

Taller

1. Una empresa de inversiones ofrece a sus clientes bonos municipales que vencen después de varios años. Dado que la función de distribución acumulativa de T , el número de años para el vencimiento de un bono que se elige al azar, es

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 1, \\ 1/4, & 1 \leq t < 3, \\ 1/2, & 3 \leq t < 5, \\ 3/4, & 5 \leq t < 7, \\ 1, & t \geq 7, \end{cases}$$

- a.) Defina la variable aleatoria y los valores que toma.

T = El número de años para el vencimiento de un bono que es escogido al azar es $(0, 1/4, 1/2, 3/4, 1)$

- b) Calcule las siguientes probabilidades y redacte una interpretación según el contexto dado.

* $P(T=5)$

$P(0) = 0 \quad P(1) = 1/4 \quad F(3) = 1/2 \quad F(5) = 3/4$

$$F(4) = P(T=4) + P(T=3) + P(T=2) + P(T=1)$$

$$F(T) = \sum P(X \leq T)$$

$$F(T=5) = F(5) - F(4) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

R.V.

$$P(T=5) = 1/4$$

$$*P(T > 3);$$

$$P(T > 3) + P(T \leq 3)$$

$$P(T > 3) = 1 - P(T \leq 3) =$$

$$P(T > 3) = 1 - \overset{\leftarrow}{F(3)}$$

$$P(T > 3) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow P(T > 3) = 1/2$$

$$*P(1.4 < T < 6);$$

$$F(6) - F(1.4) = 3/4 - 1/4$$

$$F(6) - F(1.4) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$*P(T \leq 5 | T \geq 2) = \frac{F(5) - F(1)}{F(3) - F(1)} = \frac{3/4 - 1/4}{1 - 1/4} = \frac{2/4}{3/4}$$

$$= \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

C.) Construya una tabla para función de distribución $f(x)$

t	$f(t)$	$F(t)$
1	$1/4$	$1/4$
3	$1/4$	$1/2$
5	$1/4$	$3/4$
7	$1/4$	1

D.) Construya una tabla para determinar el valor esperado y la varianza

t	$f(t)$	$t \cdot f(t)$	t^2	$t^2 \cdot f(t)$
1	$1/4$	$1/4$	1	$1/4$
3	$1/4$	$3/4$	9	$9/4$
5	$1/4$	$5/4$	25	$25/4$
7	$1/4$	$7/4$	49	$49/4$
Σ	1	4		21

t	1	3	5	7
$f(t)$	$1/4$	$1/4$	$1/4$	$1/4$

$$\mu = E(x) = \Sigma t \cdot f(t)$$

$$\mu = E(x) = 4$$

$$\sigma^2 = V(x) = [\Sigma t^2 \cdot f(t)] - \mu^2$$

$$\text{Media} = 4$$

$$\text{Varianza} = 5$$

$$\text{Desviación estándar} = \sqrt{5}$$

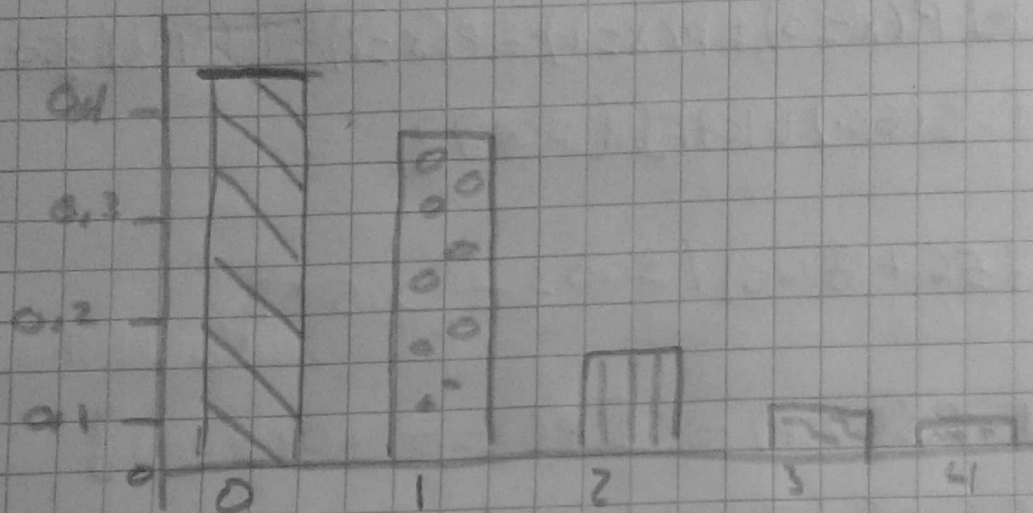
$$\sigma^2 = V(x) = 21 - (4)^2 = 5$$

$$\sigma^2 = V(x) = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5} = 2.236$$

