



1. Distribución de Taylor

Desde un punto de vista analítico, se puede analizar las características de aperturas continuas, y de arreglos de forma similar. Se han realizado muchos trabajos en la búsqueda de la distribución de amplitud en aperturas, que produzcan los patrones de radiación más óptimos, eficientes, o flexibles a ciertas exigencias. Se ha definido el patrón de radiación óptimo como el que produce el haz mas delgado para un valor estipulado de lóbulos laterales[3]. Dolph [1] resolvió este problema para un arreglo lineal de elementos discretos usando polinomios de Chebyshev. Ésta distribución entrega una base útil para comparaciones con otras distribuciones, sin embargo se trata de una distribución ideal, que no es realizable físicamente. Esto debido a que sus lóbulos laterales tienen todos la misma amplitud, y para que ésto suceda, la distribución de amplitud debe tener una función impulso en ambos extremos de la apertura, resultando en una degradación de la eficiencia de apertura. Adicionalmente, su patrón de radiación sería muy sensible a errores en la amplitud de estos impulsos.

Taylor desarrolló un método para evitar estos problemas aproximándose a la distribución de Chebyshev con un patrón de radiación físicamente realizable. Con ésto se logra alcanzar el requerimiento de lóbulos laterales, pero con unos lóbulos laterales que van decayendo en amplitud.

Para ésto, se modifican la posición de los ceros en el diagrama de radiación. Una distribución uniforme, tiene un diagrama de radiación en el espacio k , con sus ceros ubicados en $k = \pm n\pi$, con $n = 1, 2, 3, \dots$. La distribución de Taylor de n -elementos en línea, a diferencia de una distribución uniforme, posee su diagrama de radiación en el espacio U , que reemplaza a $k \sin \theta$ como:

$$\frac{\sin \pi U}{\pi U}, \quad (1)$$

donde

$$U = (a/\lambda)(\sin \theta) \quad (2)$$

y a es el ancho de la apertura. Los ceros entonces, están localizados en valores enteros de U . La distribución de Taylor \bar{n} -elementos modifica la ubicación de los ceros más centrales -llamados también ceros independientes- en el patrón, para aproximarse al arreglo de Dolph-Chebyshev. El patrón de radiación resultante cumple los requerimientos de nivel de lóbulos laterales, y mantiene uniforme el nivel de los lóbulos laterales centrales, para disminuir en los ceros exteriores con una forma $1/U$. El parámetro \bar{n} controla el nivel de aproximación a la distribución de Dolph-Chebyshev. A un \bar{n} mayor, mayor el número de ceros independientes, mayor el número de lóbulos laterales de amplitud uniforme, resultando en un ancho de haz más delgado, sin embargo resulta también en la formación de un delta-Dirac en los extremos. Además, sobre ciertos valores de \bar{n} el ancho de haz disminuye muy poco, y es mayor la degradación de la eficiencia de apertura por los impulsos. Debido a estos dos efectos contrastantes, existe un valor óptimo de \bar{n} que entrega la máxima eficiencia. La eficiencia puede calcularse fácilmente de

$$\eta = \frac{1}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\bar{n}-1} F^2(n, A, \bar{n})} \quad (3)$$

La tabla 1 entrega éstos valores y su correspondiente eficiencia [2]. Nótese que éstos valores de máxima eficiencia por lo general requieren peaks de amplitud aún bastante altos, que dependiendo del sistema de distribución sean difíciles de satisfacer.

Tabla 1: Eficiencia de \bar{n} , distribución de Taylor

	Máxima eficiencia		\bar{n} monotónico	
Max SLR	\bar{n}	η	\bar{n}	η
25	12	0.9252	5	0.9105
30	23	0.8787	7	0.8619
35	44	0.8326	9	0.8151
40	81	0.7899	11	0.7729

Para la realización del arreglo, se eligió un SLL=30dB (Side Lobe Level) y $\bar{n} = 20$. El nivel de lóbulos laterales en forma lineal es:

$$b = 10^{SLL/20} \quad (4)$$

Luego, se calcula el parámetro A:

$$A = \frac{\cosh^{-1}(b)}{\pi} = 1,32 \quad (5)$$

Luego, la posición de los ceros en el espacio-U es:

$$U_N = \bar{n} \frac{\sqrt{A^2 + (N - 1/2)^2}}{\sqrt{A^2 + (\bar{n} - 1/2)^2}}, \quad N = 1, \dots, \bar{n} - 1 \quad (6)$$

Luego el patrón de radiación es:

$$f(U) = B_0 \frac{\sin(\pi U)}{\pi U} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\bar{n}-1} B_i \left[\frac{\sin[\pi(U - i)]}{\pi(U - i)} + \frac{\sin[\pi(U + i)]}{\pi(U + i)} \right] \quad (7)$$

donde los coeficientes B_m están dados por:

$$B_0 = f(0) = 1 \quad (8)$$

$$B_m = 2f(m) = \frac{(-1)^m \prod_{N=1}^{\bar{n}-1} (1 - m^2/U_N^2)}{-2 \prod_{N=1, N \neq m}^{\bar{n}-1} (1 - m^2/N^2)}, \quad m = 1, \dots, \bar{n} - 1 \quad (9)$$

Finalmente, la distribución de apertura está dada por:

$$E(x) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \cos(2\pi m x) \quad (10)$$

1.1. Implementación en MATLAB

Se implementaron las ecuaciones anteriores, para obtener un patrón de radiación y una distribución de elementos del arreglo. La discretización de la distribución de apertura se realizó con una integración por tramos, simplemente, de tal forma que existen 20 tramos, y en el centro un radiador que irradie la potencia equivalente. Los resultados con éste método resultaron buenos, y fiables, aunque se sugiere también implementar según las indicaciones de Elliot[?]. El diagrama de radiación resultó ser:

