Remarque porte avion

$$J\ddot{\theta} = \dots + \text{Perturbation}$$

Asservissement des systèmes d'ordre 2

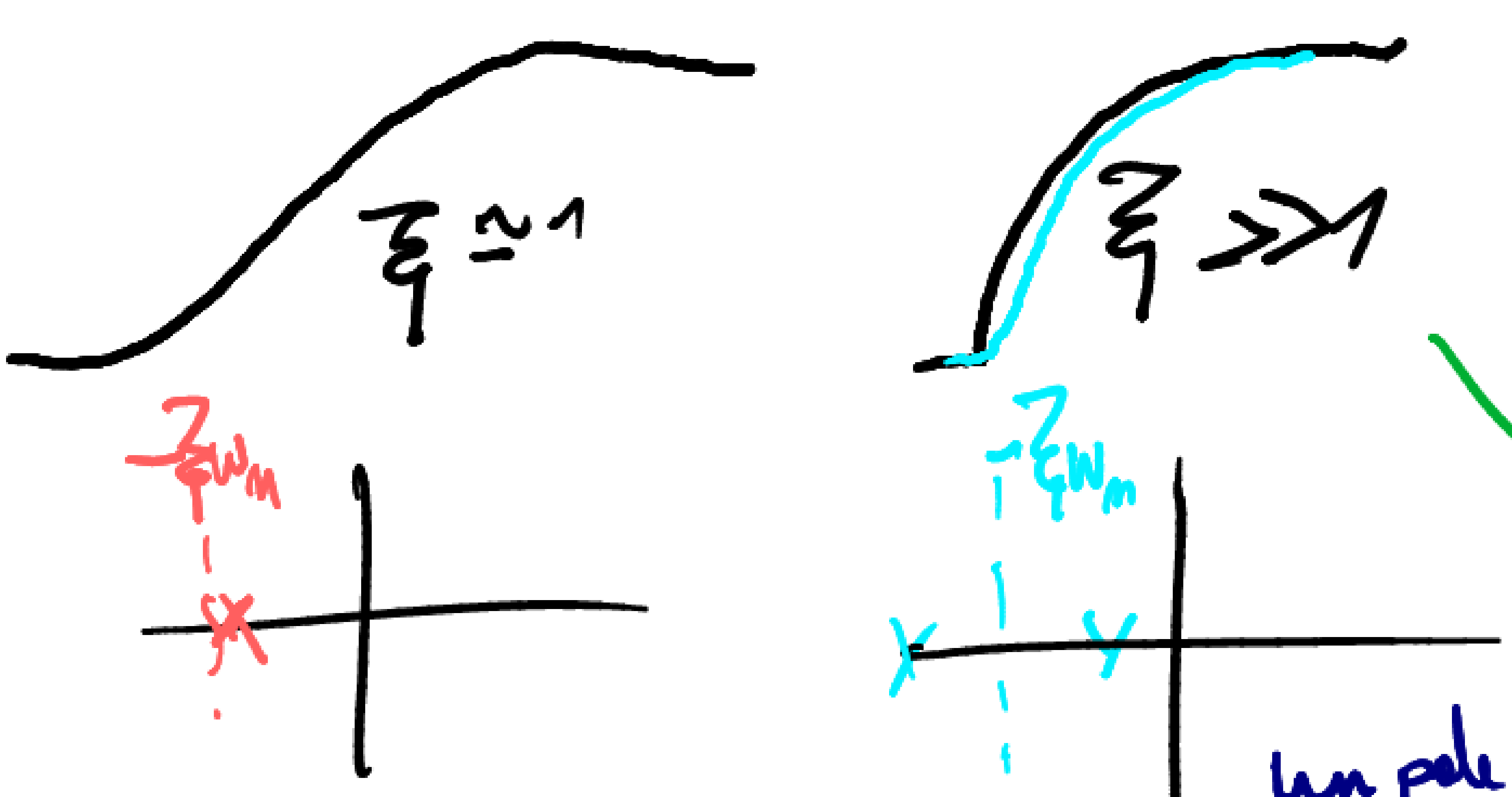
$$u \longrightarrow \boxed{\dfrac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}} \longrightarrow y$$

Modèle de comportement $\xi > 0$ $\omega_n > 0$
stable si

Pôles $\xi \geq 1$ $\quad p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$

$\xi < 1$ $\quad p = -\xi\omega_n \pm i\,\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$\cancel{3}$
$\cancel{s^2 + 2s - 1}$



