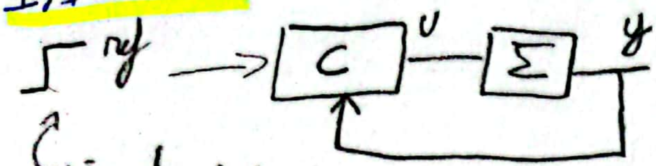
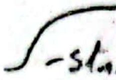
Trajectoire, Commande linéarisante et Découplage

I) Introduction



signal arbitraire



- stable
- Précis
- Rapide
- De qualité

Forme ?
↳ on ne peut la choisir

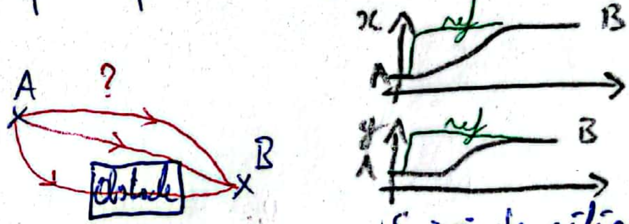
Régime saturé : comme si on coupait le fil, boucle ouverte

Rate limiter (Matlab)

⚠
↳ Le pire des signal de ref peut être un signal sinusoïdal

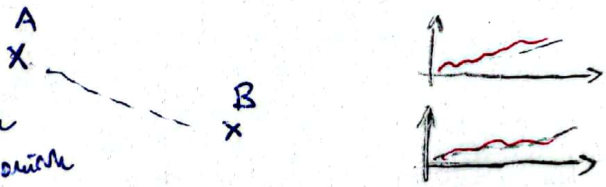
⚠ Point de fonctionnement on peut quitter la zone de linéarisation

ex : Robotique Mobile



Suivi de référence

Suivi de trajectoire



↳ la consigne change
on peut essayer de la suivre

→ Il faut une trajectoire y^* connue à l'avance, et admissible
(dérivable)
(lois acceptables du système)
↳ pb inverse
conditions sur $x(t)$, $u(t)$

→ Il faut suivre y^* en rejetant les perturbations d

II) Feed Forward

ex : 1er ordre SISO $\dot{y} + y = u$

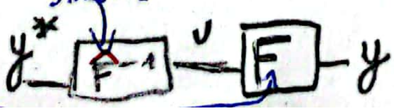
$y(t) = y^*(t)$ si $CI = 0$

Alors $u(t) = \dot{y}^*(t) + y^*(t)$ → pas causal (or y^* connu à l'avance)

admissible : on calcul $\max(\dot{y}^* + y^*)$
$\max(u)$

Instable ?
On passe en BF

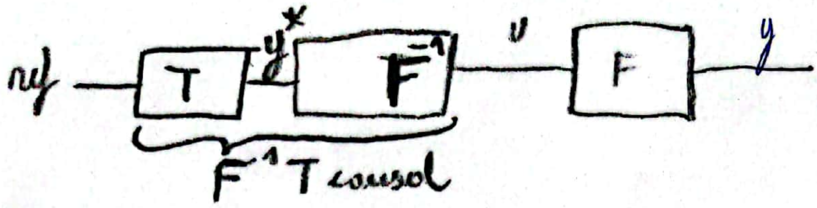
Stable ?



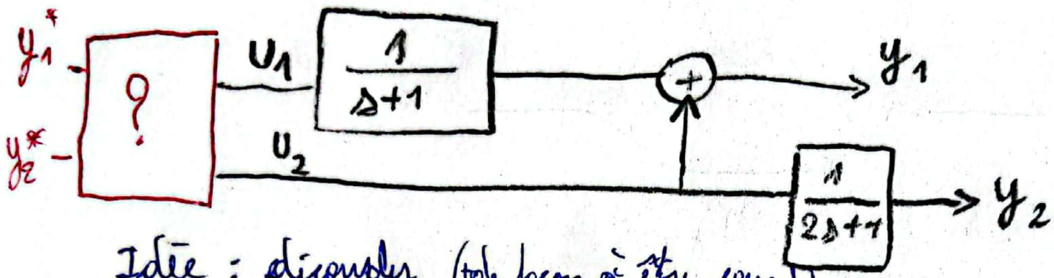
$y = F\hat{F}^{-1}y^*$

⚠ Robustesse ?