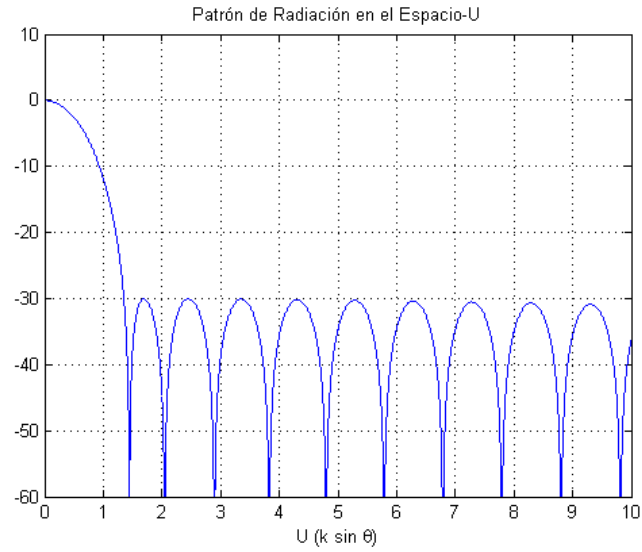


Figura 1: Patrón de Radiación para la Distribución de Taylor, $n=20$, $SLL=30\text{dB}$ usando MATLAB

Con la ubicación de los ceros en :

UN=

Columns 1 through 9

1.4444 2.0446 2.8929 3.8278 4.7989 5.7880 6.7872 7.7927 8.8023

Columns 10 through 18

9.8147 10.8292 11.8452 12.8624 13.8804 14.8992 15.9185 16.9384 17.9586

Column 19

18.9792

y un ancho de haz de,

HPBWfactor = 1.2192

La distribución de amplitud es:

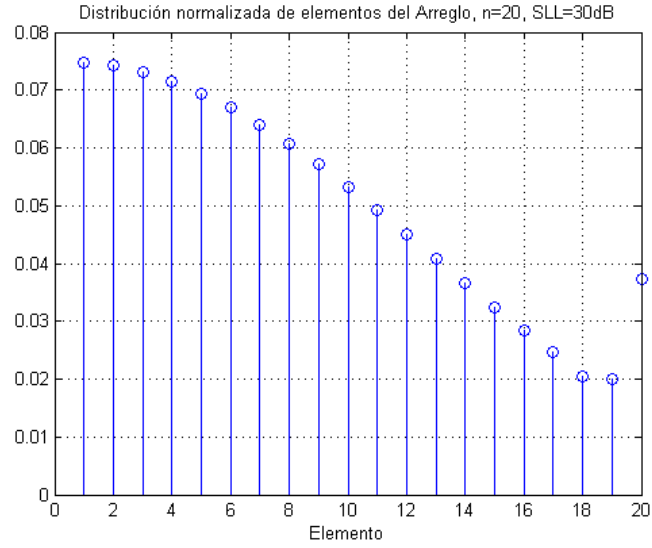


Figura 2: Distribución de amplitud de Taylor en 20 elementos de un array, $n=20$, $SLL=30dB$ usando MATLAB

Los elementos del arreglo tienen la distribución:

A=

Columns 1 through 9

0.0747 0.0742 0.0731 0.0715 0.0694 0.0669 0.0640 0.0607 0.0571

Columns 10 through 18

0.0533 0.0493 0.0451 0.0409 0.0366 0.0325 0.0283 0.0246 0.0204

Columns 19 through 20

0.0201 0.0373]

1.2. Simulación en FEKO

Posterior a ésto, se prueba el modelo en FEKO, en un arreglo con $2\bar{n}$ elementos, es decir con la distribución completa. Dado el número de elementos del arreglo es par y simétrico, los elementos están en las posiciones $d(0,5 + i)$, $i = 1, \dots, \bar{n}$ para el lado positivo.

Modelando las fuentes como dipolos herzianos, y con la distribución de corrientes obtenidas anteriormente, se simula y se obtiene:

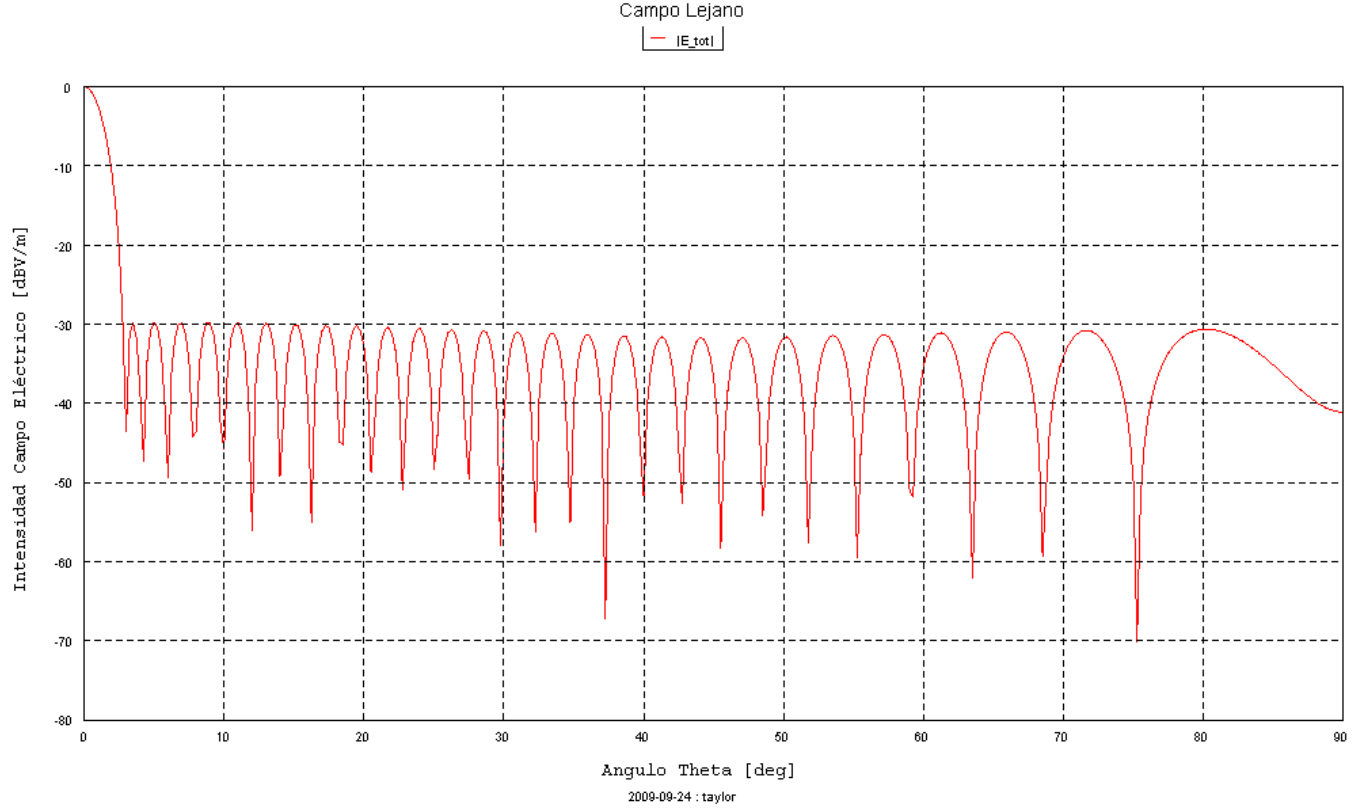


Figura 3: Patrón de radiación del arreglo con distribución de Taylor, simulado en FEKO