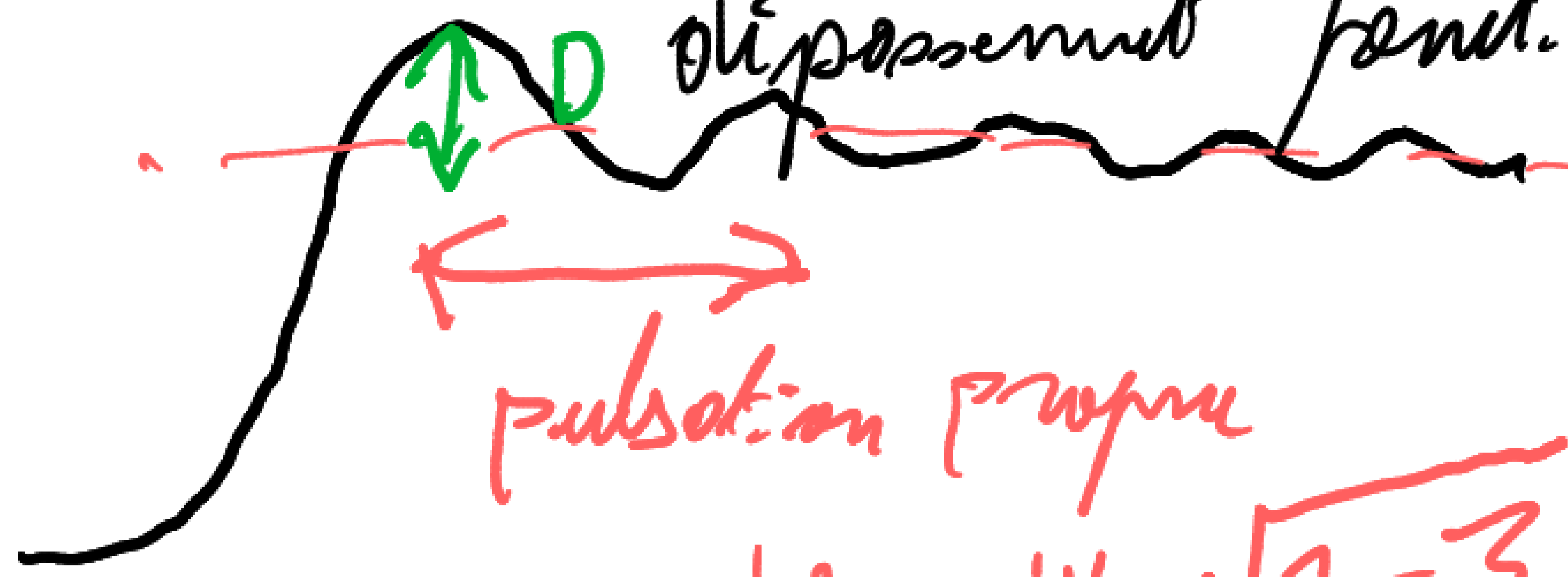
$$T_r \leq \frac{3}{|\mathrm{Re}(\text{pole dominant})|}$$

