

计算机集成制造系统  
*Computer Integrated Manufacturing Systems*  
ISSN 1006-5911, CN 11-5946/TP

## 《计算机集成制造系统》网络首发论文

题目：基于序列贝叶斯更新的锂电池剩余寿命预测  
作者：赵斐，郭明，刘学娟  
收稿日期：2021-09-06  
网络首发日期：2021-12-28  
引用格式：赵斐，郭明，刘学娟. 基于序列贝叶斯更新的锂电池剩余寿命预测[J/OL]. 计算机集成制造系统.  
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20211228.1342.010.html>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 基于序列贝叶斯更新的锂电池剩余寿命预测

赵 斐<sup>1,2</sup>, 郭 明<sup>1</sup>, 刘学娟<sup>3</sup>

(1. 东北大学秦皇岛分校, 河北秦皇岛 066004; 2. 东北大学 工商管理学院, 辽宁沈阳 110819; 3. 北京科技大学 经济与管理学院, 北京 100083)

**摘 要:** 针对贝叶斯方法在更新模型参数时无法充分利用历史退化数据的问题, 提出基于序列贝叶斯的在线更新方法实时估计锂电池退化模型参数。首先, 构建基于指数函数的非线性维纳退化模型描述变工况下锂电池容量的退化路径, 并采用最大似然估计法估计初始时刻的模型参数; 进而, 利用实时容量监测数据, 基于序列贝叶斯更新方法在线更新退化模型中的漂移系数; 然后, 推导锂电池剩余寿命的概率密度函数并预测剩余寿命; 最后, 通过不同工况下的锂电池退化数据进行实例验证。结果表明: 与基于幂指数和线性函数的退化模型相比, 由于序列贝叶斯方法能够对锂电池非线性退化模型参数进行实时更新, 因此采用所提出的模型预测得到的剩余寿命精度更高。

**关键词:** 维纳过程; 最大似然估计; 序列贝叶斯更新; 剩余寿命; 非线性退化

**中图分类号:** TB114.3

**文献标识码:** A

## Lithium-ion battery remaining useful life prediction based on sequential Bayesian updating

Zhao Fei<sup>1,2</sup>, Guo Ming<sup>1</sup>, Liu Xuejuan<sup>3</sup>

(1. Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China; 2. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 3. School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Considering the problem that the Bayesian method updates the model parameters offline, in which the historical degradation data isn't well applied for parameter estimation, a new method based on sequential Bayesian is proposed to update parameters online. A nonlinear Wiener process degradation model is firstly constructed for the lithium-ion battery capacity degradation path under variable working conditions and the maximum likelihood estimation(MLE) is used to estimate the model parameters at the initial time. Followed by it, the drift coefficients in the degradation model are updated online based on the sequence Bayesian updating method. Then, the probability density function of the lithium-ion battery's remaining useful life(RUL) is derived for prediction. Finally, the proposed model is applied and demonstrated by the lithium-ion battery dataset in various conditions. Moreover, the results show the prediction accuracy of RUL based on the proposed model is higher than those obtained from the degradation models based on the power exponent or linear function, which is because the sequential Bayesian method realizes the real-time update of parameter estimation.

**Keywords:** wiener process; maximum likelihood estimation; sequential Bayesian updating; remaining useful life; non-linear degradation

## 1. 引言

收稿日期: 2021-09-06; 修订日期: 2021-12-06。Received 06 Sep. 2021; accepted 06 Dec. 2021.

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(71701038, 71601019); 河北省自然科学基金资助项目(G2019501074); 中央高校基本科研业务专项资金资助项目(N2123019)。**Foundation items:** Project supported by the National Natural Science Foundation, China (No.71701038, 71601019), the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (No.G2019501074), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (No.N2123019) .

锂电池具有能量密度大、效率高、寿命长等良好性能, 现已被广泛应用于航空航天、汽车制造、军事通讯等领域<sup>[1]</sup>。然而, 随着锂电池的使用和外部温度等随机因素的影响, 其内部不断发生复杂的电化学反应, 导致容量和功率不断降低, 性能随之退化<sup>[2]</sup>。一旦锂电池的退化量超过某个阈值, 就可能出现绝缘体损坏和短路等情况, 若不能及时发现, 则有可能引发自燃、爆炸, 甚至造成不可估量的事故损失<sup>[3]</sup>。因此, 准确预测锂电池的健康状态和剩余寿命, 对维护电池系统、降低使用成本、降低事故发生概率至关重要<sup>[2]</sup>。目前, 有关锂电池剩余寿命预测的方法主要包括机理模型法、数据驱动法以及两者相融合的方法<sup>[4]</sup>。其中, 基于机理模型方法的预测结果比较准确, 但由于难以精确刻画锂电池退化的电化学反应, 使得预测结果严重依赖于所选取的模型。与之相比, 数据驱动方法无需对锂电池退化的内部机理建模, 而是基于历史监测信息采用概率统计、随机过程等方法建立锂电池退化模型并预测剩余寿命<sup>[5]</sup>。

