Laboratorio 3

Nicola Agostini, Roberto Cedolin, Lisa Parma 1 Maggio 2019

Introduzione

In questo laboratorio affronteremo il problema del commesso viaggiatore attraverso l'implementazione di tre algoritmi: l'algoritmo Held-Karp di complessità esponenziale che fornisce una soluzione esatta, l'algoritmo di approssimazione che utilizza l'euristica costruttiva Nearest Neighbor e l'algoritmo 2-approssimato basato sull'albero di copertura minimo.

Domanda 1

	Held-Karp			Euristica costruttiva			2-approssimato		
Istanza	Soluzione	Tempo(s)	Errore	Soluzione	Tempo(s)	Errore	Soluzione	Tempo(s)	Errore
burma14.tsp	3323	1,62237	0,00%	4048	0,0001338	21,82%	3814	0,0003788	14,78%
ulysses22.tsp	7013	1058,516	0,00%	10586	0,0002651	50,95%	8401	0,000632	19,79%
eil51.tsp	986	1200	131,46%	511	0,0008371	19,95%	584	0,0402839	37,09%
kroD100.tsp	146158	1200	586,38%	26947	0,0020391	26,55%	27112	0,0398321	27,32%
gr229.tsp	176212	1200	30,91%	162430	0,0820531	20,67%	180152	0,0877501	33,84%
d493.tsp	111941	1200	219,81%	41660	0,037853	19,02%	44882	0,8736331	28,23%
dsj1000.tsp	551274242	1200	2854,36%	24630960	0,261008	32,00%	25086767	1,245573	34,44%

Figura 1: Tabella domanda 1

Domanda 2

Tramite i dati rilevati in figura 1, è possibile osservare come attraverso Held-Karp si ottiene la soluzione esatta fino ad un massimo di 22 nodi. Superata questa soglia, tuttavia, il tempo di computazione risulta superiore alla soglia limite impostata di 20 minuti (1200 secondi) perciò l'algoritmo termina restituendo il cammino minimo trovato fino a quel momento. Il tempo di esecuzione dell'algoritmo esatto è esponenziale rispetto al numero dei nodi e perciò anche

l'errore relativo è crescente rispetto al numero di nodi. Tuttavia, in gr229.tsp, il risultato ottenuto presenta un errore relativo minore, pari al 30,91%: ciò è dovuto dalla presenza di un cammino con peso relativamente vicino al cammino minimo esatto riportato nella soluzione ottima.

Nell'algoritmo Nearest Neighbor l'errore si aggira attorno al 20-30% e non aumenta all'incremento del numero di nodi.

Anche per il grafo da 1000 nodi il tempo di esecuzione rimane molto basso (al più 2 decimi di secondo): non vi è la necessità di un timer che blocchi la computazione dell'euristica. È da tenere in considerazione che quest'euristica consente di trovare una soluzione $\log(n)$ -approssimata a TSP quando la disuguaglianza triangolare è rispettata.

Nell'algoritmo 2-approssimato, invece, l'errore relativo è minore dell'euristica costruttiva per i grafi con 14 e 22 nodi mentre in tutti gli altri casi i risultati sono di poco peggiori in termini di errore. Il tempo di computazione richiesto, inoltre, è nettamente superiore rispetto all'utilizzo dell'euristica Nearest Neighbor.

Tra i tre algoritmi implementati, quello più efficiente nei dataset forniti è Nearest Neighbor sia per errore che per velocità di computazione, tranne per bur-ma14.tsp e ulysses22.tsp in cui si comporta meglio il 2-approssimato in termini di risultati con errore minore (sempre offrendo una soluzione approssimata).