déjà à partir de $\xi = 5$

un pole est prédominant

$\xi < 1$

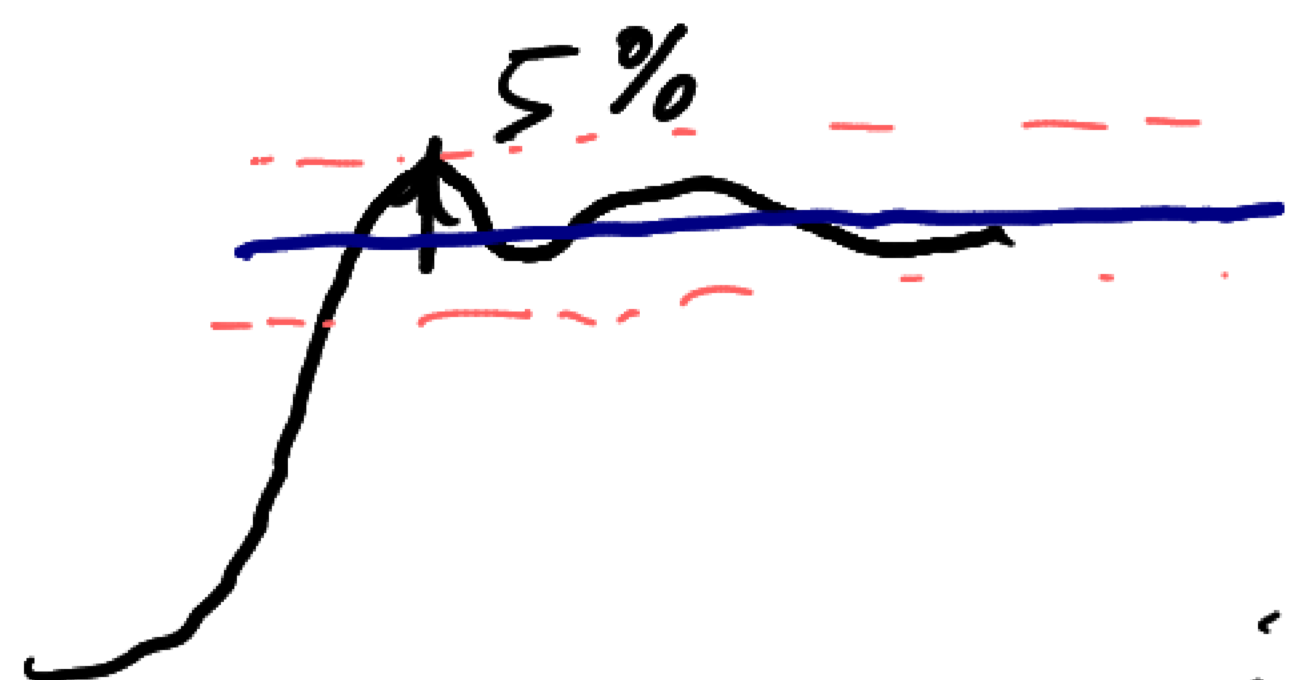
dépassement fonction de ξ



pulsation propre

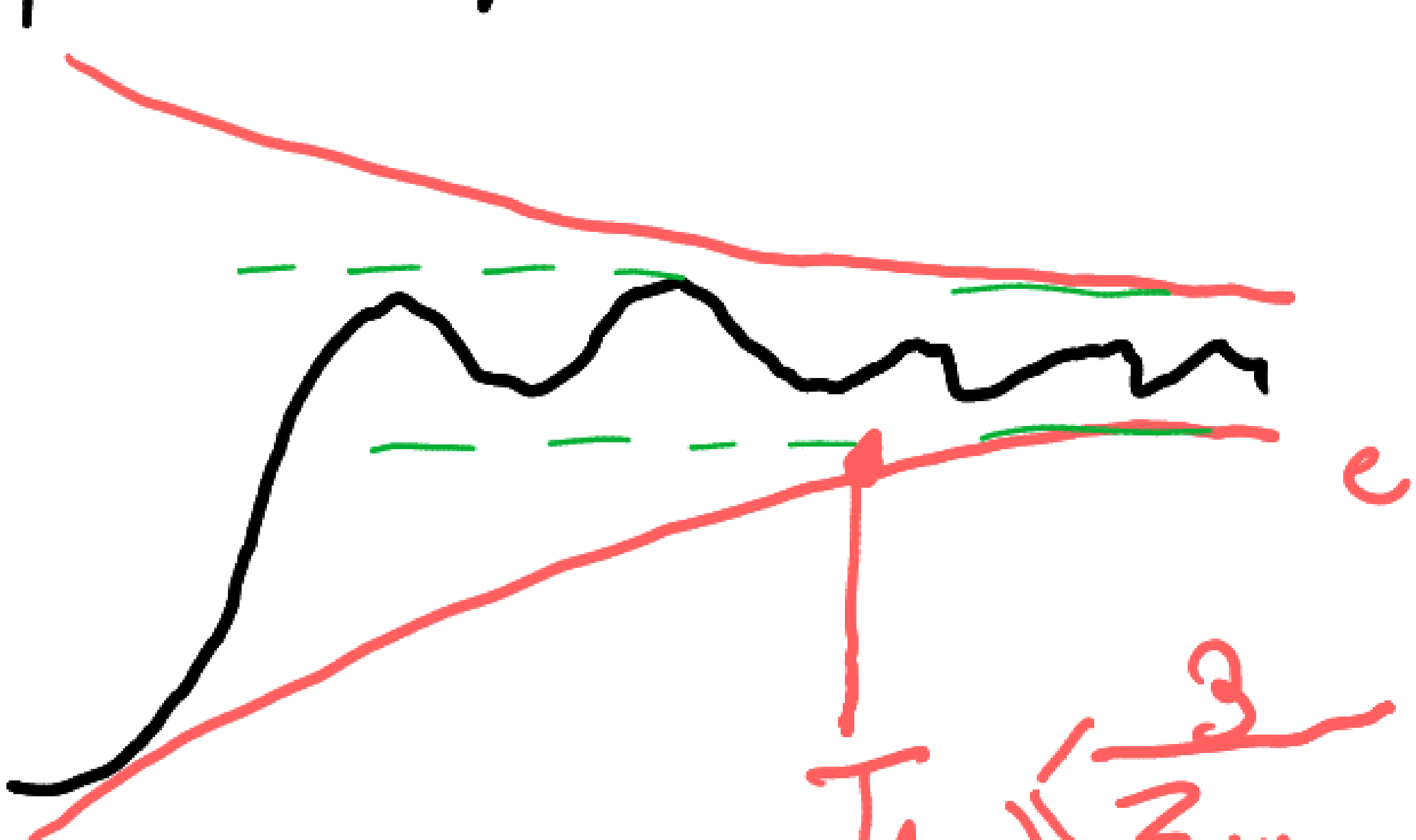
$\omega_p = \omega_n \sqrt{1-\xi}$

$\xi = 0,7$ valeur importante



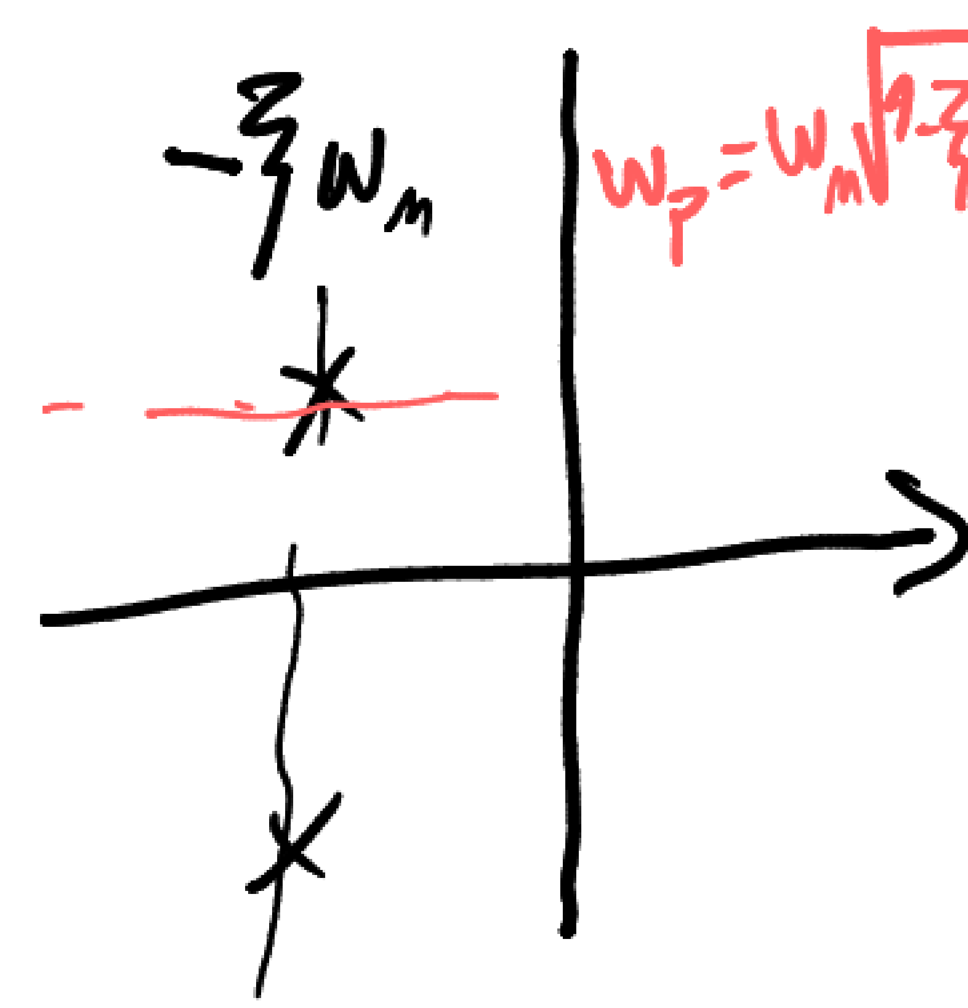
ici $T_r = \dfrac{2,9}{\omega_n}$

Temps de réponse approximation



$e^{-\xi \omega_n t}$

$T_r \ll \dfrac{3}{\xi \omega_n}$



Identification :

Si oscillation $\%D \longrightarrow \xi$

