Résumé

Système

Modèle(s) + Hypothèse + Contraintes
+ Incertitudes

Incertitudes

↳ Identification / Mesure des paramètres

↳ Non linéarité :
variable lente
(exemple des fusée)

↳ Disparité entre composants

Objectif

↓

- Spécifications
  ↳ Maths

- Domaine de fonctionnement

Technique avancée

→ Robustesse

→ Cas non linéaire (⇒ point de fonctionnement)

→ Commande Adaptative
(on s'adapte avec estimations en temps réel des paramètres)

→ Commande optimale
(génération de trajectoire sous contraintes)

→ Théorie de la platitude
(généralisation)

→ Commande prédictive
(mixe entre adaptative et optimale)

⇒ permet de respecter les contraintes

"Commande optimale sur un horizon fini"

I) Robustesse : Incertitude Paramétrique

LPV : Linear Parameter Varying

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta(t))\,x + B(\theta(t))\,u \\ y = C(\theta(t))\,x \end{cases}$$

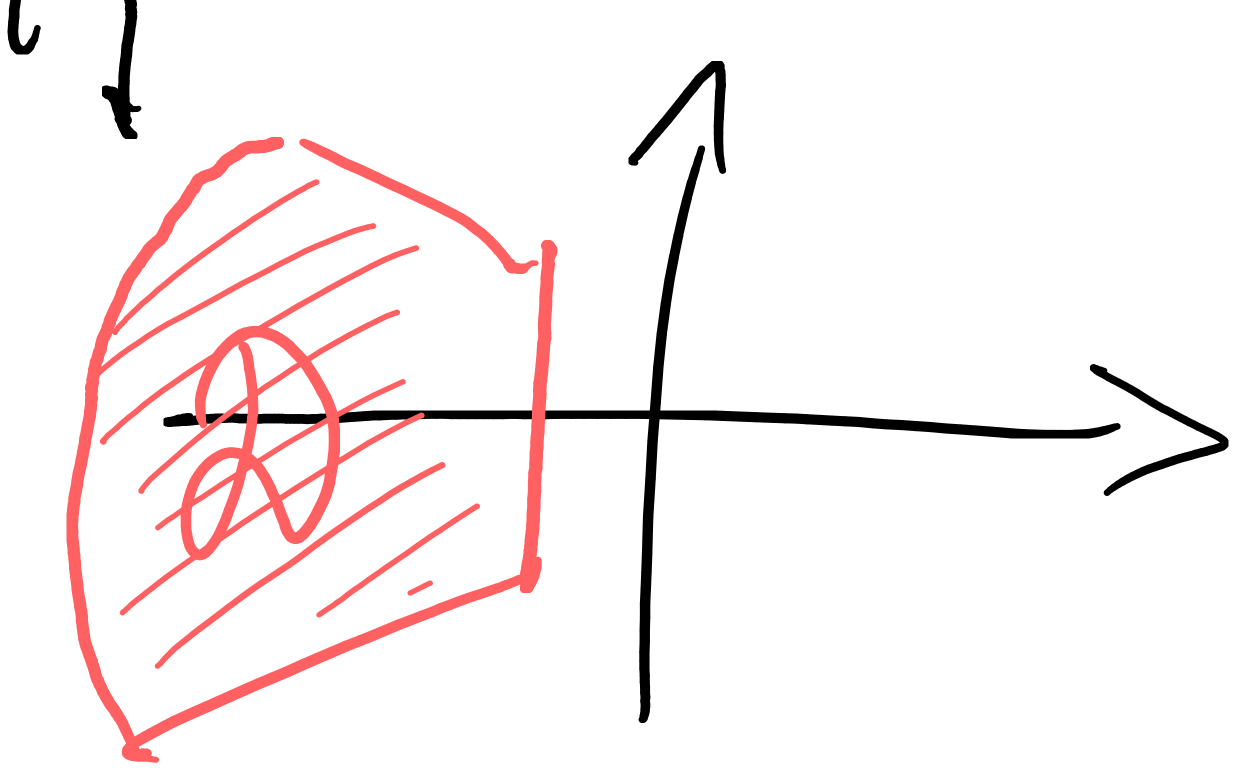
$\dot{\theta}(t) \approx 0 \qquad \theta(t) \in \Theta$

Si $u(t) = Gr - Fx$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A(\theta) - B(\theta)F)\,x + B(\theta)G\,r(t) \\ y = C(\theta)\,x \end{cases}$$

- Dynamique : $\forall \theta \in \Theta \quad vp\left(A(\theta) - B(\theta)F\right) \in \mathcal{D}$

