ra } NA^\# = MA^\#. \text{ Vậy } MA = NA$$

c)

$$\Delta C'AM \sim \Delta ABM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AM}{AC'} = \frac{AB}{AM}$$

Hay  $AM^2 = AC' \cdot AB$

**Bài 5:** (1,0 điểm). Cho các số  $a, b, c$  thỏa mãn các điều kiện  $0 < a < b$  và phương trình

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ vô nghiệm. Chứng minh rằng: } \frac{a+b+c}{b-a} > 3$$

$$\text{Ta có } (b-c)^2 \geq 0 \Rightarrow b^2 \geq 2bc - c^2$$

Vì pt  $ax^2 + bx + c = 0$  vô nghiệm nên  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  (do  $a > 0 ; b > 0$  nên  $c > 0$ )

$$\Rightarrow b^2 < 4ac \Leftrightarrow 2bc - c^2 < 4ac$$

$$\Leftrightarrow 4a > 2b - c \Leftrightarrow a + b + c > 3b - 3a \Leftrightarrow \frac{a+b+c}{b-a} > 3 \text{ (Dpcm)}$$

### ĐỀ 137

#### Đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán (số 3)

**Bài 1:** Cho  $A = \frac{1}{2(1 + \sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1 - \sqrt{x+2})}$

a. Tìm  $x$  để  $A$  có nghĩa

b. Rút gọn  $A$

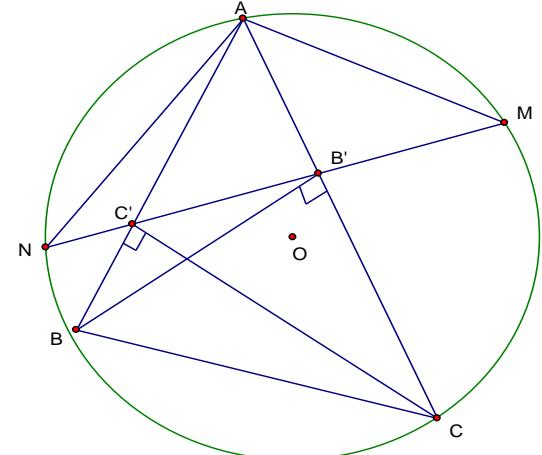
c. Tìm các giá trị của  $x$  để  $A$  có giá trị dương

**Bài 2:**

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI



a. Giải phương trình:  $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

b. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 9x + 8y = 34 \end{cases}$

**Bài 3:** Cho phương trình:  $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$  với  $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số(1)

a. Giải phương trình (1) khi  $m = -1$

b. Xác định  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

**Bài 4:** Cho parabol (P):  $y = 2x^2$  và đường thẳng (d):  $2x + y - 4 = 0$

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d) bằng đồ thị và bằng phép tính

c) Gọi A', B' là hình chiếu của A, B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác ABB'A'.

**Bài 5:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

a. Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp

b. AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?

c. Kẻ MH vuông góc với AB ( $H$  thuộc AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.

d. Cho  $AB = 2R$  và gọi  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF.

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$

### Hướng dẫn giải:

**Bài 1:**

a. A có nghĩa  $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases} (*)$

b.  $A = \frac{1}{2(1 + \sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1 - \sqrt{x+2})} = \frac{(1 - \sqrt{x+2}) + (1 + \sqrt{x+2})}{2[1 - (\sqrt{x+2})^2]} = \frac{-1}{x+1}$

c. A có giá trị dương khi  $\Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x + 1 < 0$  và  $x$  thỏa mãn (\*)

$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ và } x \text{ thỏa mãn (*)}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x < -1$$

**Bài 2:**

a. Giải phương trình:  $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

Đặt  $t = x^2$ ,  $t \geq 0$ , phương trình đã cho trở thành:  $t^2 + 24t - 25 = 0$

có  $a + b + c = 0$  nên  $t = 1$  hoặc  $t = -25$ , vì  $t \geq 0$  ta chọn  $t = 1$

Từ đó phương trình có hai nghiệm  $x = -1$  và  $x = 1$

b. Thế  $y = 2x - 2$  vào phương trình  $9x + 8y = 34$  ta được:  $25x = 50$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Từ đó ta có  $y = 2$

Nghiệm của hệ phương trình đã cho là  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

**Bài 3:**

a) Phương trình:  $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$  với  $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số.(1)

Khi  $m = -1$ , phương trình đã cho có dạng  $x^2 + 2x - 8 = 0$

$$\Delta' = 1 + 8 = 9$$

$$\sqrt{\Delta'} = 3$$

Phương trình có nghiệm:  $x_1 = -1 + 3 = 2$ ;  $x_2 = -1 - 3 = -4$

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m - 1)^3 > 0$  (\*)

Giả sử phương trình có hai nghiệm là  $u$ ,  $u^2$  thì theo định lí Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} u + u^2 = 2m & (1) \\ u \cdot u^2 = (m - 1)^3 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có  $u = m - 1$ , thay vào (1) ta được:

$$(m - 1) + (m - 1)^2 = 2m \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0$$

$\Leftrightarrow m(m-3) = 0 \Leftrightarrow m = 0$  hoặc  $m = 3$ : Cả hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện (\*), tương ứng với  $u = -1$  hoặc  $u = 2$ .

Vậy với  $m \in \{0; 3\}$  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

**Bài 4:**

a) Vẽ (P):

- Bảng giá trị:

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI



x	-2	-1	0	1	2	
y	8	2	0	2	8	

Đồ thị hàm số  $y = 2x^2$  là parabol (P) đỉnh O, nhận Oy

làm trục đối xứng, nằm phía trên trục hoành

b) \*Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng đồ thị:

- Đường thẳng (d):  $2x + y - 4 = 0$  hay  $y = -2x + 4$

H

+ cắt trục tung tại điểm (0;4)

+ cắt trục hoành tại điểm (2;0)

Nhìn đồ thị ta có (P) và (d) cắt nhau tại A(-2; 8). B(1;2)

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)

\*Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính:

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

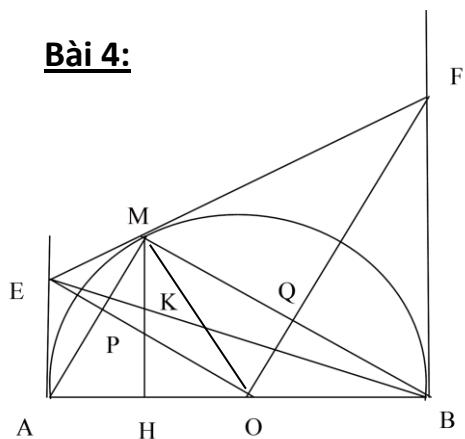
$$2x^2 = -2x + 4 \text{ hay } 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \text{ có } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$$

nên có nghiệm:  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -2$ ; suy ra:  $y_1 = 2$ ;  $y_2 = 8$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)

c) Hình thang AA'B'B có  $AA' = 8$ ;  $BB' = 2$ ; đường cao  $A'H = 3$  nên có diện tích:  $S = \frac{(8+2)3}{2} = 15$  (đơn vị diện tích)

#### Bài 4:



a. Tứ giác AEMO có:

$$\hat{\angle} EAO = 90^\circ \text{ (AE là tiếp tuyến)}$$

$$\hat{\angle} EMO = 90^\circ \text{ (EM là tiếp tuyến)}$$

$$\Rightarrow \hat{\angle} EAO + \hat{\angle} EMO = 180^\circ$$

Vậy: Tứ giác AEMO là tứ giác nội tiếp

b. Ta có:  $\hat{\angle} AMB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$AM \perp OE \text{ (EM và EA là 2 tiếp tuyến)} \Rightarrow \hat{\angle} MPO = 90^\circ$$

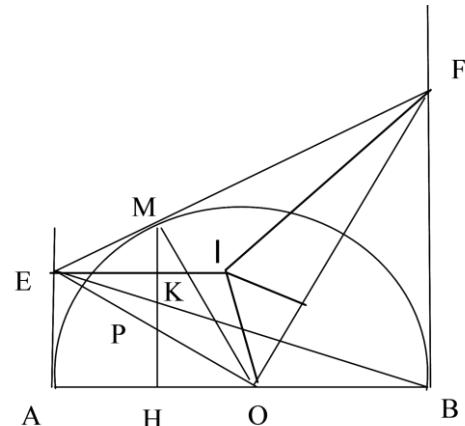
Tương tự,  $\hat{M}QO = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác MPOQ là hình chữ nhật

c. Ta có : MK // BF (cùng vuông góc AB)

$$\Rightarrow \Delta EMK \sim \Delta EFB \Rightarrow \frac{EM}{EF} = \frac{MK}{BF}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{MK} = \frac{EF}{FB}$$



$$\text{Vì } MF = FB \text{ (MF và FB là hai tiếp tuyến) nên: } \frac{EM}{MK} = \frac{EF}{MF} \quad (1)$$

$$\text{Áp dụng định lí Ta-let ta có: } \frac{EF}{MF} = \frac{EB}{KB} \text{ (MK// BF); } \frac{EB}{KB} = \frac{AB}{HB} \text{ (KH// EA)} \Rightarrow \frac{EF}{MF} = \frac{AB}{HB} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) (2) có: } \frac{EM}{MK} = \frac{AB}{HB} \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác, } \Delta EAB \sim \Delta KHB \text{ (MH//AE)} \Rightarrow \frac{EA}{HK} = \frac{AB}{HB} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) (4) có: } \frac{EM}{MK} = \frac{EA}{HK}$$

mà EM = EA (EM và EA là 2 tiếp tuyến) do đó: MK = KH

d. Ta có OE là phân giác của AÔM (EA; EM là tiếp tuyến); OF là phân giác của MÔB (FB; FM là tiếp tuyến) mà AÔM và MÔB là hai góc kề bù nên  $OE \perp OF \Rightarrow \Delta EOF$  vuông ( $\hat{EOF} = 90^\circ$ ). OM là đường cao và  $OM = R$

Gọi độ dài 3 cạnh của  $\Delta EOF$  là a, b, c. I là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta EOF$ . Ta có:  $S_{EOF} = S_{EIF} +$

$$S_{OIF} + S_{EIO} = \frac{1}{2}r.EF + \frac{1}{2}r.OF + \frac{1}{2}r.OE$$

$$= \frac{1}{2}r.(EF + OF + OE) = \frac{1}{2}r.(a + b + c)$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$$\text{Mặt khác: } S_{EOF} = \frac{1}{2} OM \cdot EF = \frac{1}{2} aR$$

$$\Rightarrow aR = r(a + b + c)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{a}{a + b + c} \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức trong  $\Delta EOF$  ta có:  $b + c > a \Rightarrow a + b + c > 2a$

$$\Rightarrow \frac{1}{a + b + c} < \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{a}{a + b + c} < \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } b < a, c < a \Rightarrow a + b + c < 3a \Rightarrow \frac{1}{a + b + c} > \frac{1}{3a}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a + b + c} > \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1); (2); (3) ta có: } \frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$$

\*Ghi chú: Câu 3b và 4d là câu nâng cao, chỉ áp dụng cho trường chuyên.

\*Chúc các em ôn tập tốt, tự tin, bình tĩnh, chính xác khi làm bài thi và đạt kết quả tốt đẹp nhất!

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TỈNH YÊN BÁI**

**ĐỀ 138  
KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH  
LỚP 9 THCS NĂM 2011**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Môn: **TOÁN**

Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi: **04/3/2011**

(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)

**Câu 1. (3,0 điểm)**

Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.

**Câu 2. (4,0 điểm)**

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI*

Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B. Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB. Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.

**Câu 3. (5,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F ( $D \in AC; K \in AB$ ). Chứng minh:

a)  $DK // EF$ b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ADK$  không đổi khi A di động trên cung lớn BC của (O, R).**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho  $\Delta ABC$  ngoại tiếp đường tròn (O, R). Đường tròn tâm O' đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E.

Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).

**Câu 5. (5,0 điểm)**

a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức  $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$  có giá trị nhỏ nhất ?  
Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Cho  $a^3 + b^3 = 2$ . Chứng minh rằng  $a + b \leq 2$ 

.....Hết.....

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

Chữ kí giám thị số 2: ..... Chữ kí giám thị số 1: .....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TỈNH YÊN BÁI**

**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH  
LỚP 9 THCS NĂM 2011  
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN  
(Đề chính thức)**

Câu	Sơ lược cách giải	Điểm
	Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên	3,0

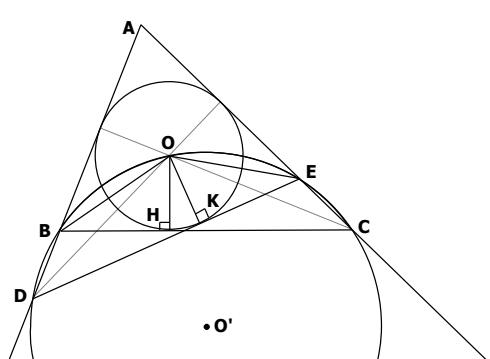
Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI

	và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.	
1	<p>Gọi số cần tìm là <math>\overline{ab}</math>, theo bài ra ta có <math>\overline{ab} = k^3</math> và <math>a+b=k^2</math> (<math>k \in \mathbb{N}^*</math>)</p> <p>Vì <math>1 \leq a+b \leq 18 \Rightarrow 1 \leq k^2 \leq 18 \Rightarrow 1 \leq k \leq 4</math> (1)</p> <p>Lại có <math>\overline{ab} \geq 10 \Rightarrow k^3 \geq 10 \Rightarrow k \geq 3</math> (2). Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow k \in \{3; 4\}</math></p> <p>* <math>k=3 \Rightarrow 3^3=27</math> và <math>2+7=9=3^2</math> (thỏa mãn)</p> <p>* <math>k=4 \Rightarrow 4^3=64</math> và <math>4+6=10 \neq 4^2</math> (không thỏa mãn)</p> <p>Vậy số cần tìm là <math>\overline{ab}=27</math></p>	0,5 0,75 0,75 0,5 0,5
2	<p>Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B. Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB. Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.</p>	4,0
2	<p>Gọi chiều dài đoạn đường AB là x (đơn vị: km; dk: <math>x &gt; 0</math>), vận tốc người đi xe đạp là y (đơn vị: km/h; dk: <math>y &gt; 0</math>) khi đó vận tốc của người đi xe máy là <math>(y + 36)</math> km/h.</p> <p>Khi 2 xe gặp nhau tại C, ta có phương trình: <math>\frac{x}{2y} = \frac{3x}{2(y+36)} + \frac{1}{2}</math> (1)</p> <p>Vì xe đạp đến B lúc 11 giờ 30 phút nên ta có pt: <math>\frac{x}{y} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2y} = \frac{3x}{2(y+36)} + \frac{1}{2} \\ \frac{x}{y} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3x+y+36}{y+36} \\ \frac{x}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=36 \\ x=4y \end{cases}</math></p> <p>Giải hệ pt tìm được <math>y=12</math>, <math>x=48</math> (t/m dk).</p> <p>Vậy quãng đường AB dài 48km và vận tốc của người đi xe đạp là 12km/h, vận tốc của người đi xe máy là 48km/h.</p>	0,5 0,75 0,75 1,5 0,5
	<p>Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O, R). Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F (<math>D \in AC</math>; <math>K \in AB</math>). Chứng minh:</p> <p>a) DK // EF</p>	5,0

	b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta ADK$ không đổi khi A di động trên cung lớn BC của $(O, R)$ .	
3	<p>a) Vì 4 điểm B, C, D, K cùng thuộc đường tròn đường kính BC  <math>\Rightarrow BDK = BCK</math> (hệ quả 2 của góc nội tiếp) (1)  Tương tự, trong <math>(O, R)</math> có <math>BEF = BCF</math> hay <math>BEF = BCK</math> (2)  Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow BDK = BEF</math>, mà chúng ở vị trí đồng vị <math>\Rightarrow DK \parallel EF</math></p> <p>b) Gọi <math>A'</math> là giao của <math>AO</math> với <math>(O, R)</math>, <math>H</math> là giao của <math>BD</math> với <math>CK</math>, <math>I</math> là giao của <math>A'H</math> với <math>BC \Rightarrow AA'</math> là đường kính của <math>(O, R)</math>, <math>H</math> là trực tâm của <math>\Delta ABC</math> nên dễ dàng chứng minh được tứ giác <math>BHCA'</math> là hình bình hành (dấu hiệu 1) <math>\Rightarrow I</math> là giao của 2 đường chéo hình bình hành nên <math>I</math> là trung điểm của <math>BC</math> và <math>A'H \Rightarrow \Delta AA'H</math> có <math>OI</math> là đường trung bình.  <math>\Rightarrow AH = 2.OI</math>; Vì <math>O, B, C, I</math> cố định <math>\Rightarrow</math> độ dài <math>OI</math> không đổi <math>\Rightarrow AH</math> có độ dài không đổi khi A di động trên cung lớn BC t/m dk đk đề bài (3).  Mặt khác có <math>ADH</math> và <math>AKH</math> là 2 tam giác vuông có chung cạnh huyền <math>AH \Rightarrow 4</math> điểm A, D, H, K cùng thuộc đường tròn đường kính <math>AH \Rightarrow AH</math> là đường kính của đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta ADK</math> (4).  Từ (3) và (4) <math>\Rightarrow</math> đpcm.  (Chú ý: Lời giải trong dk có thể h/s chưa được học về tứ giác nội tiếp)</p>	0,5 0,5 0,5 0,5 1,0 1,0 1,0 1,0
	Cho $\Delta ABC$ ngoại tiếp đường tròn $(O, R)$ . Đường tròn tâm $O'$ đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh DE là tiệp tuyến của đường tròn $(O, R)$ .	3,0
	Gọi H là giao của BC với $(O, R)$ , K là chân đường vuông góc hạ từ O xuống DE; vì O là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta ABC$ (gt) $\Rightarrow O$ là giao các phân giác trong của $\Delta ABC$ . $\Rightarrow ABO = CBO \Rightarrow DO = DB + BO = OC$ (1) $\Rightarrow DO = OC$ .	0,5