由于容量监测数据更易获取, 为此数据驱动法已受到工业界和学术界的关注。数据驱动方法中 Gamma 过程和逆高斯过程仅适用于对单调退化路径情形建模, 而维纳过程更适用于描述非单调退化问题, 已有不少学者对此展开研究<sup>[6]</sup>。如李军星等通过分析影响硬盘寿命和可靠性的块错误率, 采用维纳过程建立了硬盘存储性能的退化模型<sup>[7]</sup>; 而唐圣金等则利用维纳过程对卫星光纤陀螺进行剩余寿命预测<sup>[8]</sup>。然而, 上述研究中均假定维纳过程的漂移系数是固定的, 无法随时间进行动态更新, 即未利用实时监测数据对参数进行动态更新<sup>[8]</sup>。对此, 有学者在假定漂移系数服从正态分布的条件下构建退化模型, 并利用初始时刻估计出的漂移系数进行动态更新<sup>[9-10]</sup>。其中, Elwany 和 Gebraeel 利用表征轴承退化的振动数据验证了线性维纳过程退化建模的有效性<sup>[9]</sup>, 而 Tang 等将研究[9]中的固定失效阈值进一步扩展为随机失效阈值, 构建了线性维纳退化过程模型并采用贝叶斯方法对失效阈值进行先验估计, 继而推导剩余寿命概率密度函数<sup>[10]</sup>。显然, 文献[9-10]对于退化趋势具有高度非线性特征的系统并不适用。

为此, 不少学者研究了非线性维纳过程情形, 黄亮等基于非线性维纳过程建立发动机的退化模型, 利用最大似然方法估计模型参数, 同时采用贝叶斯方法更新参数分布, 继而预测其剩余寿命<sup>[11]</sup>。彭才华等提出线性与幂指数相结合的非线性退化模型并采用激光发生器的性能退化数据加以验证<sup>[12]</sup>。Yan 等通过分析旋转机械的退化特征, 提出两阶段维纳过程退化模型, 采用贝叶斯方法对两阶段退化模型参数进行更新, 并以车轮振动踏面数据为例验证了模型的有效性<sup>[13]</sup>; Si 等建立非线性维纳过程退化模型, 采用最大似然方法估计模型参数, 并利用陀螺仪和航空材料疲劳裂纹退化数据验证了模型的有效性<sup>[14]</sup>。以上研究虽然是基于非线性维纳过程建模, 但是在模型参数的更新过程中, 未利用到所有的历史退化数据。这是因为维纳过程的独立增量和马尔科夫性质, 使得贝叶斯更新的漂移系数仅利用了当前观测的退化值, 无法包含从初始到当前时刻的所有退化值。为解决此问题, Li 等采用序列贝叶斯更新方法更新线性维纳过程的退化模型参数, 继而以更新的退化模型预测锂电池剩余寿命<sup>[15]</sup>。

由于锂电池退化不仅与其内部电化学反应相关，还与运行工况有关，如在寒冷地区电动汽车锂电池容量的衰减更快，其退化过程通常呈现出非线性趋势。为此，本文对具有非线性退化趋势的锂电池展开剩余寿命预测研究，首先，采用非线性维纳过程建立锂电池退化模型；然后，基于最大似然估计方法离线估计初始时刻的模型参数，进而利用实时得到的容量监测数据采用序列贝叶斯方法动态更新退化模型中漂移系数，进而预测剩余寿命；最后，选取不同工况（25°C、35°C、55°C）下的锂电池退化数据估计退化模型初始时刻的模型参数，采用 45°C 温度下的退化数据动态更新漂移系数，与幂指数的非线性退化模型和线性退化模型对比，结果表明基于所提出的非线性退化模型预测出的剩余寿命精度更高。

## 2. 锂电池容量退化建模和参数估计

### 2.1 基于非线性维纳过程的退化模型

由于锂电池容量会随着外部工况变化和内部化学反应而衰减，通常具有非线性特征，为此建立非线性维纳过程的容量退化模型更具有适用性<sup>[16,17]</sup>。令时刻  $t$  锂电池容量的退化量  $X(t)$  为：

$$X(t) = x_0 + a \int_0^t \mu(b, v) dv + \sigma_B B(t) \quad (1)$$

其中， $\mu(b, t)$  和  $B(t)$  相互独立； $x_0$  表示初始时刻锂电池的退化量； $a$  是漂移系数且服从正态分布，即  $a \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$ ，用于刻画同类设备之间个体的异质性； $\sigma_B$  为扩散系数。 $\int_0^t \mu(b, v) dv$  是以  $b$  为参数的非线性函数，用于刻画锂电池容量退化的非线性特征，定义  $\mu(b, t) = b \exp(bt)$ ，将其代入式(1)得到：

$$X(t) = x_0 + a(\exp(bt) - 1) + \sigma_B B(t) \quad (2)$$

### 2.2 最大似然估计方法离线估计初始时刻的模型参数

由于漂移系数  $a$  的随机性特征，涉及两个超参数  $\mu_a, \sigma_a^2$ ，为此需要估计退化模型中的 4 个参数  $\mu_a, \sigma_a^2, \sigma_B, b$ ，记作向量  $\Theta$  ( $\Theta = [\mu_a, \sigma_a^2, \sigma_B, b]^T$ )。在时刻  $t_{j,1}, t_{j,2} \dots t_{j,\delta_j}$  对设备  $j$  ( $j=1, 2, \dots, J$ ) 进行状态监测，退化量为  $X_j = [x_j(t_{j,1}), x_j(t_{j,2}), \dots, x_j(t_{j,\delta_j})]^T$ 。由式(2)得到设备  $j$  在时刻  $t_{j,k}$  的退化量  $X_j(t_{j,k})$ ：

$$X_j(t_{j,k}) = x_{0,j} + a_j(\psi(t_{j,k})) + \sigma_B B(t_{j,k}), \quad k=1, 2, \dots, \delta_j \quad (3)$$