Se observa que los patrones de las figuras 3 y 1 son casi iguales en comparación, y los ceros se ubican en las mismas posiciones. Esto lo comprobamos cotransformando los ceros UN obtenidos en Matlab al espacio- θ con la ecuación 2 y el tamaño del arreglo $a = 2 \cdot 20 \cdot d = 40 \cdot 0,7\lambda$, resultando en:

zeros =

Columns 1 through 9

2.9569 4.1876 5.9303 7.8573 9.8685 11.9298 14.0282 16.1594 18.3226

Columns 10 through 18

20.5195 22.7529 25.0269 27.3465 29.7178 32.1484 34.6471 37.2247 39.8947

Column 19

42.6741

Es posible hacer coincidir la ubicación de estos ceros en el patrón de radiación de la figura 3.

2. Comparación Algoritmos de steps

Una vez obtenida la distribución de Taylor para los elementos del arreglo, el siguiente paso es diseñar un calcular la altura de los steps necesaria para obtener la distribución necesaria. En el avance anterior, se encuentra el algoritmo diseñado para dividir potencia en el arreglo de steps, ideal. El algoritmo tenía las siguientes invariantes:

- La relación de potencias entre P_{b1} y P_r es igual a la razón entre los tamaños de sus puertas, b_1 y b_r (sin considerar la guía de entrada)

$$\frac{P_{b1}}{P_r} = \frac{b_1}{b_r} \quad (11)$$

- No existen reflexiones, ni pérdidas, se cumple que:

$$P_{b0} = P_r + P_{b1} \quad (12)$$

- El tamaño de la guía rectangular, siempre irá disminuyendo o será igual en cada step consecutivo. Esto significa que $b_{i+1} \leq b_i$, $\forall i \in 1, \dots, N-1$.

2.1. Nuevo Algoritmo de cálculo de steps

Por otro lado, el algoritmo explicado por el profesor comienza el cálculo considerando los coeficientes de acoplamiento. Se observa nuevamente la figura 4, considerando que la potencia total está normalizada ($P_0 = 1$) y que no existen pérdidas.

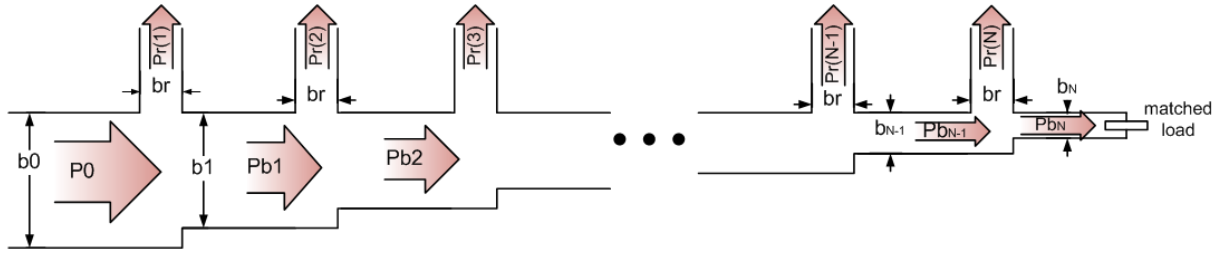


Figura 4: Arreglo de N divisores tipo junta T de plano-E no simétrica, ideal

El coeficiente de acoplamiento de cada divisor, se puede expresar como:

$$S_n^2 = \frac{P_r(n)}{1 - \sum_{i=1}^{n-1} P_{bn}} \quad (13)$$

Además, la impedancia característica de una línea de transmisión es directamente proporcional a la altura de la línea: $Z_i \propto b_i$.

Entonces, al considerar que la longitud de los divisores es de $\lambda/4$, la distancia entre cada puerta de acoplamiento actúa como un adaptador de $\lambda/4$, y su impedancia característica Z_n adapta su impedancia de carga Z_{ns} a su impedancia de entrada Z_{ne} de acuerdo a la fórmula:

$$Z_{ne} = \frac{Z_n^2}{Z_{ns}} \quad (14)$$

De lo anterior, la altura del transformador se calcula como:

$$b_n = \sqrt{n_{ne} b_{ns}} \quad (15)$$

donde b_{ne} y b_{ns} son alturas eléctricas equivalentes de la guía de onda (o transformador $\lambda/4$), en su entrada y salida, como se muestra en la figura 5.

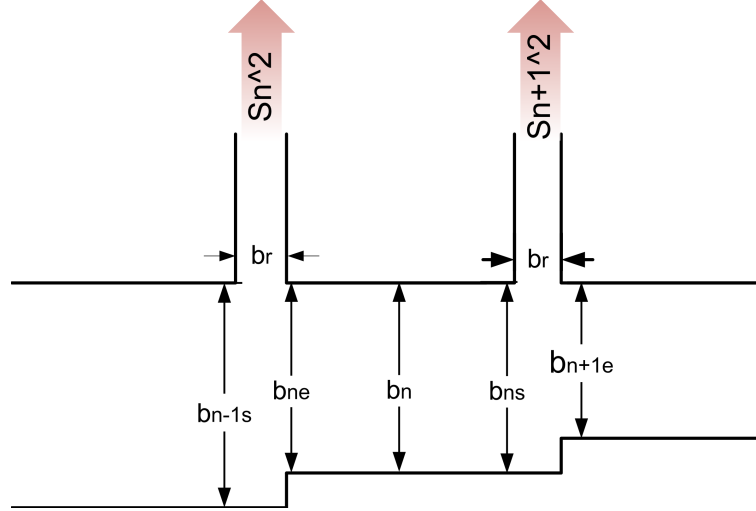


Figura 5: Denominación de alturas eléctricas dentro del divisor de potencia.