$\mathcal{D}$ stabilité



- Statique $GS(\theta) \approx 1$

  ↳ Intégrateur

$$\min_K \| GS(\theta) - 1 \|^2$$

tel que $eig(A - BK) \in \mathcal{D}$

$\forall \theta \in \{ \theta_1, \ldots, \theta_n \}$

Approximation de Θ

slTuner

"Suffisamment lentement par rapport au temps de réponse du système"

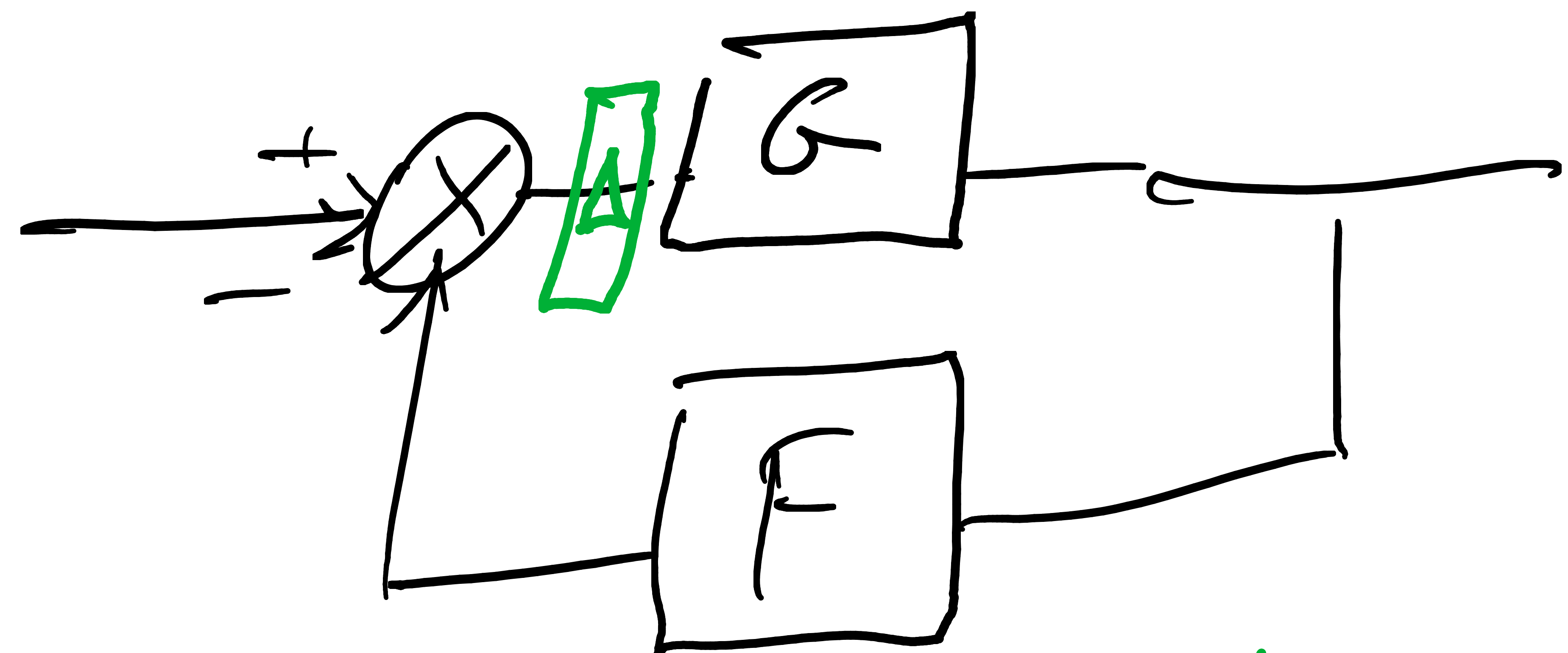
II) Dynamique négligée

Ici on "a oublié des morceaux d'équation"