式中，漂移参数  $a_j$  独立同分布， $\psi(t_{j,k}) = \exp(bt_{j,k}) - 1$ 。令  $T = [T_1, T_2, \dots, T_J]^T$  ( $T_j = \psi(t_j)$ )，

向量  $X = [X_1, X_2, \dots, X_J]$  描述了所有设备的退化数据。根据式(3)和标准维纳过程的独立增量性质，

可知  $X_j$  服从多维正态分布，均值和协方差分别为：

$$\begin{cases} \mu_j = \mu_a T_j + x_{0,j} I \\ \Sigma_j = \Omega_j + \sigma_a^2 T_j T_j^T \end{cases} \quad (4)$$

其中， $I = [1, 1, \dots, 1]^T$ ， $\Omega_j = \sigma_B^2 Q_j$ ，且有

$$Q_j = [\min(t_{j,i}, t_{j,k})]_{1 \leq i, k \leq \delta_j} = \begin{bmatrix} t_{j,1} & t_{j,1} & \cdots & t_{j,1} \\ t_{j,1} & t_{j,2} & \cdots & t_{j,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{j,1} & t_{j,2} & \cdots & t_{j,\delta_j} \end{bmatrix} \quad (5)$$

由于设备之间的退化过程具有相互独立性，则在监测数据  $X$  下构建关于  $\Theta$  的最大似然估计函数  $\ell(\Theta | X)$ 。

$$\ell(\Theta | X) = -\frac{\ln(2\pi)}{2} \sum_{j=1}^J \delta_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \ln |\Sigma_j| - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J (X_j - \mu_a T_j)^T \Sigma_j^{-1} (X_j - \mu_a T_j) \quad (6)$$

其中，

$$|\Sigma_j| = |\Omega_j| (1 + \sigma_a^2 T_j^T \Omega_j^{-1} T_j) \quad (7)$$

$$\Sigma_j^{-1} = \Omega_j^{-1} - \frac{\sigma_a^2}{1 + \sigma_a^2 T_j^T \Omega_j^{-1} T_j} \Omega_j^{-1} T_j T_j^T \Omega_j^{-1} \quad (8)$$

对式(6)求关于  $\mu_a$  的一阶偏导，则有：

$$\frac{\partial \ell(\Theta | X)}{\partial \mu_a} = \sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} (X_j - x_{0,j} I - \mu_a T_j) \quad (9)$$

令式(9)等于 0，得到  $\mu_a$  的极大似然估计为：

$$\mu_a = \frac{\sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} (X_j - x_{0,j} I)}{\sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} T_j} \quad (10)$$

将式(10)代入式(6)中，则得到  $\sigma_a^2, \sigma_B, b$  关于  $\mu_a$  的极大似然估计的剖面似然函数

$\ell(\sigma_a^2, \sigma_B^2, b | X, \mu_a)$ , 即:

$$\begin{aligned} & \ell(\sigma_a^2, \sigma_B^2, b | X, \mu_a) \\ &= -\frac{\ln(2\pi)}{2} \sum_{j=1}^J \delta_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \ln |\Sigma_j| - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J (X_j - x_{0,j} I)^T \Sigma_j^{-1} (X_j - x_{0,j} I) + \frac{\sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} (X_j - x_{0,j} I)}{\sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} T_j} \\ & \quad - \frac{1}{2} \left( \frac{\sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} (X_j - x_{0,j} I)}{\sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} T_j} \right)^2 \sum_{j=1}^J T_j^T \Sigma_j^{-1} (X_j - x_{0,j} I) \end{aligned} \quad (11)$$

类似地, 对式(11)求  $\sigma_a^2, \sigma_B^2, b$  的偏导数并得到极大似然估计值, 然后代入式(10)中得到  $\mu_a$ 。

### 2.3 序列贝叶斯方法在线更新漂移系数

贝叶斯方法常用于更新非线性维纳过程的漂移系数  $a$ , 其中  $a$  的后验分布  $P(a | X_{1:k})$  不仅与其先验分布  $P(a)$  相关, 还与实时退化数据的条件似然函数  $P(X_{1:k} | a)$  相关。令  $X_{1:k} = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  表示直至时刻  $t_k$  设备退化的历史状态监测信息, 在  $t_k$  时刻漂移系数  $a$  的后验估计  $P(a | X_{1:k})$  为:

$$P(a | X_{1:k}) = \frac{P(X_{1:k} | a)P(a)}{P(X_{1:k})} \propto P(X_{1:k} | a)P(a) \quad (12)$$

进一步, 推导式(12)如下:

$$\begin{aligned} P(a | X_{1:k}) &= \frac{P(X_{1:k} | a)P(a)}{P(X_{1:k})} \\ &= \frac{P(x_k | X_{1:k-1}, a)P(a | X_{1:k-1})P(X_{1:k-1})}{P(X_{1:k})} \\ &= \frac{P(x_k | X_{1:k-1}, a)P(a | X_{1:k-1})}{P(x_k | X_{1:k-1})} \\ &\propto P(x_k | X_{1:k-1}, a)P(a | X_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $P(a | X_{1:k-1}) \sim N(\mu_{a,k-1}, \sigma_{a,k-1}^2)$ ,  $P(x_k | X_{1:k-1}, a)$  表示在已知历史监测数据  $X_{1:k-1}$  和漂移系数  $a$  条件下  $x_k$  的分布函数, 而  $P(a | X_{1:k-1})$  表示在  $t_{k-1}$  时刻漂移系数  $a$  的后验分布。式(13)构造了漂移系数  $a$  在时刻  $t_{k-1}$  和时刻  $t_k$  后验分布的递归关系, 这表明  $a$  在前一时刻的贝叶斯估计将作为下一时刻的先验估计。

