Cálculo de Equilibrio de Mercado
Duopolio de Cournot con Costos Diferenciados
Costos Marginales Crecientes

Handout 03a - Daniel Toro González
Introducción a la Organización Industrial – Universidad Tecnológica de Bolívar 1P 2014

En este caso se trata de duopolio de Cournot en el que, cada firma tiene una función de costos diferente, dada por $CT_1(q_1) = F_1 + c_1{q_1}^2$ en el caso de la firma 1 y por $CT_2(q_2) = F_2 + c_2{q_2}^2$ en el caso de la firma 2. Ambas enfrentan una función inversa de demanda de mercado $p = a - bQ$ con $Q = q_1 + q_2$.

En el caso de la firma 1 se maximizarán sus beneficios teniendo en cuenta la producción de la firma 2.

$$\max_{q_1} \pi_1 = p(Q) \cdot q_1 - CT_1(q_1)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)q_1 - (F_1 + c_1{q_1}^2)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - b(q_1 + q_2)q_1 - (F_1 + c_1{q_1}^2)$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = aq_1 - b{q_1}^2 - bq_1q_2 - F_1 - c_1{q_1}^2$$

Por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - 2c_1q_1 = 0$$

$$2bq_1 + 2c_1q_1 = a - bq_2$$

$$(2b + 2c_1)q_1 = a - bq_2$$

$$q_1 = \frac{a - bq_2}{2b + 2c_1} = R_1(q_2)$$

Esta es la función de reacción de la firma 1 respecto a la firma 2 $R_1(q_2)$.

El mismo procedimiento se da para la firma 2:

$$\max_{q_2} \pi_2 = p(Q) \cdot q_2 - CT_2(q_2) \quad \text{con} \quad Q = q_1 + q_2$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)q_2 - (F_2 + c_2 {q_2}^2)$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = aq_2 - b(q_1 + q_2)q_2 - (F_2 + c_2 {q_2}^2)$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = aq_2 - bq_1q_2 - b{q_2}^2 - F_2 - c_2{q_2}^2$$

Por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - 2c_2q_2 = 0$$

$$2bq_2 + 2c_2q_2 = a - bq_1$$

$$(2b + 2c_2)q_2 = a - bq_1$$

$$q_2 = \frac{a - bq_1}{2b + 2c_2} = R_2(q_1)$$

Esta es la función de reacción de la firma 2 respecto a la firma 1 $R_2(q_1)$.

Usando las dos funciones de reacción podemos obtener las cantidades de Cournot-Nash. Por ejemplo reemplazando q_2 en q_1:

$$q_1 = \frac{a - bq_2}{2b + 2c_1}$$

$$q_1 = \frac{a - b\left(\frac{a - bq_1}{2b + 2c_2}\right)}{2b + 2c_1}$$

$$q_1 = \frac{a(2b + 2c_2) - ab + b^2q_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)}$$

$$q_1 = \frac{a(2b + 2c_2) - ab}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)} + \frac{b^2q_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)}$$

$$q_1 - \frac{b^2q_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)} = \frac{a(2b + 2c_2) - ab}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)}$$

$$q_1\left(1 - \frac{b^2}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)}\right) = \frac{a(2b + 2c_2) - ab}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1)}$$

$$q_1\left(\frac{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}\right)=\frac{a(2b+2c_2)-ab}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}$$

$$q_1^{CN}=\frac{ab+2ac_2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}$$

En este caso los costos de las firmas son diferenciados por lo tanto $q_1^{CN}\neq q_2^{CN}$.

$$q_2=\frac{a-bq_1}{2b+2c_2}$$

$$q_2=\frac{a-b\left(\frac{a-bq_2}{2b+2c_1}\right)}{2b+2c_2}$$

$$q_2=\frac{2ab+2ac_1-ab+b^2q_2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}$$

$$q_2=\frac{2ab+2ac_1-ab}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}+\frac{b^2q_2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}$$

$$q_2\left(1-\frac{b^2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}\right)=\frac{2ab+2ac_1-ab}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}$$

$$q_2\left(\frac{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}\right)=\frac{2ab+2ac_1-ab}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)}$$

$$q_2^{CN}=\frac{ab+2ac_1}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}$$

Las cantidades totales son $Q^{CN}=q_1^{CN}+q_2^{CN}$, por lo tanto:

$$Q^{CN}=\frac{ab+2ac_2}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}+\frac{ab+2ac_1}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}$$

$$Q^{CN}=\frac{ab+2ac_2+ab+2ac_1}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}$$

$$Q^{CN}=\frac{2ab+2ac_2+2ac_1}{(2b+2c_2)(2b+2c_1)-b^2}$$

Con estas cantidades de mercado el precio de equilibrio en el modelo de Cournot será:

$$p^{CN} = a - b\left(\frac{2ab + 2ac_2 + 2ac_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - b^2}\right)$$

$$p^{CN} = \frac{a\left((2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - b^2\right) - 2ab^2 - 2abc_2 - 2abc_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - b^2}$$

$$p^{CN} = \frac{a(2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - ab^2 - 2ab^2 - 2abc_2 - 2abc_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - b^2}$$

$$p^{CN} = \frac{4ab^2 + 4abc_1 + 4abc_2 + 4ac_1c_2 - ab^2 - 2ab^2 - 2abc_2 - 2abc_1}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - b^2}$$

$$p^{CN} = \frac{ab^2 + 2abc_1 + 2abc_2 + 4ac_1c_2}{(2b + 2c_2)(2b + 2c_1) - b^2}$$