Las condiciones de acoplamiento son:

$$S_n^2 = \frac{b_r}{b_{n-1s}} \quad (16)$$

$$S_{n+1}^2 = \frac{b_r}{b_{ns}} \quad (17)$$

$$b_{n-1s} = b_r + b_{ne} \quad (18)$$

De la ecuación 17:

$$b_{ns} = \frac{b_r}{S_{n+1}^2} \quad (19)$$

y de las ecuaciones 16 y 18:

$$b_{ne} = b_{n-1s} - b_r = \frac{b_r}{S_n^2} - b_r = b_r \left(\frac{1 - S_n^2}{S_n^2} \right) \quad (20)$$

Aplicando 19 y 20 para las condiciones en 15:

$$b_n = \frac{b_r}{S_n S_{n+1}} \sqrt{1 - S_n^2} \quad (21a)$$

$$b_0 = \frac{b_r}{S_1^2} \quad (21b)$$

Finalmente, con las fórmulas 21a y 13 se pueden realizar los cálculos para la altura de los steps.

2.2. Comparación

Los algoritmos responden de manera muy parecida para distintas distribuciones de amplitud. Por ejemplo para la distribución coseno cuadrado sobre pedestal:

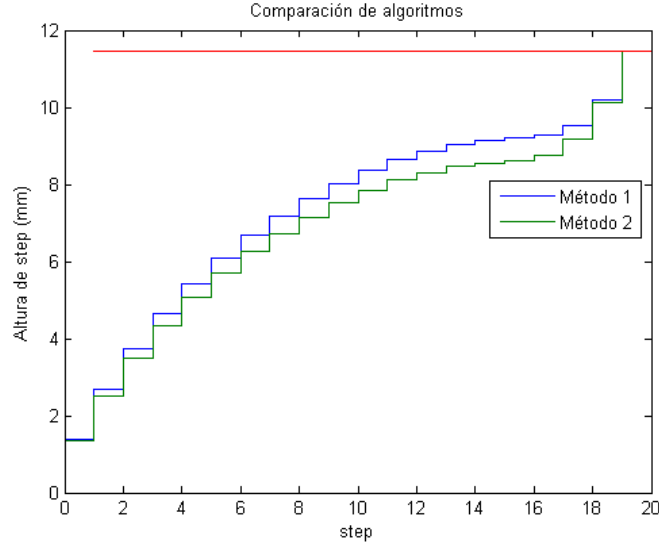


Figura 6: Comparación de los algoritmos para una distribución coseno cuadrado sobre pedestal. El método 2 representa el nuevo método proporcionado por el profesor.

Debe notarse que el último step parece ser 0, sin embargo sólo es un valor muy bajo, cercano a 0. El valor de la altura b_0 es calculado del método 2, que entrega un valor cercano a 11.4 ya que el método 1 no tiene restricciones sobre el ancho de la guía inicial. Las diferencias entre los resultados de los algoritmos surgen con la distribución de Taylor, o cualquiera donde el acoplamiento del elemento i sea menor que el acoplamiento del elemento $i - 1$, $\forall i \in 2, \dots, N$. Por ejemplo, con la distribución de Taylor $\bar{n}=20$, SLL=30dB:

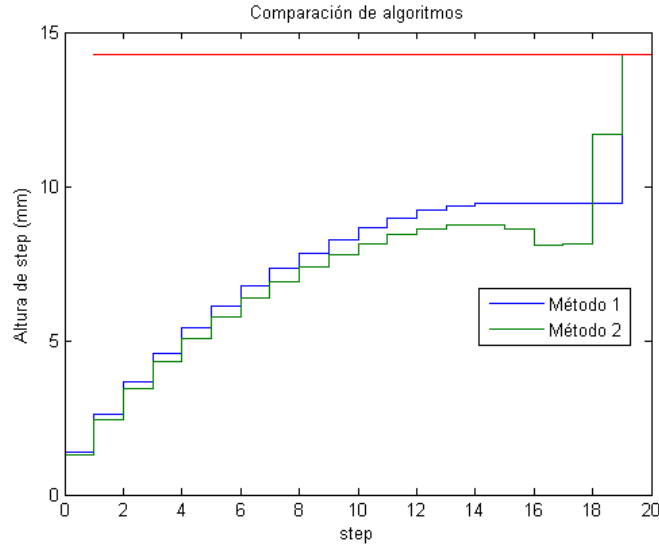


Figura 7: Comparación de los algoritmos para una distribución de Taylor , $\bar{n}=20$, SLL=30dB.

Se puede observar en ésta distribución, que la distribución tiene un decaimiento muy rápido cerca del elemento 15, de tal forma que incurre en una disminución del factor de acoplamiento. La restricción del método 1 impide que los steps disminuyan. Sin embargo, esto modifica la distribución obtenida, como se puede observar en la figura 8.

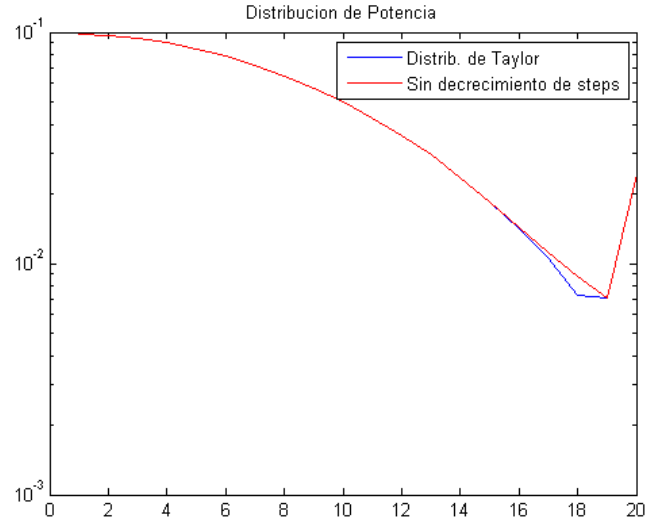


Figura 8: Alteración de la distribución de Taylor por la restricción de steps no decrecientes.

Lo anterior, se reflejó en el siguiente diagrama de radiación, simulado en FEKO.