$\omega_p \longrightarrow \omega_n$

$y_\infty \longrightarrow K$

Si n'oscille pas : méthode graphique

Dans les deux cas on préfère l'identification numérique → Moindre carré

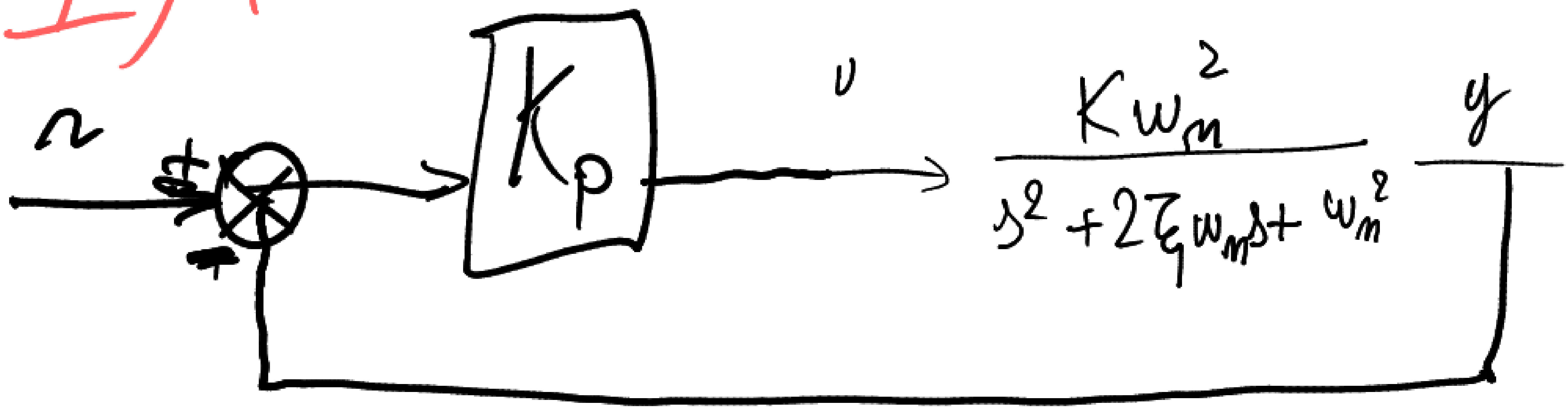
→ Fréquentiel

(envoie d'un chirp)

→ Optimisation numérique

↳ on peut mettre des bornes

I) P



$$W = \frac{y}{r} = \frac{F}{1+F} = \frac{N}{N+D}$$

$$W = \frac{K_p K \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2(1+KK_p)}$$