Si y^* n'est pas connu : utilisation d'un modèle de ref



ex: Linéaire MIMO



Idée : découpler (toute façon à être causal)

$$\begin{cases} y_1 = u_2 + F_1 u_1 \\ y_2 = F_2 u_2 \end{cases}$$

u_1', u_2' tel que $Y_1 = F_1 \cdot u_1'$

$Y_2 = F_2 F_1 u_2'$

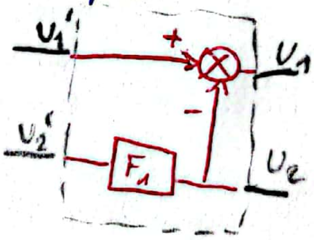
$$u_2 = F_1 u_2'$$

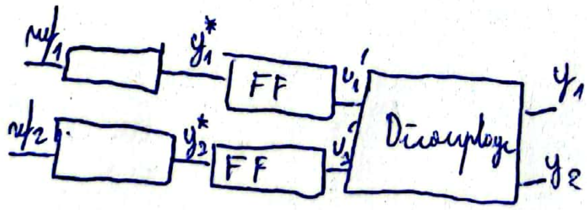
$$y_1 = F_1 (\underbrace{u_2' + u_1}_{u_1'})$$

$$y_2 = F_2 F_1 u_2'$$

$u_1 := u_1' - u_2$

Découplage





II) Commande linéarisante

ex

$$ml^2\ddot{\theta} = -mgl\sin\theta - f\dot{\theta} + u$$

$$u = u' + mgl\sin\theta + f\dot{\theta}$$

$$ml^2\ddot{\theta} = u' + d(t)$$

mesure ou estimation nécessaire

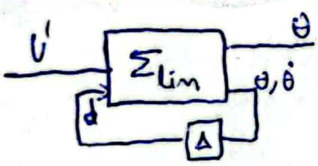
erreur de modélisation

~~$d(t)=0$~~ car d dépend de θ ici

pour la commande

$$|d(t)| < \varepsilon$$

Théorème du petit gain



Si d a peu d'influence sur la sortie, et réciproquement c'est comme ce passait rien

→ Boucle fermée indépendante du point de fonctionnement

→ Suivi de trajectoire $\quad ml^2\ddot{\theta} = u'$

$$u' = ml^2\ddot{\theta}^* \qquad \text{si } \begin{cases} CI = 0 \\ d = 0 \end{cases} \qquad \theta(t) = \theta^*(t)$$

Si $CI \neq 0$? et $d \neq 0$?

III) Tracking

$$ml^2\ddot{\theta} = u' + d$$

$$u' = u_{FF} + u_{FB}$$

$$u_{FF} = ml^2\ddot{\theta}^*$$

Ainsi $\quad ml^2\ddot{\theta} = ml^2\ddot{\theta}^* + u_{FB} + d$

$$ml^2\underbrace{(\ddot{\theta} - \ddot{\theta}^*)}_{\ddot{\varepsilon}} = u_{FB} + d \longrightarrow \ddot{\varepsilon} = \frac{1}{ml^2}u_{FB} + \frac{1}{ml^2}d$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\varepsilon} \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{ml^2} \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} \frac{1}{ml^2} \\ 0 \end{pmatrix} d$$

$$u_{FB} = \underbrace{\cancel{G\varepsilon(t)}}_{=0} - K\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \varepsilon \end{pmatrix}$$

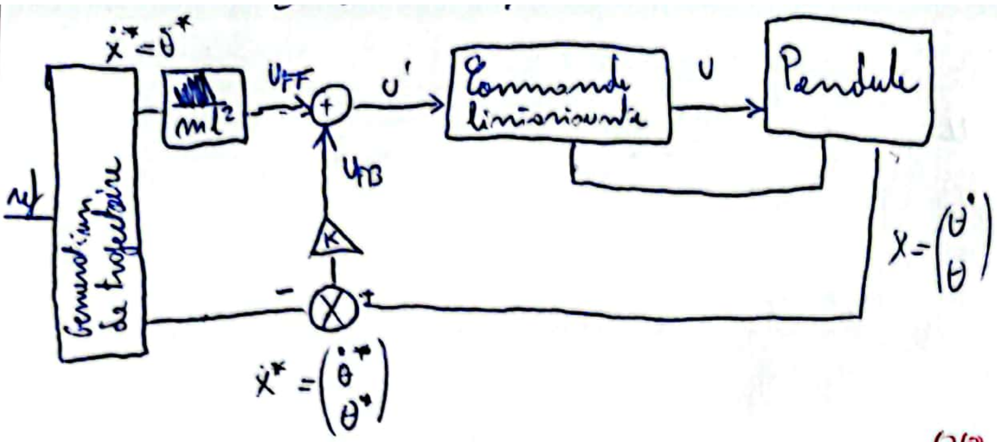
Donc $\begin{pmatrix} \ddot{\varepsilon} \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = (A - BK)\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \varepsilon \end{pmatrix} + \underbrace{(\quad)}\, d$

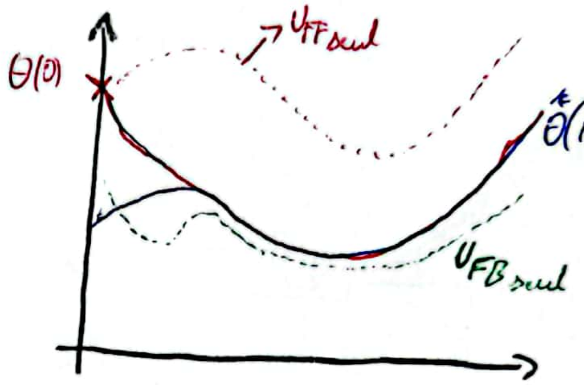
Regarder le lieu de Bode

Étude de sensibilité /d

Intégration ?

