# Cálculo de Equilibrio de Mercado
# Duopolio de Cournot con Costos Diferenciados
# Costos Marginales Constantes

Handout 03b - Daniel Toro González
Introducción a la Organización Industrial – Universidad Tecnológica de Bolívar 1P 2014

En este caso se trata de duopolio de Cournot en el que, cada firma tiene una función de costos diferente, dada por $CT_1(q_1) = F_1 + c_1 q_1$ en el caso de la firma 1 y por $CT_2(q_2) = F_2 + c_2 q_2$ en el caso de la firma 2. Ambas enfrentan una función inversa de demanda de mercado $p = a - bQ$ con $Q = q_1 + q_2$.

En el caso de la firma 1 se maximizarán sus beneficios teniendo en cuenta la producción de la firma 2.

$$\max_{q_1} \pi_1 = p(Q) \cdot q_1 - CT_1(q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)q_1 - (F_1 + c_1 q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - b(q_1 + q_2)q_1 - (F_1 + c_1 q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - b{q_1}^2 - bq_1 q_2 - F_1 - c_1 q_1$$

Por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 = 0$$

$$2bq_1 = a - c_1 - bq_2$$

$$q_1 = \frac{a - c_1 - bq_2}{2b}$$

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2} = R_1(q_2)$$

Esta es la función de reacción de la firma 1 respecto a la firma 2 $R_1(q_2)$.

El mismo procedimiento se da para la firma 2:

$$\max_{q_2} \pi_2 = p(Q) \cdot q_2 - CT_2(q_2) \quad \text{con} \quad Q = q_1 + q_2$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)q_2 - (F_2 + c_2 q_2)$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = aq_2 - b(q_1 + q_2)q_2 - (F_2 + c_2 q_2)$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = aq_2 - bq_1 q_2 - b{q_2}^2 - F_2 - c_2 q_2$$

Por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - c_2 = 0$$

$$2bq_2 = a - c_2 - bq_1$$

$$q_2 = \frac{a - c_2 - bq_1}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} = R_2(q_1)$$

Esta es la función de reacción de la firma 2 respecto a la firma 1 $R_2(q_1)$.

Usando las dos funciones de reacción podemos obtener las cantidades de Cournot-Nash. Por ejemplo reemplazando $q_2$ en $q_1$:

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{1}{2}(q_2)$$

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{1}{2}\left(\frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}\right)$$

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{a - c_2}{4b} + \frac{q_1}{4}$$

$$q_1 = \frac{a}{2b} - \frac{c_1}{2b} - \frac{a}{4b} + \frac{c_2}{4b} + \frac{q_1}{4}$$

$$\frac{3}{4} q_1 = \frac{a}{4b} + \frac{c_2 - 2c_1}{4b}$$

$$q_1^{CN} = \frac{a}{3b} + \frac{c_2 - 2c_1}{3b}$$

En este caso los costos de las firmas son diferenciados por lo tanto $q_1^{CN} \neq q_2^{CN}$.

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}(q_1)$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}\left(\frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}\right)$$

$$q_2 = \frac{a}{2b} - \frac{c_2}{2b} - \frac{a}{4b} + \frac{c_1}{4b} + \frac{q_2}{4}$$

$$q_2 = \frac{a}{2b} - \frac{a}{4b} + \frac{c_1}{4b} - \frac{c_2}{2b} + \frac{q_2}{4}$$

$$q_2 - \frac{q_2}{4} = \frac{a}{4b} + \frac{c_1}{4b} - \frac{2c_2}{4b}$$

$$\frac{3}{4}q_2 = \frac{a}{4b} + \frac{c_1 - 2c_2}{4b}$$

$$q_2^{CN} = \frac{a}{3b} + \frac{c_1 - 2c_2}{3b}$$

Las cantidades totales son $Q^{CN} = q_1^{CN} + q_2^{CN}$, por lo tanto:

$$Q^{CN} = \frac{a}{3b} + \frac{c_2 - 2c_1}{3b} + \frac{a}{3b} + \frac{c_1 - 2c_2}{3b}$$

$$Q^{CN} = \frac{2a}{3b} + \frac{(c_2 - 2c_1) + (c_1 - 2c_2)}{3b}$$

$$Q^{CN} = \frac{2a}{3b} - \frac{c_1 + c_2}{3b}$$

Con estas cantidades de mercado el precio de equilibrio en el modelo de Cournot será:

$$p^{CN} = a - b\left(\frac{2a}{3b} - \frac{c_1 + c_2}{3b}\right)$$

$$p^{CN} = a - \left(\frac{2a}{3} - \frac{c_1 + c_2}{3}\right)$$

$$p^{CN} = a - \frac{2}{3}a + \frac{c_1 + c_2}{3}$$

$$p^{CN} = \frac{a}{3} + \frac{c_1 + c_2}{3}$$