Cas SISO

Nominal

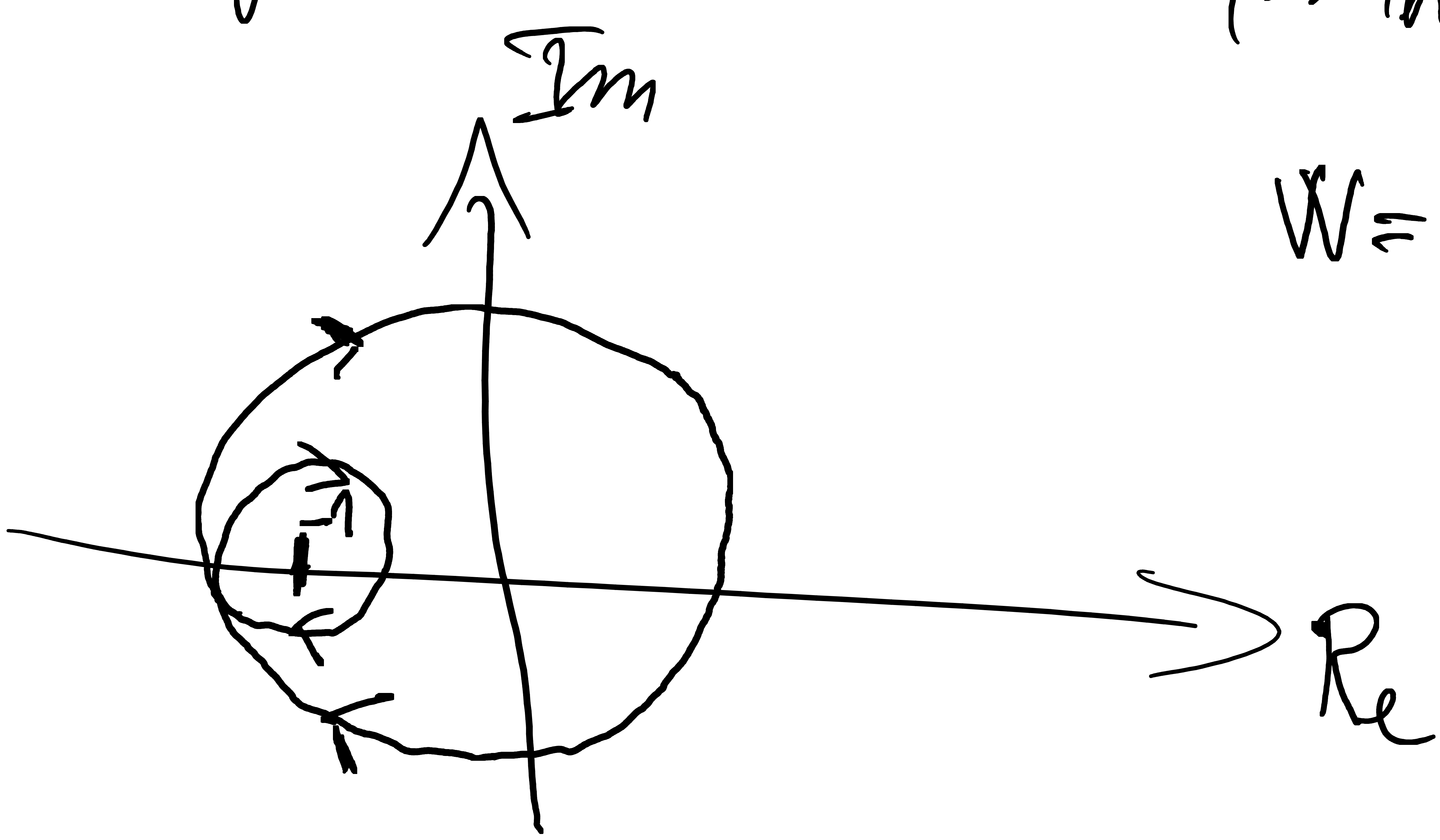
Stable



Incertain : les propriétés du transfert Δ
tels que la stabilité est préservée

Méthode fréquentielle : th Nyquist
(→ Th de Cauchy)

