

ОСНОВАНИЯ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2019 г.

Контрольная работа. Вариант I.

**Задача 1.** Представьте комплексное число  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019}$  в виде  $a + bi$ , где  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**Задача 2.** Докажите, что в последовательности Фибоначи у соседних членов не может быть общего простого делителя. Напомним, что эта последовательность определяется первыми двумя членами  $F_1 = 1$ ,  $F_2 = 1$  и рекуррентным соотношением  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ,  $n \geq 3$ .

**Задача 3.** Докажите, что  $n^2 - 1$

- (а) делится на 3 для любого целого числа  $n$ , не кратного трём;
- (б) делится на 4 для любого нечётного целого числа  $n$ .

**Задача 4.** Два отображения  $f : M \rightarrow M$  и  $g : M \rightarrow M$  связаны отношением  $\sim$ , если существует биекция  $u : M \rightarrow M$ , такая что  $fu = ug$ . Покажите, что это отношение эквивалентности как на множестве всех отображений  $M \rightarrow M$ , так и на множестве биекций  $M \rightarrow M$ . Опишите классы эквивалентности для отношения  $\sim$  на множестве биекций множества из трех элементов.

✓**Задача 5.** Является ли многочлен  $x^5 + x^2 + 1$  неприводимым над полем  $\mathbb{F}_2$ ?

✓**Задача 6.** Постройте окружность, касающуюся данной прямой  $l$  в данной точке  $B$  и проходящую через данную точку  $A \notin l$ .

■**Задача 7.** Можно ли представить  $\sqrt[3]{4}$  в виде  $a + b\sqrt[3]{2}$ , где  $a$  и  $b$  — рациональные числа?