根据维纳过程性质可知,  $P(x_k | X_{1:k-1}, a)$  服从正态分布, 其形式为:



$$P(x_k | X_{1:k-1}, a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2(t_k - t_{k-1})}} \exp\left(-\frac{\left((x_k - x_{k-1}) - a(\exp(bt_k) - \exp(bt_{k-1}))\right)^2}{2\sigma_B^2(t_k - t_{k-1})}\right) \quad (14)$$

将式(14)得到的  $P(x_k | X_{1:k-1}, a)$  和漂移系数  $a$  在  $t_{k-1}$  时刻的后验估计  $P(a | X_{1:k-1})$  代入式(13)中, 进而得到  $a$  在  $t_k$  时刻的后验估计  $P(a | X_{1:k})$ , 即:

$$\begin{aligned} P(a | X_{1:k}) &\propto \exp\left(-\frac{\left(x_k - x_{k-1} - a(\exp(bt_k) - \exp(bt_{k-1}))\right)^2}{2\sigma_B^2(t_k - t_{k-1})}\right) \exp\left(-\frac{(a - \mu_{a,k-1})^2}{2\sigma_{a,k-1}^2}\right) \\ &\propto \exp\left(-\frac{(a - \mu_{a,k})^2}{2\sigma_{a,k}^2}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

通过对式(15)进行推导, 得到  $a$  在  $t_k$  时刻的参数估计值。

$$\begin{cases} \mu_{a,k} = \frac{(x_k - x_{k-1})(\exp(bt_k) - \exp(bt_{k-1}))\sigma_{a,k-1}^2 + \mu_{a,k-1}\sigma_B^2(t_k - t_{k-1})}{\left((\exp(bt_k) - \exp(bt_{k-1}))\right)^2\sigma_{a,k-1}^2 + \sigma_B^2(t_k - t_{k-1})} \\ \sigma_{a,k}^2 = \frac{\sigma_B^2(t_k - t_{k-1})\sigma_{a,k-1}^2}{\left((\exp(bt_k) - \exp(bt_{k-1}))\right)^2\sigma_{a,k-1}^2 + \sigma_B^2(t_k - t_{k-1})} \end{cases} \quad (16)$$

由式(16)可看出:  $a$  在  $t_k$  时刻的参数估计值  $\mu_{a,k}, \sigma_{a,k}^2$  不仅与当前时刻的监测值  $x_k$  有关, 还与上一时刻  $a$  的估计值  $\mu_{a,k-1}, \sigma_{a,k-1}^2$  有关。这表明  $a$  在当前时刻的贝叶斯估计取决于截至当前时刻  $t_k$  的所有历史监测数据, 从而克服了贝叶斯方法只依赖于当前监测信息的局限性。

### 3. 锂电池剩余寿命预测模型与流程

#### 3.1 锂电池剩余寿命的预测模型

剩余使用寿命指的是从当前时刻  $t_k$  开始, 系统首次退化到软失效阈值  $\omega$  所经历的时间<sup>[18]</sup>。定义系统在  $t_k$  时刻的剩余寿命  $l_k$  为:

$$\inf(l_k : X(t_k + l_k) \geq \omega | X(t_k) < \omega) \quad (17)$$

在已知漂移系数  $a$  的条件下, 剩余寿命  $l_k$  的条件概率密度函数为<sup>[15]</sup>:

$$f_{L_k|a, X_{1:k}}(l_k | a, X_{1:k}) \approx \frac{(\omega_k - a\beta(l_k))}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2 l_k^3}} \exp\left(-\frac{(\omega_k - a\gamma(l_k))^2}{2\sigma_B^2 l_k}\right) \quad (18)$$

其中,

$$\begin{cases} \omega_k = \omega - x_k \\ \gamma(l_k) = \exp(b(t_k + l_k)) - \exp(bt_k) \\ \beta(l_k) = (1 - bl_k) \exp(b(t_k + l_k)) - \exp(bt_k) \end{cases} \quad (19)$$

考虑到漂移系数  $a$  的随机性, 采用全概率公式计算剩余寿命  $l_k$  的概率密度函数, 即:

$$f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{L_k|a, X_{1:k}}(l_k | a, X_{1:k}) P(a | X_{1:k}) da \quad (20)$$

将式(18)代入式(20), 则

$$\begin{aligned} & f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2 l_k^3}} \int (\omega_k - a\beta(l_k)) \exp\left(-\frac{(\omega_k - a\gamma(l_k))^2}{2\sigma_B^2 l_k}\right) P(a | X_{1:k}) da \quad (21) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2 l_k^3}} E_a \left[ (\omega_k - a\beta(l_k)) \exp\left\{-\frac{(\omega_k - a\gamma(l_k))^2}{2\sigma_B^2 l_k}\right\} \right] \end{aligned}$$

存在如下引理<sup>[14]</sup>: 若  $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 且  $\omega, A, B \in \mathbb{R}, C \in \mathbb{R}^+$ , 则

$$\begin{aligned} & E_z \left[ (\omega - AZ) \exp\left(\frac{\omega - BZ}{2C}\right) \right] \\ &= \sqrt{\frac{C}{B^2 \sigma^2 + C}} \left( \omega - A \frac{B\omega\sigma^2 + \mu C}{B^2 \sigma^2 + C} \right) \cdot \exp\left\{-\frac{(\omega - B\mu)^2}{2(B^2 \sigma^2 + C)}\right\} \quad (22) \end{aligned}$$