4	<p>Tương tự CO là p/g của <math>ACB \Rightarrow BCO = ECO \Rightarrow BO = EO</math> (2) <math>\Rightarrow BO = EO</math>  Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow DE = DO + EO = BO + OC = BC</math> hay <math>DE = BC</math>.</p> <p><math>\Rightarrow \Delta ODE = \Delta OCB</math> (c.c.c) mà OK, OH là hai đường cao thuộc hai cạnh tương ứng của 2 tam giác bằng nhau nên <math>OK = OH = R \Rightarrow DE</math> là tiếp tuyến của (O, R).</p> 	0,75 0,75 0,5 0,5
5	<p>a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức <math>P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052</math> có giá trị nhỏ nhất ?  Tìm giá trị nhỏ nhất đó.  b) Cho <math>a^3 + b^3 = 2</math>. Chứng minh rằng <math>a + b \leq 2</math></p> <p>a) <math>P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052</math>  <math>= (x^2 + 9y^2 + 25 - 6xy - 30y + 10x) + (x^2 - 8x + 16) + 2011</math>  <math>= (x - 3y + 5)^2 + (x - 4)^2 + 2011 \geq 2011</math></p> <p>Đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow (x - 3y + 5)^2 = 0</math> và <math>(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4</math> và <math>y = 3</math>  Vậy <math>\min P = 2011 \Leftrightarrow x = 4</math> và <math>y = 3</math></p> <p>b) Giả sử <math>a + b &gt; 2 \Rightarrow (a + b)^3 &gt; 8 \Leftrightarrow a^3 + b^3 + 3ab(a + b) &gt; 8</math>  <math>\Leftrightarrow 2 + 3ab(a + b) &gt; 8 \Leftrightarrow ab(a + b) &gt; 2</math> hay <math>ab(a + b) &gt; a^3 + b^3</math></p> <p>Chia hai vế cho số dương <math>a + b</math> ta được <math>ab &gt; a^2 - ab + b^2 \Leftrightarrow (a - b)^2 &lt; 0</math>  Điều này không thể xảy ra. Vậy <math>a + b \leq 2</math>.</p> <p>Đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow a = b = 1</math>.</p>	5,0 1,0 0,75 0,75 0,5 1,0 0,5 0,5 0,5

**Chú ý:** Trên đây chỉ là gợi ý một hướng giải của bài toán do đó h/s làm theo cách khác đảm bảo tính chính xác và gọn vẫn cho điểm tối đa.

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

Điểm của toàn bài là điểm từng phần cộng lại không làm tròn số.

Phần hình học nếu h/s không vẽ hình hoặc vẽ sai thì không công nhận kết quả những chứng minh liên quan.

.....Hết.....

### **ĐỀ 139**

phòng giáo dục - đào tạo

**Đề thi chọn học sinh giỏi huyện**

Năm học 2008 - 2009

**Môn Toán 9**

**Ngày thi: 10 tháng 12 năm 2008**

*Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề*

**huyện trực ninh**

\*\*\*\*\*

**đề chính thức**

#### **Bài 1.(3,0 điểm)**

a, Tính:  $M = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

b, Không sử dụng bảng số và máy tính hãy so sánh:

$$A = \sqrt{2007} + \sqrt{2009} \text{ và } B = 2\sqrt{2008}$$

#### **Bài 2.(4,0 điểm)**

Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$  với  $x > 0$  và  $x \neq 1$

a, Rút gọn P.

b, Tìm x để  $P = \frac{2}{7}$

c, So sánh  $P^2$  với  $2P$

#### **Bài 3.(3,5 điểm)**

a, Giải ph- ơng trình:  $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18$

b, Cho x, y là các số thoả mãn:  $(\sqrt{x^2+3}+x)(\sqrt{y^2+3}+y)=3$

Hãy tính giá trị của biểu thức:  $A = x^{2009} + y^{2009} + 1$

#### **Bài 4.(7,5 điểm)**

Cho tam giác ABC ( $AB < AC$ ) ngoại tiếp đ- ờng tròn (O;R). Đ- ờng tròn (O;R) tiếp xúc với các cạnh BC, AB, AC lần l- ợt tại các điểm D, N, M. Kẻ đ- ờng kính DI của đ- ờng (O;R). Qua I kẻ tiếp tuyến của đ- ờng (O;R) nó cắt AB, AC lần l- ợt tại E, F.

a, Biết  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 11\text{cm}$ ,  $BC = 9\text{cm}$ . Tính chu vi của tam giác AEF.

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

b, Chứng minh  $EI \cdot BD = IF \cdot CD = R^2$ .

c, Gọi P là trung điểm của BC, Q là giao điểm của AI và BC, K là trung điểm của AD. Chứng minh ba điểm K, O, P thẳng hàng và  $AQ = 2KP$ .

### Bài 5.(2,0 điểm)

a, Với  $a, b > 0$  chứng minh:  $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ . Dấu “=” xảy ra khi nào?

b, Cho  $x, y, z$  là 3 số dương thỏa mãn:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

Tìm giá trị lớn nhất của  $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

----- Kết -----

Họ tên thí sinh: ..... Chữ ký giám thị 1: .....

Số báo danh : ..... Chữ ký giám thị 2: .....

phòng giáo dục - đào tạo

**H- ống dẫn chấm thi học sinh giỏi huyện**

Năm học 2008 - 2009

**Môn Toán 9**

**huyện trực ninh**

\*\*\*\*\*

*Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đê*

### Bài 1.(3,0 điểm)

$$a, \text{Tính: } M = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$

$\text{Ta có: } \frac{M}{\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{6+2\sqrt{5}}} + \frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{6-2\sqrt{5}}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}} + \frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}$ $= \frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}+1} + \frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}-1} = \frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}+1} + \frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}+1} = \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} + \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \quad (\text{vì } \sqrt{5} > 1)$ $= \frac{(3-\sqrt{5})^2 + (3+\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} = \frac{9-6\sqrt{5}+5+9+6\sqrt{5}+5}{9-5} = \frac{28}{4} = 7$ $\Rightarrow M = 7\sqrt{2}$	0,5  0,5  0,5  0,5	2,0 đ
---	--------------------------------------	-------

b, Không sử dụng bảng số và máy tính hãy so sánh:  $A = \sqrt{2007} + \sqrt{2009}$  và  $B = 2\sqrt{2008}$

Ta có $A = \sqrt{2007} + \sqrt{2009}$ $= \sqrt{2008-1} + \sqrt{2008+1} = \sqrt{(\sqrt{2008-1} + \sqrt{2008+1})^2}$ $= \sqrt{2.2008 + 2\sqrt{2008^2 - 1}} < \sqrt{2.2008 + 2\sqrt{2008^2}} = 2\sqrt{2008}$ Vậy $A < B$ .	0,5	1,0 đ
	0,5	

Bài 2.(4,0 điểm)

a, Rút gọn P.

Ta có $P = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$ $= \left( \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ $= \left( \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ $= \frac{x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2} = \frac{x+2+x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ $= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ . Vậy $P = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$	0,5	1,5đ
	0,5	
	0,5	

b, Tìm x để  $P = \frac{2}{7}$

Ta có $P = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ (với $x > 0$ ; $x \neq 1$ ) Nên $P = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow x+\sqrt{x}+1=7 \Leftrightarrow x+\sqrt{x}-6=0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2=0$ (vì $\sqrt{x}+3>0$ với mọi $x > 0$ ) $\Leftrightarrow x=4$ (t/m đk).	0,5	1,25đ
	0,5	
	0,25	

c, So sánh  $P^2$  với  $2P$

Ta có $P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0; x \neq 1$ )		
Mà $x + \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi $x > 0$ ,	0,5	
nên $P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1} > 0$ với mọi $x > 0$		1,25đ
Ta lại có $x + \sqrt{x} > 0$ với mọi $x > 0$		
$\Rightarrow x + \sqrt{x} + 1 > 1 \Rightarrow \frac{1}{x + \sqrt{x} + 1} < 1 \Rightarrow P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1} < 2$	0,5	
Vì $P > 0$ và $P < 2$ nên $P(P - 2) < 0 \Rightarrow P^2 - 2P < 0 \Rightarrow P^2 < 2P$ . Vậy $P^2 < 2P$	0,25	

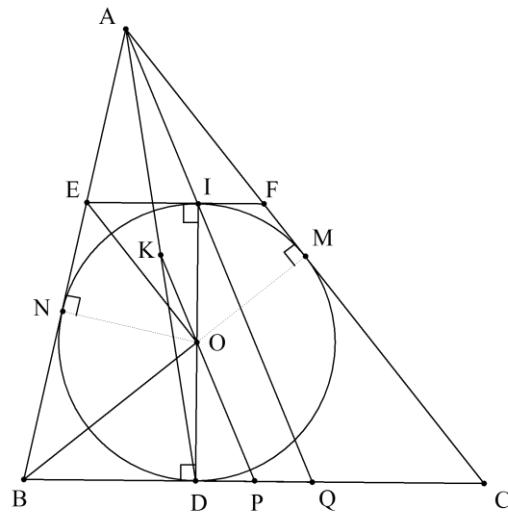
Bài 3.(3,5 điểm) a, Giải ph- ơng trình:  $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18$

ĐKXĐ: $3 \leq x \leq 5$ (*)	0,25	
áp dụng bđt Bunhiakôpski ta có: $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} \leq \sqrt{2.(x-3+5-x)} = \sqrt{4} = 2$	0,5	
.		1,75đ
Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x-3 = 5 - x \Leftrightarrow x = 4$		
Ta lại có $x^2 - 8x + 18 = (x - 4)^2 + 2 \geq 0$ với $\forall x$ . Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 4$	0,5	
Suy ra $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18 \Leftrightarrow x = 4$	0,5	
Với $x = 4$ thoả mãn ĐK (*), vậy nghiệm của ph- ơng trình là $x = 4$	0,5	

b, Cho  $x, y$  là các số thoả mãn:  $(\sqrt{x^2 + 3} + x)(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3$  (\*)

Hãy tính giá trị của biểu thức:  $A = x^{2009} + y^{2009} + 1$

Từ (*) $\Rightarrow (\sqrt{x^2 + 3} + x)(\sqrt{x^2 + 3} - x)(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3(\sqrt{x^2 + 3} - x)$		
$\Rightarrow (x^2 + 3 - x^2)(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3(\sqrt{x^2 + 3} - x) \Rightarrow 3(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3(\sqrt{x^2 + 3} - x)$	0,75	
$\Rightarrow \sqrt{y^2 + 3} + y = \sqrt{x^2 + 3} - x \quad (1)$		1,75đ
T- ơng tự ta có $\sqrt{x^2 + 3} + x = \sqrt{y^2 + 3} - y \quad (2)$	0,5	
Lấy (1) cộng với (2) ta có: $x = -y$		
Suy ra $A = x^{2009} + y^{2009} + 1 = x^{2009} - x^{2009} + 1 = 1$	0,5	
Vậy $A = 1$		

**Bài 4.**(7,5 điểm)

a,Biết  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 11\text{cm}$ ,  $BC = 9\text{cm}$ . Tính chu vi của tam giác  $AEF$ .

+ c/m cho chu vi của tam giác $AEF$ là $P_{AEF} = 2AN$	0,75	2,0đ
+ c/m cho $2AN = AB + AC - BC = 8 + 11 - 9 = 10\text{ cm}$	0,75	
+ suy ra $P_{AEF} = 2AN = 10\text{ cm}$	0,5	

b,Chứng minh  $EI \cdot BD = IF \cdot CD = R^2$ .

+ c/m cho tam giác $EOB$ vuông tại $O$ $\Rightarrow EN \cdot BN = ON^2 = R^2$ ( theo hệ thức l- ợng trong tam giác vuông) Mà $EI = EN$ , $BD = BN$ ( t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau tại 1 điểm) $\Rightarrow EI \cdot BD = R^2$ .	1,25	2,5đ
+ T- ơng tự ta có: $IF \cdot DC = R^2$	0,75	
+ Suy ra $EI \cdot BD = IF \cdot CD = R^2$ .	0,5	

c, Gọi  $P$  là trung điểm của  $BC$ ,  $Q$  là giao điểm của  $AI$  và  $BC$ ,  $K$  là trung điểm của  $AD$ . Chứng minh ba điểm  $K, O, P$  thẳng hàng và  $AQ = 2KP$ .

áp dụng hệ quả định lý Talet trong các tam giác $AQC$ và tam giác $ABC$ ta có $\frac{IF}{QC} = \frac{AF}{AC}; \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{BC} \Rightarrow \frac{IF}{QC} = \frac{FE}{BC}$ (1)	0,75	3,0đ
Theo câu b ta có: $EI \cdot BD = IF \cdot CD \Rightarrow \frac{IF}{BD} = \frac{IE}{CD} = \frac{IE + IF}{BD + CD} = \frac{EF}{BC}$ (2)	0,75	
Từ (1) và (2) suy ra $\frac{IF}{QC} = \frac{IF}{BD} \Rightarrow QC = BD$	0,5	

+ Vì  $P$  là trung điểm của  $BC$  (gt),  $QC = BD$  ( cmt)  $\Rightarrow P$  là trung điểm của  $DQ$

Mà O là trung điểm của ID suy ra OP là đ-ờng trung bình của tam giác DIQ $\Rightarrow$ OP // IQ hay OP // AQ (3) + Vì K là trung điểm của AD, O là trung điểm của ID suy ra KO là đ-ờng trung bình của tam giác ADI $\Rightarrow$ KO // AI hay KO // AQ (4) + Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ K, O, P thẳng hàng. Do K là trung điểm của AD, P là trung điểm của DQ suy ra KP là đ-ờng trung bình của tam giác DAQ suy ra AQ = 2KP.		
	0,25	

**Bài 5.(2,0 điểm)**

a, Với  $a, b > 0$  chứng minh:  $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ . Dấu “=” xảy ra khi nào?