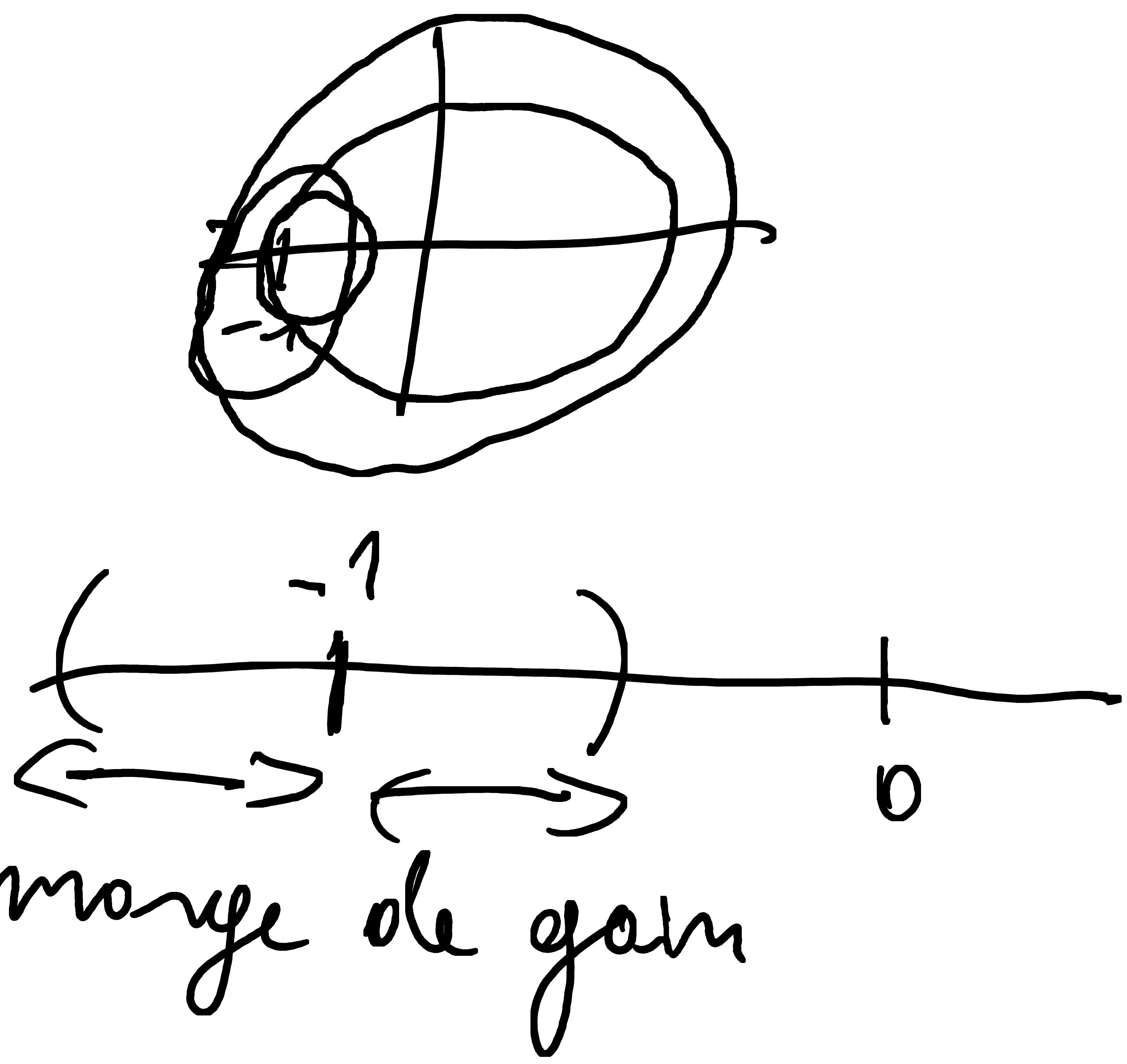
$W = GF$



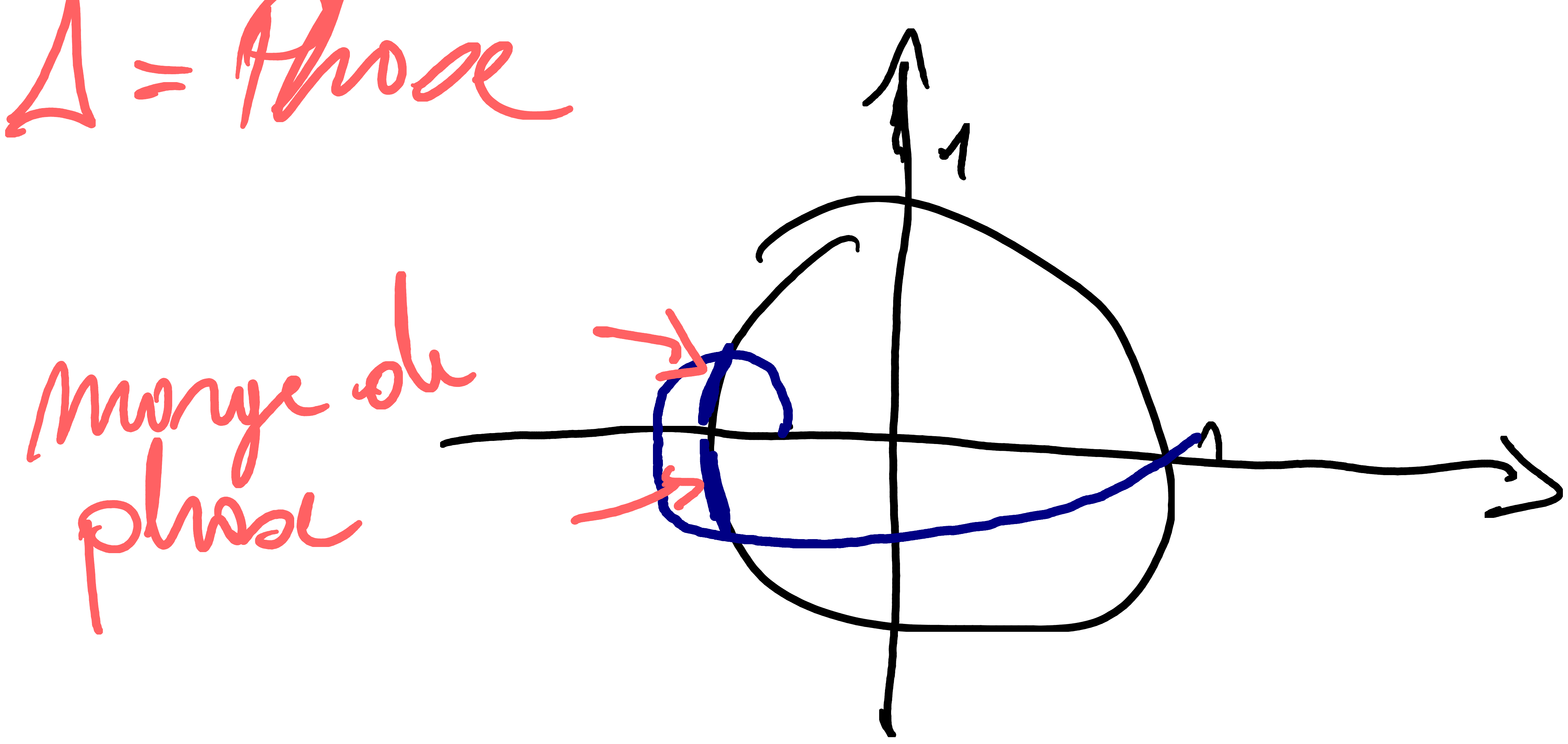
Lieu de Nyquist

Stable (en BF) si le lieu (diférence en BO) fait un nombre de tour autour de −1 bien spécifique (algébrique)

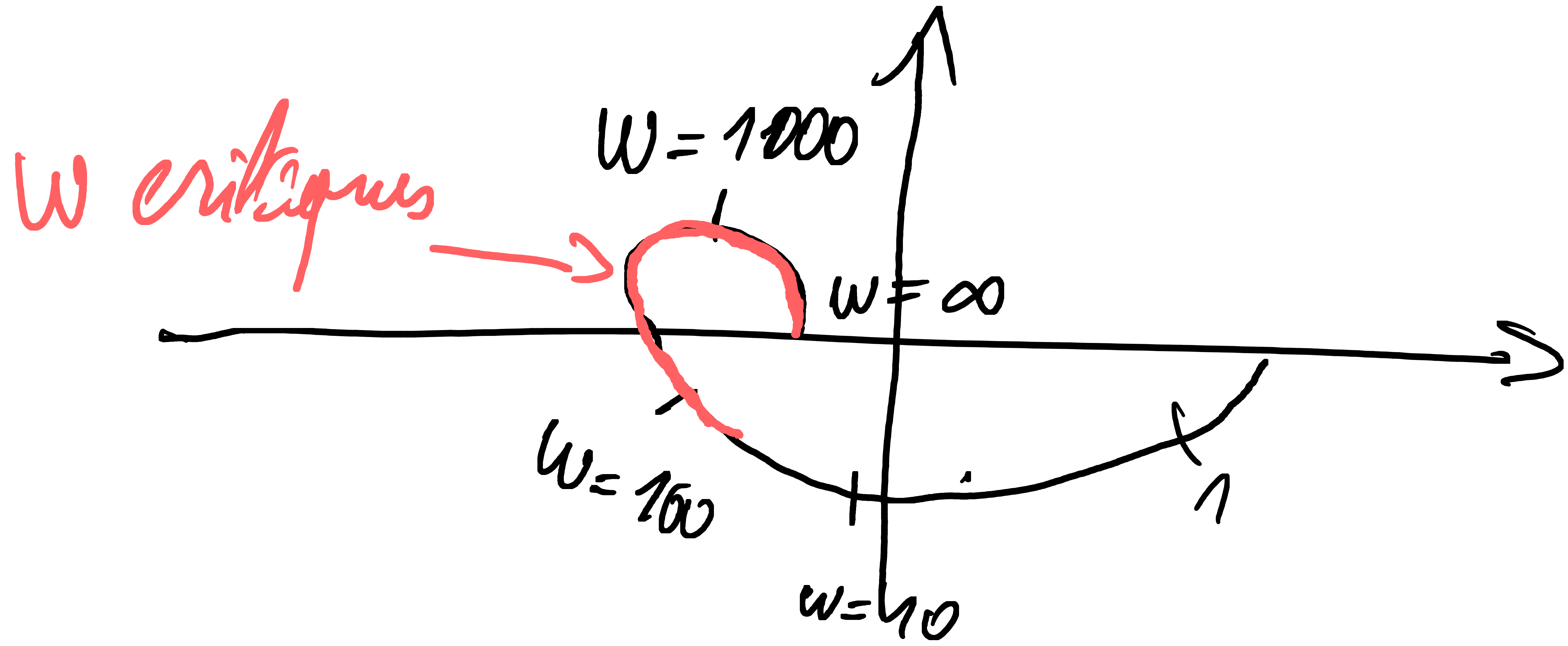
Si Δ = Gain :