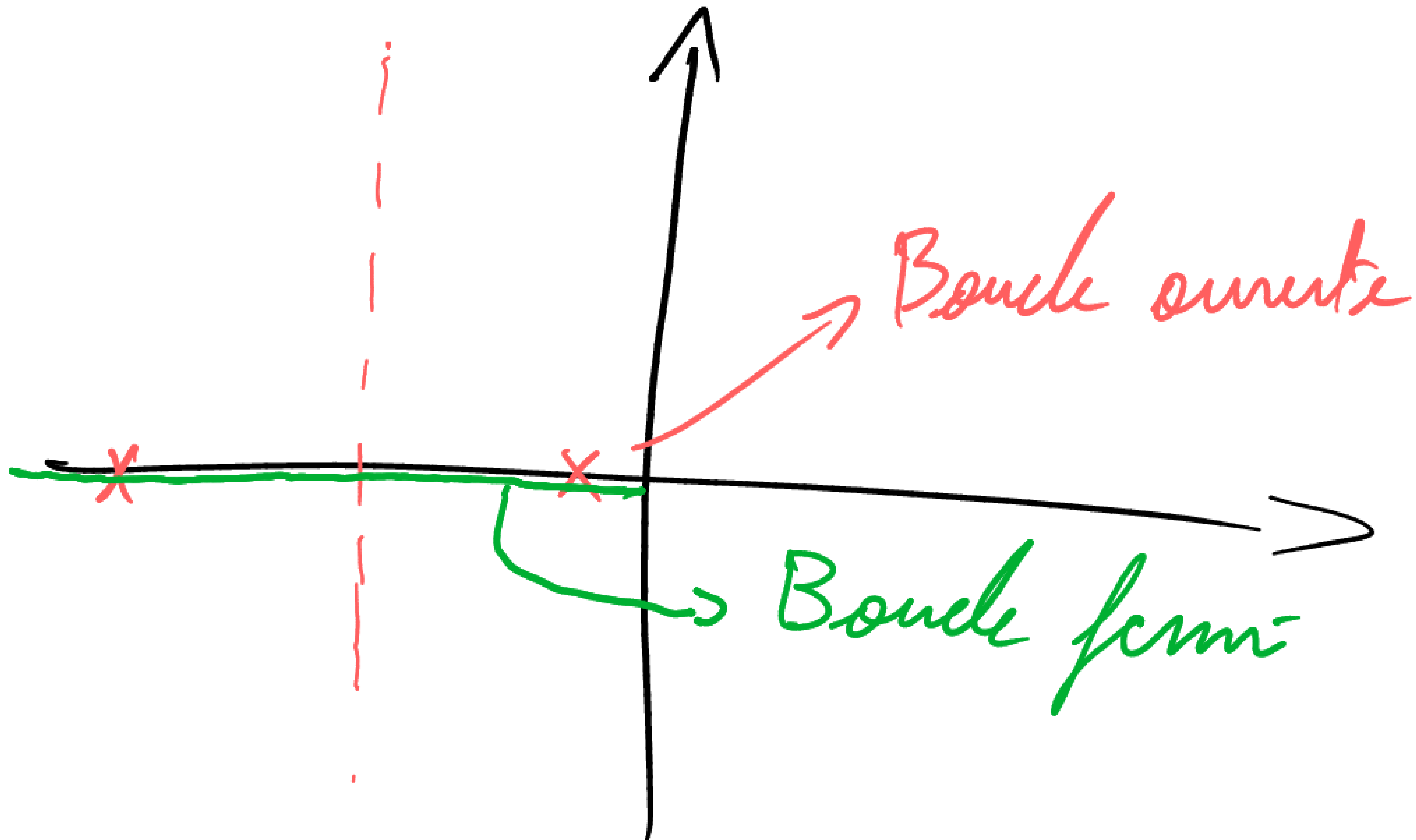
$$s^2 + 2\xi_{bf}\,\omega_{n\,bf}\, s + \omega_{n\,bf}^2$$

La moyenne des parties réelles des pôles est constante
↳ contraintes

1 paramètre
2 équations :
contraintes algébrique

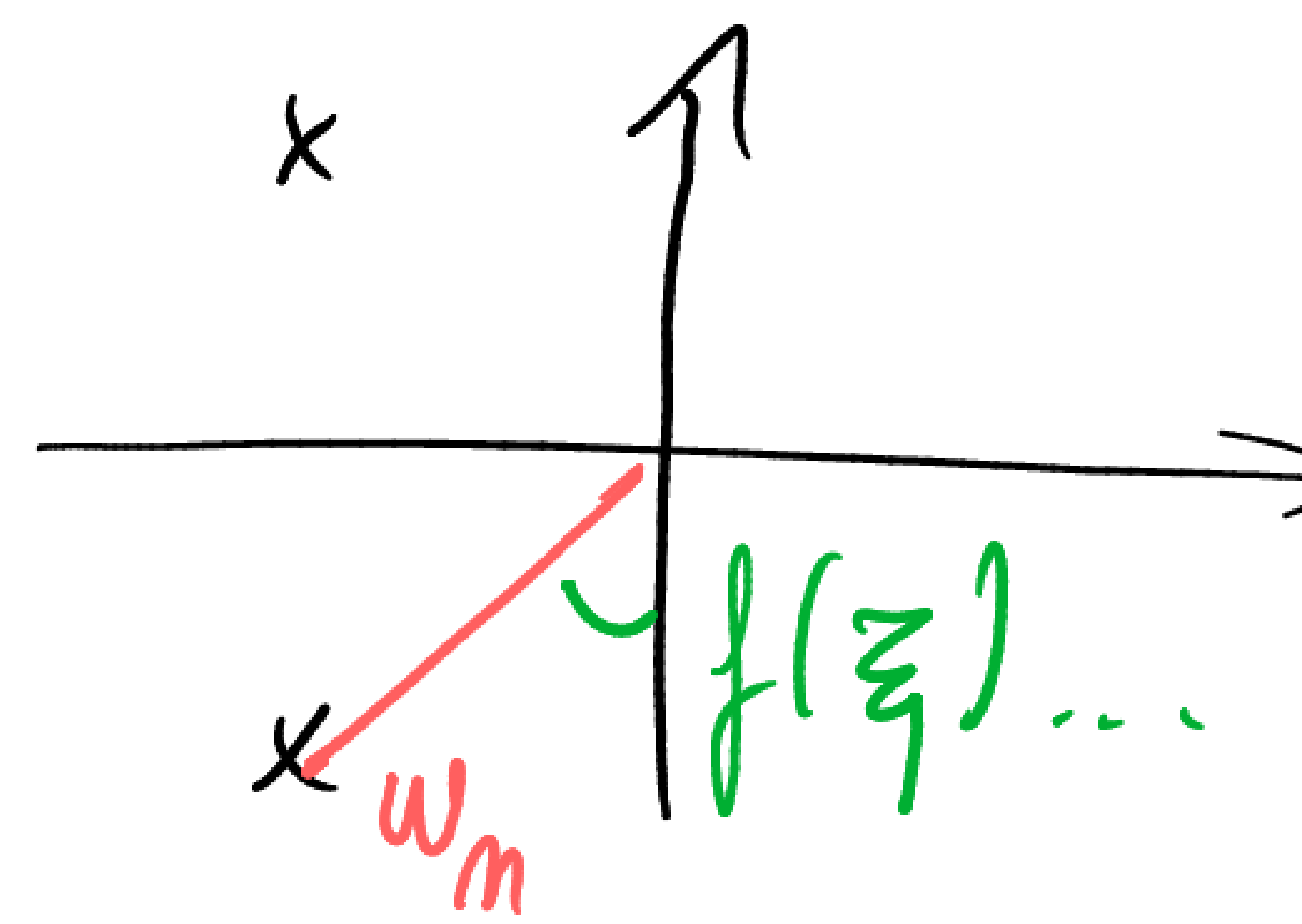
$$\boxed{\omega_{n\,bf} = \omega_n\sqrt{1+KK_p}}$$

