

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Tarea 02:

# Convexidad, vecindarios, búsqueda local: Hill Climbing y Búsqueda Tabú

*Pablo A. Trinidad Paz - 419004279*

Trabajo presentado como parte del curso de **Cómputo Evolutivo** impartido por el profesor **Mario Iván Jaen Márquez**.

Fecha de entrega: **22 de Febrero de 2019**.

## 1. Teoría

1. Sean  $f_1, f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$\begin{aligned}f_1(x) &= x^2 - 2ex + e^2 - 2, \\f_2(x) &= x^6 - 6ex^5 + 15e^2x^4 - 20e^3x^3 + 15e^4x^2 - 6e^5x + e^6 - 6\end{aligned}$$

- a) Demuestre que  $f_1$  y  $f_2$  son funciones convexas

### Solución:

Una función  $f$  es convexa si se cumple que:

$$\begin{aligned}\forall x, y \in \text{Dom}(f) \text{ y } \forall a \in [0, 1] \\f(ax + (1-a)y) \leq af(x) + (1-a)f(y).\end{aligned}$$

Además, se cumple que si la función es doblemente derivable (y de una sola variable) es convexa en un intervalo sí y solo sí su segunda derivada no es negativa.

Para  $f_1(x)$ :

$$\begin{aligned}f_1'(x) &= 2x - 2e \\f_1''(x) &= 2 \\&\Rightarrow f_1''(x) > 0 \\&\therefore f_1 \text{ es convexa} \quad \blacksquare\end{aligned}$$

Para  $f_2(x)$ :

$$\begin{aligned}f_2'(x) &= 6x^5 - 30ex^4 + 60e^2x^3 - 60e^3x^2 + 30e^4x - 6e^5 \\f_2''(x) &= 30x^4 - 120ex^3 + 180e^2x^2 - 120e^3x + 30e^4 \\f_2''(x) &= 30(e-x)^4 \\&\Rightarrow f_2''(x) > 0 \\&\therefore f_2 \text{ es convexa} \quad \blacksquare\end{aligned}$$

- b) Utilice el algoritmo del descenso por gradiente implementado para minimizarlas. Use  $x_0 = 0$  como punto inicial y  $\alpha$  arbitrario. ¿Qué valores de  $\alpha$  hacen más eficiente el algoritmo para cada función?

## 2. Práctica