



Praktikum zur Einführung in die Numerische Mathematik

Aufgabenblatt 2 - LR-Zerlegung

Abgabe bis spätestens: 24.05.2020 23:59h

Hausaufgabe 4: *LR-Zerlegung*

- i Schreiben Sie eine Funktion, die zu einer als Argument übergebenen Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ deren LR-Zerlegung (ohne Pivotisierung) berechnet. Sowohl L als auch R sollen Rückgabewerte der Funktion sein.
- ii Erweitern Sie Ihre Funktion, so dass sie die Möglichkeit der Pivotisierung bietet. Verwenden Sie ein zusätzliches optionales Argument, mit dem der Benutzer die Pivotstrategie auswählen kann: keine Pivotsuche, Spaltenpivotsuche, vollständige Pivotsuche. Die Funktion soll je nach gewählter Strategie zusätzlich zu L und R die relevanten Permutationsmatrizen als Rückgabewerte zurückgeben.
- iii Schreiben Sie eine Funktion, die für eine Bandmatrix A mit Bandbreite $m = m_1 + m_2 + 1$ die LR-Zerlegung durchführt, so dass die Rückgabe-Matrix $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ die LR-Zerlegung in der speicherplatzsparenden *band storage form* (vgl. Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Band_matrix#Band_storage) enthält. Die Bandbreiten sollen von Ihrem Programm automatisch bestimmt werden.

Hausaufgabe 5: *Cholesky-Zerlegung*

- i Schreiben Sie eine Funktion, die für eine gegebene Matrix falls möglich die Cholesky Zerlegung berechnet (oder verwenden Sie Ihren Code aus der Numerik-Übung).
- ii Wann ist die Cholesky-Zerlegung möglich? Welche Möglichkeiten gibt es, dies zu überprüfen? [Kolloquium]

Hausaufgabe 6: *LGS-Lösungsstrategie*

- i Schreiben Sie Funktionen, die zu einer gegebenen Matrix A deren Spektral- und Zeilensummen-Norm, sowie eine Konditionszahl berechnen. Achten Sie auf Effizienz.
- ii Schreiben Sie eine Funktion, welche für eine quadratische Matrix A und einen Vektor b das lineare Gleichungssystem $A \cdot x = b$ löst. Hierbei sind folgende Aspekte zu beachten/umzusetzen:
 - Ihr Programm soll die übergebene Matrix analysieren und die optimale Strategie zum Zerlegen der Matrix auswählen.
 - Ebenfalls soll dem Benutzer die Qualität der berechneten Lösung anhand der Konditionszahl ausgegeben werden (vgl. Abschätzung (3.14) im Numerik Skript).

- Schreiben Sie Ihr Programm eigensicher, d.h. mögliche Fehleingaben werden vom Programm erkannt und an den Benutzer gemeldet.

Allgemeine Hinweise:

- Das Verwenden von Standard-Funktionen, die der Lösung der Aufgabe direkt entsprechen, ist nicht zulässig und führt zum Nicht-Bewerten der Abgabe. Als Beispiel:
 - Die Verwendung der Julia- bzw. Matlab-Funktion `lu(A)` im ersten Aufgabenteil ist unzulässig.
 - Jedoch dürfen und sollen Funktionen wie `eye()`, `zeros()`, etc. durchaus verwendet werden.
- Ihr Code muss lauffähig sein.
- Ihr Code muss übersichtlich und ausreichend kommentiert sein. Ein Header für jede Funktion, in dem die Funktionsweise sowie Argumente und Rückgabewerte beschrieben sind, ist obligatorisch.
- Schreiben Sie ein Skript, das ihre Funktionen mit Beispielwerten aufruft.