Với $a, b > 0$ ta có : $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 4ab \leq (a + b)^2$	0,25	
$\Rightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{a+b}{4ab}$	0,25	
$\Rightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ . Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b$ .	0,25	0,75đ

b, Cho  $x, y, z$  là 3 số d-ơng thoả mãn:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

Tìm giá trị lớn nhất của  $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

Vì $x, y, z$ là các số d-ơng, áp dụng bất đẳng thức ở câu a ta có :		
$\frac{1}{2x+y+z} = \frac{1}{x+y+x+z} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z}\right) \leq \frac{1}{16}\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right] = \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$		
(1)		
Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$		
$\frac{1}{x+2y+z} = \frac{1}{x+y+y+z} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z}\right) \leq \frac{1}{16}\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right] = \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z}\right)$	0,75đ	1,25đ
(2)		
Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$		
$\frac{1}{x+y+2z} = \frac{1}{x+z+y+z} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z}\right) \leq \frac{1}{16}\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right] = \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right)$		
(3)		

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$		
Từ(1); (2); (3) suy ra $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$ (vì $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$ ) Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$ Vậy $P_{\max} = 2 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$	0,5đ	

### L- u ý:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không nhầm cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần nhầm lẫn.
- 2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hóng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hóng dẫn chấm, không chia nhỏ dưới 0,25.
- 3) Điểm toàn bài không làm tròn.

--- Hết ---

### ĐỀ 140

ng GD - ĐT Thạch Thất  
 ờng THCS Bình Phú  
 ra đề: Khoa Thị Minh Hảo

**Đề thi chọn học sinh giỏi cấp huyện**  
**Môn Toán 9 Năm Học 2011-2012**  
 Thời gian làm bài: 150 phút

### Bài 1 (5 điểm):

Cho biểu thức  $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của A khi  $x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$

c) Chứng minh rằng:  $A \leq \frac{2}{3}$

### Bài 2 (3 điểm):

a) Cho ba số a, b, c đồng thõa mãn  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} > 2$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI

Chứng minh rằng :  $abc < \frac{1}{8}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{y\sqrt{x-1} + x\sqrt{y-4}}{xy}$$

### Bài 3 (3 điểm):

a) Chứng minh nếu  $\frac{x^2 - yz}{x(1-yz)} = \frac{y^2 - xz}{y(1-xz)}$  với  $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$   
thì  $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

b) Giải ph-ong trình:  $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+4)^2$

### Bài 4 (3 điểm):

Đội A và đội B thi đấu cờ với nhau. Mỗi đấu thủ của đội A phải đấu một ván cờ với mỗi đấu thủ của đội B. Biết rằng tổng số ván cờ đã đấu bằng bình ph-ong số đấu thủ của đội A cộng với hai lần số đấu thủ của đội B. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu đấu thủ biết rằng số đấu thủ của đội A không ít hơn 5 ng-ời?

### Bài 5 (6 điểm):

Cho hình vuông ABCD cạnh a và điểm N trên cạnh AB. Gọi E là giao điểm của CN và DA. Kẻ tia Cx vuông góc với CE cắt AB tại F, M là trung điểm của đoạn thẳng EF.

1. Chứng minh rằng:

a)  $CE = CF$

b)  $ACE = BCM$

c) Khi điểm N di chuyển trên cạnh AB ( N không trùng với A và B) thì M chuyển động trên một đ-òng thẳng cố định.

2. Đặt  $BN = x$

a) Tính diện tích tứ giác ACFE theo a và x.

b) Xác định vị trí của điểm N trên cạnh AB sao cho diện tích tứ giác ACFE gấp 3 lần diện tích hình vuông ABCD.

### Đáp án Biểu điểm

Đề thi chọn học sinh giỏi cấp huyện

Môn Toán 9 Năm Học 2011-2012

### Bài 1 (5 điểm)

a) ĐKXĐ:  $x \geq 0 ; x \neq 1$  (0,5 điểm)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$$A = \frac{15\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{15\sqrt{x} - 11 - (3\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3) - (2\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{15\sqrt{x} - 11 - 3x - 9\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 6 - 2x + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{7\sqrt{x} - 5x - 2}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{(2 - 5\sqrt{x})(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b)  $x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)^2}{2 - 1} = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1 \quad (0,5 \text{ điểm})$

$$A = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{2 - 5\sqrt{2} + 5}{\sqrt{2} - 1 + 3} = \frac{7 - 5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \frac{24 - 17\sqrt{2}}{2} \quad (0,75 \text{ điểm})$$

c) Xét hiệu:  $A - \frac{2}{3} = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{2}{3} = \frac{6 - 15\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 6}{3(\sqrt{x} + 3)} = \frac{-17\sqrt{x}}{3(\sqrt{x} + 3)} \quad (0,5 \text{ điểm})$

Ta có:  $-17\sqrt{x} \leq 0$  và  $3(\sqrt{x} + 3) > 0, \forall x \geq 0; x \neq 1$

$$\Rightarrow \frac{-17\sqrt{x}}{3(\sqrt{x} + 3)} \leq 0 \Leftrightarrow A - \frac{2}{3} \leq 0 \Leftrightarrow A \leq \frac{2}{3} \quad (0,75 \text{ điểm})$$

### Bài 2: (3 điểm)

a) Từ  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} > 2 \Rightarrow 1 - (ab + ac + bc) > 2abc \quad (0,5 \text{ điểm})$

Do a, b, c dương, áp dụng BĐT Cô-si ta có:

$$\begin{aligned} ab + ac + bc &\geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \\ \Rightarrow 1 - 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} &> 2abc \Leftrightarrow 2abc + 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} - 1 < 0 \quad (*) \end{aligned} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Đặt  $\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = t > 0 \Rightarrow abc = \sqrt{t^3} = t\sqrt{t}$

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow 2t\sqrt{t} + 3t - 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{t} + 1)^2(2\sqrt{t} - 1) < 0 \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{t} - 1 < 0 \quad (\text{do } (\sqrt{t} + 1)^2 > 0, \forall t > 0) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t} < \frac{1}{2} \Rightarrow abc < \frac{1}{8} \quad (0,75 \text{ điểm})$$

b) Với điều kiện  $x \geq 1, y \geq 4$  ta có:

$$M = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm 1 và  $x - 1$ , ta có:

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{1(x-1)} \leq \frac{1+x-1}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{x} \leq \frac{1}{2} \quad (\text{vì } x \geq 1) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Chứng minh t-ong tự ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{y-4} &= \frac{1}{2} \sqrt{4(y-4)} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{4+y-4}{2} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{y-4}}{y} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{vì } y \geq 4) \quad (0,25 \text{ điểm}) \\ \Rightarrow M &= \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad (0,25 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy Max } M = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 2, y = 8 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

### Bài 3 (3 điểm)

a) Với  $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ . Từ gt ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - yz}{x(1 - yz)} &= \frac{y^2 - xz}{y(1 - xz)} \\ \Leftrightarrow (x^2 - yz)(y - xyz) &= (y^2 - xz)(x - xyz) \\ \Leftrightarrow x^2y - x^3yz - y^2z + xy^2z^2 - xy^2 + xy^3z + x^2z - x^2yz^2 &= 0 \quad (0,25 \text{ điểm}) \\ \Leftrightarrow (x^2y - xy^2) - (x^3yz - xy^3z) + (x^2z - y^2z) - (x^2yz^2 - xy^2z^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow xy(x - y) - xyz(x^2 - y^2) + z(x^2 - y^2) - xyz^2(x - y) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - y)[xy - xyz(x + y) + z(x + y) - xyz^2] &= 0 \\ \Leftrightarrow xy - xyz(x + y) + z(x + y) - xyz^2 &= 0 \quad (\text{vì } x \neq y \Rightarrow x - y \neq 0) \\ \Leftrightarrow xy + xz + yz &= xyz(x + y) + xyz^2 \quad (0,75 \text{ điểm}) \\ \Leftrightarrow \frac{xy + xz + yz}{xyz} &= \frac{xyz(x + y) + xyz^2}{xyz} \quad (\text{vì } xyz \neq 0) \quad (0,25 \text{ điểm}) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= x + y + z \quad (0,25 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

b)  $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+4)^2 \quad (2)$

Điều kiện xác định:  $x \neq 0$

(0,25 điểm)

$$(2) \Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right] = (x+4)^2$$

(0,25 điểm)

$$\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 8\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (x+4)^2 \Leftrightarrow (x+4)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại)} \text{ hoặc } x = -8 \text{ (TMĐK)}$$

(0,75 điểm)

Vậy ph- ơng trình đã cho có một nghiệm  $x = -8$

(0,25 điểm)

#### Bài 4 (3 điểm)

Gọi số đấu thủ của đội A và đội B lần l- ợt là x và y ( $x, y \in \mathbb{Z}^+ ; x \geq 5$ )

(0,5 điểm)

Tổng số ván cờ đã đấu là  $xy$  (ván cờ)

Theo đề bài ta có ph- ơng trình:  $xy = x^2 + 2y$

(0,75 điểm)

$$\Leftrightarrow y(x-2) = x^2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{x-2} = \frac{x^2 - 4 + 4}{x-2} = x + 2 + \frac{4}{x-2}$$

(0,75 điểm)

Để x, y nguyên d- ơng thì  $4 \mid (x-2)$  mà  $x-2 > 3$  (do  $x > 5$ ) nên  $x-2 = 4 \Rightarrow x = 6$

$$\text{Khi đó } y = x + 2 + \frac{4}{x-2} = 6 + 2 + \frac{4}{6-2} = 9 \text{ (TMĐK)}$$

(0,75 điểm)

Vậy đội A có 6 ng- ời, đội B có 9 ng- ời.

(0,25 điểm)

#### Bài 5 (6 điểm)

Vẽ hình đúng đến phần 1

(0,5 điểm)

1.a)  $\triangle EDC = \triangle FBC$  (g.c.g)  $\Rightarrow CE = CF$  (1 điểm)

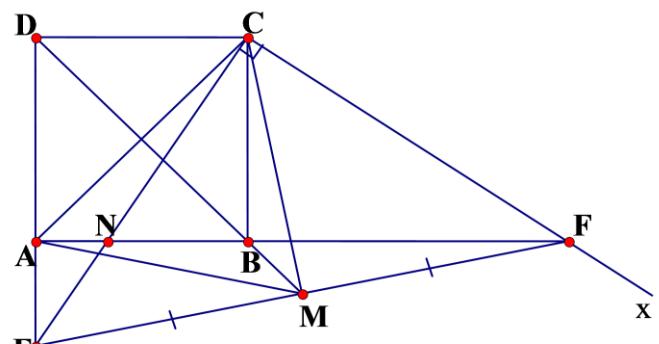
b)  $\triangle ECF$  cân tại C  $\Rightarrow CM$  là phân giác C

$$\Rightarrow ECM = 45^\circ \Rightarrow ECB + BCM = 45^\circ$$

$$\text{Mà } ACB = 45^\circ \Rightarrow ACE + ECB = 45^\circ$$

$$\Rightarrow ACE = BCM \quad (1 \text{ điểm})$$

c)  $\triangle AEF$  vuông tại A có AM là trung tuyến  $\Rightarrow AM = \frac{EF}{2}$



$\Delta CEF$  vuông tại  $C$  có  $CM$  là trung tuyến  $\Rightarrow CM = \frac{EF}{2}$

$\Rightarrow AM = CM \Rightarrow M$  thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AC$   
 hay  $M$  thuộc BD cố định.

(1 điểm)

2.a) Có  $BN = x \Rightarrow AN = a - x$

(0,25 điểm)

$$S_{ACFE} = S_{ACE} + S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AE + \frac{1}{2} \cdot CE^2$$

(0,25 điểm)

Xét  $\Delta ADC$  có  $AE//BC$

$$\Rightarrow \frac{AE}{BC} = \frac{AN}{BN} \Rightarrow AE = \frac{BC \cdot AN}{BN} = \frac{a(a-x)}{x} \quad (\text{Hệ quả định lí Ta-lết})$$

(0,25 điểm)

$$\Delta EDC$$
 có  $D = 90^\circ \Rightarrow CE^2 = CD^2 + DE^2 = a^2 + \left(a + \frac{a(a-x)}{x}\right)^2 = a^2 + \frac{a^4}{x^2}$

(0,25 điểm)

$$\Rightarrow S_{ACFE} = \frac{a^2(a-x)}{2x} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{2x^2} = \frac{a^3(x+a)}{2x^2}$$

(0,5 điểm)

b)  $S_{ACFE} = 3 \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{a^3(x+a)}{2x^2} = 3a^2 \Leftrightarrow 6x^2 - ax - a^2 = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x-a)(3x+a) = 0$

(0,25 điểm)

Do  $x > 0; a > 0 \Rightarrow 3x + a > 0 \Rightarrow 2x - a = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \Leftrightarrow N$  là trung điểm của cạnh AB

(0,5 điểm)

Vậy để TỨ GIÁC ACFE có diện tích gấp 3 lần diện tích hình vuông ABCD thì điểm N là trung điểm cạnh AB.

(0,25 điểm)

UBND TỈNH THỦA THIÊN HUẾ  
 SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHÍNH THỨC

**ĐỀ 141**  
**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**  
**LỚP 9 THCS - NĂM HỌC 2008 - 2009**

**Môn : TOÁN**

Thời gian làm bài: 150 phút

**Bài 1:** (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{2\sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}}}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$

2. Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 - x - 6} + x^2 - x - 18 = 0$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI

**Bài 2:** (3,0 điểm)

Cho phương trình  $(m+1)x^3 + (3m-1)x^2 - x - 4m + 1 = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

1. Biến đổi phương trình (1) về dạng phương trình tích.
2. Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt, trong đó có 2 nghiệm âm.

**Bài 3:** (4,0 điểm)

1. Chứng minh rằng với hai số thực bất kì  $a, b$  ta luôn có:  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$ .

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

2. Cho ba số thực  $a, b, c$  không âm sao cho  $a+b+c=1$ .

Chứng minh:  $b+c \geq 16abc$ . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

3. Với giá trị nào của góc nhọn  $\alpha$  thì biểu thức  $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$  có giá trị bé nhất ? Cho biết giá trị bé nhất đó.

**Bài 4:** (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Độ-òng tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA và AB lần l-ợt tại D, E và F. Đặt  $x = DB$ ,  $y = DC$ ,  $z = AE$ .
  - a. Tìm hệ thức giữa  $x, y$  và  $z$ .
  - b. Chứng minh rằng:  $AB \cdot AC = 2DB \cdot DC$ .
2. Cho tam giác ABC cân tại A,  $BC = a$ . Hai điểm M và N lần l-ợt trên AC và AB sao cho:  $AM = 2MC$ ,  $AN = 2NB$  và hai đoạn BM và CN vuông góc với nhau. Tính diện tích tam giác ABC theo  $a$ .

**Bài 5:** (3,0 điểm)

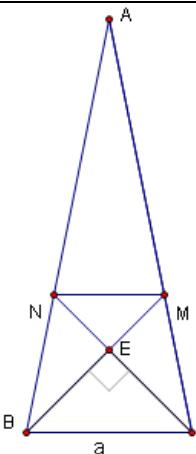
1. Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 người thì còn thừa một người. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô ? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 người.
2. Một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước  $1 \times 5$ . Hãy cắt tấm bìa thành các mảnh để ráp lại thành một hình vuông. Giải thích.

