Лабораторная работа №2

Интервальные оценки параметров нормального распределения

Нормальное распределение

Говорят, что случайная величина имеет *нормальное распределение* или *распределение Гаусса*, если для $x \in (-\infty, \infty)$ её плотность $f_X(x)$ имеет вид:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Обозначают: $X \sim N[a, \sigma]$.

Функция распределения имеет вид:

$$F_X(x) = P\{X < x\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right) dt.$$

Основные числовые характеристики:

$$MX = a,\ DX = \sigma^2,\ \sqrt{DX} = \sigma \text{ – СКО.}$$

Стандартное нормальное распределение:

Если $a = 1$, $\sigma = 1$, то говорят, что случайная величина $X \sim N[0,1]$ имеет стандартное нормальное распределение. Если $Y = a + \sigma X$, где $X \sim N[0,1]$, то $Y \sim N[a, \sigma]$.

Задание:

1. Сгенерировать выборки объема N (N = 100, 500, 1000) из нормального распределения с одинаковыми параметрами. Параметры задать самостоятельно.
2. Построить квантильные графики (qqplot) и гистограммы для построенных выборок.
3. Найти оценки числовых характеристик (выборочные среднее, дисперсию, СКО).

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания при известном значении дисперсии на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.
5. Построить доверительные интервалы для математического ожидания при неизвестном значении дисперсии (оцененном по выборке) на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.
6. Построить график зависимости точечных оценок математического ожидания, а также левых и правых границ доверительных интервалов от объема выборки (на одном рисунке).