Δ = Phase



métaparamètre



III) Extension possible

Si la synthèse robustesse échoue
→ changement de correcteur

Si θ est mesuré ~~ou~~ estimé

→ gain scheduling → fusée

$$u(t) = G(\theta)r - K(\theta)x$$

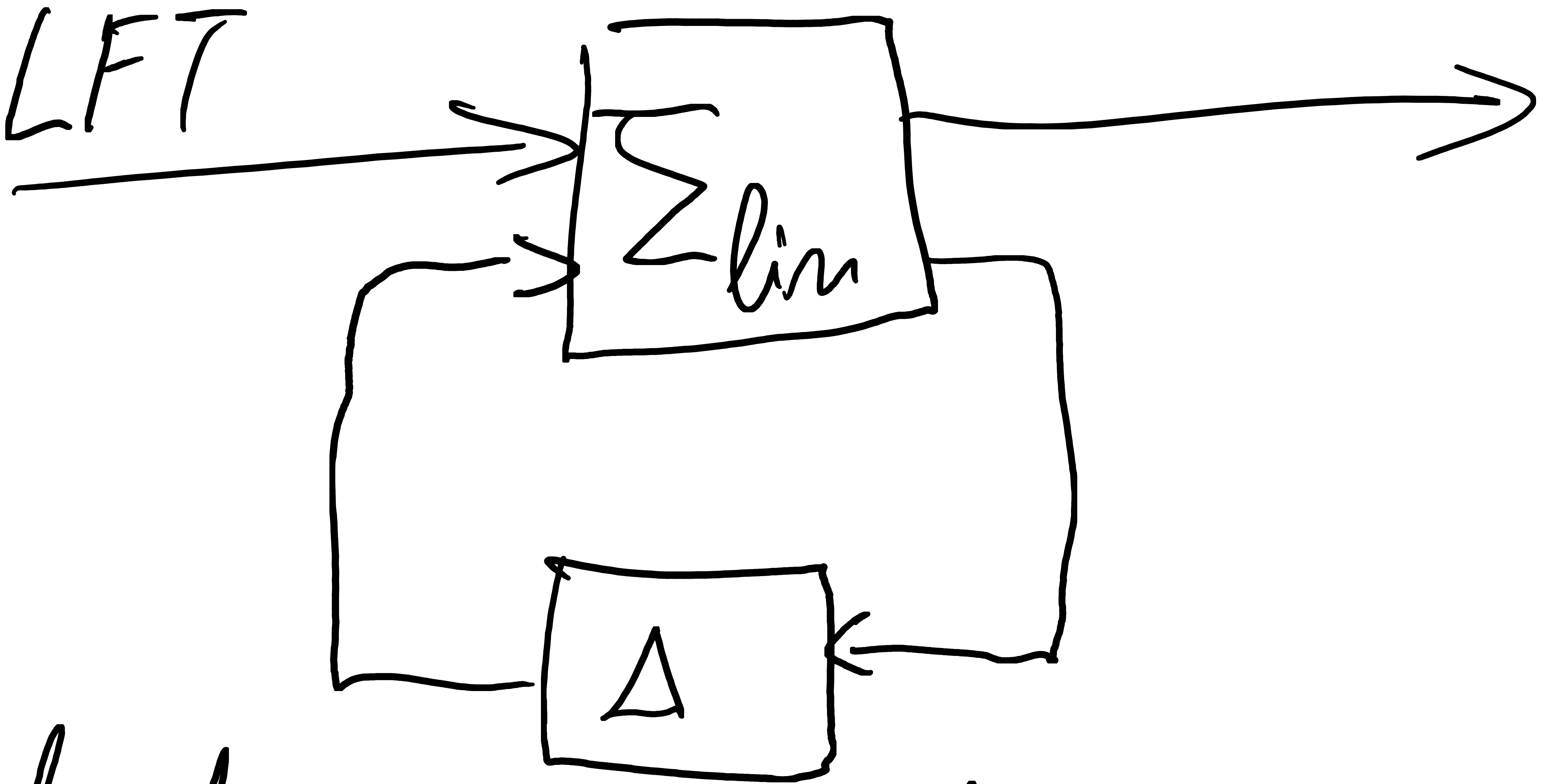
Si $\begin{cases} \theta \text{ lent} \rightarrow \text{OK} \\ \theta \text{ est indép de } x \end{cases}$

Sinon si échec
↳ problème de linéarisation

Si le modèle linéaire n'est pas fidèle à cause de la NL ?

Linear Functional Transformation :

LFT



Δ : fonction statique NL

Beaucoup de résultats !