Bài	Có	Nội dung	Điểm
1		(4 điểm)	
	1.1 (2 đ)	$A = \frac{2\sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}}}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$ $\sqrt{21 + \sqrt{80}} = \sqrt{1 + 4\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2} = 1 + 2\sqrt{5}$ $\sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}} = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = 1 + \sqrt{5}$ $A = \frac{2\sqrt{3 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)} = \frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}{\sqrt{5} - 1} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}}{\sqrt{5} - 1} = 1$	0,5 0,5 1,0
	1.2 (2 đ)	$\sqrt{x^2 - x - 6} + x^2 - x - 18 = 0.$ Điều kiện để ph- ơng trình có nghĩa: $x^2 - x - 6 \geq 0$ Đặt $t = \sqrt{x^2 - x - 6}$ ( $t \geq 0$ ) $\Leftrightarrow x^2 - x - 18 = t^2 - 12$ ( $t \geq 0$ ) Khi đó ph- ơng trình đã cho trở thành: $t^2 + t - 12 = 0$ ( $t \geq 0$ ) $\Leftrightarrow t = 3$ ( $t = -4 < 0$ loại) $t = 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 9 > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 15 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1 - \sqrt{61}}{2}; x_2 = \frac{1 + \sqrt{61}}{2}$ Vậy ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm: $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2}$	0,25 0,5 0,5 0,5 0,25
2		(3 điểm)	
	2.1	$(m+1)x^3 + (3m-1)x^2 - x - 4m + 1 = 0 \quad (1)$ $\Leftrightarrow (m+1)x^3 - (m+1)x^2 + 4mx^2 - x - 4m + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (m+1)x^2(x-1) + 4m(x^2-1) - (x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)[(m+1)x^2 + 4mx + 4m - 1] = 0$	0,5 0,5 0,25
	2.2	Ta có:	0,5

	$(x-1)\left[(m+1)x^2 + 4mx + 4m - 1\right] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & (a) \\ g(x) = (m+1)x^2 + 4mx + 4m - 1 = 0 & (b) \end{cases}$	
--	---	--

<p>Để ph-ong trình (1) có ba nghiệm phân biệt thì ph-ong trình (b) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1, t-ong đ-ong với:</p> $\begin{cases} m \neq -1 \\ \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < \frac{1}{3} \Leftrightarrow m \neq -1, m \neq 0, m < \frac{1}{3} \end{cases} \\ g(1) \neq 0 \\ 9m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$ <p>Với điều kiện (*), ph-ong trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm <math>x = 1 &gt; 0</math> và hai nghiệm còn lại <math>x_1</math> và <math>x_2</math> (<math>x_1 &lt; x_2</math>) là nghiệm của (b). Do đó để (1) có 3 nghiệm phân biệt trong đó có hai nghiệm âm thì <math>x_1 &lt; x_2 &lt; 0</math>, t-ong đ-ong với:</p> $\begin{cases} P = x_1 x_2 = \frac{4m-1}{m+1} > 0 \\ S = x_1 + x_2 = \frac{-4m}{m+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \text{ hay } m > \frac{1}{4} \Leftrightarrow m < -1 \text{ hay } m > \frac{1}{4} \quad (**). \\ m < -1 \text{ hay } m > 0 \end{cases}$ <p>Kết hợp (*) và (**) ta có: Để ph-ong trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, trong đó có hai nghiệm âm thì cần và đủ là:</p> $m < -1 \text{ hay } \frac{1}{4} < m < \frac{1}{3}$	<p>0,25</p> <p>0,50</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>3</b></p> <p><b>3.1</b></p>	<p><b>(4,0 điểm)</b></p> <p>Ta có:</p> $\begin{aligned} \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - ab &= \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} - ab = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} \\ &= \frac{(a-b)^2}{4} \geq 0, \forall a, b \in \mathbb{R} \end{aligned}$ <p>Vậy: <math>\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab, \forall a, b \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab, \forall a, b \in \mathbb{R}</math></p> <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi <math>a = b</math></p>
	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>Theo kết quả câu 3.1, ta có:</p> $(a+b+c)^2 = \left[ a + (b+c) \right]^2 \geq 4a(b+c)$ <p>mà <math>a+b+c=1</math> (giả thiết)</p> <p>nên: <math>1 \geq 4a(b+c) \Leftrightarrow b+c \geq 4a(b+c)^2</math> (vì a, b, c không âm nên b + c không âm)</p> <p>Nh- ng: <math>(b+c)^2 \geq 4bc</math> (không âm)</p> <p>Suy ra: <math>b+c \geq 16abc</math>.</p> <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi: <math>\begin{cases} a=b+c \\ b=c \end{cases} \Leftrightarrow b=c=\frac{1}{4}, a=\frac{1}{2}</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,50
3.2	<p>Ta có:</p> $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3$ $P = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) [\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha]$ $P = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ <p>áp dụng kết quả câu 3.1, ta có:</p> $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 \geq 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Leftrightarrow 1 \geq 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Leftrightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \leq \frac{1}{4}$ <p>Suy ra: <math>P = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}</math></p> <p>Do đó: <math>P_{\min} = \frac{1}{4}</math> khi và chỉ khi: <math>\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \Leftrightarrow \sin \alpha = \cos \alpha</math> (vì <math>\alpha</math> là góc nhọn) <math>\Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5
4	(6,0 điểm)	
4.1.a	<p>+ Ta có: <math>BD = BF</math>, <math>CD = CE</math> và <math>AE = AF</math> (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau).</p> <p>Do đó:</p> $BC = x + y, AC = y + z,$ $AB = x + z$ <p>Theo định lí Pytago:</p>	0,5 0,5 0,5

	$BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\Leftrightarrow (x+y)^2 = (x+z)^2 + (y+z)^2$ $\Leftrightarrow 2xy = 2z(x+y) + 2z^2 \Leftrightarrow xy = z(x+y+z) \quad (\text{a})$	0,5
4.1.b	<p>Gọi <math>r</math> là bán kính, I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.</p> <p>Ta có: <math>S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}BC \cdot r + \frac{1}{2}CA \cdot r + \frac{1}{2}AB \cdot r = (x+y+z)r \quad (\text{b})</math></p> <p>Tứ giác AEIF có 3 góc vuông, nên là hình chữ nhật.</p> <p>Nh- ng AE = AF (cm trên), nên AEIF là hình vuông,</p> <p>Do đó: <math>z = EI = r \quad (\text{c})</math></p> <p>Từ (a), (b), (c) suy ra: <math>AB \cdot AC = 2xy \Leftrightarrow AB \cdot AC = 2DB \cdot DC</math></p>	0,5
4.2	 <p>+ Theo giả thiết: <math>AM = 2MC</math> và <math>AN = 2NC</math></p> <p>Suy ra:</p> $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}.$ <p>+ Gọi E là giao điểm của BM và CN, theo định lí Ta-lét, ta có: <math>\frac{EM}{EB} = \frac{EN}{EC} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}</math>.</p> <p>Gọi BK là đường cao hạ từ B của tam giác ABC, ta có:</p> $\frac{S_{ABC}}{S_{BCM}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot BK}{\frac{1}{2}CM \cdot BK} = \frac{AC}{CM} = 3 \Rightarrow S_{ABC} = 3S_{BCM}$	0,5
		0,5

	$\frac{S_{BEC}}{S_{BCM}} = \frac{BE}{BM} = \frac{3}{5} \Rightarrow S_{BCM} = \frac{5}{3}S_{BEC} = \frac{5a^2}{12}$ <p>Vậy: <math>S_{ABC} = \frac{5a^2}{4}</math></p>	0,5
5	(3,0 điểm)	
5.1	<p>+ Gọi số ô tô lúc đầu là <math>x</math> (<math>x</math> nguyên và <math>x \geq 2</math>)</p> <p>Số học sinh đi cắm trại là: <math>22x + 1</math>.</p> <p>+ Theo giả thiết: Nếu số xe là <math>x-1</math> thì số học sinh phân phối đều cho tất cả các xe, mỗi xe chở số học sinh là <math>y</math> (<math>y</math> là số nguyên và <math>0 &lt; y \leq 30</math>).</p> <p>+ Do đó ta có phương trình: <math>(x-1)y = 22x+1 \Leftrightarrow y = \frac{22x+1}{x-1} = 22 + \frac{23}{x-1}</math></p>	0,25 0,25 0,5

	+ Vì x và y đều là số nguyên dương, nên $x-1$ phải là - số của 23. Mà 23 nguyên tố, nên: $x-1=1 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x-1=23 \Leftrightarrow x=24$ – Nếu $x=2$ thì $y=22+23=45 > 30$ (trái giả thiết) – Nếu $x=24$ thì $y=22+1=23 < 30$ (thỏa điều kiện bài toán). + Vậy số ô tó là: 24 và tổng số học sinh đi cắm trại là: $22 \times 24 + 1 = 23 \times 23 = 529$ học sinh.	0,25 0,25 0,25 0,25
5.2	<p>+ Tấm bìa hình chữ nhật <math>1 \times 5</math> có diện tích là 5 (đvdt). Để cắt hình chữ nhật thành các mảnh ráp thành hình vuông, thì cạnh của hình vuông bằng <math>\sqrt{5}</math>, bằng độ dài cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông có kích thước là 1 và 2 có diện tích bằng 1 (đvdt). + Do đó nếu cắt hình chữ nhật <math>1 \times 5</math> theo đường chéo của 2 hình chữ nhật <math>AEFD</math> và <math>GBCH</math>, và cắt theo 2 đường <math>EF</math> và <math>GH</math> xong ráp lại thì được hình vuông <math>MNPQ</math> nh-hình bên.</p>	1,0

**ĐỀ 142**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HÀ NAM

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS  
NĂM HỌC 2012-2013  
Môn thi: TOÁN

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

**Bài 1. (4,0 điểm)**

Cho biểu thức:  $P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + 1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .

2. Tìm các giá trị  $x, y$  nguyên thỏa mãn  $P = 2$ .

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1. Cho hai số thực  $a, b$  không âm thỏa mãn  $18a + 4b \geq 2013$ . Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm:  $18ax^2 + 4bx + 671 - 9a = 0$ .

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên  $x, y$  của phương trình  $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$ .

**Bài 3. (4,5 điểm)**

1. Cho  $p$  và  $2p + 1$  là hai số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng  $4p + 1$  là một hợp số.
2. Giải phương trình:  $4x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{x^3 + 3x^2} + 2\sqrt{2x - 1}$

**Bài 4. (6,0 điểm)**

Cho góc  $xOy$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Đường tròn có tâm  $K$  nằm trong góc  $xOy$  tiếp xúc với tia  $Ox$  tại  $M$  và tiếp xúc với tia  $Oy$  tại  $N$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $P$  thỏa mãn  $OP = 3OM$ . Tiếp tuyến của đường tròn ( $K$ ) qua  $P$  cắt tia  $Oy$  tại  $Q$  khác  $O$ . Đường thẳng  $PK$  cắt đường thẳng  $MN$  ở  $E$ . Đường thẳng  $QK$  cắt đường thẳng  $MN$  ở  $F$ .

1. Chứng minh tam giác  $MPE$  đồng dạng với tam giác  $KPQ$ .
2. Chứng minh tứ giác  $PQEF$  nội tiếp được trong đường tròn.
3. Gọi  $D$  là trung điểm của đoạn  $PQ$ . Chứng minh tam giác  $DEF$  là một tam giác đều.

**Bài 5. (2,0 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn:  $a + b + c = 3$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$$

-----HẾT-----

**Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.**

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Chữ ký của giám thị 1: ..... Chữ ký của giám thị 2: .....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HÀ NAM**

**ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS  
NĂM HỌC 2012-2013  
Môn thi: TOÁN**

**ĐÁP ÁN-BIỂU ĐIỂM  
(Đáp án biểu điểm này gồm 3 trang)**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1.1	Điều kiện để $P$ xác định là: $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$ .	0,5

*Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)*

*Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam*

*--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI*

<b>(2,5 đ)</b>	$P = \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$ $= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$ $= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})}$ $= \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}$	0,5 0,5 0,5 0,5
<b>Câu 1.2 (1,5 đ)</b>	$P = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2$ với $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1$ Ta có: $1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0; 1; 2; 3; 4$ Thay vào P ta có các cặp giá trị $(4; 0)$ và $(2; 2)$ thoả mãn	0,5 0,5 0,5 0,5
<b>Câu 2.1 (2,0 đ)</b>	<p>Cho hai số thực <math>a, b</math> thoả mãn <math>18a + 4b \geq 2013</math> (1)</p> <p><b>Chứng minh rằng phương trình sau có nghiệm:</b> <math>18ax^2 + 4bx + 671 - 9a = 0</math> (2)</p> <p><b>TH1 :</b> Với <math>a = 0</math> thì (2) <math>\Leftrightarrow 4bx + 671 = 0</math>  Từ (1) <math>\Rightarrow b \neq 0</math>. Vậy (2) luôn có nghiệm <math>x = -\frac{671}{4b}</math></p> <p><b>TH2 :</b> Với <math>a \neq 0</math>, ta có: <math>\Delta' = 4b^2 - 18a(671 - 9a) = 4b^2 - 6a \cdot 2013 + 162a^2 \geq 4b^2 - 6a(18a + 4b) + 162a^2 = 4b^2 - 24ab + 54a^2 = (2b - 6a)^2 + 16a^2 \geq 0, \forall a, b</math></p> <p>Vậy pt luôn có nghiệm</p>	0,5 0,5 0,5 0,5
<b>Câu 2.2 (2,0 đ)</b>	<p><b>Tìm các số nguyên <math>x, y</math> thoả mãn phương trình:</b> <math>x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3</math></p> <p>Ta có <math>y^3 - x^3 = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} &gt; 0 \Rightarrow x &lt; y</math> (1)</p> <p><math>(x + 2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} &gt; 0 \Rightarrow y &lt; x + 2</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có <math>x &lt; y &lt; x + 2</math> mà <math>x, y</math> nguyên suy ra <math>y = x + 1</math></p> <p>Thay <math>y = x + 1</math> vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được <math>x = -1; x = 1</math> từ đó tìm được hai cặp số <math>(x, y)</math> thoả mãn bài toán là <math>(1; 2), (-1; 0)</math></p>	0,5 0,5 0,5 0,5
<b>Câu 3.1 (2,0đ)</b>	<p>Do <math>p</math> là số nguyên tố lớn hơn 3 nên <math>p</math> có dạng <math>p = 3k \pm 1</math></p> <p>*) Nếu <math>p = 3k + 1</math> thì <math>2p + 1 = 6k + 3 = 3(2k + 1)</math>  <math>\Rightarrow 2p + 1</math> là hợp số (Vô lý)</p> <p>*) Nếu <math>p = 3k - 1, k \geq 2</math> thì <math>4p + 1 = 12k - 3 = 3(4k - 1)</math>  Do <math>4k - 1 \geq 7</math> nên <math>4p + 1</math> là một hợp số.</p>	0,5 0,5 0,5 0,5

Câu 3.2 (2,5 đ)	<p>Điều kiện: <math>x \geq \frac{1}{2}</math></p> <p><math>PT \Leftrightarrow 4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}</math></p> $\Leftrightarrow (4x^2 - 4x\sqrt{x+3} + x+3) + (1 - 2\sqrt{2x-1} + 2x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - \sqrt{x+3})^2 + (1 - \sqrt{2x-1})^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \sqrt{x+3} \\ 1 = \sqrt{2x-1} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = x+3 \\ 1 = 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tmđk)}$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4		
Câu 4.1 (2,5 đ)	<p>Hình vẽ đúng. + PK là phân giác góc QPO <math>\Rightarrow MPE = KPQ</math> (*). + Tam giác OMN đều <math>\Rightarrow EMP = 120^\circ</math>. + QK cũng là phân giác OQP <math>QKP = 180^\circ - (KQP + KPQ)</math> Mà <math>2KQP + 2KPQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ</math> <math>\Rightarrow QKP = 120^\circ</math>. Do đó: <math>EMP = QKP</math> (**). Từ (*) và (**), ta có <math>\Delta MPE \sim \Delta KPQ</math></p>	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4.2 (1,0 đ)	<p>Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: <math>MPE = KQP</math> hay: <math>FEP = FQP</math> Suy ra, tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.</p>	0,5 0,5
Câu 4.3 (2,5 đ)	<p>Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều. Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: <math>\frac{PM}{PK} = \frac{PE}{PQ}</math>. Suy ra: <math>\frac{PM}{PE} = \frac{PK}{PQ}</math>. Ngoài ra: <math>MPK = EPQ</math>. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng. Từ đó: <math>PEQ = PMK = 90^\circ</math>. Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF. Vì vậy, tam giác DEF cân tại D. Ta có: <math>FDP = 2FQD = OQP</math>; <math>EDQ = 2EPD = OPQ</math>.</p>	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

	$FDE = 180^\circ - (FDP + EDQ) = POQ = 60^\circ$ Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.	0,5
Câu 5 (2,0 đ)	<p><b>Cho <math>a, b, c</math> là ba số thực dương thỏa mãn: <math>a + b + c = 3</math>. Chứng minh rằng:</b></p> $\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$ <p>Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: <math>1+b^2 \geq 2b</math> nên:</p> $\frac{a+1}{1+b^2} = (a+1) - \frac{b^2(a+1)}{b^2+1} \geq (a+1) - \frac{b^2(a+1)}{2b} = a+1 - \frac{ab+b}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{a+1}{1+b^2} \geq a+1 - \frac{ab+b}{2}$	
	Tương tự ta có: $\frac{b+1}{1+c^2} \geq b+1 - \frac{bc+c}{2} \quad (2)$ $\frac{c+1}{1+a^2} \geq c+1 - \frac{ca+a}{2} \quad (3)$	0,5
	Cộng vế theo vế (1), (2) và (3) ta được: $\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3 + \frac{a+b+c-ab-bc-ca}{2} \quad (*)$	0,5
	Mặt khác: $3(ab+bc+ca) \leq (a+b+c)^2 = 9 \Rightarrow \frac{a+b+c-ab-bc-ca}{2} \geq 0$ Nên (*) $\Leftrightarrow \frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$ (đpcm)	0,5
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$	

-----HẾT-----

Lưu ý: - Các cách giải đúng khác cho điểm tương đương với biểu điểm  
- Điểm toàn bài không làm tròn

**ĐỀ 143**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
QUẢNG NGÃI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH  
NĂM HỌC 2008-2009

Môn Toán - Lớp 9

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

- Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Thời gian 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 11 tháng 02 năm 2009

**Bài 1 : ( 4,0 điểm )**

a) Cho  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x^3 + y^3$ .

b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

**Bài 2 : ( 4,0 điểm )**

a) Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 3xy = 2(x+y) \\ 5yz = 6(y+z) \\ 4zx = 3(z+x) \end{cases}$$

b) Giải phương trình :  $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

**Bài 3: ( 5,0 điểm )**

a) Cho a và b là các số nguyên dương sao cho  $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$  là số nguyên; gọi d là ước chung của a và b. Chứng minh :  $d \leq \sqrt{a+b}$ .

