III) Conception de la loi de commande

A) Principe de base

B) Approche Modèle (Modèle Based Design)

80% (Problème (Système, CdC, Contraintes)

↓

20%

Modèle(s) — Hypothèses ↳ simplifications (cf Centrale Nucléaire)

↓

Analyse — Linéaire

↓

Choix de stratégie

↓

Réglage des paramètres

↓

Test(s)

↳ Simulation

↳ Réel

c) Modèles

temps continus

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{cases}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ vecteur d'état

$u \in \mathbb{R}^m$ vecteur des entrées

$y \in \mathbb{R}^p$ vecteur des sorties

plus facile

temps discret

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k)$$

- système hybride
- variable discrète

Si f C^0 et dérivable on peut approximer

Localement

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{cases} \simeq \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Linéarisation des équations

$$\dot{x} = f(x,u) \simeq f(x_0, u_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0, u_0}(x - x_0)$$

autour de (x_0, u_0)

$$+ \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{x_0, u}(u - u_0)$$

$\hookrightarrow f(x_0, u_0) = 0$ point d'équilibre

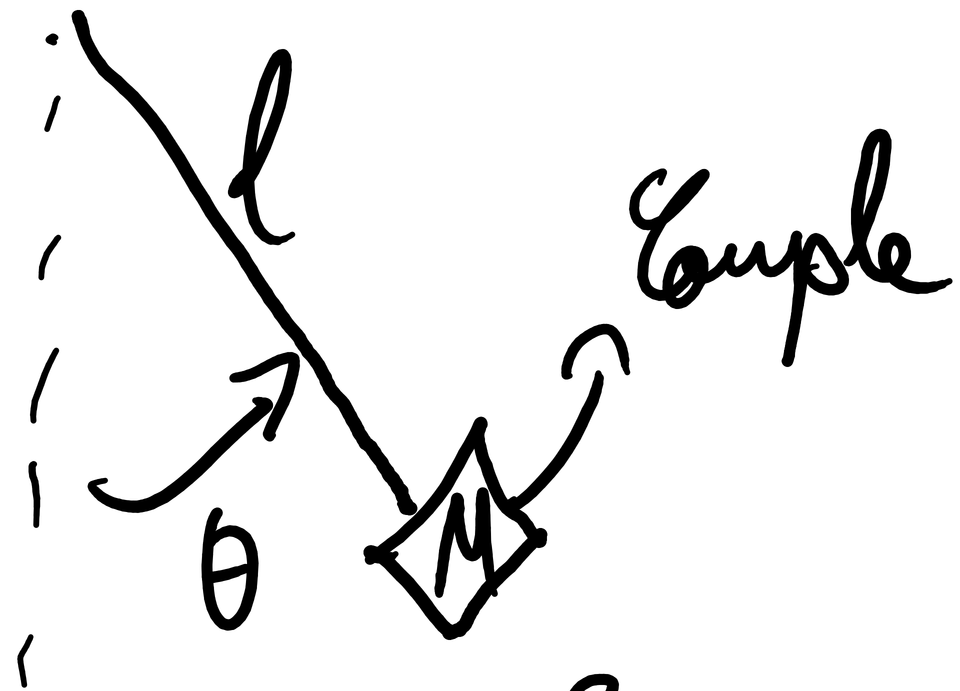
$$A = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x_0 \\ u_0}} \qquad B = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{x_0 \\ u_0}}$$

$$C = \frac{\partial g}{\partial x} \qquad D = \frac{\partial g}{\partial u}$$

Posons $z = x - x_0$ $\quad v = u - u_0$

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Bv \\ y = Cz + Dv \end{cases}$$

Exo Pendule



$$Ml^2 \ddot{\theta} = -f\dot{\theta} - Mlg\sin\theta + C$$

$$\begin{cases} Ml^2 \dot{w} = -fw - Mlg\sin\theta + C \\ \dot{\theta} = w \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{f}{Ml^2} w - Mlg\sin\theta \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C \\ 0 \end{pmatrix}$$

Point d'équilibre tel que $\theta = 0$

$$f_1 = 0 \Rightarrow f_2 = 0 \Rightarrow w = 0$$
$$\Rightarrow Mlg\sin\theta = C$$
$$\Rightarrow C = 0$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_0 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Ml^2} & -\frac{g}{l} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{Ml^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

Si $y = \theta$

$$y = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}}_{C} x + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}}_{D} u$$

Pour équation $\theta = \pi$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Ml^2} & \frac{g}{l} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$