

Proyecto: Generador de funciones por síntesis de onda

Ernesto M. Corbellini, Sebastián García Marra y Ariel Burman

Facultad de Ingeniería UBA

v0.8 - Febrero de 2013

Índice

1. Objetivo	2
2. Señales digitales: muestreo y cuantización	2
2.1. Ejercicios	4
3. PWM - Modulación por ancho de pulso	5
3.1. Ejercicios	6
4. Síntesis de onda	7
4.1. Ejercicios	8
5. Desafío	8
5.1. Opcionales	8
6. Conclusiones	8

1. Objetivo

Muchas veces cuando queremos probar el funcionamiento de diversos circuitos electrónicos necesitamos señales de distintas formas de onda y frecuencias. Por ejemplo para probar amplificadores de audio o medir el comportamiento de filtros vamos a requerir señales de entrada senoidales de frecuencias de hasta algunos kHz. Para circuitos digitales es común necesitar señales cuadradas para alimentar el reloj del sistema que pueden llegar hasta varios MHz. Por otro lado las señales de rampa nos dan una conveniente variación lineal de tensión que nos puede servir para realizar comparaciones de niveles o barridos.

Por esto en el laboratorio es común contar con un *generador de funciones*. Este instrumento por lo común es capaz de generar señales senoidales, cuadradas, triangulares y rampas (ver figura 1). Cuenta con controles para ajustar la frecuencia, la amplitud y el offset de la señal.

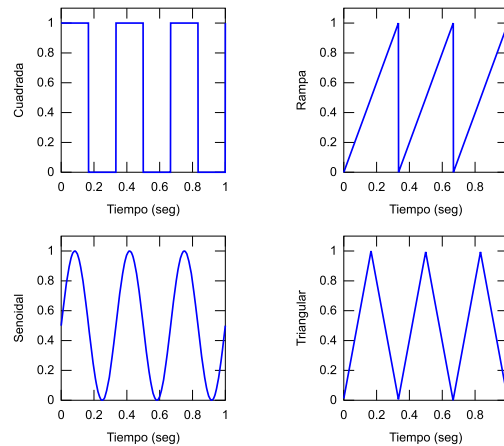


Figura 1: Señal cuadrada, rampa, senoidal y triangular

La propuesta de este proyecto es construir un generador de funciones digital basado en un microcontrolador. La principal ventaja de este diseño es que permite generar señales periódicas arbitrarias, como veremos a continuación.

2. Señales digitales: muestreo y cuantización

Una señal es una magnitud física variable que transporta información. Puede ser una señal de tensión o de temperatura que varía en el tiempo. Incluso por medio de un *transductor* podemos convertir la señal de temperatura en una señal de tensión análoga. Estas magnitudes del mundo físico son casi siempre continuas.

Matemáticamente podemos representar a estas señales como funciones continuas de una o más variables independientes. En nuestro caso nos interesarán las señales que dependen del tiempo. En este caso, que la señal sea continua significa que para intervalos pequeños de tiempo, la señal tendrá una variación de amplitud acotada, como el caso de una senoidal. Hay funciones ideales, como

la señal cuadrada, que tienen un salto abrupto de un nivel bajo a uno alto y por lo tanto no son continuas. Una señal discontinua en el tiempo como la cuadrada no puede existir en el mundo físico. Por eso las señales cuadradas reales no crecen instantáneamente sino que tardan un pequeño tiempo en subir y bajar llamado *risetime* o *tiempo de crecimiento* y *falltime* o *tiempo de decrecimiento*.

Si ahora queremos procesar digitalmente una señal en una computadora nos vamos a encontrar con algunos problemas. Sucede que una computadora digital puede almacenar una cantidad finita de información dada por el tamaño máximo del disco duro y puede procesar una cantidad finita de información en cada instante de tiempo, determinada por la velocidad de procesamiento y por la capacidad de la memoria. Pero ¿cuánta información conlleva una señal continua o analógica? Una señal continua recorre una cantidad infinita de valores de amplitud dentro de un intervalo de tiempo. Si la computadora tuviera que analizar todos esos valores le tomaría un tiempo infinito recorrer un intervalo infinitesimal de tiempo, sin mencionar que se le acabaría la memoria en seguida.