Théorème du petit gain

$$\Sigma_{lin} \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ew \\ z = Cx \end{cases} \qquad w = \Delta(z)$$

$\|\Sigma\|_\infty \|\Delta\|_\infty < 1$ et Σ, Δ stable $\Longrightarrow$ stabilité

Souvent avec la norme H inf

$$\max_{w>0} |H(jw)|$$

Ex :

$$\dot{x} = -\sin(x)$$

$$\boxed{\dot{x} = -x} + w$$

$$w = (x - \sin(x))$$

$$\Delta(z) = z - \sin(z)$$

$\Longrightarrow$ Domaine de fonctionnement

là où $\|\Sigma\|_\infty \|\Delta\|_\infty < 1$

Th de Lyapunov

QLPV $\begin{cases} \dot{x} = A(x)x + B(x)u \\ y = C(x)x \end{cases}$

ou $\dot{x} = f(x,u)$

⚠ C'est dans les grandes lignes

Stable si $\forall\, x(0) \in \mathcal{D}$, $|x(t)| < cste(x(0))$
$t > t_f$

Asymptotiquement Stable
si $\forall\, x(0) \in \mathcal{D}$, $|x(t)| \xrightarrow[t \to +\infty]{} 0$

Globalement Asymptotiquement stable
si $\forall\, x(0) \in \mathbb{R}^n$, $|x(t)| \xrightarrow[t \to +\infty]{} 0$

Un système est GAS ssi
$\exists$ une fonction V de Liapunov pour ce système

- $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$
- $V(x) = 0 \Rightarrow x = 0$

$\exists\, \alpha, \beta$ deux fonctions définie positive

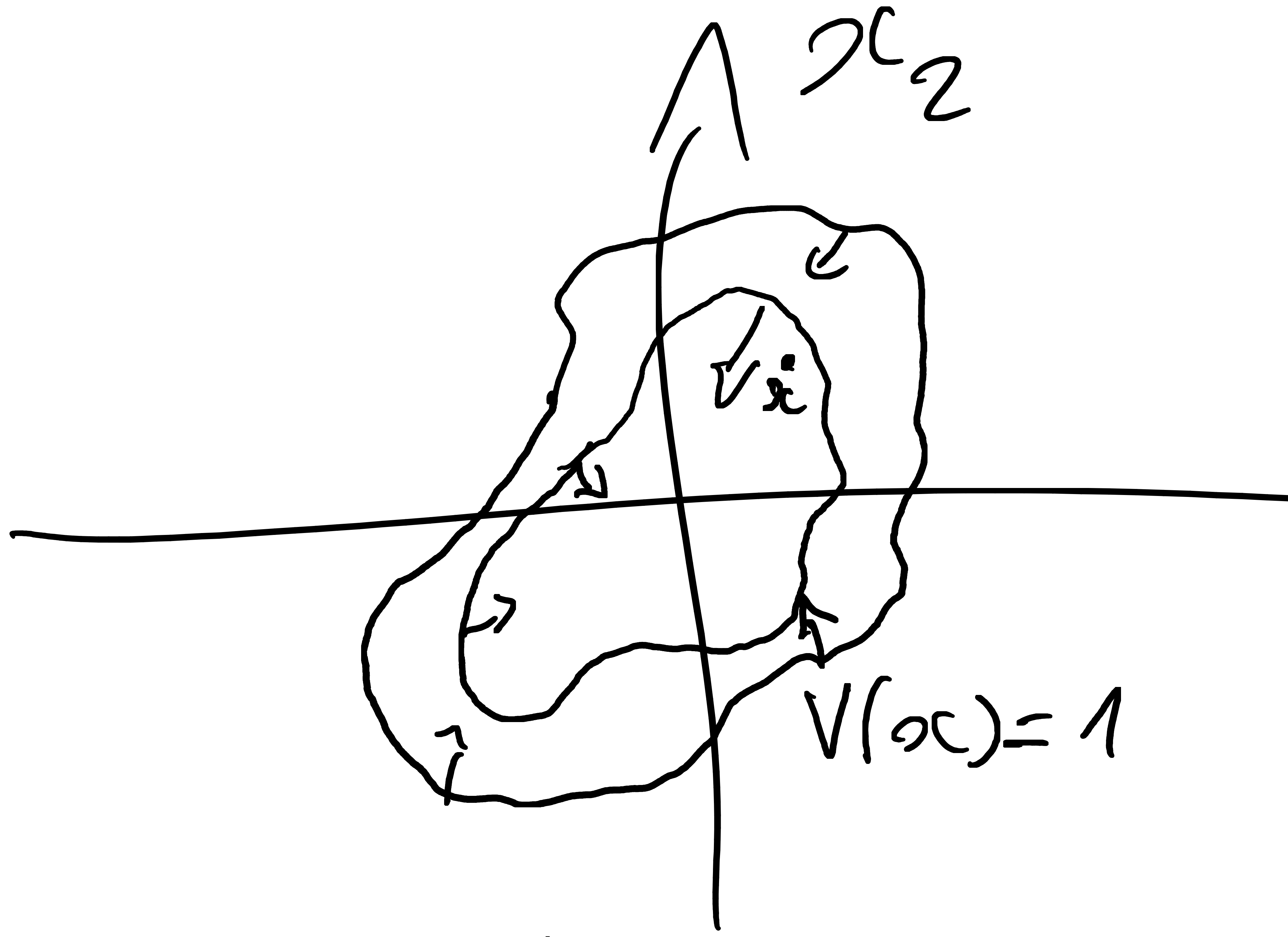
- $\alpha(\|x\|) > V(x) > \beta(\|x\|)$
- $\frac{d}{dt} V(x(t)) < 0 \quad \forall x(t)$ ⊛