$$\boxed{\xi_{bf} = \frac{\xi}{\sqrt{1+KK_p}}}$$



En changeant ξ on change l'angle

On restera stable

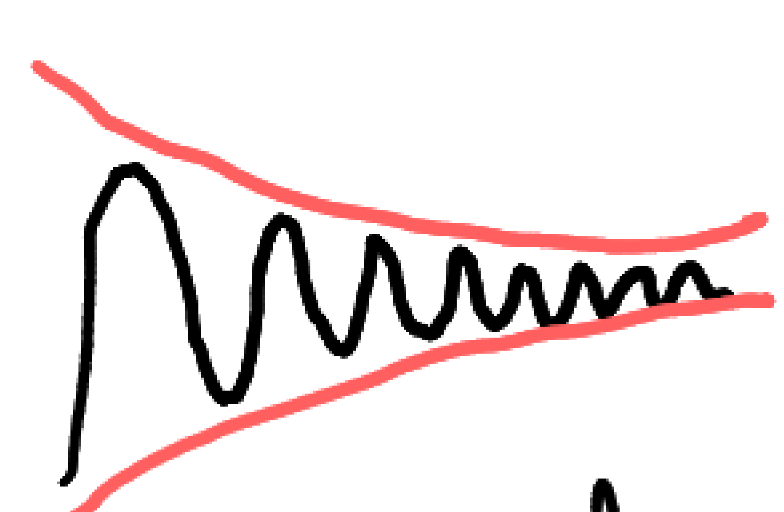


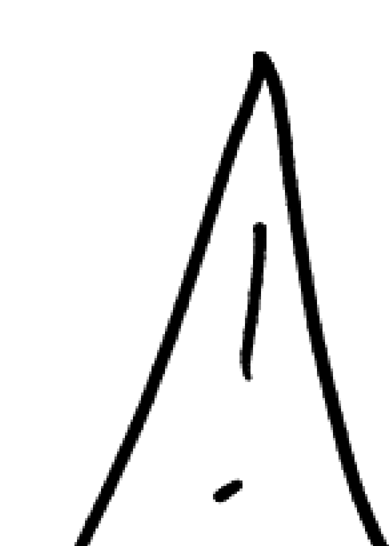
Gain statique

$$\frac{k K_p}{1+K_p K}$$

Le même que dans le cas du premier ordre

Si $K \nearrow$





On mettra donc une précompensation

Conclusion

Pour un système d'ordre 2 stable
on peut imposer ξ_{bf} ou $w_{n\,bf}$

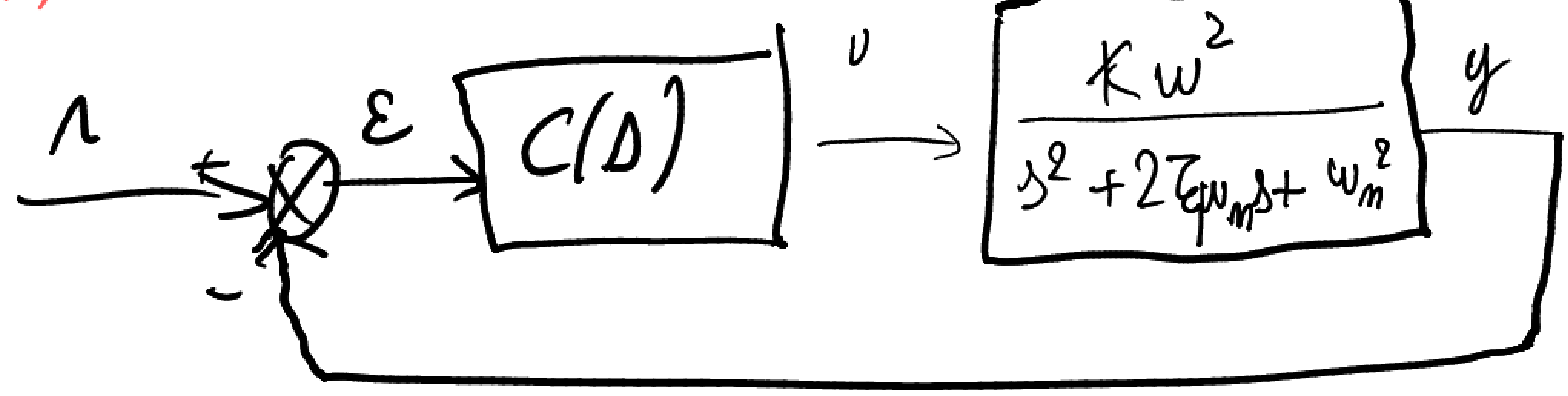
Nécessité d'une précompensation
↳ étude de robustesse / sensibilité / K