El truco está en ver dónde está la información que transporta la señal. Por ejemplo, si lo analizamos con atención podemos ver que una señal senoidal no transporta tanta información como pudiéramos pensar. Si conocemos un período de la señal, conocemos toda la señal completa porque no es más que una repetición de períodos idénticos. Si conocemos el tiempo T que dura el período y la amplitud A de la senoidal tenemos todos los datos que la definen. Si nos dan unos pocos puntos dibujados, podemos unirlos por interpolación para armar la imagen total. Y esto vale para cualquier señal que sea periódica. Justamente estas señales son las que nos van a interesar.

La cantidad de información necesaria se ha reducido porque es suficiente tomar unos pocos puntos en el tiempo a lo largo de un período para analizar la señal. Esta discretización del tiempo es lo que se denomina *muestreo* de la señal (figura 2), porque nos quedamos con algunas muestras de la señal a lo largo del tiempo. Ahora, nuestra computadora sólo tiene que almacenar una cantidad finita de muestras. Pero ¿qué valor de amplitud para cada una? El valor de amplitud puede ser cualquier número real, o sea que puede tener infinitas cifras decimales. Esto representa infinita información para almacenar en una memoria finita.

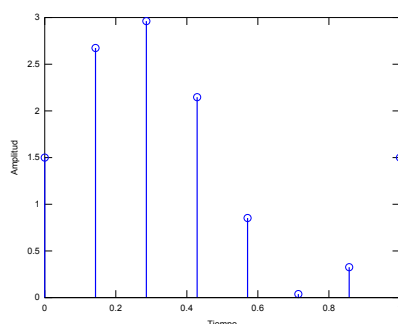


Figura 2: Seno muestreado con 8 muestras por período

La solución está en discretizar también los valores de amplitud, redondeando a una cantidad limitada de dígitos. Esto es lo que se conoce como *cuantización*.

(figura 3. Realizados estos pasos, hemos representado nuestra señal analógica continua en un conjunto finito de muestras de amplitud cuantizada que puede almacenarse en la memoria de la computadora para su procesamiento. Este es el trabajo que hace un conversor analógico-digital (ADC). El trabajo inverso de convertir muestras cuantizadas en valores de tensión analógicos es lo que hace un conversor digital-analógico (DAC).

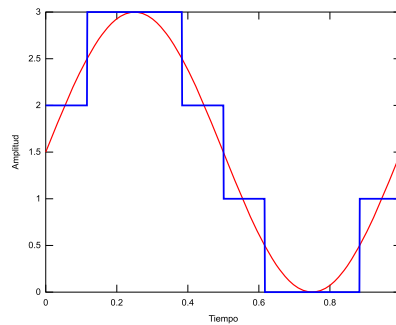


Figura 3: Seno cuantizado con 4 niveles

2.1. Ejercicios

A continuación generaremos algunas señales utilizando la herramienta de software Octave (también se puede usar Matlab).

1. Generar una señal senoidal de amplitud 2V.

```
% genero el vector de tiempo entre 0 y 1 segundo con 100 puntos
t = 0:0.01:1;

% frecuencia del seno
f = 1;

% genero el seno de amplitud 2 y frecuencia f, muestreado en
% los instantes que determina el vector t
y = 2 * sin(2*pi*f*t);

% graficamos la señal
plot(t, y);
```

- a) Para la senoidal generada determine el valor de amplitud pico, pico a pico, medio y eficaz.
 - b) Genere otra senoidal de frecuencia 20Hz y amplitud 10V pico a pico.
 - c) Genere otra senoidal de frecuencia 1Hz que oscile entre 0V y 5V.
2. Generar una señal cuadrada de amplitud pico a pico 2V y frecuencia 3Hz.

```

% genero el vector de tiempo entre 0 y 1 segundo con 100 puntos
t = 0:0.01:1;

% frecuencia de la señal
f = 3;

% genero la señal cuadrada
y = square(2*pi*f*t);

% graficamos la señal
plot(t, y);

```

- a) Genere otra cuadrada que cuya amplitud esté comprendida entre 0V y 5V. ¿Cuál es el valor medio de esta señal?
3. Genere una señal de rampa entre 0V y 1V de frecuencia 4Hz.
4. Genere una señal triangular entre 0V y 1V de frecuencia 4Hz.