将式(21)中  $\beta(l_k), \gamma(l_k), \sigma_B^2 l_k, a$  分别视为式(22)中  $A, B, C, Z$ , 则由式(22)将式(21)近似为:

$$\begin{aligned} f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k}) &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi l_k^2 (\sigma_{a,k}^2 \gamma^2(l_k) + \sigma_B^2 l_k)}} \exp\left(-\frac{(\omega_k - \mu_{a,k} \gamma(l_k))^2}{2(\sigma_{a,k}^2 \gamma^2(l_k) + \sigma_B^2 l_k)}\right) \\ &\quad \times \left( \omega_k - \beta(l_k) \frac{\sigma_{a,k}^2 \omega_k \gamma(l_k) + \mu_{a,k} \sigma_B^2 l_k}{\sigma_{a,k}^2 \gamma^2(l_k) + \sigma_B^2 l_k} \right) \quad (23) \end{aligned}$$

从而, 得到剩余寿命的期望值  $E(L_k | X_{1:k})$ :

$$E(L_k | X_{1:k}) = \frac{\int_0^{+\infty} l_k f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k}) dl_k}{\int_0^{+\infty} f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k}) dl_k} \quad (24)$$



### 3.2 锂电池剩余寿命预测流程

结合上述对锂电池容量衰退趋势的非线性退化过程建模以及模型参数的离线估计、在线估计方法，图1给出了基于序列贝叶斯更新的锂电池剩余寿命预测具体流程。

步骤1：针对锂电池容量退化的历史数据集，采用最大似然估计方法离线估计非线性维纳退化模型的参数 $(\mu_a, \sigma_a^2, \sigma_B, b)$ ，即采用式(11)先得到极大似然估计值 $\hat{\sigma}_a^2, \hat{\sigma}_B, \hat{b}$ ，而后代入式(10)估计出 $\hat{\mu}_a$ ，转到步骤2。

步骤2：采用序列贝叶斯方法基于上一时刻 $t_{k-1}$ 漂移系数 $a$ 的参数 $(\mu_{a,k-1}, \sigma_{a,k-1}^2)$ 在线更新时刻 $t_k$ 漂移系数 $a$ 的参数，即根据式(16)计算出参数估计值 $(\mu_{a,k}, \sigma_{a,k}^2)$ ，转到步骤3。

步骤3：基于更新的漂移系数估计值，采用式(23)和式(24)分别计算剩余寿命 $l_k$ 的概率密度函数 $f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k})$ 、期望剩余寿命 $E(L_k | X_{1:k})$ 。

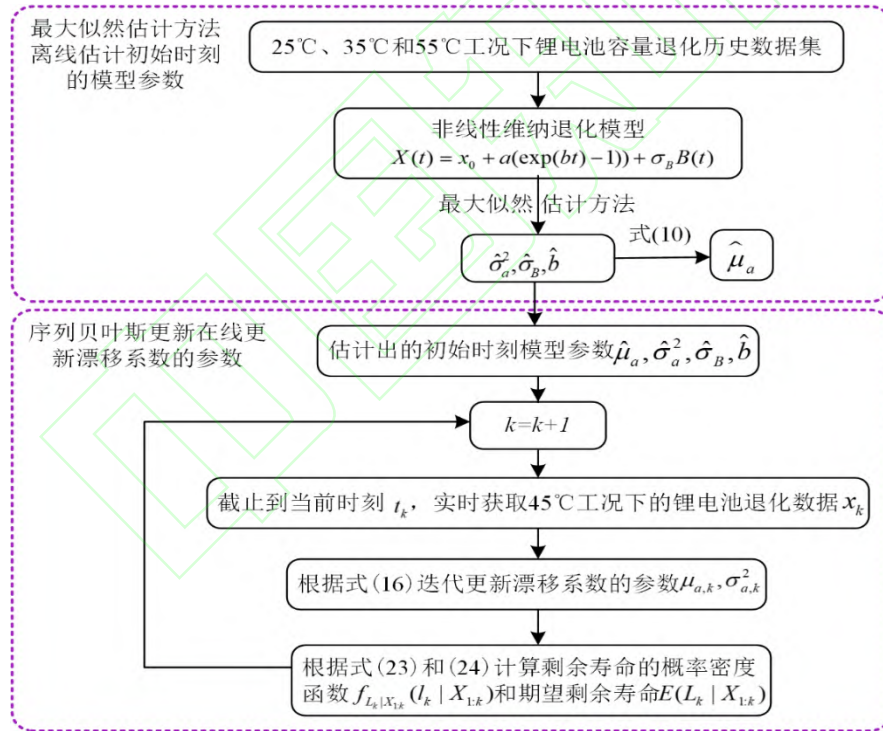


图 1. 基于序列贝叶斯更新的锂电池剩余寿命预测流程

## 4. 实例分析

将所提出的基于指数函数  $\mu(b, t) = b \exp(bt)$  构建的非线性维纳退化模型

$X(t) = x_0 + a(\exp(bt) - 1) + \sigma_B B(t)$  称为“模型1”，并将基于幂指数函数  $\mu(b, t) = bt^{b-1}$  的维纳退

