Date__________

On obtient
$$\begin{cases} \partial_t u(x,t) - b(t)\,\partial_x u(x,t) - \varepsilon \partial_x^2 u(x,t) = 0 \quad \text{sur } (0,\ell) \\ \partial_x u(0,t) + K^{-1} u(0,t) = K^{-1}\sqrt{b}\, m \\ u(\ell,t) = 0 \\ \dot m + \left(\varepsilon \dfrac{\dot b}{b} + K^{-1} b\right) m = K^{-1}\sqrt{b}\, u(0,t) \end{cases}$$

2°) Démarche à confirmer :
puisque y vérifie la contrainte alors

$$\frac{d}{dt} y = \underline{\underline{A_K}}(t)\, y$$

donc avec $\tilde y = y - y_K$ on a

$$\frac{d}{dt} \tilde y = A_K \tilde y$$

$\Rightarrow$ $\tilde y$ décroit si A_K est dissipatif.

si on part d'une erreur nulle ça semble marcher
mais ça me paraît louche.
d'autant que ça semble indépendant de K.

3°) On a $(-A_K y, y) \geq (-A y, y)$ donc on a la propriété.
propriété de V-Y coercivité.

Date

Rappel

On a défini $(A(t), D(A(t)))$ tq $D(A(t)) = \{ H^1_R(0,l) \times \mathbb{R} \mid u(0) = \sqrt{b}\, m \}$

et

$$(-A(t) y_1, y_2)_y = -\int_0^l b(t) (\partial_x u_1) u_2 + \varepsilon \int_0^l (\partial_x u_1)(\partial_x u_2) + \varepsilon \frac{\dot{b}}{b} m_1 m_2$$

Approche par pénalisation

Soit $(A_K(t), D(A_K(t)))$ tq. $D(A_K(t)) = H^1_R(0,l) \times \mathbb{R}$

et

$$(-A_K(t) y_1, y_2)_y = -\int_0^l b(t) (\partial_x u_1) u_2 + \varepsilon \int_0^l (\partial_x u_1)(\partial_x u_2) + \varepsilon \frac{\dot{b}}{b} m_1 m_2$$
$$+ K^{-1} (u_1(0) - \sqrt{b}\, m_1)(u_2(0) - \sqrt{b}\, m_2)$$

TODO

1) * Retrouver le pb fort associé.

2) * Démontrer que y_K tq. $\frac{d}{dt} y_K = A_K(t) y_K$ converge vers y tq $\frac{d}{dt} y = A(t) y$

3) * Démontrer que A_K est variationnel

1) Pb fort

On fait une "remontée" depuis la forme variationnelle

$$(-A_K(t) y_1, y_2) = \int_0^l [-b(t) \partial_x u_1 - \varepsilon \partial_x^2 u_1] u_2 \, dx + [\varepsilon \partial_x u_1(0,t) + K^{-1}(u_1(0,t) - \sqrt{b}\, m_1)] \times u_2(0,t)$$
$$+ \varepsilon \frac{\dot{b}}{b} m_1 m_2 + K^{-1} (\sqrt{b}\, m_1 - u_1(0,t)) \sqrt{b}\, m_2$$