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên x và y nào thỏa mãn hệ thức:  
 $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$ .

**Bài 4 : ( 2,0 điểm )**

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

**Bài 5 : ( 5,0 điểm )**

Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; r)$  tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn  $(O; R)$  vẽ dây  $AB = R$ . Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn  $(O'; r)$  tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB;

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

----- Hết -----  
**Giám thị coi thi không giải thích gì thêm**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
QUẢNG NGÃI**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH  
NĂM HỌC 2008-2009  
HƯỚNG DẪN CHẤM  
MÔN TOÁN LỚP 9**

**Bài 1 : ( 4,0 điểm )**

a) Cho  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x^3 + y^3$ .

<b>Bài giải</b>	<b>Điểm</b>
<p>Ta có <math>M = x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)</math>  <math>= x^2 - xy + y^2</math> (vì <math>x + y = 1</math>)  <math>= \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + (\frac{x^2}{2} - xy + \frac{y^2}{2}) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + (\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}})^2</math>  <math>\Rightarrow M \geq \frac{1}{2}(x^2 + y^2)</math></p> <p>Ngoài ra do <math>x + y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 1 \Rightarrow 2(x^2 + y^2) - (x - y)^2 = 1</math>  <math>\Rightarrow 2(x^2 + y^2) \geq 1 \Rightarrow (x^2 + y^2) \geq \frac{1}{2}</math> dấu bằng xảy ra <math>\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}</math>  <math>\Rightarrow M \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}</math> dấu bằng xảy ra <math>\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}</math>.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của <math>M</math> là <math>\frac{1}{4}</math>, đạt được khi <math>x = y = \frac{1}{2}</math></p>	0,75 điểm  0,75 điểm  0,5 điểm

b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

<b>Bài giải</b>	<b>Điểm</b>
<p>Gọi <math>a, b, c</math> là số đo 3 cạnh của tam giác vuông cần tìm. Giả sử <math>1 \leq a \leq b &lt; c</math>.</p> <p>Ta có hệ phương trình : <math>\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 &amp; (1) \\ ab = 2(a + b + c) &amp; (2) \end{cases}</math></p> <p>Từ (1) <math>\Rightarrow c^2 = (a + b)^2 - 2ab</math>  <math>\Rightarrow c^2 = (a + b)^2 - 4(a + b + c)</math> (theo (2))</p>	0,5 điểm

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

$\Leftrightarrow (a+b)^2 - 4(a+b) = c^2 + 4c$ $\Leftrightarrow (a+b)^2 - 4(a+b) + 4 = c^2 + 4c + 4.$ $\Leftrightarrow (a+b-2)^2 = (c+2)^2 \Leftrightarrow a+b-2 = c+2 \text{ (do } a+b \geq 2\text{)}$ $\Leftrightarrow c = a+b-4.$ <p>Thay vào (2) ta được: <math>ab = 2(a+b+a+b-4)</math></p> $\Leftrightarrow ab - 4a - 4b + 8 = 0 \Leftrightarrow b(a-4) - 4(a-4) = 8 \Leftrightarrow (a-4)(b-4) = 8$ <p>Phân tích <math>8 = 1.8 = 2.4</math> nên ta có:</p> $\begin{cases} a-4=1 \\ b-4=8 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a-4=2 \\ b-4=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=12 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a=6 \\ b=8 \end{cases}$ <p>Từ đó ta có 2 tam giác vuông có các cạnh <math>(5; 12; 13)</math> và <math>(6; 8; 10)</math> thỏa mãn yêu cầu của bài toán.</p>	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
--	----------------------------------

**Bài 2 : ( 4,0 điểm )**

a) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3xy = 2(x+y) \\ 5yz = 6(y+z) \\ 4zx = 3(z+x) \end{cases}$$

Bài giải	Điểm
+ Hiển nhiên hệ có nghiệm là $x = y = z = 0$ .	0,5 điểm
+ Với $xyz \neq 0$ thì (I) được viết lại: $\begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{3}{2} \\ \frac{y+z}{yz} = \frac{5}{6} \\ \frac{z+x}{zx} = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \end{cases}$ Cộng	0,5 điểm
ba phương trình của hệ (II) theo vế ta được:	
$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{11}{6}$ (*)	0,5 điểm
Trừ phương trình (*) cho từng phương trình của hệ (II) theo vế ta lần lượt có : $x = 1, y = 2, z = 3$ . Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(0; 0; 0)$ và $(1; 2; 3)$ .	0,5 điểm

b) Giải phương trình :  $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Bài giải	Điểm
ĐKXĐ: $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$	0,25 điểm
Đặt $a = \sqrt{25-x^2}$ ; $b = \sqrt{10-x^2}$ ( $a, b \geq 0$ )	0,25 điểm
Ta được hệ pt: $\begin{cases} a-b=3 \\ a^2-b^2=15 \end{cases}$	0,5 điểm
Giải hệ pt ta được: $a=4$ ; $b=1$ . Suy ra: $x_1=3$ ; $x_2=-3$	1,0 điểm

**Bài 3:** (5,0 điểm)

a) Cho  $a$  và  $b$  là các số nguyên dương sao cho  $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$  là số nguyên; gọi  $d$  là ước chung của  $a$  và  $b$ . Chứng minh:  $d \leq \sqrt{a+b}$ .

Bài giải	Điểm
Ta có: $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b} = \frac{ab+b+ab+a}{ab} = \frac{2ab}{ab} + \frac{a+b}{ab} = 2 + \frac{a+b}{ab}$ : là số nguyên	0,5 điểm
Suy ra: $\frac{a+b}{ab}$ là số nguyên và $a, b$ là số nguyên dương	0,5 điểm
Nên $\frac{a+b}{ab} \geq 1 \Rightarrow a+b \geq ab$	0,5 điểm
Do $d$ là ước của $a$ nên $a : d \Rightarrow a \geq d > 0$	
Và $d$ là ước của $b$ nên $b : d \Rightarrow b \geq d > 0$	
Suy ra: $ab \geq d^2$ nên $a+b \geq d^2$	0,5 điểm
Vậy: $d \leq \sqrt{a+b}$	0,5 điểm

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên  $x$  và  $y$  nào thỏa mãn hệ thức:  $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$ .

Bài giải	Điểm
- Nếu $y$ chẵn thì với mọi $x \in \mathbb{Z}$ có $2008x^{2009} + 2009y^{2010}$ là số chẵn; mà $2011$ là số lẻ, (vô lý)	0,5 điểm
- Nếu $y$ lẻ thì $y^{1005}$ là số lẻ. Đặt $y^{1005} = 2k+1$ ( $k \in \mathbb{Z}$ ) $\Rightarrow 2009y^{2010} = 2009(y^{1005})^2 = 2009(2k+1)^2 = 2009(4k^2 + 4k + 1) = 4[2009(k^2 + k)] + 2009$ .	0,5 điểm

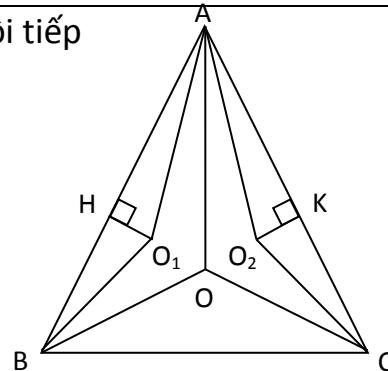
Ta có $2009y^{2010}$ chia cho 4 dư 1 $\Rightarrow 2008x^{2009} + 2009y^{2010}$ chia cho 4 dư 1; mà 2011 chia cho 4 dư 3, (vô lý) Vậy không có các số nguyên x, y nào thỏa mãn hệ thức : $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011.$	0,5 điểm 0,5 điểm
---	----------------------

**Bài 4 : ( 2,0 điểm )**

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

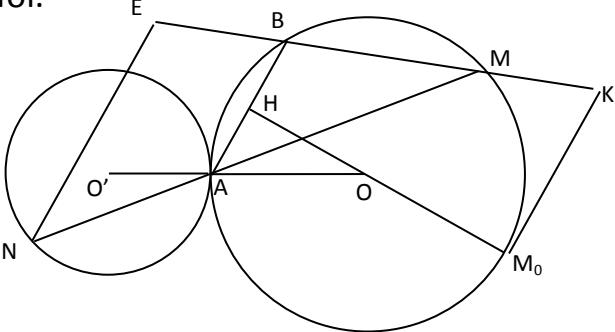
Bài giải	Điểm
Gọi $O_1$ và $O_2$ lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AOB và AOC. Kẻ $O_1H \perp AB$ tại H và $O_2K \perp AC$ tại K $\Rightarrow O_1H = O_2K$ (gt)	Hình 0,25 đ 0,25 điểm
Điểm O là trực tâm của $\triangle ABC$ $\Rightarrow \hat{A}BO = \hat{A}CO$ (cùng phụ $\hat{B}\hat{A}\hat{C}$ ) $\Delta BO_1H = \Delta CO_2K$ ( $O_1H = O_2K$ ; $\frac{\hat{O}BH}{2} = \frac{\hat{O}CK}{2}$ )	0,5 điểm
$\Rightarrow BH = CK$ .	
* Nếu $AB > AC$ thì $AH > AK$ ( $AB = AH + HB$ và $AC = AK + KC$ ) $\Rightarrow \frac{O_1H}{AH} < \frac{O_2K}{AK} \Rightarrow O_1\hat{A}H < O_2\hat{A}K \Rightarrow O\hat{A}B < O\hat{A}C \Rightarrow \hat{A}\hat{B}C > \hat{A}\hat{C}B \Rightarrow AC > AB$	
Mâu thuẫn	0,5 điểm
* Nếu $AB < AC$ , lập luận tương tự ta có $AB > AC$ Mâu thuẫn	0,25 điểm
* Vậy $AB = AC$ . Tam giác ABC cân tại A.	0,25 điểm

**Bài 5 : ( 5,0 điểm )**

Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; r)$  tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn  $(O; R)$  vẽ dây  $AB = R$ . Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn  $(O'; r)$  tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB.

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Bài giải	Điểm
<p>a) Ta có <math>\frac{NE}{AB} = \frac{MN}{AM} = \frac{OO'}{AO} = \frac{R+r}{R}</math>  <math>\Rightarrow NE = \frac{R+r}{R} \cdot AB = R + r.</math></p> <p>Độ dài đoạn NE không đổi.</p> 	Hình 0,25 đ (0,75 điểm) (0,75 điểm) (0,25 điểm)
<p>b) <math>\Delta MNE \sim \Delta MAB \Rightarrow \frac{S_{MNE}}{S_{MAB}} = \left(\frac{NE}{AB}\right)^2 \Rightarrow S_{MNE} = \left(\frac{R+r}{R}\right)^2 S_{MAB}</math></p> <p>Diện tích tam giác MNE lớn nhất <math>\Leftrightarrow</math> Diện tích tam giác AMB lớn nhất.</p> <p>Gọi <math>M_o</math> là điểm chính giữa của cung lớn AB <math>\Rightarrow</math> Tam giác <math>AM_oB</math> cân tại <math>M_o</math>.</p> <p>Tiếp tuyến của đường tròn (<math>O; R</math>) tại <math>M_o</math> cắt BM tại K.</p> <p><math>\hat{A}M_oB = \hat{AMB} &gt; \hat{AKB}</math> (góc ngoài của tam giác <math>AMK</math>), do đó M nằm giữa hai điểm B và K.</p> <p>suy ra khoảng cách từ M đến AB không lớn hơn khoảng cách từ K đến AB.</p> <p><math>M_oK // AB \Rightarrow M_oO \perp AB</math> tại H và khoảng cách từ K đến AB bằng <math>M_oH</math>.</p> <p>Vậy khi M là điểm chính giữa của cung lớn AB thì diện tích <math>\Delta AMB</math> có giá trị lớn nhất.</p> $M_oH = R + \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R(2+\sqrt{3})}{2} \Rightarrow \text{Max}S_{AM_oB} = \frac{(2+\sqrt{3})R^2}{4}$	0,5 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Diện tích $\Delta MNE$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{(R+r)^2}{R^2} \cdot \frac{(2+\sqrt{3})R^2}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{4} (R+r)^2$	0,5 điểm

**Chú ý :**

- + Mỗi bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau, nếu học sinh có cách giải khác, hợp lý và đúng chính xác vẫn cho điểm tối đa.
- + Đối với bài toán hình, nếu không có hình vẽ thì không chấm.
- + Đề nghị tổ giám khảo cần thảo luận thống nhất quan điểm và chấm chung ít nhất 05 bài để rút kinh nghiệm, sao cho đảm bảo sự công bằng cho tất cả các bài thi.

**ĐỀ 144**

NG GD&ĐT  
N CUMGAR  
HOÀNG VĂN THỦ

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9**  
**NĂM HỌC 2009 – 2010**

**Môn thi: Toán**

*Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao bài)*

**Bài 1** (5 điểm).

Cho biểu thức:  $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)$ , với  $a \geq 0$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi  $a = 2010 - 2\sqrt{2009}$ .

**Bài 2** (4 điểm).

1. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi 250m. Tính diện tích của thửa ruộng biết rằng nếu chiều dài giảm 3 lần và chiều rộng tăng 2 lần thì chu vi hình chữ nhật không thay đổi.

2. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases}$

**Bài 3** (4 điểm).

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có phân giác AD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B, C lên đường thẳng AD.

Chứng minh rằng:  $2AD \leq BM + CN$

**Bài 4** (5 điểm).

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Gọi M là trung điểm của cạnh AB, P là điểm trên cạnh BC; các điểm N, L thuộc AP sao cho CN  $\perp$  AP và

AL = CN.

1. Chứng minh góc MCN bằng góc MAL.
2. Chứng minh  $\Delta LMN$  vuông cân
3. Diện tích  $\Delta ABC$  gấp 4 lần diện tích  $\Delta MNL$ , hãy tính góc CAP.

