

## Temporisations

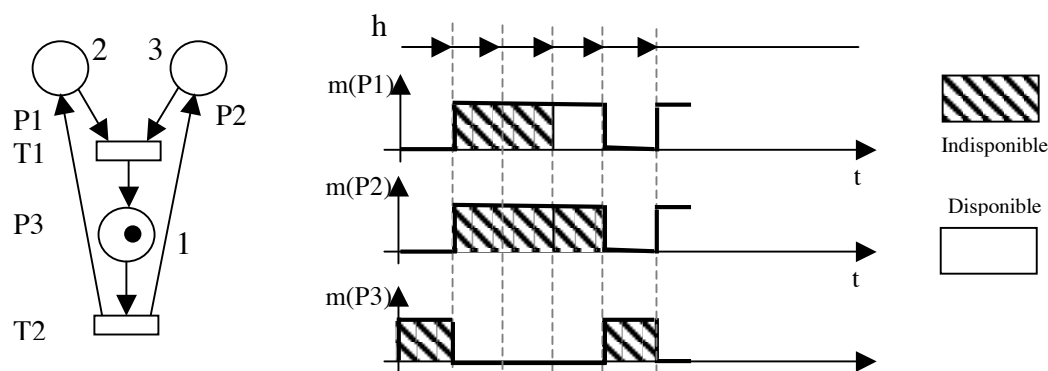
Il est également possible d'adjoindre une temporisation à une place, une transition ou un arc du RdP. Ainsi les marques sont maintenues dans une place pendant un certain temps  $\tau$  avant tout franchissement de transition amont. On parle de RdP P-temporisé, T-temporisé, Arc-temporisé. Il faut noter que tout RdP T-temporisé peut se traduire en RdP P-temporisé et réciproquement. Ces réseaux de Petri nécessitent la définition d'une unité d'horloge.

La temporisation est indiquée en regard de l'élément temporisé. Conventionnellement, on ne peut pas trouver, au sein du même RdP, des places et des transitions temporisées.

Ainsi les temporisations permettent de rendre les modèles effectivement compatibles avec la réalité physique. Ce concept temporel est alors vu comme une couche complémentaire aux modèles initiaux.

Paradoxalement peut-être, la notion d'ordre mathématique, de chronologie, ne nécessitent pas a priori de définition d'horloge temporelle. Le temps devient alors un attribut complémentaire qui n'interfère pas nécessairement sur l'évolution des marquages.

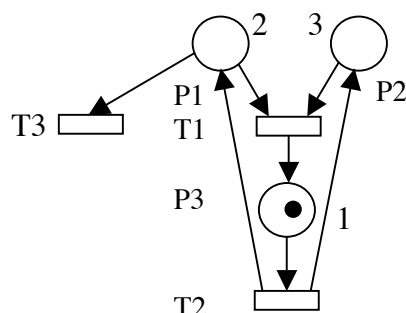
Soit le RdP P-temporisé de la figure 1.8a. Ce réseau a été choisi suffisamment simple pour fournir un exemple clair mais cependant significatif. Les places P1, P2, P3 sont respectivement temporisées à 2, 3 et 1 unités de temps, comme il est indiqué sur le modèle.



**Figure 1.8a Réseau de Petri P-temporisé et chronogramme de marquage associé**

Au début de la séquence, le jeton situé dans la place P3 y séjourne 1 unité de temps. T2 est franchie, distribuant un jeton dans chacune des places P1 et P2. Deux unités de temps plus tard, le jeton de P1 est disponible, mais ne peut franchir la transition T1 avant que le jeton de P2 soit disponible à son tour. T1 est alors franchie et l'on retrouve la situation initiale.

L'ordre des marquages est ici rigoureusement le même que celui qui serait obtenu sans temporisation. Cependant, une différence de comportement apparaît si l'état de disponibilité des jetons est considéré (ici, les jetons des places P1 et P2 ne sont pas tout le temps disponibles : le jeton de P1 est rendu disponible avant le jeton de P2 (temps d'horloge 4). Ainsi, si ce réseau est intégré dans un modèle plus important, les comportements globaux peuvent différer (figure 1.8 b).