化模型  $X(t) = x_0 + at^b + \sigma_B B(t)$ 、基于线性函数的维纳退化模型  $X(t) = x_0 + at + \sigma_B B(t)$  分别称为模型2、模型3，用于与模型1的对比分析。在此，引入赤池信息准则 (Akaike Information Criterion , AIC)比较不同模型的拟合度<sup>[19]</sup>:

$$AIC = -2 \max \ell + 2p \quad (25)$$

其中， $\ell$  为对数似然函数的最大值， $p$  为无约束自由变量的个数。将均方差 (Mean-Squared Error, MSE)作为验证模型有效性的评价准则<sup>[20,21]</sup>:

$$MSE_k = \int_0^{+\infty} (l_k - l'_k)^2 f_{L_k|X_{1:k}}(l_k | X_{1:k}) dl_k \quad (26)$$

式中， $l_k$  和  $l'_k$  分别表示时刻  $t_k$  锂电池剩余寿命的实际值和预测值。由此，计算总体均方差 (Total Mean-Squared Error, TMSE)，即  $TMSE = \sum_{k=1}^{\delta} MSE_k$ 。

#### 4.1 变工况下锂电池容量退化数据

采用变工况下锂电池容量退化数据集验证所提出的非线性退化模型和参数估计方法的有效性。该锂电池额定容量为 1.35Ah，实验设定初始温度为 25°C，每经过 10 个充放电周期，温度上升 10°C，并在 25°C、35°C、45°C和 55°C四种温度下进行循环实验，容量退化曲线如图 2 所示。可看出，锂电池容量退化呈现出典型的非线性特征。

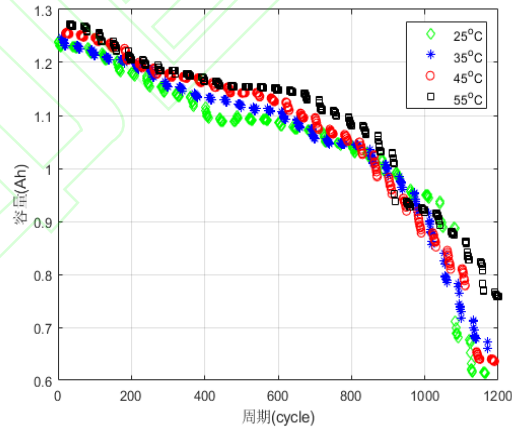


图 2. 不同温度工况下的锂电池容量退化趋势

#### 4.2 参数估计与分析

在此将 25°C、35°C和 55°C三组变工况下的锂电池退化数据作为训练数据集，将 45°C工况下锂电池退化数据作为测试数据集，并设定失效阈值  $\omega$  为 0.64。利用图 1 中所提出的参数估计方法，基于训练数据集估计出三种退化模型初始时刻的模型参数，并得到对应的最大对数似然函数值(Log-

Likelihood Function, Log-LF)和 AIC 值, 如表 1 所示。其中, 模型 1 的 Log-LF 值和 AIC 值分别为 166.3110、-326.622, 与模型 2 和 3 的结果相比, 模型 1 的 Log-LF 值最大、AIC 值最小。根据 Log-LF 值越大、AIC 值越小所估计出的模型拟合效果越好这一判断准则, 由表 1 中结果可知: 所提出的非线性退化模型 1 更适用于变工况下的锂电池容量退化过程建模。

表 1 锂电池容量退化模型的参数估计结果

	模型 1	模型 2	模型 3
$\sigma_a$	0.0026	$2.0443 \times 10^{-16}$	$3.4770 \times 10^{-11}$
$\sigma_B$	0.0063	0.0063	0.0069
$\hat{b}$	0.0032	4.8041	-
$\mu_a$	0.0140	$9.1424 \times 10^{-16}$	$6.6258 \times 10^{-4}$
Log-LF	<b>166.3110</b>	165.8407	158.4684
AIC	<b>-326.622</b>	-325.6814	-312.9368

基于表 1 估计得到初始时刻模型参数, 推导不同退化模型下的剩余寿命概率密度函数, 如图 3 所示。由此观察到: 在初始时刻, 模型 1 得到的峰值为 0.0036, 这高于模型 2 和 3 的峰值 0.0032、0.0016; 同时, 模型 1 峰值所对应的周期是 1029, 与模型 2 和模型 3 峰值分别对应的周期 991 和 620 相比, 显然模型 1 更加接近于真实的周期值 1070。因此, 由模型 1 预测出的剩余寿命误差更小, 精度更高。

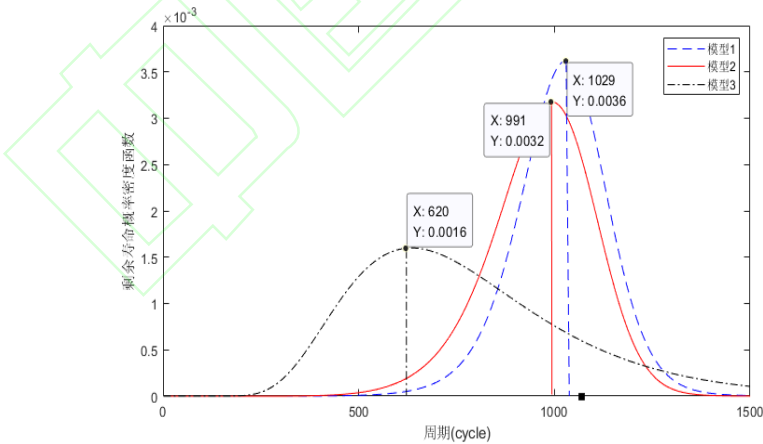


图 3. 初始时刻的锂电池剩余寿命概率密度函数

4.3 剩余寿命预测结果与对比

进一步, 以 45℃ 工况下锂电池容量退化数据作为测试集动态更新模型参数, 对比 3 种退化模型下各监测时刻的锂电池剩余寿命概率密度函数、平均值以及实际剩余寿命值, 结果如图 4 所示。由图 4(a)-(c)可看出: 在初始的监测阶段锂电池的剩余寿命概率密度函数曲线均较平缓, 这是因为

