Cálculo de Equilibrio de Mercado
Monopolio, Duopolio de Cournot y Cartel
Costos Marginales Constantes

Handout 02b - Daniel Toro González
Introducción a la Organización Industrial – Universidad Tecnológica de Bolívar 1P 2014

I. Suponga un mercado en el que hay una tecnología que permite producir bajo los siguientes parámetros de costos $CT(Q) = F + cQ$ y el comportamiento de los consumidores esta descrito por la función inversa de demanda de mercado $p = a - bQ$.

a. Si hay una sola firma en el mercado explique de qué modelo se trata, calcule el precio de equilibrio, el número de unidades vendidas y los beneficios.
b. Si entra una nueva firma al mercado, con tecnología idéntica y una estrategia de competir en cantidades pero al igual que el caso anterior no es precio-aceptante, explique de qué modelo se trata, cuál será el precio de equilibrio de mercado, cuántas unidades venderá cada firma, cuántas unidades se venderán en total en este mercado y cuántos serán los beneficios de cada empresa.
c. Si las firmas coluden, explique de qué modelo se trata, cuál será el resultado del mercado, calcule los precios, cantidades y beneficios.
d. Analice e interprete los resultados obtenidos en los tres escenarios anteriores.

Solución

(a) El escenario descrito en esta sección es el de un monopolio. Por lo tanto sabemos que el productor maximiza sus beneficios cuando el ingreso marginal es igual al costo marginal.

Para el caso de la función de oferta que es el mismo costo marginal tenemos:

$$CT(Q) = F + cQ$$

$$CMg = \frac{\partial CT(Q)}{\partial Q} = c$$

Por otra parte conocemos la función inversa de demanda es $p = a - bQ$. Por lo tanto podemos obtener la función de ingreso marginal a partir del ingreso total como:

$$IT(Q) = p(Q) \cdot Q$$

Donde $p(Q)$ es la función inversa de demanda

$$IT(Q) = (a - bQ) \cdot Q$$

Por lo tanto el ingreso marginal es

$$IMg = \frac{\partial IT(Q)}{\partial Q} = a - 2bQ$$

Al igualar el ingreso marginal con el costo marginal obtenemos las cantidades de monopolio Q^M:

$$IMg = CMg$$

$$a - 2bQ = c$$

$$2bQ = a - c$$

$$Q^M = \frac{a - c}{2b}$$

Por lo tanto el precio de monopolio será:

$$p^M = a - bQ^M$$

$$p^M = a - b\left(\frac{a - c}{2b}\right)$$

$$p^M = \frac{2ab - ab + bc}{2b}$$

$$p^M = \frac{a + c}{2}$$

Esta información nos sirve para estimar los beneficios del monopolista:

$$\pi^M = p^M \cdot Q^M - F - c(Q^M)^2$$

$$\pi^M = \left(\frac{a + c}{2}\right)\left(\frac{a - c}{2b}\right) - F - c\left(\frac{a - c}{2b}\right)$$

$$\pi^M = \left(\frac{a + c}{2} - c\right)\left(\frac{a - c}{2b}\right) - F$$

$$\pi^M = \left(\frac{a-c}{2}\right)\left(\frac{a-c}{2b}\right) - F$$

$$\pi^M = b\left(\frac{a-c}{2b}\right)^2 - F$$

$$\pi^M = b(Q^M)^2 - F$$

(b) En este caso se trata de duopolio de Cournot en el que cada firma i tiene una función de costos:

$$CT_i(q_i) = F + cq_i \quad \forall\, i = 1{,}2$$

Por lo tanto en el caso de la firma 1 se maximizarán sus beneficios teniendo en cuenta la producción de la firma 2.

$$\max_{q_1} \pi_1 = p(Q)\cdot q_1 - CT_1(q_1) \quad \text{con} \quad Q = q_1 + q_2$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)\cdot q_1 - (F + cq_1)$$

Por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$

$$2bq_1 = a - bq_2 - c$$

$$q_1 = \frac{a - c - bq_2}{2b}$$

$$q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2}{2} = R_1(q_2)$$

Esta es la función de reacción de la firma 1 respecto a la firma 2 $R_1(q_2)$.