3. PWM - Modulación por ancho de pulso

Se denomina *modular* a la acción de modificar los parámetros de una onda (frecuencia, amplitud o fase) según las variaciones de otra señal de información. Por ejemplo, son comunes la modulación en amplitud (AM) y la modulación en frecuencia (FM) para las transmisiones de radio.

La *modulación por ancho de pulso* (PWM, por las siglas en inglés de “pulse width modulation”) consiste en variar el *ciclo de trabajo* (“duty cycle” en inglés) de una señal cuadrada. El ciclo de trabajo es la relación entre el tiempo en alto y el período de la señal: $D = \frac{A}{T}$ (figura 4).

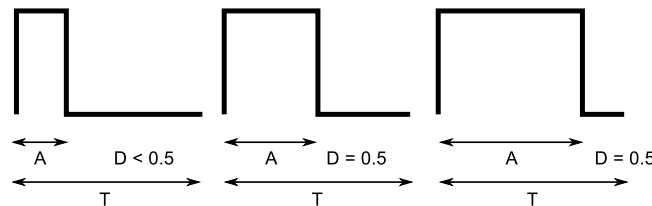


Figura 4: PWM con distintos valores de D

Por lo tanto en una señal modulada por ancho de pulso, el período (y por lo tanto la frecuencia) se mantiene constante, al igual que la amplitud (con la única excepción para el caso de $A=0$ donde la amplitud será cero). Al modificar el tiempo que la señal está en alto, lo que estamos variando es la energía de la señal. La energía para una señal $s(t)$ de período T, se define como ¹:

$$E = \int_0^T |s(t)|^2 dt$$

En el caso de nuestra señal cuadrada nos queda:

¹pág. 6, “Señales y sistemas”, Oppenheim & Willsky, 2da edición

$$E = \int_0^A V^2 dt + \int_A^T 0 dt = V^2 A$$

Donde V es el valor de amplitud en nivel alto. Tenemos así una forma sencilla de modular la energía de la señal, simplemente controlando el tiempo que está encendida y apagada.

La velocidad con la que modulamos el ancho del pulso es mucho menor a la frecuencia de la portadora (señal cuadrada). Si aplicamos esta señal a sistemas que no pueden responder tan rápidamente a los cambios, lo único que verán será este cambio en la energía de la señal. Un sistema tal se puede modelar como un *filtro pasabajos* (figura 5).

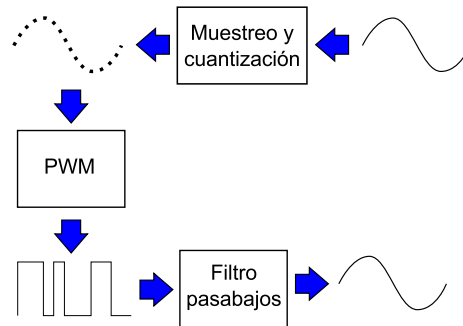


Figura 5: Sistema completo incluyendo el filtro pasabajos

3.1. Ejercicios

1. Genere en Octave una señal cuadrada con un duty cycle del 20 %.

```
% genero el vector de tiempo entre 0 y 1 segundo con 100 puntos
t = 0:0.01:1;

% frecuencia de la señal
f = 3;

% duty cycle
D = 0.2;

% genero la señal cuadrada con duty cycle variable
y = square(2*pi*f*t, D);

% graficamos la señal
plot(t, y);
```

¿Cuánto es el valor medio de esta señal? ¿Y si el duty fuera del 80 %?

2. Generar con el microcontrolador una señal de PWM. El duty cycle debe poder aumentarse presionando el pulsador.
3. Generar con el microcontrolador usando PWM, una señal de rampa entre 0 y 5V con un período de 2.5s. $f_{pwm} = 10kHz$. Agregarle un filtro pasabajos para eliminar la portadora.

4. Repetir el ejercicio anterior pero agregando la posibilidad de incrementar el período de la rampa utilizando un pulsador.

4. Síntesis de onda

Ahora que sabemos cómo muestrear y almacenar una señal, es fácil ver que podemos reproducirla simplemente convirtiendo la información en memoria a valores de tensión. Esta es la base de una técnica muy usada para generar señales periódicas en forma digital, llamada *síntesis de onda*. Consiste en tener almacenada en memoria una tabla con los valores de un período de una señal muestreada y cuantizada. El programa irá leyendo secuencialmente cada valor y lo transformará de nuevo en una señal analógica, por ejemplo, usando PWM (figura 6).