**Câu 5: (2đ)**

Với x,y không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

**Đáp án**

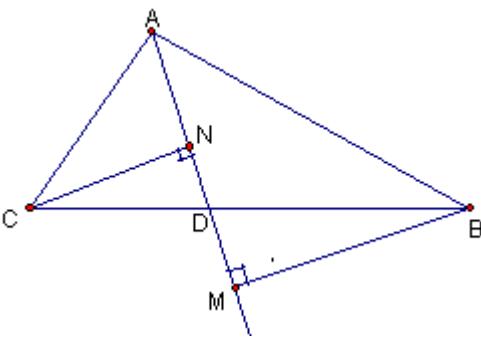
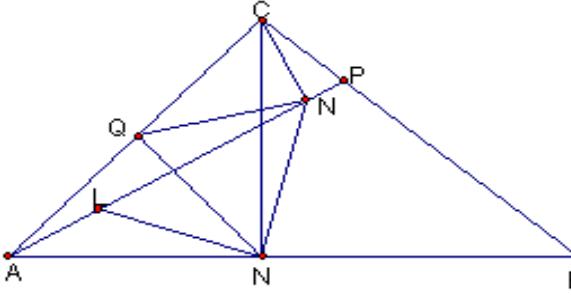
Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1 5,0 điểm</b>	<p><b>1 (3,0đ)</b>  Với điều kiện <math>a \geq 0</math>. Ta có:  <math>A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)</math>,</p> $\frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{a + 1} : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}\right)$ $\frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{a + 1} : \frac{a + 1 - 2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}$ $\frac{(\sqrt{a} - 1)^2 (a + 1)(1 + \sqrt{a})}{(a + 1)(\sqrt{a} - 1)^2} = 1 + \sqrt{a}$	1,0 1,0 1,0
	<b>2(2,0 đ)</b> Khi $a = 2010 - 2\sqrt{2009} = (\sqrt{2009} - 1)^2$ Thì $A = 1 + \sqrt{(\sqrt{2009} - 1)^2} = \sqrt{2009}$	1,0 1,0
<b>Câu 2 4,0 điểm</b>	<b>1.(2,0 đ)</b> Gọi chiều dài HCN là x (m), chiều rộng HCN là y (m) thì $x, y > 0$ . Chu vi CHN là 250 m nên: $2(x+y) = 250$ hay $x + y = 125$ (1)	0,25 0,25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

	<p>Chiều dài HCN sau khi giảm: <math>\frac{x}{3}</math></p> <p>Chiều rộng HCN sau khi tăng: <math>2y</math> (m)</p> <p>Do đó ta có: <math>2(\frac{x}{3} + 2y) = 250</math> hay <math>\frac{x}{3} + 2y = 125</math> (2)</p> <p>Ta có hệ ph- ơng trình: <math>\begin{cases} x + y = 125 \\ \frac{x}{3} + 2y = 125 \end{cases}</math></p> <p>Giải hệ ta đ- ợc: <math>x = 75</math>; <math>y = 50</math></p> <p>Vậy chiều dài HCN là 75 m và chiều rộng là 50 m. Diện tích HCN là: <math>75.50 = 3750</math> (<math>m^2</math>).</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	<p><b>2 (2,0 đ)</b></p> <p>Hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$ <p>Hệ này tương đương với tuyển của hai hệ phương trình sau:</p> $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \text{ (I) và } \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \text{ (II)}$ <p>* Giải hệ (I) có nghiệm <math>(x,y) = (-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})</math></p> <p>* Xét hệ (II) từ <math>x+y = -1</math> ta có <math>y = -x-1</math> thay vào phương trình đầu của hệ (II) ta được <math>x^2+x-2=0</math></p> <p>Phương trình này có hai nghiệm: <math>x = -1</math> và <math>x = -2</math></p> <p>Từ đó ta thấy h- ệ (II) có hai ghi- ệm: <math>(1; -2); (2; -1)</math></p> <p>Kết luận: Hệ đã cho có nghiệm <math>(x;y)</math> là: <math>(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}); (1; -2); (2; -1)</math></p>	0,5 0,5 0,5 0,25 0,5 0,25
<b>Câu 3 4,0 điểm</b>	<p><b>1(2,0đ):</b> Ta có: <math>y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32) \Leftrightarrow x^6 + (y - x^3)^2 = 64</math></p> $\Rightarrow x^6 \leq 64 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; -2; 1; 0; 1; 2\}$ <p>Xét các trường hợp:</p> <p>+ <math>x = 2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = 8</math></p> <p>+ <math>x = 1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \Rightarrow</math> pt này không có nghiệm nguyên</p> <p>+ <math>x = 0 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 4 \Rightarrow y = 8</math> và <math>y = -8</math></p> <p>+ <math>x = -1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \Rightarrow</math> pt này không có nghiệm nguyên</p>	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	+ $x = -2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = -8$ Vậy nghiệm của phương trình là: $(0;8); (0;-8); (2;8); (-2;-8)$ .	0.25
	<b>2(2,0đ)</b>  <p>Ta có <math>\Delta AMB</math> và <math>\Delta ANC</math> vuông cân nên <math>MA = MB</math> và <math>NA = NC</math> Nên <math>BM + CN = AM + AN</math> Giả sử: <math>AB \geq AC</math> Theo tính chất phan giác ta có <math>\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \leq 1</math> <math>\Delta CDN</math> và <math>\Delta BDM</math> nên <math>\frac{DN}{DM} = \frac{DC}{DB} \leq 1 \Rightarrow DN \leq DM</math> Nếu I là trung điểm của MN thì <math>AD \leq AI</math> và <math>AM + AN = 2AI</math> Khi đó <math>2AD \leq 2AI - AM - AN = BM + CN</math> (đpcm)</p>	0,5 0,5
<b>Câu 4</b> <b>5,0diểm</b>	<b>1(1,0đ)</b>  <p>Đặt <math>\angle ACP = a \Rightarrow \angle ACN = 90^\circ - a</math> <math>\angle MCN = \angle ACN - 45^\circ = 90^\circ - a - 45^\circ = 45^\circ - a = \angle LAM</math></p> <p><b>2(2,0đ)</b> Do <math>\Delta ABC</math> vuông tại A mà AM là trung tuyến nên <math>AM = CM</math> và <math>AL = CN</math> (gt) <math>\angle MCN = \angle LAM</math> (c/m trên) Nên <math>\Delta AML = \Delta CMN \Rightarrow LM = MN</math> và <math>\angle AML = \angle CMN \Rightarrow \angle LMN = 90^\circ - \angle AML + \angle CMN = 90^\circ</math>. Vậy tam giác <math>\Delta LMN</math> vuông cân tại M</p> <p><b>3 (2,0đ)</b> Do các <math>\Delta LMN</math>, <math>\Delta ABC</math> vuông cân nên: <math>2 S_{\Delta LMN} = MN^2</math> và <math>2 S_{\Delta ABC} = AC^2</math></p>	GT,KL và vẽ hình(0,5) 0,5 0,5 0,75 0,75

	$S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta LMN}$ (gt) Từ đó suy ra $MN = \frac{1}{2}AC$ . Gọi Q là trung điểm của AC thì $QM = QN = \frac{1}{2}AC = MN$ $\Rightarrow \angle QMN = 60^\circ$ và $\angle QNA = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ . Mặt khác $AQ = NQ$ nên $\angle CAP = \angle QNA = 15^\circ$	1,0 1,0
<b>Câu 5</b> <b>2,0 điểm</b>	Đặt $\sqrt{x} = a$ , $\sqrt{y} = b$ với $a, b \geq 0$ ta có: $P = a^2 - 2ab + 3b^2 - 2a + 2009,5 = a^2 - 2(b+1)a + 3b^2 + 2009,5$ $= a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2009,5$ $= (a-b-1)^2 + 2(b^2 - b) + 2009,5 = (a-b-1)^2 + 2(b^2 - b + \frac{1}{4}) + 2009,5 - \frac{1}{2}$ $= (a-b-1)^2 + 2(b - \frac{1}{2})^2 + 2009 \geq 2009$ Vì $(a-b-1)^2 \geq 0$ và $2(b - \frac{1}{2})^2 \geq 0$ , $\forall a, b$ $P = 2009 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 1 \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$ Vậy P đạt GTNN là 2009 $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$	0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,25

**ĐỀ 145**

Đề thi lớp 10 chuyên Toán-Tin trường THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam

Năm học 2006-2007

**Bài 1:**Cho PT ẩn x:  $\frac{x^6-1}{x^3} - (2\alpha+1)\frac{x^2-1}{x} + 2\alpha - 3 = 0$  (\*)1. Giải PT với  $\alpha = 1$ 2. Tìm  $\alpha$  để (\*) có nhiều hơn 2 nghiệm dương phân biệt

**Bài 2:** Cho dãy các số tự nhiên  $2; 6; 30; \dots$  được xác định như sau: số hạng thứ k bằng tích k số nguyên tố đầu tiên ( $k=1, 2, \dots$ ). Biết rằng tồn tại 2 số hạng của dãy có hiệu là 30000, tìm 2 số hạng đó.

**Bài 3:** Tìm các số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn:

$$\sqrt{2xy^2} - z^4 \geq 7$$

$$\sqrt{-x^2y^2 + 8xy + 9} - \sqrt{x^2 - 4} \geq 2(x + \frac{1}{x})$$

**Bài 4:** Cho nửa đường tròn đường kính  $AB+2R$ . Gọi  $C$  là điểm tùy ý trên nửa đường tròn.  $D$  là hình chiếu của  $C$  trên  $AB$ . Tia phân giác góc  $ACD$  cắt đường tròn đường kính  $AC$  tại  $E$ , cắt phân giác góc  $ABC$  tại  $H$

1. CM  $AE//BH$

2. Tia phân giác góc  $CAB$  cắt đường tròn đường kính  $AC$  ở  $F$ , cắt  $CE$  ở  $I$ . Tính  $S$  tam giác  $FID$  trong trường hợp nó đều

3. Trên  $BH$  lấy  $K$  sao cho  $HK = HD$ , gọi  $J$  là giao điểm  $AF$  và  $BH$ . Xác định vị trí  $C$  để tổng khoảng cách từ  $I, J, K$  đến  $AB$  max

**Bài 5:** CMR trong 2007 số khác nhau tùy ý được lấy ra từ tập hợp  $A=\{1; 2; \dots; 2^{2007}\}$ , có ít nhất hai số  $x, y$  thỏa mãn:  $0 < |\sqrt[2007]{x} - \sqrt[2007]{y}| < 1$

Giải:

Câu 5: chia thành 2006 nhóm

1: từ 1 đến  $2^{2007}-1$

2: từ  $2^{2007}$  đến  $3^{2007}-1$

.....

2005: từ  $2^{2005}$  đến  $2^{2007}-1$

2006 :  $2^{2006}$

Có ít nhất 2006 trong 2007 số thuộc 2005 nhóm đầu

theo Đĩa lê tồn tại hai số cùng một nhóm khi đó  $n^{2007} < x; y < (n+1)^{2007} \Rightarrow n < \sqrt[2007]{x}, \sqrt[2007]{y} < n+1$

Từ đó có được điều phải chứng minh

## ĐỀ 146

PHÒNG GD&ĐT TÂN KỲ  
TRƯỜNG THCS TÂN XUÂN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG (Vòng 2)

NĂM HỌC 2010-2011

Môn thi: Toán 9

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

---

**Câu 1(4đ):** Cho biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a. Rút gọn P

b. Tính giá trị của P khi  $x = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$

c. Tìm x để  $P < 1$

**Câu 2(3đ):** Tìm GTLN của : a)  $A = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}$  biết  $x + y = 4$

**Câu 3(4đ):** Chứng minh các bất đẳng thức :

a)  $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$

b)  $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$

**Câu 4(3đ):** Giải phương trình:  $\frac{x^2}{\sqrt{3x-2}} - \sqrt{3x-2} = 1-x$

**Câu 5(2đ):** Cho hình vuông ABCD Vẽ qua A đường thẳng d cắt BC tại M và cắt CD tại N . CMR:  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$  không phụ thuộc vào vị trí đường thẳng d

**Câu 6(4đ):** Cho tam giác đều ABC với O là trung điểm của cạnh BC. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên cạnh AC lấy điểm N sao cho góc MON =  $60^\circ$ .

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

a, Chứng minh rằng:  $BC^2 = 4BM.CN$

b, Chứng minh: NO là đường phân giác của góc MNC.

-----Hết-----

### ĐÁP ÁN

**Câu 1.** a) ĐK  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

$$P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - x + 9 + 2x - 3\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{-\sqrt{x} + x - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$$

$$\text{b) Khi } x = \frac{2}{3-\sqrt{5}} \text{ ta có } P = \frac{\sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}} + 1}{\sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}} - 3} = \frac{\sqrt{\frac{4}{2(3-\sqrt{5})}} + 1}{\sqrt{\frac{4}{2(3-\sqrt{5})}} - 3} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}-1} + 1}{\frac{2}{\sqrt{5}-1} - 3} = \frac{1+\sqrt{5}}{5-3\sqrt{5}}$$

$$\text{c) Để } P < 1 \text{ thì } \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} < 1 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x} - 3} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9; x \neq 4$$

**Câu 2:**

Điều kiện:  $x \geq 1, y \geq 2$ . Bất đẳng thức Cauchy cho phép làm giảm một tổng:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}. Ở đây ta muốn làm tăng một tổng. Ta dùng bất đẳng thức:  $a+b \leq \sqrt{2(a^2+b^2)}$$$

$$A = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} \leq \sqrt{2(x-1+y-3)} = \sqrt{2}$$

$$\max A = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y-2 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1,5 \\ y=2,5 \end{cases}$$

**Câu 3:**

a) Ta có:  $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ . Do  $(a-b)^2 \geq 0$ , nên  $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ .

b) Xét:  $(a+b+c)^2 + (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2$ . Khai triển và rút gọn, ta được:

$3(a^2 + b^2 + c^2)$ . Vậy:  $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$ .

**Câu 4:** Giải phương trình:  $\frac{x^2}{\sqrt{3x-2}} - \sqrt{3x-2} = 1-x \quad (9)$

$$\text{ĐKXĐ: } 3x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}.$$

Phương trình tương đương với:

$$x^2 - (3x-2) = (1-x)\sqrt{3x-2} \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = (1-x)\sqrt{3x-2}$$

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2 + \sqrt{3x-2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2 + \sqrt{3x-2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \sqrt{3x-2} = 2-x \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Giải } (*) : (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 3x-2 = (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=1 \\ x=6 \end{cases} \quad (\text{loại}) \Leftrightarrow x=1$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{1\}$

**Câu 5:** Kẻ  $AK \perp d$  tại A dễ dàng chứng minh được

$\Delta ABK = \Delta AND$  (góc nhọn, cạnh góc vuông) suy ra  $AK = AN$  (1)

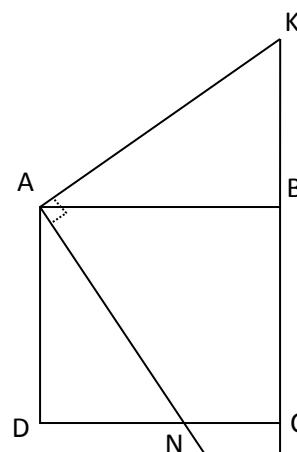
Xét tam giác vuông  $AKM$  có  $AB$  là đường cao. áp dụng

$$\text{hệ thức trong tam giác vuông ta có } \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2}$$

Do  $AB$  không đổi suy ra  $\frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2}$  không đổi

Vậy  $\frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2}$  không phụ thuộc vào vị trí  $d$ .



**Câu 6:**

a) Xét  $\Delta BMO \sim \Delta CON$  có  $\angle B = \angle O = 60^\circ$ ;

$\angle BMO = \angle CON$  (cũng bì  $\angle BOM + 60^\circ$ ) suy ra  $\Delta BMO \sim \Delta CON$

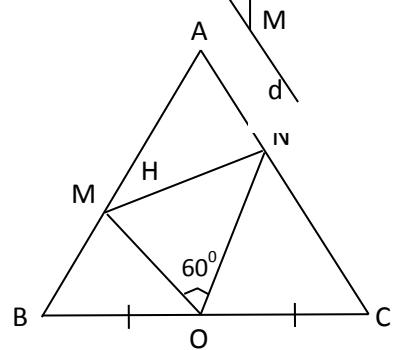
$$\Rightarrow \frac{BM}{CO} = \frac{BO}{CN} \Leftrightarrow BM \cdot CN = CO \cdot BO = \frac{BC}{2} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow 4BM \cdot CN = BC^2$$

$$\text{b) Từ câu a) ta có } \frac{MO}{ON} = \frac{BM}{CO} \Leftrightarrow \frac{MO}{ON} = \frac{OC}{CN}$$

và có  $\angle MON = \angle NCO = 60^\circ$ . suy ra  $\Delta MON \sim \Delta CON$  (c.g.c)

suy ra  $\angle MNO = \angle ONC$  (cặp góc tương ứng)

Vậy NO là phân giác  $\angle MNC$



### ĐỀ 147

Đề 21 (thi tuyển sinh vào thpt tỉnh hải d-ơng  
năm học 2007-2008 ngày 28- 6 — 2007 b chiều)

Câu I (2,0 điểm):

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

Giải các ph- ơng trình sau:

$$\begin{aligned}1) \quad & 2x - 3 = 0 \\2) \quad & x^2 - 4x - 5 = 0\end{aligned}$$

Câu II (2,0 điểm):

- 1) Cho ph- ơng trình sau  $x^2 - 2x - 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Không giải ph- ơng trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:  $S = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

2) Rút gọn biểu thức:

$$A = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \left( 1 - \frac{3}{\sqrt{a}} \right) \text{ với } a > 0 \text{ và } a \neq 9.$$

Câu III (2,0 điểm):

- 1) Xác định các hệ số m và n, biết rằng hệ ph- ơng trình :

$$\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm } (-1; \sqrt{3}).$$

- 2) Khoảng cách giữa hai thành phố A và B. Hai xe khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B, mỗi giờ xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 6 km/h nên đến B trước xe thứ hai 12 phút.  
Tính vận tốc mỗi xe.

