Cálculo de Equilibrio de Mercado
Duopolio de Cournot y Stackelberg
Costos Marginales Constantes

Handout 04 - Daniel Toro González
Introducción a la Organización Industrial – Universidad Tecnológica de Bolívar 1P 2014

En este caso se trata de un duopolio en el que, cada firma tiene una función de costos diferente, dada por $CT_1(q_1) = F_1 + c_1 q_1$ en el caso de la firma 1 y por $CT_2(q_2) = F_2 + c_2 q_2$ en el caso de la firma 2. Ambas enfrentan una función inversa de demanda de mercado $p = a - bQ$ con $Q = q_1 + q_2$.

Cournot (Ver handout anterior)

En el caso del modelo de competencia en cantidades con decisiones simultáneas obtenemos que:

$$q_1^{CN} = \frac{a}{3b} + \frac{c_2 - 2c_1}{3b}$$

$$q_2^{CN} = \frac{a}{3b} + \frac{c_1 - 2c_2}{3b}$$

$$Q^{CN} = \frac{2a}{3b} - \frac{c_1 + c_2}{3b}$$

$$p^{CN} = \frac{a}{3} + \frac{c_1 + c_2}{3}$$

Stackelberg

En el caso del modelo de competencia en cantidades con decisiones secuenciales sabemos que el método de solución es la inducción hacia atrás. Asumiremos que la firma 2 es la firma seguidora y la 1 es la firma líder. Iniciamos por solucionar el segundo período en el que la firma 2 soluciona el problema de maximización:

$$\max_{q_2} \pi_2 = p(Q) \cdot q_2 - CT_2(q_2) \quad \text{con} \quad Q = q_1 + q_2$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big) q_2 - (F_2 + c_2 q_2)$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = a q_2 - b(q_1 + q_2) q_2 - (F_2 + c_2 q_2)$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = aq_2 - bq_1q_2 - bq_2{}^2 - F_2 - c_2q_2$$

Por lo tanto la CPO de la firma 2 es:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - c_2 = 0$$

$$2bq_2 = a - c_2 - bq_1$$

$$q_2 = \frac{a - c_2 - bq_1}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} = R_2(q_1)$$

Esta es la función de reacción de la firma 2 respecto a la firma 1 $R_2(q_1)$, que como pueden ver es la misma función que se obtiene en el caso de Cournot.

Pasemos ahora a solucionar la etapa 1. En el caso de la firma 1 en el período 1 se maximizarán sus beneficios teniendo en cuenta la producción de la firma 2, la cual reacciona ante la firma 1.

$$\max_{q_1} \pi_1 = p(Q) \cdot q_1 - CT_1(q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)q_1 - (F_1 + c_1q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - b(q_1 + q_2)q_1 - (F_1 + c_1q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - bq_1{}^2 - bq_1q_2 - F_1 - c_1q_1$$

Pero ahora debemos tener en cuenta que $q_2 = R_2(q_1)$:

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - bq_1{}^2 - bq_1R_2(q_1) - F_1 - c_1q_1$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - bq_1{}^2 - bq_1\left(\frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}\right) - F_1 - c_1q_1$$

De igual manera

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - \frac{a - c_2}{2}q_1 - \frac{b}{2}q_1{}^2 - F_1 - c_1q_1$$

Como podemos ver la función a maximizar ahora esta toda en términos de q_1, por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - \frac{a - c_2}{2} - bq_1 - c_1 = 0$$

$$q_1^S = \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b}$$

Ahora solo basta reemplazar en las cantidades de la firma 2 y es posible encontrar el total del mercado y los precios de equilibrio.