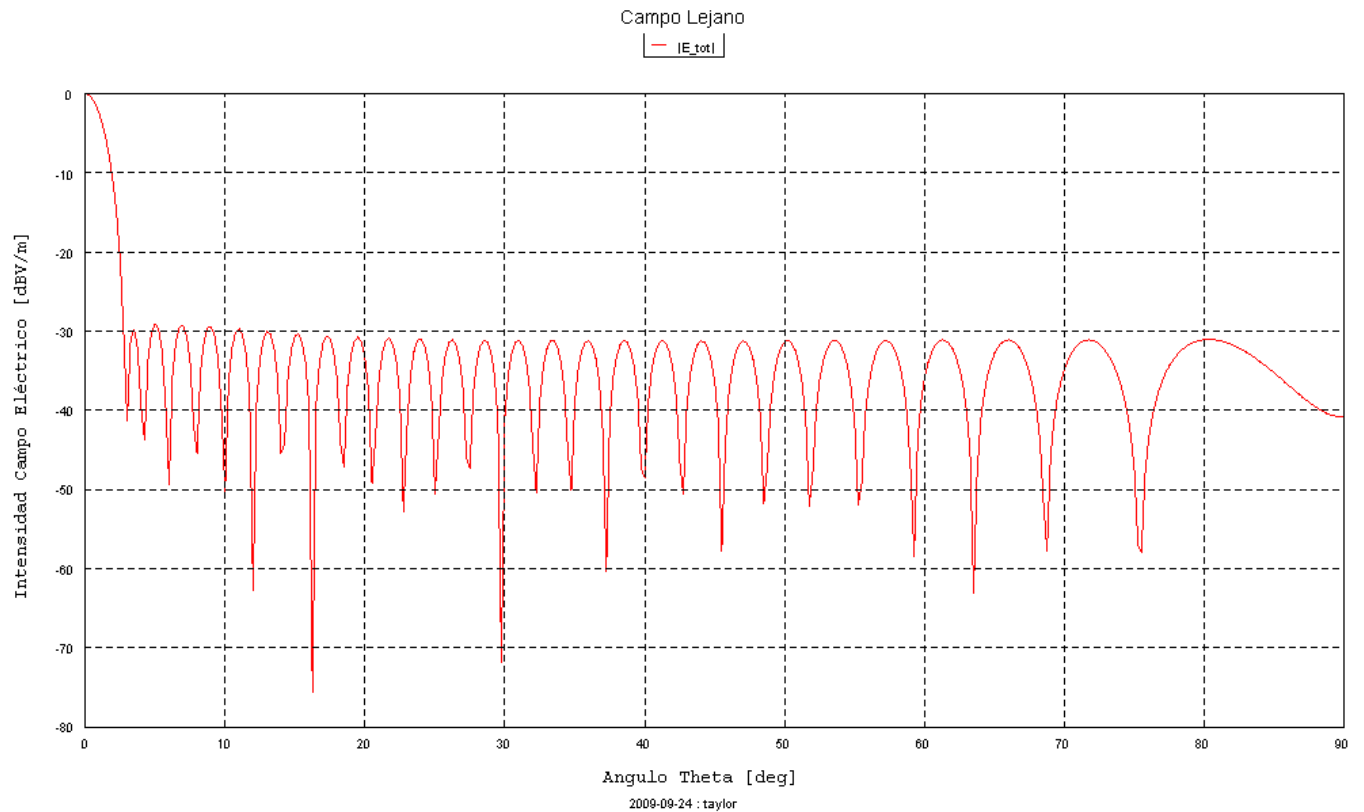


Figura 9: Alteración del diagrama de radiación en dist. Taylor por la restricción de steps no decrecientes.

Del diagrama anterior al compararlo con la figura 3, se ve que no es fuertemente modificado, el nivel de lóbulos laterales se mantiene cercano a los 30dB, y el ancho de haz no aumentó prácticamente.

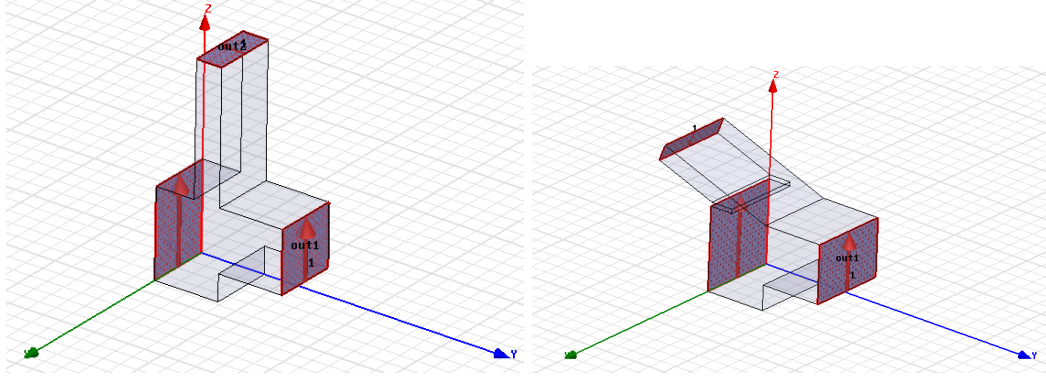


Figura 10: Modelos de divisores individuales, simulados en HFSS.

3. Divisor de potencia step

Sin embargo, es importante notar que el diseño del divisor de potencia anterior se basa en las condiciones de un divisor ideal de potencia, con forma rectangular. En la práctica naturalmente ocurrirán muchas reflexiones, pérdidas por inserción, y consecuentemente una disminución en el acoplamiento. Se pretende en ésta sección conocer el comportamiento particular de cada divisor en forma de T no-simétrico, en su forma cuadrada e inclinada, sin considerarlo dentro de un arreglo de divisores, y obtener una relación empírica de la potencia acoplada, versus las dimensiones de las puertas.

3.1. Parametrización de steps

Se hará una comparación de un divisor de potencia individual cuadrado, con uno inclinado. Las simulaciones de estos divisores se llaman `step_generic` y `step_slope`, respectivamente.

Se simularon los parámetros S de ambos modelos, cuando $b_r=3\text{mm}$, $b_1=7\text{mm}$ y $b_0=1\text{cm}$. Los resultados se muestran en las siguientes figuras.

