

# Merge Sort

ceagest

## 1 Сортировка слиянием (Merge Sort)

**Замечание 1.1.** Если у нас есть два отсортированных массива, то можно их слить в третий, который будет тоже отсортирован за  $\mathcal{O}(n + m)$ , где  $n$  и  $m$  – размеры массивов. Это достигается методом двух указателей.

### Сортировка слиянием

1. Разбиваем массив на две примерно равные части.
2. Решаем все подзадачи, применяя рекурсивно шаги 1 и 3, пока не дойдем до базы, в которой все тривиально (разбиваем массивы и дальше пополам, пока не дойдем до массива из одного элемента).
3. Объединяем решения подзадач (сливаем два отсортированных массива в один большой).

---

#### Algorithm 1 Merge Sort

---

```
1: function MERGESORT( $A$ )
2:   if  $A.len = 1$  then
3:     return  $A$ 
4:    $A_{left} = MergeSort(A[0 \dots \frac{n}{2} - 1])$ 
5:    $A_{right} = MergeSort(A[\frac{n}{2} \dots n - 1])$ 
6:    $i_{left} = 0$ 
7:    $i_{right} = 0$ 
8:    $i = 0$ 
9:    $A_{res} = []$ 
10:  while  $i_{left} < A_{left}.len$  and  $i_{right} < A_{right}.len$  do
11:    if  $A_{left}[i_{left}] \leq A_{right}[i_{right}]$  then
12:       $A_{res}[i] \leftarrow A_{left}[i_{left}]$ 
13:       $i_{left} \leftarrow i_{left} + 1$ 
14:    else
15:       $A_{res}[i] \leftarrow A_{right}[i_{right}]$ 
16:       $i_{right} \leftarrow i_{right} + 1$ 
17:     $i \leftarrow i + 1$ 
18:  while  $i_{left} < A_{left}.len$  do
19:     $A_{res}[i] \leftarrow A_{left}[i_{left}]$ 
20:     $i_{left} \leftarrow i_{left} + 1$ 
21:     $i \leftarrow i + 1$ 
22:  while  $i_{right} < A_{right}.len$  do
23:     $A_{res}[i] \leftarrow A_{right}[i_{right}]$ 
24:     $i_{right} \leftarrow i_{right} + 1$ 
25:     $i \leftarrow i + 1$ 
26:  return  $A_{res}$ 
```

---

## 1.1 Анализ сортировки слиянием.

- Сортировку слиянием можно описать рекуррентным соотношением:  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n)$ . Тогда из мастер теоремы о рекурсии получаем, что  $T(n) = \Theta(n \log n)$ . Значит, время работы алгоритма составит  $\Theta(n \log n)$ .
- Потребляемая память составит  $\mathcal{O}(n)$ , поскольку необходимо завести массив для слияний. Также алгоритму нужно  $\mathcal{O}(\log n)$  стековой памяти для хранения параметров рекурсивных вызовов.
- К счастью, алгоритм можно реализовать итеративно и без рекурсии, начав решать задачу снизу-вверх: сначала сливаем соседние массивы размеров 1, затем размеров 2, затем 4, и так далее.

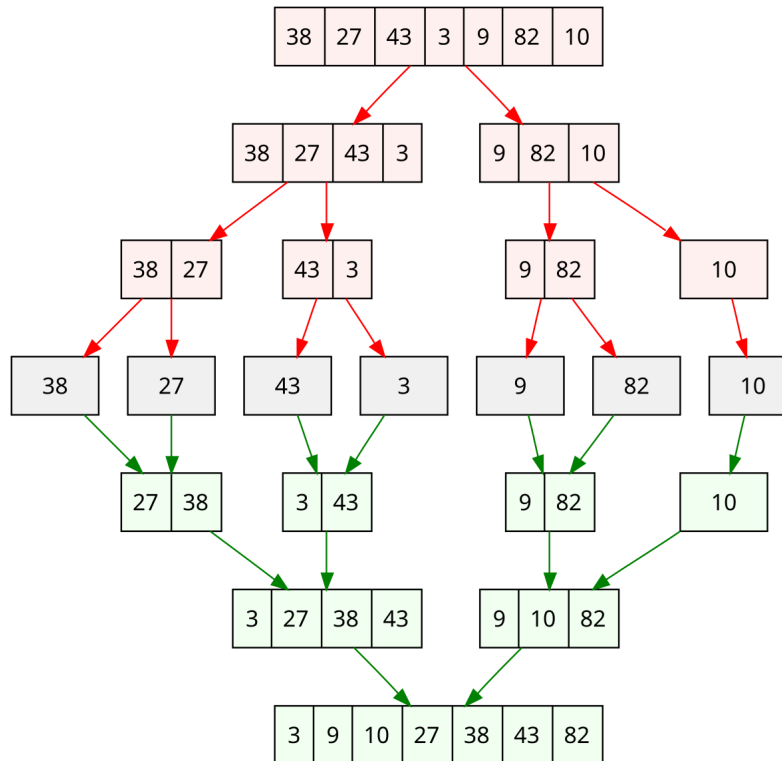


Рис. 1: Иллюстрация работы Merge Sort