→ Energie totale d'un système mechanique

⊛ est équivalent à

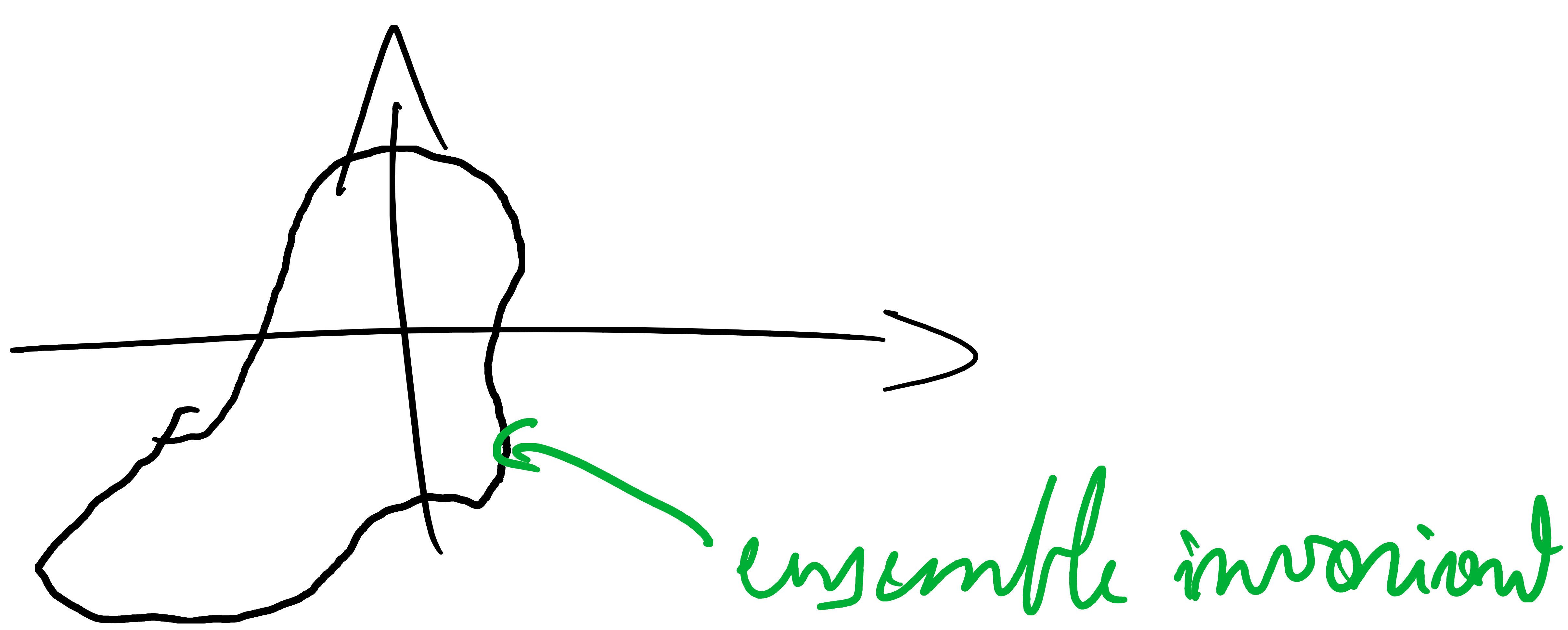
$\dot{x} = f(x) \qquad \frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0$

$$\frac{\partial V}{\partial x} \cdot f(x) < 0$$



Stabilité locale si $\forall x$ tel que $V(x) = 2$

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0$$



$$\dot{x} = -\sin(x)$$

$$V(x) = x^2$$

$$\frac{d}{dt} x^2 = 2x\dot{x} = -2x\sin(x)$$

Si $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$, alors $\dot{V} < 0$