Câu IV (3,0 điểm):

Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đ- ờng tròn tâm (O). Kẻ đ- ờng kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD.

- 1) Chứng minh  $OM // DC$ .  
2) Chứng minh tam giác IMC cân.  
3) BM cắt AD tại N. Chứng minh  $IC^2 = IA \cdot IN$

Câu V (1,0 điểm)

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm A(-1 ; 2), B(2 ; 3) và C(m ; 0). Tìm m sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất.

## ĐỀ 148

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 – MÔN TOÁN 9

Trường THPT Kon Tum Năm học 2016-2017

Thời gian làm bài 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (1,0 điểm). Tính giá trị của biểu thức:  $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 8\sqrt{2}$

Câu 2: (1,0 điểm). Giải pt sau:  $x^2 - 7x + 12 = 0$

Câu 3: (1,5 điểm). Cho hàm số  $y = \frac{x^2}{2}$  (P)

a/ Vẽ đồ thị (P)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

b/ Tìm giá trị của m để đường thẳng (d):  $y = 2x - m$  cắt đồ thị (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.

**Câu 4:** (1,0 điểm). Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1$

**Câu 5:** (1,0 điểm). Cho pt:  $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$  (1), với m là tham số. Tìm m để pt (1) có hai nghiệm phân biệt của pt (1). Giả sử  $x_1; x_2$  là hai nghiệm phân biệt của pt (1), tìm giá trị nguyên dương của m để biểu thức  $M = \frac{x_1 x_2 + 2}{x_1 + x_2}$  có giá trị nguyên.

**Câu 6:** (1,0 điểm). Hai người đi xe đạp ở hai địa điểm A và B cách nhau 30km, khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều và gặp nhau sau 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng xe đi từ A có vận tốc chỉ bằng  $\frac{2}{3}$  vận tốc xe đi từ B.

**Câu 7:** (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A,  $B = 60^\circ$  và  $BC = 20\text{cm}$ .

a/ Tính độ dài AB.

b/ Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Tính độ dài AH

**Câu 8:** (1,0 điểm). Cho đường tròn ( $O; R$ ) có hai dây AB và CD vuông góc với nhau tại H (AB và CD) không đi qua tâm O, điểm C thuộc cung nhỏ AB). Tiếp tuyến tại A của đường tròn ( $O$ ) cắt đường thẳng CD tại M, vẽ CK vuông góc với AM tại K. Gọi N là giao điểm của AO và CD.

a/ Chứng minh AHCK là tứ giác nội tiếp.

b/ Chứng minh HK // AD và MH.MN = MC.MD

c/ Tính  $AH^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$  theo R.

----- nhhoan\_nss -----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
PHÚ THỌ**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 149**  
**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  
**TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG**  
**NĂM HỌC 2015-2016**

**Môn Toán**

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Thời gian làm bài: **150** phút, không kể thời gian giao đề  
*Đề thi có 01 trang*

**Câu 1 (1,5 điểm)**

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thỏa mãn  $n^2 + 4$  và  $n^2 + 16$  là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  $x^2 - 2y(x-y) = 2(x+1)$ .

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$ .

b) Tìm m để phương trình:  $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5) = m$  có 4 nghiệm phân biệt.

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình:  $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$ .

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$ .

**Câu 4 (3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  và dây cung  $BC = R\sqrt{3}$  cố định. Điểm  $A$  di động trên cung lớn  $BC$  sao cho tam giác  $ABC$  nhọn. Gọi  $E$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $AC$  và  $F$  là điểm đối xứng với  $C$  qua  $AB$ . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác  $ABE$  và  $ACF$  cắt nhau tại  $K$  ( $K$  không trùng  $A$ ). Gọi  $H$  là giao điểm của  $BE$  và  $CF$ .

a) Chứng minh  $KA$  là phân giác trong góc  $BKC$  và tứ giác  $BHCK$  nội tiếp.

b) Xác định vị trí điểm  $A$  để diện tích tứ giác  $BHCK$  lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo  $R$ .

c) Chứng minh  $AK$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho 3 số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn:  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 x^2}{y(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
PHÚ THỌ**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10  
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG  
NĂM HỌC 2015-2016  
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN  
(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)  
(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang)**

**I. Một số chú ý khi chấm bài**

**Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)**

**Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam**

**--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI**

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi, cán bộ chấm thi cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp lô-gic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với Hướng dẫn mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

## II. Đáp án-thang điểm

### Câu 1 (1,5 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên  $n$  lớn hơn 1 thoả mãn  $n^2 + 4$  và  $n^2 + 16$  là các số nguyên tố thì  $n$  chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1)$ .

Nội dung	Điểm
<b>a) (0,5 điểm)</b> Ta có với mọi số nguyên $m$ thì $m^2$ chia cho 5 dư 0, 1 hoặc 4. + Nếu $n^2$ chia cho 5 dư 1 thì $n^2 = 5k + 1 \Rightarrow n^2 + 4 = 5k + 5 \vdots 5; k \in \mathbb{N}^*$ . nên $n^2 + 4$ không là số nguyên tố. + Nếu $n^2$ chia cho 5 dư 4 thì $n^2 = 5k + 4 \Rightarrow n^2 + 16 = 5k + 20 \vdots 5; k \in \mathbb{N}^*$ . nên $n^2 + 16$ không là số nguyên tố. Vậy $n^2 \vdots 5$ hay $n$ chia hết cho 5.	0,25
<b>b) (1,0 điểm)</b> $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1) \Leftrightarrow x^2 - 2(y + 1)x + 2(y^2 - 1) = 0 \quad (1)$ Để phương trình (1) có nghiệm nguyên $x$ thì $\Delta'$ theo $y$ phải là số chính phương Ta có $\Delta' = y^2 + 2y + 1 - 2y^2 + 2 = -y^2 + 2y + 3 = 4 - (y - 1)^2 \leq 4$ . $\Delta'$ chính phương nên $\Delta' \in \{0; 1; 4\}$	0,25
+ Nếu $\Delta' = 4 \Rightarrow (y - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$ thay vào phương trình (1) ta có : $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$	0,25
+ Nếu $\Delta' = 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 3 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$ .	
+ Nếu $\Delta' = 0 \Rightarrow (y - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -1 \end{cases}$	
+ Với $y = 3$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ .	
+ Với $y = -1$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .	0,25
Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên : $(x; y) \in \{(0; 1); (4; 1); (4; 3); (0; -1)\}$ .	

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình:  $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)=m$  có 4 nghiệm phân biệt.

Nội dung	Điểm
<b>a) (1,0 điểm)</b> $A = \frac{2(3+\sqrt{5})}{4+\sqrt{6+2\sqrt{5}}} + \frac{2(3-\sqrt{5})}{4-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$ $= 2 \left[ \frac{3+\sqrt{5}}{4+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}} + \frac{3-\sqrt{5}}{4-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}} \right] = 2 \left( \frac{3+\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} \right)$ $= 2 \left[ \frac{(3+\sqrt{5})(5-\sqrt{5}) + (3-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})} \right] = 2 \left( \frac{15-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}-5+15+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}-5}{25-5} \right)$ $= 2 \cdot \frac{20}{20} = 2. \text{ Vậy } A = 2.$	0,25
<b>b) (1,0 điểm)</b> Phương trình $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)=m \Leftrightarrow (x^2+2x-8)(x^2+2x-15)=m$ (1) Đặt $x^2+2x+1=(x+1)^2=y$ ( $y \geq 0$ ), phương trình (1) trở thành: $(y-9)(y-16)=m \Leftrightarrow y^2-25y+144-m=0$ (2)	0,25
Nhận xét: Với mỗi giá trị $y > 0$ thì phương trình: $(x+1)^2 = y$ có 2 nghiệm phân biệt, do đó phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4m+49 > 0 \\ 25 > 0 \\ 144-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-49}{4} < m < 144.$	0,25
Vậy với $\frac{-49}{4} < m < 144$ thì phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.	0,25

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình:  $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$ .

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$

Nội dung	Điểm
<b>a) (1,0 điểm)</b> Điều kiện: $x \geq 1$ (*)	0,25

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ - Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

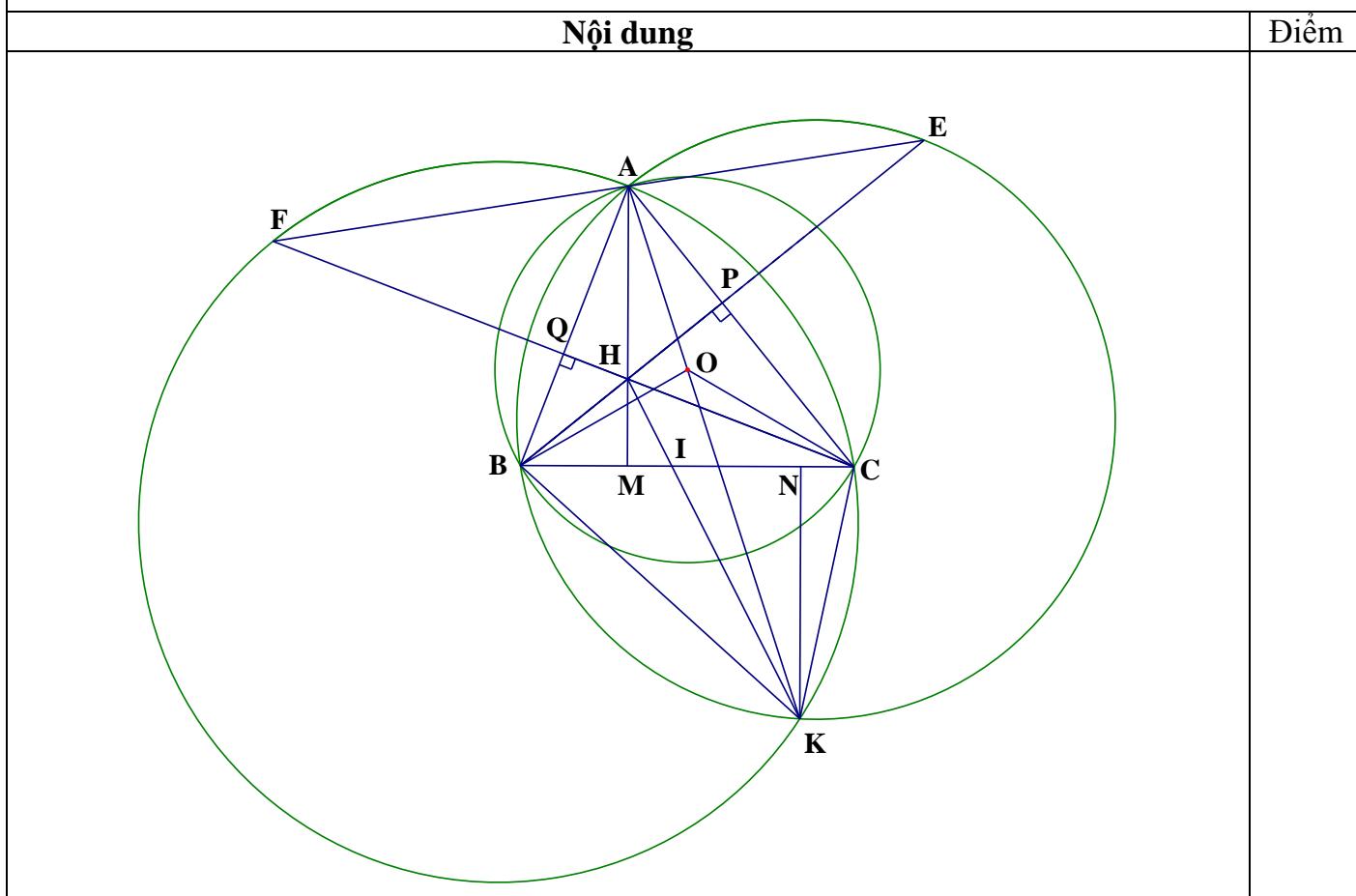
--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

<p>Ta có: <math>x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x) \Leftrightarrow x^2 + 2x\sqrt{x-1} + x - 1 - 2(x + \sqrt{x-1}) - 3 = 0</math></p> <p>Đặt <math>x + \sqrt{x-1} = y</math> (Điều kiện: <math>y \geq 1</math> (**)), phương trình trở thành <math>y^2 - 2y - 3 = 0</math>.</p> $y^2 - 2y - 3 = 0 \Leftrightarrow (y+1)(y-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ <p>+Với <math>y = -1</math> không thỏa mãn điều kiện (**).</p> <p>+ VỚI <math>y = 3</math> ta có phương trình:</p> $x + \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x-1 = 9 - 6x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ [x=2 \Leftrightarrow x=2 \\ x=5] \end{cases}$ <p>thỏa mãn điều kiện (*). Vậy phương trình có nghiệm <math>x = 2</math>.</p> <p><b>b) (1,0 điểm)</b></p> $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y = 0 & (1) \\ x^2 + 6y^2 = 10 & (2) \end{cases}$ <p>Từ phương trình (1) ta có</p> $\begin{aligned} x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y &= 0 \Leftrightarrow x^3 + xy^2 - x^2y - 6y^3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^3 - 2x^2y + x^2y - 2xy^2 + 3xy^2 - 6y^3 = 0 \Leftrightarrow (x-2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0 \end{aligned}$ $(x-2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x^2 + xy + 3y^2 = 0 \end{cases}$ <p>+ Trường hợp 1: <math>x^2 + xy + 3y^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{11y^2}{4} = 0 \Rightarrow x = y = 0</math></p> <p>Với <math>x = y = 0</math> không thỏa mãn phương trình (2).</p> <p>+ Trường hợp 2: <math>x = 2y</math> thay vào phương trình (2) ta có:</p> $4y^2 + 8y^2 = 12 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm <math>(x; y) \in \{(2; 1); (-2; -1)\}</math>.</p> <p><b>Câu 4 (3,5 điểm)</b></p> <p>Cho đường tròn <math>(O; R)</math> và dây cung <math>BC = R\sqrt{3}</math> cố định. Điểm <math>A</math> di động trên cung lớn <math>BC</math> sao cho tam giác <math>ABC</math> nhọn. Gọi <math>E</math> là điểm đối xứng với <math>B</math> qua <math>AC</math> và <math>F</math> là điểm đối xứng với <math>C</math> qua <math>AB</math>. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác <math>ABE</math> và <math>ACF</math> cắt nhau tại <math>K</math> (<math>K</math> không trùng <math>A</math>). Gọi <math>H</math> là giao điểm của <math>BE</math> và <math>CF</math>.</p>	
---	--

a) Chứng minh  $KA$  là phân giác trong góc  $BKC$  và tứ giác  $BHCK$  nội tiếp.

b) Xác định vị trí điểm  $A$  để diện tích tứ giác  $BHCK$  lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo  $R$ .

c) Chứng minh  $AK$  luôn đi qua điểm cố định.



a) (1,5 điểm)

Ta có  $AKB = AEB$  (vì cùng chắn cung  $AB$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AEB$ )

Mà  $ABE = AEB$  (tính chất đối xứng) suy ra  $AKB = ABE$  (1)

0,5

$AKC = AFC$  (vì cùng chắn cung  $AC$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AFC$ )

$ACF = AFC$  (tính chất đối xứng) suy ra  $AKC = ACF$  (2)

Mặt khác  $ABE = ACF$  (cùng phụ với  $BAC$ ) (3). Từ (1), (2), (3) suy ra  $AKB = AKC$  hay  $KA$  là phân giác trong của góc  $BKC$ .