Mit CamScanner gescannt





ex : Bras robot

$$M(q)\ddot{q} + D(q,\dot{q})\dot{q} + C(q,\dot{q}) = \tau$$

$$\tau = C(q,\dot{q}) + D(q,\dot{q})\dot{q} + M(q)u'$$

$$\ddot{q}_i = u'_i$$

$$u'_i = u_{FF_i} + u_{FB_i}$$

$$u_{FF_i} = \ddot{q}_i^* \qquad u_{FB_i} = -K\begin{pmatrix} q_i - q_i^* \\ \dot{q}_i - \dot{q}_i^* \end{pmatrix}$$

On $Y = g(q)$ position de la main est la sortie du système $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \dot{Y} = \underbrace{\frac{\partial g}{\partial q}}_{\text{Jacobienne}} \dot{q} \qquad \Rightarrow \ddot{Y} = \frac{\partial g}{\partial q}\ddot{q} + \frac{\partial^2 g}{\partial q^2}\dot{q}^2$$

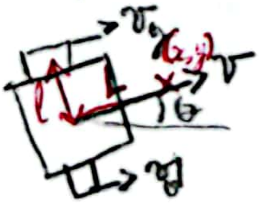
$$\ddot{q} = u' = \left(\frac{\partial g}{\partial q}\right)^{-1}\left(u'' - \frac{\partial^2 g}{\partial q^2}\dot{q}^2\right)$$

⚠ Pas toujours inversible

$$u'' = u_{FF} + u_{FB}$$

$u_{FF} = \ddot{y}^*$, $u_{FB} = K\begin{pmatrix} Y - Y^* \\ \dot{Y} - \dot{Y}^* \end{pmatrix}$

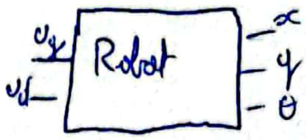
Robotique mobile

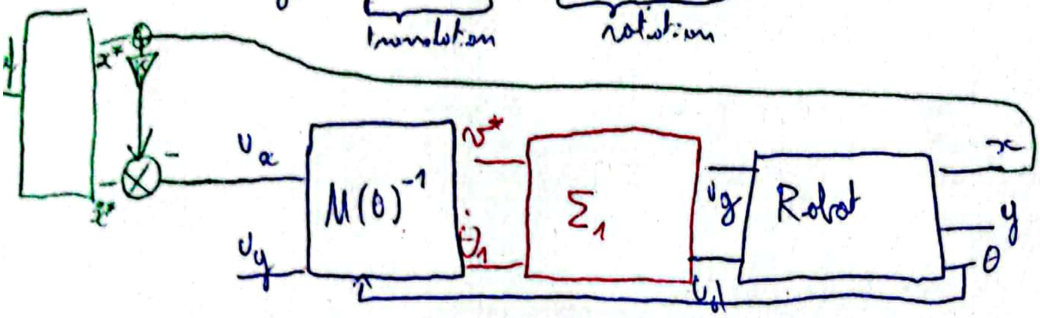


x, y dépendent v, θ dépendent de v_g, v_d

$$\Sigma_1 : \begin{cases} v_g = v - l\dot{\theta} = u_g \\ v_d = v + l\dot{\theta} = u_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \underbrace{v\cos\theta}_{\text{translation}} \underbrace{- L\sin(\theta)\dot{\theta}}_{\text{rotation}} \\ \dot{y} = v\sin\theta + L\cos(\theta)\dot{\theta} \end{cases} \longrightarrow$$





$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & -L\sin\theta \\ \sin\theta & L\cos\theta \end{pmatrix}}_{M(\theta)} \begin{pmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$u_x = \underbrace{u_{FF}}_{\dot{x}^*} + \underbrace{u_{FB}}_{-K(x - x^*)}$$

De même pour y

⚠ u_g et u_d doivent être dans les bonnes bornes
Mettre des saturation en amont

(Imaginons pour (x_1, y_1) vers $(x_2, y_2) = (x_2 + N, y_2 + \varepsilon)$ alors potentiellement en y on va diverger puis en x ...)

Mit CamScanner gescannt