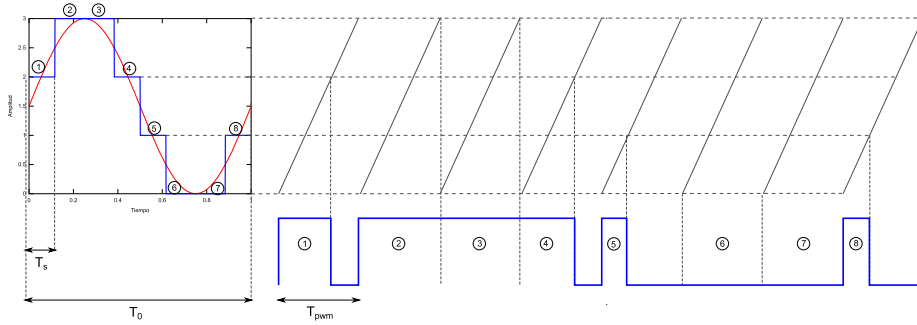


Figura 6: Modulación PWM

Sean:

T_0 el período de la señal

T_s el intervalo entre muestras

N cantidad de muestras totales para un período

$$T_0 = T_s \cdot N$$

Esto nos dice que podemos alterar el período de la señal generada cambiando la cantidad de muestras usadas o modificando el intervalo entre muestras.

Podemos visualizar el proceso de síntesis como se ilustra en la figura 7 [1]. Los puntos sobre el círculo corresponden a todos los valores de la señal muestreada y cuantizada que están almacenados en la tabla. A medida que incrementamos el índice en la tabla, estamos girando por la rueda en sentido antihorario. Comenzamos por el índice cero y al llegar al último índice, comenzamos de nuevo por el principio. Así generamos la señal periódica dando infinitas vueltas alrededor de la rueda. f_0 es la frecuencia de la señal generada, f_c es la frecuencia de nuestro reloj (o sea, la velocidad con la que recorremos la rueda), M es el tamaño del salto y nos permite avanzar más rápido por la tabla salteándonos puntos. Este ejemplo supone que la cantidad total de puntos en la tabla es 2^N , porque se trata de un sistema y resulta más sencillo trabajar con potencias de dos. De la ecuación de la figura vemos que podemos regular la frecuencia de la señal que generamos, modificando el tamaño del salto M .

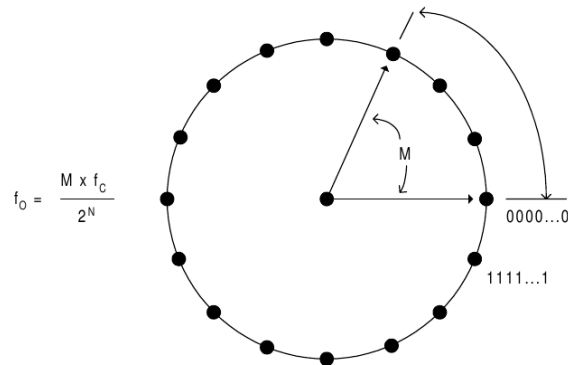


Figura 7: Síntesis de onda: analogía con una rueda

4.1. Ejercicios

Programando el microcontrolador y utilizando la placa de desarrollo, implementar los siguiente ejercicios.

1. Generar por síntesis de onda y usando PWM filtrado como salida, una señal senoidal.
2. Al ejercicio anterior agregarle un pulsador para variar la frecuencia del seno.

5. Desafío

Utilizando las técnicas vistas, diseñar e implementar un generador de funciones que cumpla las siguientes características:

1. Capaz de generar señales periódicas cuadradas, senoidales, triangulares y rampas.
2. Frecuencia variable entre 10 Hz y 2 kHz con una tolerancia menor al 10 %.

5.1. Opcionales

Si lograron hacer todo lo anterior, pueden intentar con estas propuestas.

1. Amplitud variable entre 0V y 9V.
2. Capacidad de agregar offset a la señal.

6. Conclusiones

Esta sección queda para que ustedes la completen en sus respectivos informes!

Referencias

- [1] “A technical tutorial on digital signal synthesis”, Analog Devices Inc, 1999, PDF
- [2] “Señales y sistemas”, Oppenheim & Willsky, 2da edición, Pearson Educación