Pas de placement de pôle possible

mais on peut changer $T_r = T_r(K_p)$
optimal pour $\xi_{bf} = 0,7$

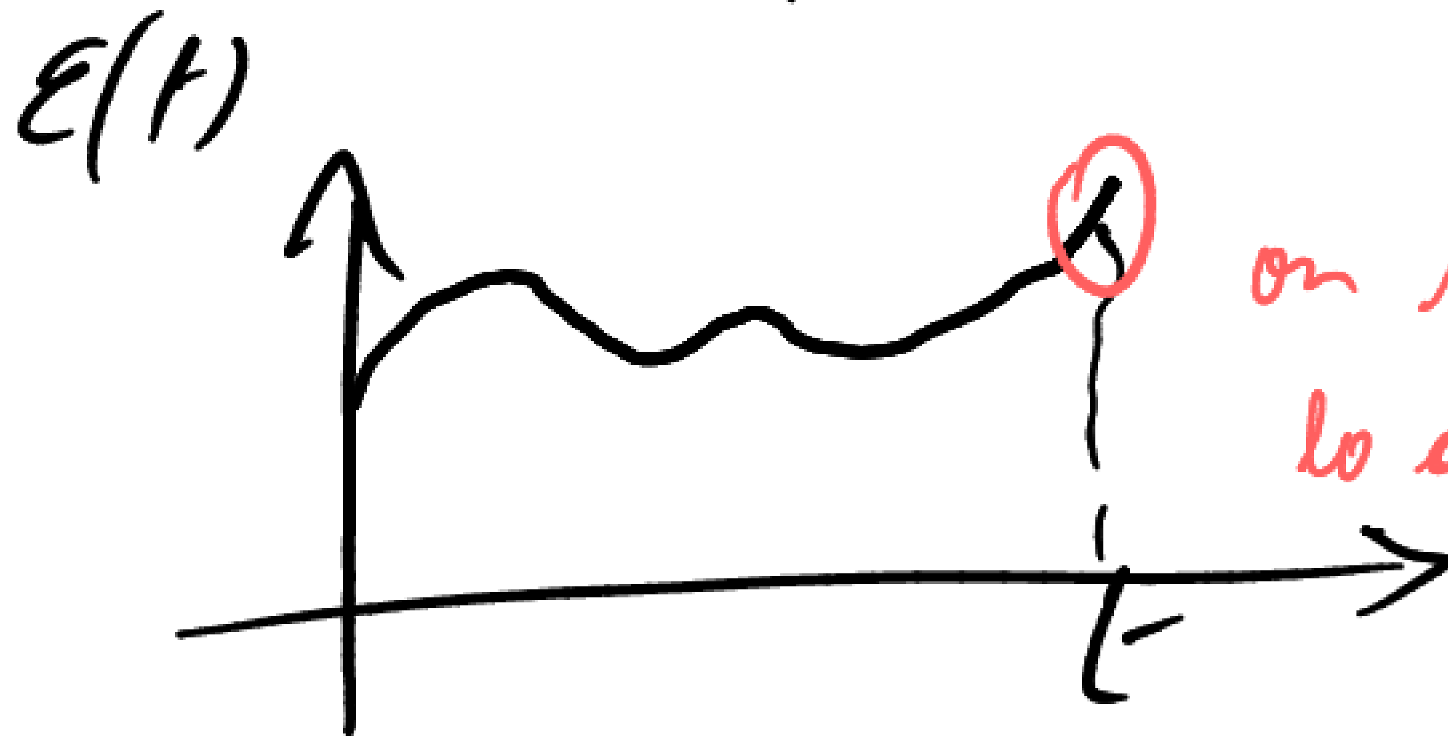
Pour un système d'ordre 2 instable en BO
↳ étude complémentaire de stabilisabilité
Critère de Routh

II) D



$$\frac{U}{\varepsilon} = K_p + K_d s$$

Causalité $u(t) = K_p \varepsilon(t) + K_d \dot{\varepsilon}(t)$



on ne connaît pas la dérivée

Donc soit on introduit un retard

soit un effet de filtrage

$$C(s) = \frac{K_p + K_d s}{\alpha s + 1}$$

$$\alpha(s+1)U = (K_p + K_d s)\varepsilon$$

$$\alpha \dot{U} + U = K_p \varepsilon + K_d \dot{\varepsilon}$$

$$U = \frac{1}{\alpha}\left(K_p \int \varepsilon + K_d \varepsilon - \int_0\right)$$

↳ causale

En pratique $\dot{\varepsilon} \simeq \dfrac{\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\delta)}{\delta}$

ou $C = \dfrac{\quad}{\alpha s+1}$

Dérivé filtré

δ ou s ou α petit

$$W = \frac{Y}{R} = \frac{(K_p + K_d s) K \omega_n^2}{s^2 + (2\xi\omega_n + K K_d \omega_n^2) + \omega_n^2 (1 + K_p K)}$$

avec $C = K_p + K_d s$

$$\boxed{\omega_{nbf} = \omega_n \sqrt{1 + K_p k}}$$

$$\xi_{bf} = \frac{2\xi\omega_n + k K_d \omega_n}{2\omega_{nbf}} = \frac{2\xi\omega_n + K K_d \omega_n^2}{2\omega_n\sqrt{1 + K_p k}}$$

$$\boxed{\xi_{bf} = \frac{2\xi + K K_d \omega_n}{2\sqrt{1 + K_p K}}}$$

Gain: $\dfrac{K_p K}{1 + K K_p}$

Conclusion

K_p impose $\omega_{n\,bf}$
K_d impose ξ_{bf} si K_p fixé

$\Big\}$ Placement de pôle

Ici (second ordre stable en boucle ouverte)