初始时刻所获取的容量退化状态数据较少，导致估计参数时漂移系数 $a$ 估计值的不确定性增大，进而使得预测误差偏大；然而，随着监测时间越长，剩余寿命概率密度函数曲线呈现出逐渐增高的趋势，这说明随着监测状态数据增加，对模型中漂移系数 $a$ 估计的不确定性变小，从而使得预测误差逐渐减小。由最后一个周期(1070)的概率密度函数曲线可看出：模型 1 和 2 的概率密度函数曲线峰值依次约为 0.0171 和 0.0165，明显高于模型 3 的峰值 0.0066。这是因为模型 1 中漂移参数是根据截止到当前时刻的所有退化监测数据而进行实时估计的，这克服了仅利用当前退化数据进行参数估计的不足。

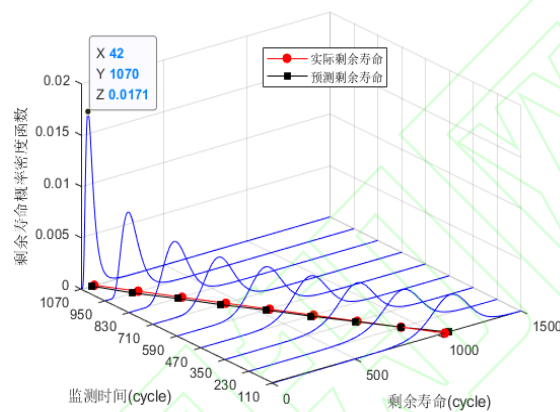


图 4 (a) 模型 1 的预测结果

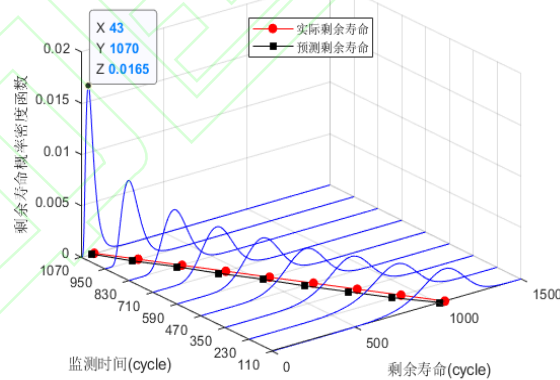


图 4 (b) 模型 2 的预测结果

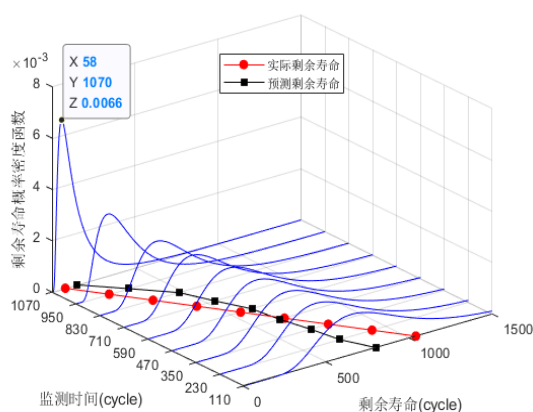


图 4 (c) 模型 3 的预测结果

图 4.不同模型下剩余寿命概率密度函数

图 5 进一步给出 3 个模型不同周期上对应监测时刻的均方误差值。结果表明：随着监测周期增加必然会获取到更多的监测数据，这使得任一模型的预测误差均逐渐减小，但模型 1 的均方误差值小于模型 2 和 3 的均方误差，尤其比线性退化模型 3 的要低。计算得出 3 个模型的 TMSE 值分别为  $9.0341 \times 10^4$ 、 $11.188 \times 10^4$ 、 $71.130 \times 10^4$ ，在最后一个监测周期的均方差分别为 1281.4549、1397.8984 和 21431.4372，这进一步表明了模型 1 的预测精度最高。

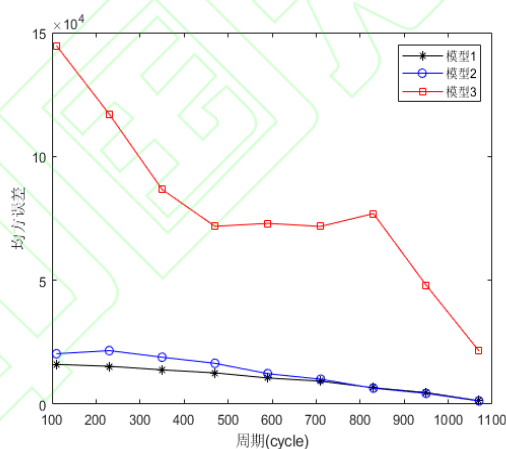


图 5. 不同退化模型下剩余寿命预测的均方误差

## 5. 结束语

考虑到锂电池在实际运行时因受到温度、材料化学反应等因素的影响，容量退化通常呈现出非线性特征，提出了基于指数函数的非线性维纳过程模型描述锂电池容量退化。传统贝叶斯更新方法在估计退化模型参数时仅利用了当前时刻的监测数据，忽略了锂电池历史退化趋势的影响，为此采用离线估计和在线更新相结合的方法估计参数，推导剩余寿命概率密度函数并进行预测。其中，基于收集到的锂电池历史退化数据利用最大似然估计方法离线预估退化模型的参数，进而使用序列贝