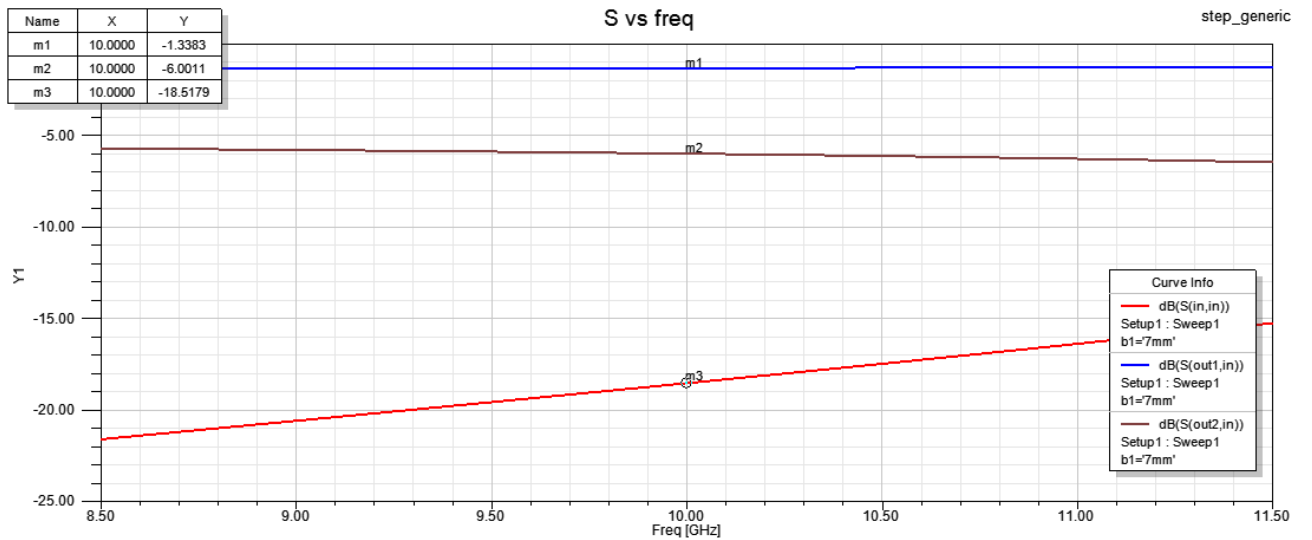


Figura 11: Parámetros S vs frecuencia en el divisor genérico o cuadrado.

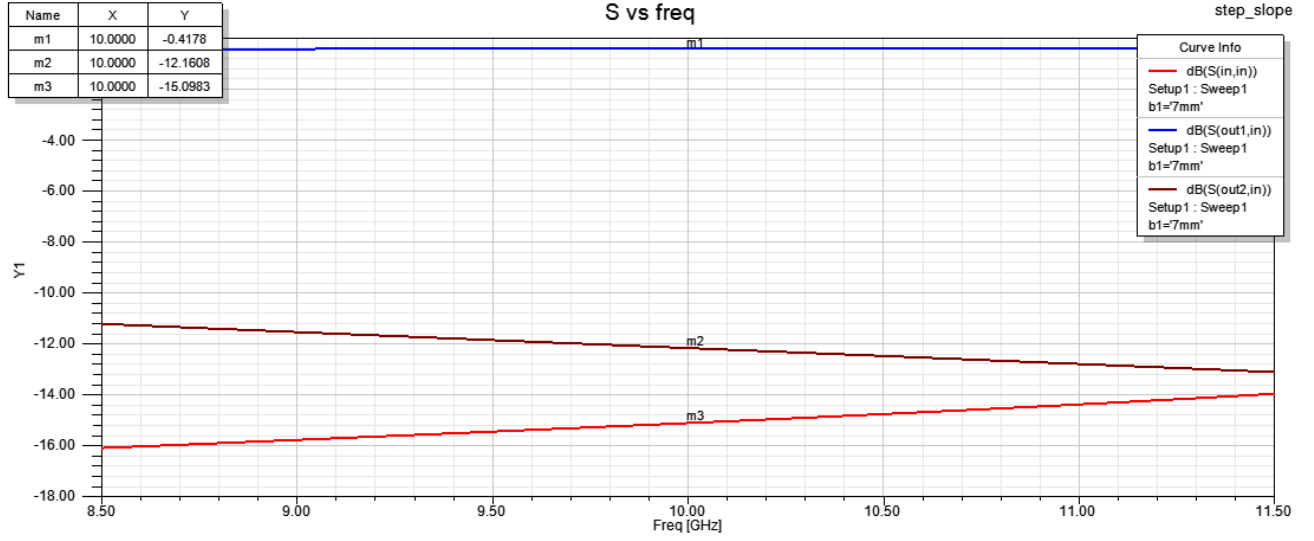


Figura 12: Parámetros S vs frecuencia en el divisor inclinado, $b_r=3\text{mm}$

Se aprecia en ambas curvas que la respuesta es bastante plana en frecuencia, y que las reflexiones son relativamente bajas excepto en el divisor inclinado, en donde es muy cercano al acoplamiento al radiador.

Para caracterizar la respuesta del divisor dependiendo de la altura del step, se realiza un análisis de variación paramétrica, con b_1 desde 2mm hasta 10mm, con pasos de 1mm. Realizando ésta simulación se busca nuevamente encontrar la veracidad de la relación entre potencia y tamaño de puertas, para ambos divisores. Además, se graficará junto con ésta curva, la recta de b_1/b_r multiplicado por una constante de manera que se ajuste lo mejor a la simulación. Nótese que se realiza una variación sólo de b_1 y no de b_0 . Si se simula de tal forma que siempre $b_0 = b_1 + b_r$, la relación de potencias se hace no-lineal respecto de b_1 , y no es posible ajustarlo a la igualdad de Rogers.