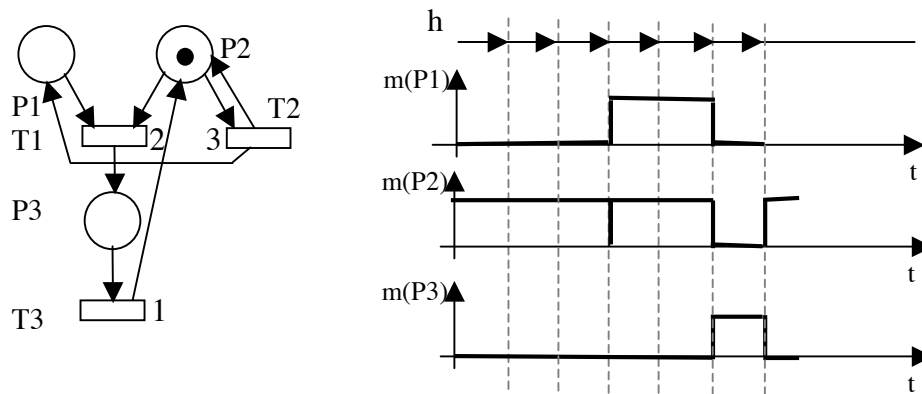


**Figure 1.8b Réseau de Petri P-temporisé**

Dans l'exemple de la figure 1.8b, le jeton qui apparaît dans la place P1 est capté par la transition T3 deux unités de temps après son arrivée dans cette place. Dans ce même réseau qui serait dépourvu de toute temporisation, la situation serait conflictuelle (ainsi que cela va être présenté plus loin § 1.6), et le marquage pourrait alors prendre deux évolutions différentes en fonction de la levée proposée pour ce conflit.

De manière similaire, voici un RdP T-temporisé permettant de présenter le principe de cette structure. Le

réseau a été choisi suffisamment simple pour fournir un exemple clair mais cependant significatif (figure 1.9).



**Figure 1.9 Réseau de Petri T-temporisé et chronogramme de marquage associé**

Au début de la séquence, la transition T1 n'est pas validée (pas de jeton dans P1). La transition T2 est validée, mais temporisée à 3 unités. Lorsque les trois unités sont écoulées, T2 est franchie et restitue immédiatement le jeton à la place P2, tout en donnant un jeton à la place P1. Les transitions T1 et T2 sont alors validées, mais cette fois, T1 est prioritaire puisque sa temporisation n'est que de 2 unités de temps. T1 est alors franchie, fournissant un jeton à la place P3, jeton qui y séjourne une unité de temps. T3 est alors franchie et fournit un jeton en P2. Le cycle recommence.

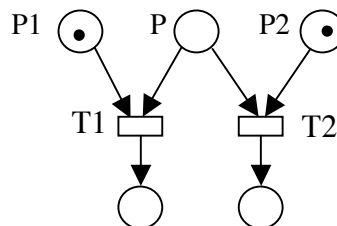
Le même réseau non temporisé serait maintenant conflictuel, la place P2 comportant deux arcs de sortie. Le comportement serait alors peu intéressant : T2 pourrait être systématiquement validée au détriment de T1, générant ainsi un nombre sans cesse croissant de jetons en P1.

Diverses solutions sont maintenant abordées pour s'affranchir de ce type de problème conflictuel. D'ores et déjà, la temporisation peut être une première solution.

### 1.6 Situations conflictuelles

Ce problème est directement issu de la structure même des RdP et reflète parfaitement les situations possibles des systèmes que représentent les modèles. Toutefois, une distinction doit nécessairement être faite entre conflit structurel et conflit effectif.

Soient deux transitions T1 et T2 ayant en amont une place commune P (Figure 1.10). Si une marque est placée en P, elle valide immédiatement les deux transitions T1 et T2, qui doivent être franchies instantanément, d'après la proposition P(2). La même marque doit donc franchir simultanément T1 et T2, ce qui n'est pas acceptable. Il y a ici conflit structurel, tant qu'aucune marque n'a été placée en P, puis conflit effectif lors de l'apparition d'une marque en P. Par ailleurs, ce conflit est levé si l'une des deux places P1 ou P2 ne comporte pas de jeton.



**Figure 1.10 : Situation conflictuelle**

Ce modèle peut effectivement évoquer une situation réelle, représentant par exemple le conflit effectif lors du partage d'une ressource commune entre deux entités (place P : robot sollicité par deux machines (places P1 et P2)). Le modèle doit aider à trouver des solutions pour lever ce conflit.

## 2 Outils mathématiques

La description algébrique du RdP est maintenant abordée, par l'intermédiaire de l'écriture de la matrice d'incidence. Cette écriture mathématique fait toute la richesse de l'outil en ce sens qu'elle va permettre d'aborder l'aspect évolutif du marquage. Ainsi, le marquage et les séquences de franchissement propres à un RdP peuvent être écrites sous forme de vecteurs. Cette présentation est faite à l'aide d'un exemple de RdP relativement simple.