叶斯更新方法在线更新非线性退化模型中漂移系数的参数。以 25°C、35°C、55°C 三种不同温度下的锂电池退化数据集估计初始时刻的模型参数，在此基础上以 45°C 温度下的锂电池容量退化数据对漂移系数进行在线更新并预测剩余寿命。通过与其他退化模型对比表明：所提出的基于指数函数的非线性维纳过程退化模型具有较高的最大对数似然函数值和较小的 AIC 值，拟合效果更好，而且预测得到的剩余寿命精度更高。本研究将温度视为影响锂电池容量退化的工况，而针对于运行工况更为复杂的系统而言，系统退化可能受温度、负载等多因素影响，且不同因素对退化的影响机制也有所区别，这将在后续研究中进一步探讨。

## 参考文献

- [1] Hu X S, Zou C F, Zhang C P, et al. Technological developments in batteries: a survey of principal roles, types, and management needs[J]. IEEE Power and Energy Magazine, 2017, 15(5):20-31.
- [2] Li Y, Liu K L, et al. Data-driven health estimation and lifetime prediction of lithium-ion batteries: A review[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2019, 113:1-18.
- [3] Wu L F, Fu X H, Guan Y. Review of the remaining useful life prognostics of vehicle lithium-ion batteries using data-driven methodologies[J]. Applied Sciences, 2016, 6(6):1-11.
- [4] Vichare N M, Pecht M G. Prognostics and health management of electronics [J]. IEEE Transactions on Components & Packaging Technologies, 2006, 29(1):222-229.
- [5] Liu D T, Luo Y, Liu J, et al. Lithium-ion battery remaining useful life estimation based on fusion nonlinear degradation AR model and RPF algorithm[J]. Neural Computing and Applications, 2014, 25(3):557-572.
- [6] Zhang Z X, Si X S, Hu C H, et al. Degradation data analysis and remaining useful life estimation: a review on wiener-process-based methods[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 271(3): 775-796.
- [7] 李军星, 王治华, 刘成瑞, 等. 随机效应 Wiener 过程退化可靠性分析方法[J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(9):2434-2440.  
Li J X, Wang Z H, Liu C R, et al. Reliability analysis based on a random effect Wiener process degradation model[J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2018, 38(9): 2434-2440.
- [8] 唐圣金, 郭晓松, 司小胜, 等. 基于维纳过程的卫星用光纤陀螺剩余寿命预测[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(12):3347-3352.  
Tang S J, Guo X S, Si X S, et al. Remaining useful life prediction of FOGs used for satellite based on Wiener process[J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(12):3347-3352.
- [9] Elwany A, Gebraeel N. Real-time estimation of mean remaining life using sensor-based degradation models[J]. Journal of Manufacturing Science & Engineering, 2009, 131(5):611-623.
- [10] Tang S J, Yu C Q, Feng Y B, et al. Remaining useful life estimation based on Wiener degradation processes with random failure threshold[J]. Journal of Central South University, 2016, 23(9): 2230-2241.
- [11] 黄亮, 刘君强, 贡英杰. 基于 Wiener 过程的发动机多阶段剩余寿命预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(5): 1081-1087.  
Huang L, Liu J Q, Gong Y J. Multi-phase residual life prediction of engines based on Wiener



- process[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44 (5):1081-1087.
- [12] 彭才华, 钱富才, 杜许龙. 新型非线性退化建模与剩余寿命预测[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(7):1647-1654.
- Peng C H, Qian F C, Du X L. New nonlinear degradation modeling and residual life prediction [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25(7):1647-1654.
- [13] Yan B X, Ma X B, Huang G F, et al. Two-stage physics-based Wiener process models for online RUL prediction in field vibration data[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 152: 1-21.
- [14] Si X S, Wang W, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1):50-67.
- [15] Li T M, Pei H, Pang Z N, et al. A sequential Bayesian updated wiener process model for remaining useful life prediction[J]. IEEE Access, 2020, 8: 5471-5480.
- [16] Li N P, Lei Y G, Yan T, et al. A Wiener-process-model-based method for remaining useful life prediction considering unit-to-unit variability[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(3): 2092-2101.
- [17] Wang D, Tsui K L. Brownian motion with adaptive drift for remaining useful life prediction: Revisited [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 99: 691-701.
- [18] Si X S, Wang W, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation – a review on the statistical data driven approaches[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 213(1): 1-14.
- [19] Akaike H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.
- [20] Carr M J, Wang W. An approximate algorithm for prognostic modelling using condition monitoring information[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 211(1):90-96.
- [21] Si X S, Wang W, Hu C H, et al. A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 35(1-2): 219-237.
- [22] Xing Y J, Ma E W M, Tsui K L, et al. An ensemble model for predicting the remaining useful performance of lithium-ion batteries[J]. Microelectronics Reliability, 2013, 53(6): 811-820.

## 作者简介

赵 斐(1984-), 女, 河北衡水市人, 副教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向: 故障预测与健康  
管理、智能制造与运维管理, E-mail: zhaofei@neuq.edu.cn。

郭 明(1994-), 男, 河北邯郸市人, 硕士研究生, 研究方向: 剩余寿命预测, E-  
mail:18332753525@163.com;

刘学娟(1982-), 女, 河北沧州人, 副教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向: 生产运作管理、可  
靠性管理, E-mail:liuxj@ustb.edu.cn。