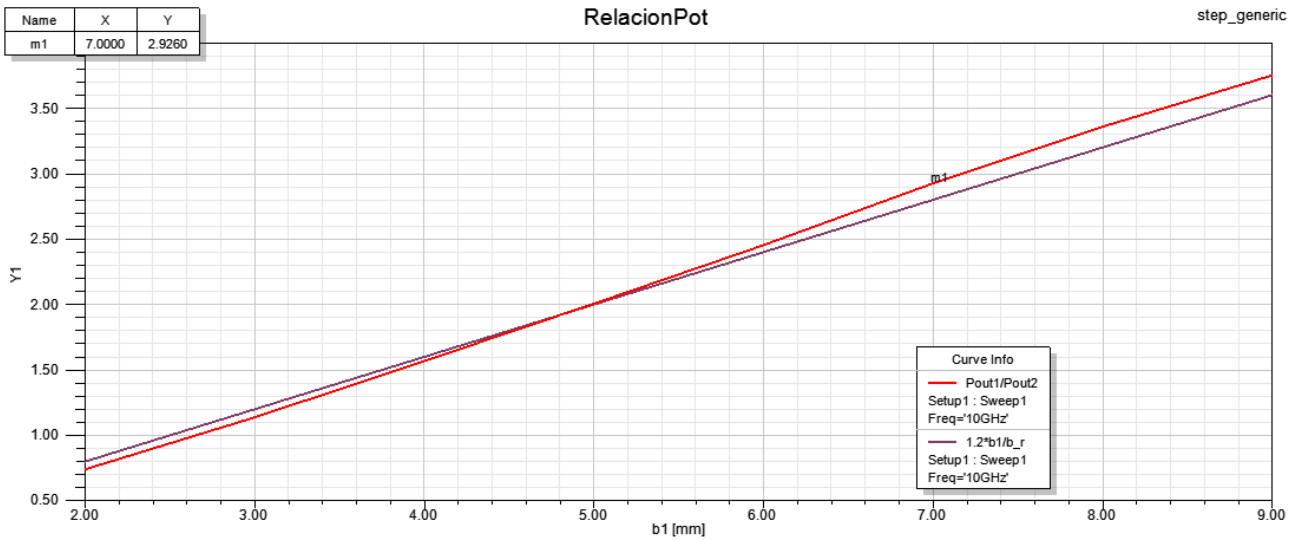


Figura 13: Relación de potencias Acoplada y transmitida en el divisor cuadrado, y relación de tamaño de puertas.

Para el divisor inclinado, hay una fuerte no-linealidad dependiente de b_r . Si b_r es pequeño (3mm) la curva se ajusta muy bien, pero el acoplamiento es muy bajo, cerca de los -12dB, como se mostró en la figura 11. Por otro lado se puede aumentar b_r , pero la función pierde su linealidad y no se cumple la igualdad de Rogers.

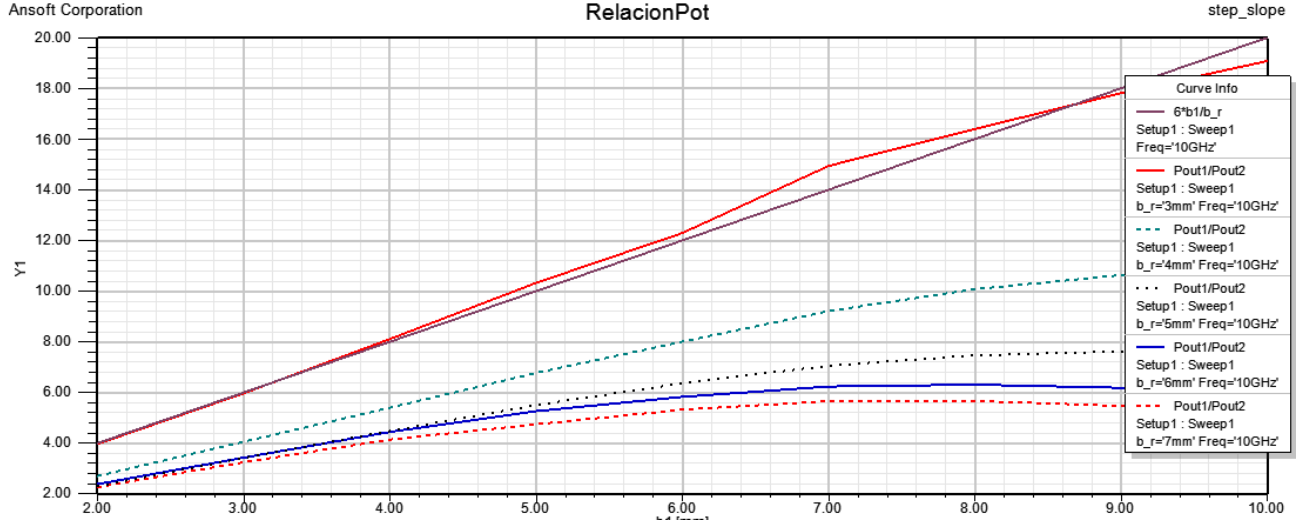


Figura 14: Parámetros S vs frecuencia en el divisor inclinado, $b_r=3\text{mm}$

Ambos obtienen un valor relacionado con $\frac{P_{out1}}{P_{out2}} \propto \frac{b_1}{b_r}$, pero esta proporcionalidad no es unitaria:

$$\text{generic} \quad \frac{P_{out1}}{P_{out2}} \approx 1,2 \cdot \frac{b_1}{b_r} \quad (22)$$

$$\text{slope} \quad \frac{P_{out1}}{P_{out2}} \approx 6 \cdot \frac{b_1}{b_r} \quad (23)$$

Por lo tanto, debería considerarse estos factores a la hora de armar los arreglos de divisores.

Por otro lado, las reflexiones de los divisores son medianamente planas en frecuencia, pero varían mucho con el step. En frecuencia:

Parámetro	Modelo	Variación S_{11}
frecuencia	step_generic	-21dB \rightarrow -15dB
frecuencia	step_slope	-16dB \rightarrow -14dB
b1 sweep	step_generic	-5dB \rightarrow -23dB
b1 sweep	step_slope	-3dB \rightarrow -33dB

Comentarios:

- Se puede ver que el nivel de acoplamiento en el divisor de potencia inclinado es mucho menor para el step inclinado.
- La curva de acoplamiento S_{out2} al radiador, respecto de la b_1 , varía al aumentar la frecuencia. En frecuencias mas altas ésta curva tiende a ser menos lineal.
- Se observa que en el divisor genérico, la curva de la relación de potencias varía como:

$$\frac{P_{out1}}{P_{out2}} \approx 1,2 \cdot \frac{b_1}{b_r}$$

se puede tolerar la pequeña variación en la frecuencia. Sin embargo, en el divisor inclinado, la variación con respecto a la frecuencia es mayor, y se aproxima la siguiente relación:

$$\frac{P_{out1}}{P_{out2}} \approx 6 \cdot f_{norm} \cdot \frac{b_1}{b_r}$$

Donde f es la frecuencia normalizada, centrada en 10GHz.