El mismo procedimiento se da para la firma 2:

$$\max_{q_2} \pi_2 = p(Q)\cdot q_2 - CT_2(q_2) \quad \text{con} \quad Q = q_1 + q_2$$

$$\max_{q_2} \pi_2 = \big(a - b(q_1 + q_2)\big)\cdot q_2 - (F + cq_2)$$

Por lo tanto la CPO de la firma 1 es:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - c = 0$$

$$2bq_2 = a - bq_1 - c$$

$$q_2 = \frac{a - bq_1 - c}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

Dado que los costos son idénticos entonces $q_1^{CN} = q_2^{CN} = q^{CN}$

$$q = \frac{a - c}{2b} - \frac{q}{2}$$

$$q + \frac{q}{2} = \frac{a - c}{2b}$$

$$q = \frac{a - c}{3b}$$

las cantidades totales son $Q^{CN} = 2q_1^{CN} = 2q_2^{CN}$, por lo tanto:

$$Q^{CN} = \frac{2(a - c)}{3b}$$

Con estas cantidades de mercado el precio de equilibrio en el modelo de Cournot será:

$$p^{CN} = a - b\left(\frac{2(a - c)}{3b}\right)$$

$$p^{CN} = a - \left(\frac{2(a - c)}{3}\right)$$

$$p^{CN} = \frac{3a - 2(a - c)}{3}$$

$$p^{CN} = \frac{a + 2c}{3}$$

A partir de aquí pueden calcularse los beneficios de cada firma. Cada firma obtendrá:

$$\pi_i = p(Q) \cdot q_i - CT_i(q_i)$$

$$\pi_i = \left(\frac{a + 2c}{3}\right)\left(\frac{a - c}{3b}\right) - F - c\left(\frac{a - c}{3b}\right)$$

$$\pi_i = \left(\frac{a+2c}{3} - c\right)\left(\frac{a-c}{3b}\right) - F$$

$$\pi_i{}^{CN} = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{3}\right)^2 - F$$

Multiplicando y dividiendo el primer término por b^2 obtenemos:

$$\pi_i{}^{CN} = \frac{b^2}{b^2}\frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{3}\right)^2 - F$$

$$\pi_i{}^{CN} = b\left(\frac{a-c}{b}\right)^2 - F$$

$$\pi_i{}^{CN} = b(q_1^{CN})^2 - F$$

(c) Si las firmas coluden ahora maximizarán beneficios de manera conjunta (cartel) de tal modo que:

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = [p(Q)\cdot q_1 - CT_1(q_1)] + [p(Q)\cdot q_2 - CT_2(q_2)]$$

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = p(Q)\cdot q_1 - CT_1(q_1) + p(Q)\cdot q_2 - CT_2(q_2)$$

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = p(Q)(q_1+q_2) - CT_1(q_1) - CT_2(q_2)$$

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = \big(a - b(q_1+q_2)\big)(q_1+q_2) - CT_1(q_1) - CT_2(q_2)$$

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = a(q_1+q_2) - b(q_1+q_2)^2 - (F + cq_1) - (F + cq_2)$$

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = a(q_1+q_2) - b(q_1+q_2)^2 - F - cq_1 - F - cq_2$$

$$\max_{q_1,q_2} \Pi(\pi_1 + \pi_2) = a(q_1+q_2) - b(q_1+q_2)^2 - 2F - cq_1 - cq_2$$

Por lo tanto las CPO estarán dadas por:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = a - 2b(q_1+q_2) - c = 0$$

$$a - 2b(q_1+q_2) - c = 0$$

$$a - 2bq_1 - 2bq_2 - c = 0$$

$$a - 2bq_2 - c = 2bq_1$$

$$q_1 = \frac{a-c}{2b} - q_2$$

Dado que las estructuras de costos son identicas $q_1 = q_2 = q$

$$q = \frac{a-c}{2b} - q$$

$$q^c = \frac{a-c}{4b}$$

Por lo tanto las cantidades totales y los precios de colusión serán:

$$Q^c = 2q^c$$

$$Q^c = \frac{a-c}{2b}$$

Y los precios serán:

$$p^c = a - bQ^c$$

$$p^c = a - b\left(\frac{a-c}{2b}\right)$$

$$p^c = \frac{a+c}{2}$$

Por lo tanto los beneficios de cada firma serán

$$\pi_i = p(Q) \cdot q_i - F - cq_i$$

$$\pi_i = \left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{a-c}{4b}\right) - F - c\left(\frac{a-c}{4b}\right)$$

$$\pi_i = \left(\frac{a-c}{2}\right)\left(\frac{a-c}{4b}\right) - F$$

$$\pi_i = 2b\left(\frac{a-c}{4b}\right)^2 - F$$

$$\pi_i = 2b(q^c)^2 - F$$

(d) En resumen:

	Monopolio	*Cartel*	*Cournot*
Q	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{2(a-c)}{3b}$
q	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{4b}$	$\frac{a-c}{3b}$
p	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a+2c}{3}$
π	$b(Q^M)^2-F$	$2b(q^c)^2-F$	$b(q_1^{CN})^2-F$