Инъекции, сюръекции, биекции

1 Инъекции

Определение 1.1. *Пусть $\mathbb{X}, \mathbb{Y}$ — произвольные множества. Пусть задано отображение $f\colon \mathbb{X} \to \mathbb{Y}$. Тогда отображение f называется инъективным, если*

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{X} : x_1 \neq x_2 \hookrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

2 Сюръекции

Определение 2.1. *Пусть $\mathbb{X}, \mathbb{Y}$ — произвольные множества. Пусть задано отображение $f\colon \mathbb{X} \to \mathbb{Y}$. Тогда отображение f называется сюръективным, если*

$$\forall y \in \mathbb{Y}\ \exists x \in \mathbb{X} : f(x) = y$$

3 Биекции

Определение 3.1. *Пусть $\mathbb{X}, \mathbb{Y}$ — произвольные множества. Пусть задано отображение $f\colon \mathbb{X} \to \mathbb{Y}$. Тогда отображение f называется биективным, если оно инъективно и сюръективно одновременно.*

4 Легендарная таблица Алексея Крашенинникова

Пусть даны два множества $\mathbb{X}$ и $\mathbb{Y}$ такие, что $|\mathbb{X}| = n$ и $|\mathbb{Y}| = m$. Найдем число соответствующих отображений для каждого из случаев:

	Все отображения	**Инъекции** ($n \leq m$)	**Сюръекции** ($n \geq m$)	**Биекции** ($n = m$)
Элементы в $\mathbb{X}$ и в $\mathbb{Y}$ различимы	m^n	A_m^n	$S(m,n) \cdot m!$	$n!$
Элементы в $\mathbb{X}$ и в $\mathbb{Y}$ различимы	C_{n+m-1}^m	C_m^n	C_{m-1}^{n-1}	1
Элементы в $\mathbb{X}$ различимы, а в $\mathbb{Y}$ неразличимы	$\sum\limits_{j=1}^{m} S(n,j)$	1	$S(n,m)$	1