Se muestran unas curvas descriptivas de éstas curvas. y las fórmulas empíricas.

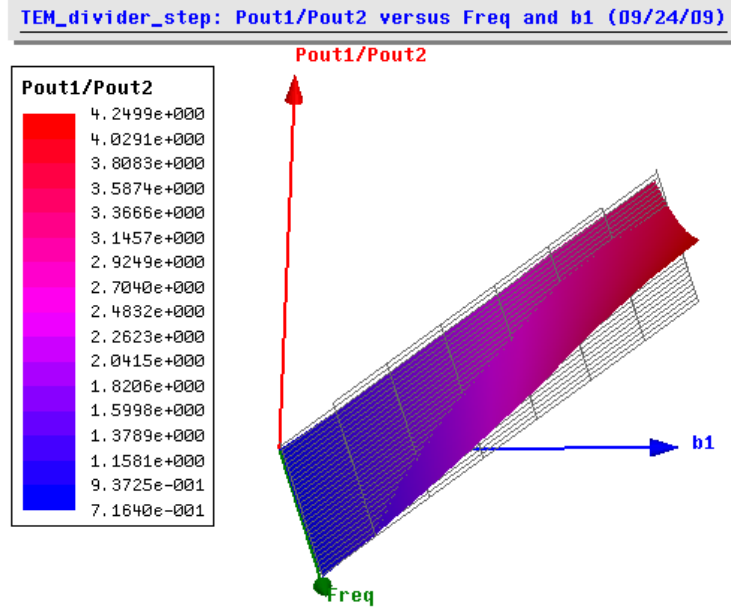


Figura 15: Comparación entre P_1/P_2 calculado, y fórmula empírica. Divisor cuadrado.

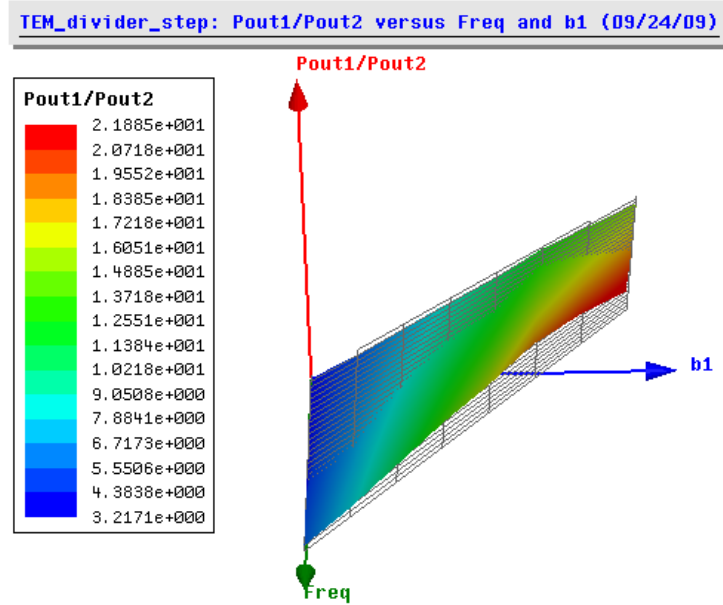


Figura 16: Comparación entre P_1/P_2 calculado, y fórmula empírica. Divisor inclinado.

Finalmente estas ecuaciones se deben incluir en el algoritmo de cálculo de steps. Análogamente, se debe hacer lo mismo con el método 2 de cálculos de steps, con la potencia de acoplamiento, de donde se obtuvieron las expresiones:

en divisor ideal

$$S_{out2}^2 = \frac{b_r}{b_r + b_1} \cdot \frac{1}{1,4f_{norm}}$$

en divisor inclinado

$$S_{out2}^2 = \frac{b_r}{b_r + b_1} \cdot \frac{1}{5f_{norm}}$$

4. Diseño del Divisor Completo

Se diseñaron los divisores de Potencia Genérico, e inclinado, de acuerdo a los parámetros anteriores y a los steps calculados por algoritmos.

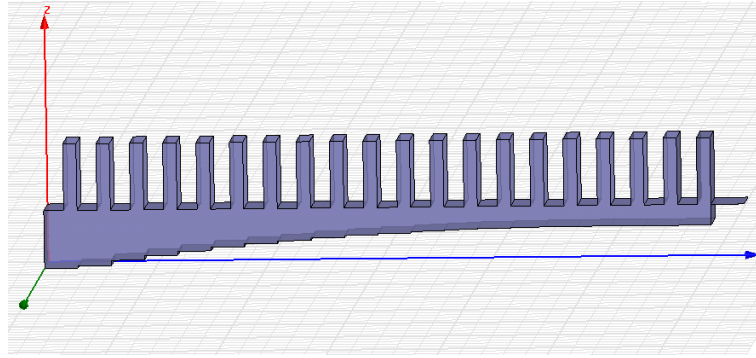


Figura 17: Diseño del modelo de división de potencia en forma cuadrada

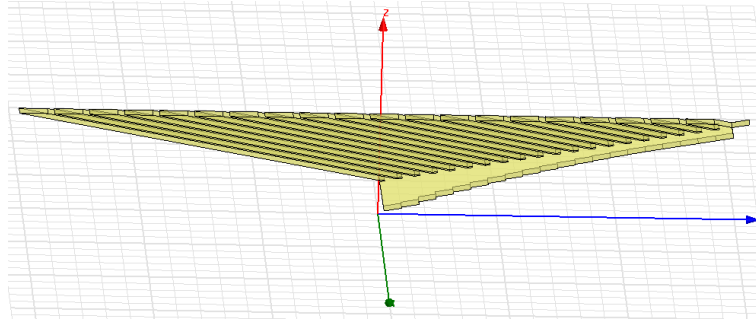


Figura 18: Diseño del modelo de división de potencia en forma inclinada

Los resultados de simulación no están aún disponible, pero están en desarrollo, para presentar pronto al profesor.

Referencias

- [1] C. L. Dolph. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level. *Proceedings of the IRE*, 34(2):335–348.
- [2] Wendy Middleton and Mac E. Van Valkenburg. *Reference Data for Engineers*. Newnes, 2002.
- [3] John Leonidas Volakis. *Antenna engineering handbook*. McGraw-Hill Professional, 2007.