



# Praktikum zur Einführung in die Numerische Mathematik

## Aufgabenblatt 1

**Abgabe bis spätestens:** 10.05.2020, 23:59h

### **Programmieraufgabe 1:** *Maschinengenauigkeit*

Überlegen Sie sich einen Algorithmus zur experimentellen Bestimmung der Maschinengenauigkeit  $\varepsilon_0$  auf einem Rechner. Programmieren Sie diesen mit Ihrer gewählten Programmiersprache und bestimmen Sie die Maschinengenauigkeit.

### **Programmieraufgabe 2:** *Berechnung der Eulerschen Zahl*

Zur Berechnung der Eulerschen Zahl  $e$  kann man den Grenzprozess

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

numerisch implementieren.

- (i) Schreiben Sie eine Funktion zur Berechnung der  $n$ -ten Näherung  $e_n$ .
- (ii) Benutzen Sie diese Funktion, um die numerischen Näherungen  $e_n$  für  $n = 10^k$  mit  $k = 1, \dots, 20$  zu berechnen und vergleichen Sie das Resultat mit dem exakten Wert für  $e$ . Was beobachten Sie? [Kolloquium]

Eine andere Möglichkeit zur Berechnung von  $e$  ist die Reihendarstellung

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

- (iii) Schreiben Sie eine Funktion, die die Reihe durch die  $k$ -te Partialsumme  $\sum_{n=0}^k \frac{1}{n!}$  annähert.
- (iv) Vergleichen Sie die Beobachtungen aus (ii) mit den Ergebnissen der Funktion aus (iii). [Kolloquium]

### **Programmieraufgabe 3:** *Auswertung von Polynomen*

Gegeben sei eine Polynomfunktion  $P(x)$  von beliebigem Grad  $n$  mit den Koeffizienten  $a_0, \dots, a_n$  bezüglich der Standardbasis, also

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

- (i) Schreiben Sie eine Funktion zur Auswertung der Polynomfunktion, die als Argumente die Auswertungsstelle  $x$  und einen Vektor der Koeffizienten erhält und den Funktionswert als Rückgabewert liefert.

Das oben genannte Polynom kann auch auf eine andere Weise ausgewertet werden, indem man die Terme neu ordnet:

$$P(x) = (((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \dots)x + a_0$$

Diese Variante wird Horner-Schema genannt und kommt ohne Berechnung von Potenzen aus.

- (ii) Schreiben Sie eine Funktion mit den gleichen Argumenten wie in (i), die zur Auswertung des Polynoms das Horner-Schema benutzt.
- (iii) Messen und vergleichen Sie die Laufzeit beider Funktionen (z.B. mit der Matlab-Funktion `timeit()`) für verschiedene (auch sehr große) Werte von  $n$ . Was fällt auf? [Kolloquium]