$K_p \nearrow$ rapidité en terme de temps de montée

$K_d \nearrow$ l'amortissement

⚠ $K_p + K_d s$ au numérateur peut créer un dépassement supplémentaire

Si $\underline{K_p K_d > 0}$ on peut faire une précompensation alors

$$\longrightarrow \boxed{\dfrac{K_p}{K_p + K_d}} \longrightarrow \boxed{\dfrac{1 + K K_p}{K_p}} \longrightarrow$$

précompensation du "zéro" — précompensation du gain statique

Cas général (même instable)

$$F = \frac{c}{s^2 + as + b} \qquad c \neq 0$$

Avec $C(s) = K_p + K_d s$ $\quad W = \dfrac{c(K_p + K_d s)}{s^2 + (a + cK_d)s + (b + K_p c)}$

Identification $\rightarrow P_{bf} = s^2 + 2\xi_{bf}\omega_{n_{bf}} s + \omega_{n_{bf}}^2$

$\rightarrow P_{bf} = (s - p_1)(s - p_2)$

$\rightarrow K_p$

$\rightarrow K_d$

III)

Problème de P et PD : précision et rejet de la perturbation

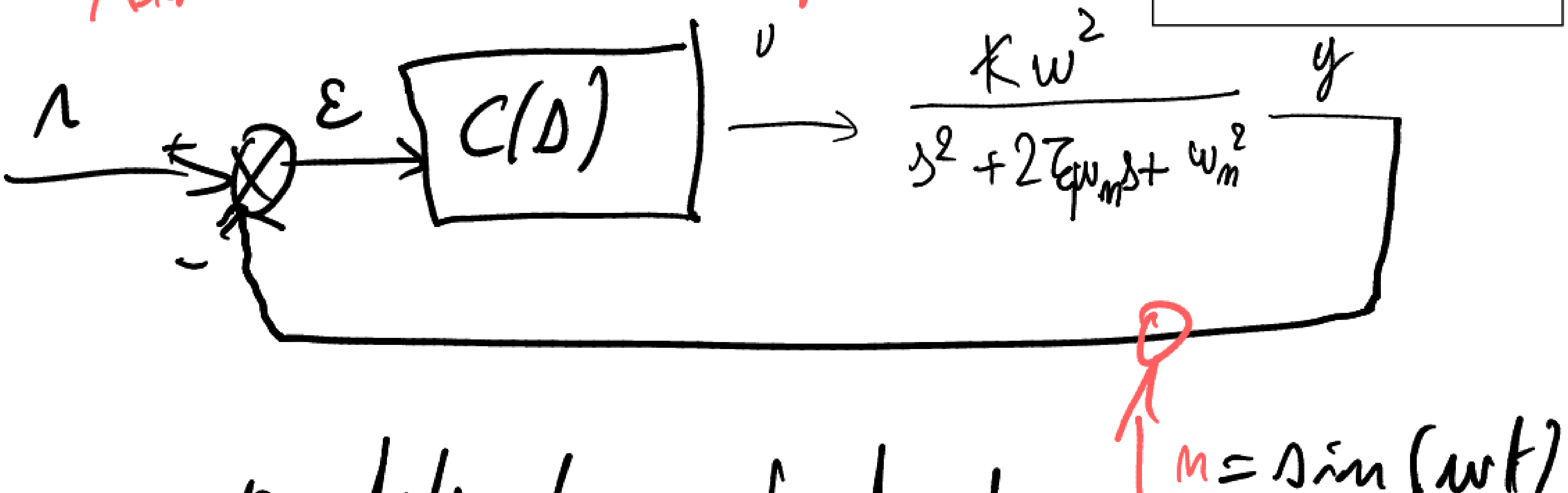
→ il faut mettre un intégrateur

$$C(s) = K_p + K_d s + \frac{K_I}{s} = \frac{K_p + K_d s^2 + K_I}{s}$$

En pratique $\dot{\varepsilon} \simeq \ldots$

$$K_d \rightarrow \frac{K_d s}{\alpha s + 1} \rightarrow \text{passe bas}$$

Attention au bruit : dérivent du P.D.



amplification des bruits

$$\varepsilon = r - y - n$$
$$\dot{\varepsilon} = w \sin(wt)$$

Si w est grand → problème

$$C(s) = \frac{K_p + K_d s^2 + K_I}{s}$$

$$F(s) = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$W = \frac{\frac{K_p s + K_d s^2 + K_I}{s} K \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 + \frac{K_p s + K_d s^2 + K_I}{s} K \omega_n^2}$$

$$= \frac{\frac{K_p s + K_d s^2 + K_I}{s} K \omega_n^2}{s^2 + \left(2\xi\omega_n + K K_d \omega_n^2\right) s + \left(1 + K K_p + \frac{K_I K}{s}\right)\omega_n^2}$$

$$= \frac{\left(K_p s + K_d s^2 + K_I\right) K \omega_n^2}{s^3 + \left(2\xi\omega_n + K K_d \omega_n^2\right) s^2 + \left(1 + K K_p\right)\omega_n^2 s + K_I K}$$

Funzione ansi dove le cos instabili

Gain statique = 1

Gain statique $\frac{\varepsilon}{d_u} = 0$

Exemple $\frac{1}{2s^2+s+4}$ → analyse

calcul d'un correcteur PD

tel que $\begin{cases} \%D = 5\% \\ T_R = 0{,}2 \end{cases}$

$$F = \frac{1/2}{s^2 + \frac{1}{2}s + 2}$$

$$W = \frac{c(K_p + K_d s)}{s^2 + (a + cK_d)s + (b + K_p c)}$$