0,25

Gọi  $P, Q$  lần lượt là các giao điểm của  $BE$  với  $AC$  và  $CF$  với  $AB$ .

Ta có  $BC = R\sqrt{3}$  nên  $BOC = 120^\circ$ ;  $BAC = \frac{1}{2}BOC = 60^\circ$ . Trong tam giác vuông  $ABP$

0,25

có $APB = 90^\circ$ ; $BAC = 60^\circ \Rightarrow ABP = 30^\circ$ hay $ABE = ACF = 30^\circ$ .	
Tứ giác $APHQ$ có $AQH + APH = 180^\circ \Rightarrow PAQ + PHQ = 180^\circ \Rightarrow PHQ = 120^\circ \Rightarrow BHC = 120^\circ$ (đối đỉnh). Ta có $AKC = ABE = 30^\circ$ , $AKB = ACF = ABE = 30^\circ$ (theo chứng minh phần a). Mà $BKC = AKC + AKB = AFC + AEB = ACF + ABE = 60^\circ$ suy ra $BHC + BKC = 180^\circ$ nên tứ giác $BHCK$ nội tiếp.	0,25
<b>b) (1,5 điểm)</b> Gọi $(O')$ là đường tròn đi qua bốn điểm $B, H, C, K$ . Ta có dây cung $BC = R\sqrt{3}$ , $BKC = 60^\circ = BAC$ nên bán kính đường tròn $(O')$ bằng bán kính $R$ của đường tròn $(O)$ . Gọi $M$ là giao điểm của $AH$ và $BC$ thì $MH$ vuông góc với $BC$ , kẻ $KN$ vuông góc với $BC$ ( $N$ thuộc $BC$ ), gọi $I$ là giao điểm của $HK$ và $BC$ . Ta có $S_{BHCK} = S_{BHC} + S_{BCK} = \frac{1}{2}BC.HM + \frac{1}{2}BC.KN = \frac{1}{2}BC(HM + KN)$ $S_{BHCK} \leq \frac{1}{2}BC(HI + KI) = \frac{1}{2}BC.KH$ (do $HM \leq HI$ ; $KN \leq KI$ ).	0,25
Ta có $KH$ là dây cung của đường tròn $(O'; R)$ suy ra $KH \leq 2R$ (không đổi) nên $S_{BHCK}$ lớn nhất khi $KH = 2R$ và $HM + KN = HK = 2R$ .	0,25
Giá trị lớn nhất $S_{BHCK} = \frac{1}{2}R\sqrt{3}.2R = R^2\sqrt{3}$ .	0,25
Khi $HK$ là đường kính của đường tròn $(O')$ thì $M, I, N$ trùng nhau suy ra $I$ là trung điểm của $BC$ nên $\Delta ABC$ cân tại $A$ . Khi đó $A$ là điểm chính giữa cung lớn $BC$ .	0,25
<b>c) (0,5 điểm)</b> Ta có $BOC = 120^\circ$ ; $BKC = 60^\circ$ suy ra $BOC + BKC = 180^\circ$ nên tứ giác $BOCK$ nội tiếp đường tròn.	0,25
Ta có $OB = OC = R$ suy ra $OB = OC \Rightarrow BKO = CKO$ hay $KO$ là phân giác góc $BKC$ theo phần (a) $KA$ là phân giác góc $BKC$ nên $K, O, A$ thẳng hàng hay $AK$ đi qua $O$ cố định	0,25
<b>Câu 5 (1,0 điểm)</b> Cho 3 số thực dương $x, y, z$ thỏa mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 x^2}{y(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}.$	
<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>

<p>Ta có <math>P = \frac{1}{x\left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{y^2}\right)} + \frac{1}{y\left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{x^2}\right)} + \frac{1}{z\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)}</math></p> <p>Đặt <math>\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c</math> thì <math>a, b, c &gt; 0</math> và <math>a^2 + b^2 + c^2 = 1</math>.</p> $P = \frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} = \frac{a^2}{a(1-a^2)} + \frac{b^2}{b(1-b^2)} + \frac{c^2}{c(1-c^2)}$ <p>Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có</p> $a^2(1-a^2)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2a^2(1-a^2)(1-a^2) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{2a^2 + 1 - a^2 + 1 - a^2}{3} \right)^3 = \frac{4}{27}$ $\Rightarrow a(1-a^2) \leq \frac{2}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{a^2}{a(1-a^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 (1)$ <p>Tương tự: <math>\frac{b^2}{b(1-b^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} b^2 \quad (2); \quad \frac{c^2}{c(1-c^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} c^2 \quad (3)</math></p> <p>Từ (1); (2); (3) ta có <math>P \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} (a^2 + b^2 + c^2) = \frac{3\sqrt{3}}{2}</math>. Đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}</math></p> <p>hay <math>x = y = z = \sqrt{3}</math>. Vậy giá trị nhỏ nhất của <math>P</math> là <math>\frac{3\sqrt{3}}{2}</math>.</p>	0,25
	0,25
	0,25
	0,25

----- HẾT -----

## ĐỀ 150

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề.

**Câu 1 (3,0 điểm).**

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \quad (x, y, z \in \mathbb{R})$$

b) Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 + 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}, \quad (x \in \mathbb{R})$ .

**Câu 2 (2,0 điểm).****Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)****Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam****--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI**

a) Chứng minh rằng nếu  $n$  là số nguyên dương thì  $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})$  chia hết cho  $n(n+1)$ .

b) Tìm tất cả các số nguyên tố  $p, q$  thỏa mãn điều kiện  $p^2 - 2q^2 = 1$ .

Câu 3 (1,0 điểm). Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh:

$$\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$$

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn  $ABC$ ,  $AB < AC$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là chân đường cao kẻ từ  $A, B, C$ . Gọi  $P$  là giao điểm của đường thẳng  $BC$  và  $EF$ . Đường thẳng qua  $D$  song song với  $EF$  lần lượt cắt các đường thẳng  $AB, AC, CF$  tại  $Q, R, S$ . Chứng minh:

a) Tứ giác  $BQCR$  nội tiếp.

b)  $\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}$  và  $D$  là trung điểm của  $QS$ .

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $PQR$  đi qua trung điểm của  $BC$ .

Câu 5 (1,0 điểm). Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số  $a, b, c$  thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:.....; SBD:.....

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN

Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán

#### A. LƯU Ý CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên Toán cấp II-III Gmail: [hokhacvuqnam@gmail.com](mailto:hokhacvuqnam@gmail.com)

Khối phố An Hòa - Phường Hòa Thuận - TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

--THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN, NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐẾ ĐI

- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

### B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	a	<p>Giải hệ phương trình <math>\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \quad (x, y, z \in \mathbb{R})</math></p>	1,5
		$\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ (y-1)(z-1) = 6 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \\ (z-1)(x-1) = 3 \end{cases}$	0,50
		<p>Nhân từng vế các phương trình của hệ trên ta được</p> $((x-1)(y-1)(z-1))^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1)(z-1) = 6 \\ (x-1)(y-1)(z-1) = -6 \end{cases}$	0,50
		<p>+) Nếu <math>(x-1)(y-1)(z-1) = 6</math>, kết hợp với hệ trên ta được</p> $\begin{cases} x-1=1 \\ y-1=2 \\ z-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$	0,25
		<p>+) Nếu <math>(x-1)(y-1)(z-1) = -6</math>, kết hợp với hệ trên ta được</p> $\begin{cases} x-1=-1 \\ y-1=-2 \\ z-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ z=-2 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm</p> $(x; y; z) = (2; 3; 4), (0; -1; -2).$	0,25
	b	<p>Giải phương trình <math>\sqrt{x^2 + 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}</math>, <math>(x \in \mathbb{R})</math></p>	1,5
		<p>Điều kiện xác định <math>x \geq 1</math>. Khi đó ta có</p> $\sqrt{x^2 + 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)} + \sqrt{(x-1)(x+1)} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$	0,50
		$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)} + \sqrt{(x-1)(x+1)} - 3\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+2} - 6$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3) = 2(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} - 3)$	0,50
		$\Leftrightarrow (\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3) = 0$	
		$*) \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3 = 0 \Leftrightarrow x+2 + x-1 + 2\sqrt{(x+2)(x-1)} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} = 4 - x$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2 + x - 2 = x^2 - 8x + 16 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$ <p style="margin-top: 10px;">*) <math>\sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3.</math></p> <p>Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là <math>S = \{2, 3\}</math>.</p>	0,25
2	a	<p>Chứng minh rằng nếu <math>n</math> là số nguyên dương thì <math>2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})</math> chia hết cho <math>n(n+1)</math>.</p> <p>Nhận xét. Nếu <math>a, b</math> là hai số nguyên dương thì <math>a^{2013} + b^{2013} \vdots (a+b)</math>.</p> <p>Khi đó ta có</p> $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013}) = (1^{2013} + n^{2013}) + (2^{2013} + (n-1)^{2013}) + \dots + (n^{2013} + 1^{2013}) \vdots (n+1) \quad (1)$ <p>Mặt khác</p> $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013}) = (1^{2013} + (n-1)^{2013}) + (2^{2013} + (n-2)^{2013}) + \dots + ((n-1)^{2013} + 1^{2013}) + 2.n^{2013} \vdots n \quad (2)$ <p>Do <math>(n, n+1) = 1</math> và kết hợp với (1), (2) ta được <math>2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})</math> chia hết cho <math>n(n+1)</math>.</p>	1,0 0,25 0,25
	b	<p>Tìm tất cả các số nguyên tố <math>p, q</math> thỏa mãn điều kiện <math>p^2 - 2q^2 = 1</math></p> <p>Nếu <math>p, q</math> đều không chia hết cho 3 thì</p> $p^2 \equiv 1 \pmod{3}, q^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 2q^2 \equiv -1 \pmod{3}$ vô lý. Do đó trong hai số $p, q$ phải có một số bằng 3. <p>+) Nếu <math>p = 3 \Rightarrow 9 - 2q^2 = 1 \Leftrightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2</math>. Do đó <math>(p, q) = (3, 2)</math>.</p> <p>+) Nếu <math>q = 3 \Rightarrow p^2 - 18 = 1 \Leftrightarrow p^2 = 19</math> vô lí. Vậy <math>(p, q) = (3, 2)</math>.</p>	1,0 0,50 0,25 0,25
3		<p>Cho <math>a, b, c</math> là các số thực dương thỏa mãn <math>abc = 1</math>. Chứng minh:</p> $\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$ <p>Ta có <math>\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}</math></p> $\Leftrightarrow 4a(c+1) + 4b(a+1) + 4c(b+1) \geq 3(a+1)(b+1)(c+1)$ $\Leftrightarrow 4(ab+bc+ca) + 4(a+b+c) \geq 3abc + 3(ab+bc+ca) + 3(a+b+c) + 3$ $\Leftrightarrow ab+bc+ca+a+b+c \geq 6 \quad (1)$ <p>Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương ta được:</p> $ab+bc+ca \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2} = 3; a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$ cộng từng vế hai bất đẳng thức này ta được (1). Do đó bất đẳng thức ban đầu được chứng minh.	1,0 0,50 0,25 0,25

	Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ .	
4		
a	<p>Tứ giác <math>BQCR</math> nội tiếp.</p> <p>Do <math>AB &lt; AC</math> nên <math>Q</math> nằm trên tia đối của tia <math>BA</math> và <math>R</math> nằm trong đoạn <math>CA</math>, từ đó <math>Q, C</math> nằm về cùng một phía của đường thẳng <math>BR</math>.</p> <p>Do tứ giác <math>BFEC</math> nội tiếp nên <math>AFC = BCA</math>,</p> <p>Do <math>QR</math> song song với <math>EF</math> nên <math>AFC = BQR</math></p> <p>Từ đó suy ra <math>BCA = BQR</math> hay tứ giác <math>BQCR</math> nội tiếp.</p>	1,0 0,25 0,25 0,25 0,25
b	<p><math>\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}</math> và <math>D</math> là trung điểm của <math>QS</math>.</p> <p>Tam giác <math>DHB</math> đồng dạng tam giác <math>EHA</math> nên <math>\frac{DB}{AE} = \frac{HB}{HA}</math></p> <p>Tam giác <math>DHC</math> đồng dạng tam giác <math>FHA</math> nên <math>\frac{DC}{AF} = \frac{HC}{FA}</math></p> <p>Từ hai tỷ số trên ta được <math>\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{HB}{HC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{FB}{EC}</math> (1)</p> <p>Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác <math>ABC</math> với cát tuyến <math>PEF</math> ta được:</p> $\frac{PB}{PC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1 \Leftrightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{FB}{EC} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) ta được <math>\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}</math> (3)</p> <p>Do <math>QR</math> song song với <math>EF</math> nên theo định lí Thales: <math>\frac{DQ}{PF} = \frac{BD}{BP}, \frac{DS}{PF} = \frac{CD}{CP}</math>.</p> <p>Kết hợp với (3) ta được <math>DQ = DS</math> hay <math>D</math> là trung điểm của <math>QS</math>.</p>	1,0 0,25 0,25 0,25 0,25
c	<p>Đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>PQR</math> đi qua trung điểm của <math>BC</math>.</p> <p>Gọi <math>M</math> là trung điểm của <math>BC</math>. Ta sẽ chứng minh <math>DP \cdot DM = DQ \cdot DR</math>.</p> <p>Thật vậy, do tứ giác <math>BQCR</math> nội tiếp nên <math>DQ \cdot DR = DB \cdot DC</math> (4).</p> <p>Tiếp theo ta chứng minh <math>DP \cdot DM = DB \cdot DC \Leftrightarrow DP \left( \frac{DC - DB}{2} \right) = DB \cdot DC</math></p>	1,0 0,25 0,25

	$DP(DC - DB) = 2DB \cdot DC \Leftrightarrow DB(DP + DC) = DC(DP - DB) \Leftrightarrow DB \cdot PC = DC \cdot PB$ $\Leftrightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}$ (đúng theo phần b). Do đó $DP \cdot DM = DB \cdot DC$ (5)	0,25
	Từ (4) và (5) ta được $DP \cdot DM = DQ \cdot DR$ suy ra tứ giác $PQMR$ nội tiếp hay đường tròn ngoại tiếp tam giác $PQR$ đi qua trung điểm của $BC$ .	0,25
5	Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số $a, b, c$ thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?	1,0
	<b>Trả lời:</b> Không tồn tại 16 số như vậy. Thật vậy, giả sử trái lại, tìm được 16 số thỏa mãn. Khi đó, ta có 16 số dư phân biệt khi chia cho 16: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15; trong đó có 8 số chẵn, 8 số lẻ.	0.25
	Do đó, ba chữ số $a, b, c$ khác tính chẵn lẻ, giả sử hai chữ số chẵn là $a, b$ và chữ số lẻ là $c$ .	0.25
	Có 9 số lẻ được tạo thành từ những chữ số này: $\overline{aac}, \overline{abc}, \overline{acc}, \overline{bac}, \overline{bbc}, \overline{bcc}, \overline{cac}, \overline{cbc}, \overline{ccc}$ .	0.25
	Gọi $x_1, x_2, \dots, x_9$ là các số có hai chữ số thu được từ các số ở trên bằng cách bỏ đi chữ số $c$ (ở hàng đơn vị). Khi đó	0.25
	$x_i \not\equiv x_j \pmod{16} \Leftrightarrow 16$ không là ước của $\overline{x_i c} - \overline{x_j c}$ tức là $x_i - x_j$ không chia hết cho 8	
	Nhưng trong 9 số $x_1, x_2, \dots, x_9$ , chỉ có ba số lẻ $\overline{ac}, \overline{bc}, \overline{cc}$ nên 8 số bất kỳ trong 9 số $x_1, x_2, \dots, x_9$ luôn có hai số có cùng số dư khi chia cho 8, mâu thuẫn.	0.25
	Tương tự, trường hợp trong ba số $a, b, c$ có hai số lẻ, một số chẵn cũng không xảy ra	

-----Hết-----