2)

x	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01



$$b) E(x) = \sum x f(x)$$

$$= \sum_{x=0}^4 x f(x) = 0 \cdot 0,41 + 1 \cdot 0,37 + 2 \cdot 0,16 + 3 \cdot 0,05 + 4 \cdot 0,01$$

$$= 0 + 0,37 + 0,32 + 0,15 + 0,04$$

$$= 0,88$$

R. 7. El número total de imperfecciones que podemos encontrar es de 0,88

$$G(x) = \sum_x g(x) f(x) = g(x) = x^2$$

$$G(x) = \sum_x x^2 f(x)$$

$$= \sum_{x=0}^4 x^2 f(x)$$

$$= 0 \cdot 0,41 + 1^2 \cdot 0,37 + 2^2 \cdot 0,16 + 3^2 \cdot 0,05 + 4^2 \cdot 0,01$$

$$= 0 + 0,37 + 0,64 + 0,45 + 0,16$$

$$= 1,62$$

3. Cuando se utilizan tarjetas de circuito en la fabricación de reproductores de discos compactos se prueba; el porcentaje de defectuosas es de 5%. sea X el número de tarjetas defectuosas en una muestra aleatoria de tamaño 25

a.) $P(X \leq 2)$

$n = 25$ $p = 0.05$ $X = 2$

$$P(X \leq 2) = B(2; 25, 0.05) = \sum_{x=0}^2 b(x; 25, 0.05) = b(0; 25, 0.05) + b(1; 25, 0.05) + b(2; 25, 0.05)$$

$= 0.875 = 87.5\%$

b.) $P(X \geq 5)$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - B(4; 25, 0.05)$$

$$P(X \geq 5) = 1 - 0.993 = 7 \times 10^{-3}$$

c) Determine $P(1 \leq X \leq 4)$

$$P(1 \leq X \leq 4) = P(X=1, 2, 3 \text{ o } 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 0)$$

$$P(1 \leq X \leq 4) = B(4; 25, 0.05) - B(0; 25, 0.05)$$

$$P(1 \leq X \leq 4) = 0.993 - 0.277 = 0.716$$

d) ¿cual es la probabilidad que ninguna de estas 25 tarjetas este defectuosa?

$$P(X=0) = B(0; 25, 0.05)$$

$$X=0 \quad n=25 \quad P=0.05$$

$$\binom{25}{0} = B(0; 25, 0.05) = 0.277$$

$$e) E(X) = (25)(0.05) = 1.25$$

$$V(X) = (25 - 1.25)^2 (0.05) = 1.1875$$

$$\sigma = \sqrt{1.1875}$$

$$\sigma = 1.0897$$

4. Un tipo de cámara digital viene en una versión de 3 megapíxeles o una de 4 megapíxeles. Una tienda de cámaras recibe un envío de 15 de estas cámaras, de las cuales 6 tienen una resolución de 3 megapíxeles, sabiendo que se selecciona al azar 5 de estas cámaras para guardadas de fotos del mostrador.

a) ¿Que distribución tiene X (nombre y valores de todos los parámetros)?

$$N: \text{cámaras} = 15$$

$$n: \text{cámaras seleccionadas al azar} = 5$$

$$M: \text{cámaras con resolución de 3 megapíxeles} = 6$$

b.) calculate $P(X=2)$, $P(X \leq 2)$ y $P(X \geq 2)$

$$P(X=2) = \frac{[C(6,2) C(9,3)]}{C(15,3)} = 840 / 3003 = 0,280$$

$$P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \frac{[C(9,5) C(6,3)] + [C(6,1) C(9,4)]}{C(3003)}$$

$$= (126 + 756 + 840) / 3003 = 0,573$$

$$P(X=2) = 1 - P(X=1) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] \\ = 1 - [(126 + 756) / 3003] = 0,766$$

$$c.) E(X) = 5 \left(\frac{6}{15} \right) = 2$$

$$V(X) = \frac{(10/14) C(5) C(6/15) (1 - (6/15))}{C(15,3)} = 0,857$$

$$\sigma = \sqrt{0,857} \quad \sigma = 0,926$$